

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 7

ШИФ]

Бланк задания должен быть вложен в р:
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 9261. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^7)}, \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 16.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 5| + |y - x + 5| = 10, \\ (|x| - 12)^2 + (|y| - 5)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 10 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 12$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

✓1

Разложим число 9261 на простые множители

$9261 = 3^3 \cdot 7^3 \cdot 1^2$, все множители имеют степень
из трех 3, трех 7, и двух 1

3 3 3 7 7 7 1 1, кол-во перестановок в этом множестве $8!$,
но кол-во перестановок в подмножествах 3, 7, 1 равно

$3!$, $3!$ и $2!$ $\Rightarrow$ кол-во способов составить число $= N = \frac{8!}{3! \cdot 3! \cdot 2!}$

$$N = \frac{8!}{3! \cdot 3! \cdot 2!} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 2 \cdot 2} = 56 \cdot 10 = 560$$

Ответ $N = 560$

✓2

$$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$$

$$-2 \sin \frac{9x+5x}{2} \cdot \sin \frac{9x-5x}{2} - \sqrt{2} \cos 4x + 2 \sin \frac{9x+5x}{2} \cos \frac{9x-5x}{2} = 0$$

$$-2 \sin 7x \sin 2x - \sqrt{2} (-\sin^2 2x + \cos^2 2x) + 2 \sin 7x \cos 2x = 0$$

$$2 \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x) (\cos 2x + \sin 2x) = 0$$

$$(\cos 2x - \sin 2x) (2 \sin 7x - \sqrt{2} (\cos 2x + \sin 2x)) = 0$$

$$\cos 2x - \sin 2x = 0; \cos 2x \neq 0 \quad / : \cos 2x$$

$$1 - \tan 2x = 0$$

$$\tan 2x = 1 \Rightarrow 2x = \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z} \Rightarrow x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}; k \in \mathbb{Z}$$

$$2 \sin 7x - \sqrt{2} (\cos 2x + \sin 2x) = 0$$

$$2 \sin 7x - \sqrt{2} (\sin(\frac{\pi}{2} - 2x) + \sin 2x) = 0$$

$$2 \sin 7x - \sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x) = 0$$

$$2 \sin 7x - 2\sqrt{2} \sin \frac{\pi}{4} \cos(2x - \frac{\pi}{4}) = 0$$

$$2 \sin 7x - \frac{2\sqrt{2}}{2} \cos(2x - \frac{\pi}{4}) = 0$$

$$\sin 7x = \cos(2x - \frac{\pi}{4}) \Leftrightarrow \sin 7x = \sin(\frac{\pi}{2} - (2x - \frac{\pi}{4}))$$

$$7x = \frac{\pi}{2} - 2x + \frac{\pi}{4}$$

$$\sin 7x = \sin(\frac{\pi}{2} + (2x - \frac{\pi}{4}))$$

$$9x = \frac{3\pi}{4} \Rightarrow x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi n}{9}; n \in \mathbb{Z}$$

$$7x = \frac{\pi}{2} + 2x - \frac{\pi}{4}$$

$$5x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = \frac{\pi}{20} + \frac{2\pi k_1}{5}; k_1 \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ответ } x = \frac{\pi}{12} + \frac{\pi k}{2}; k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi n}{9}; n \in \mathbb{Z}$$

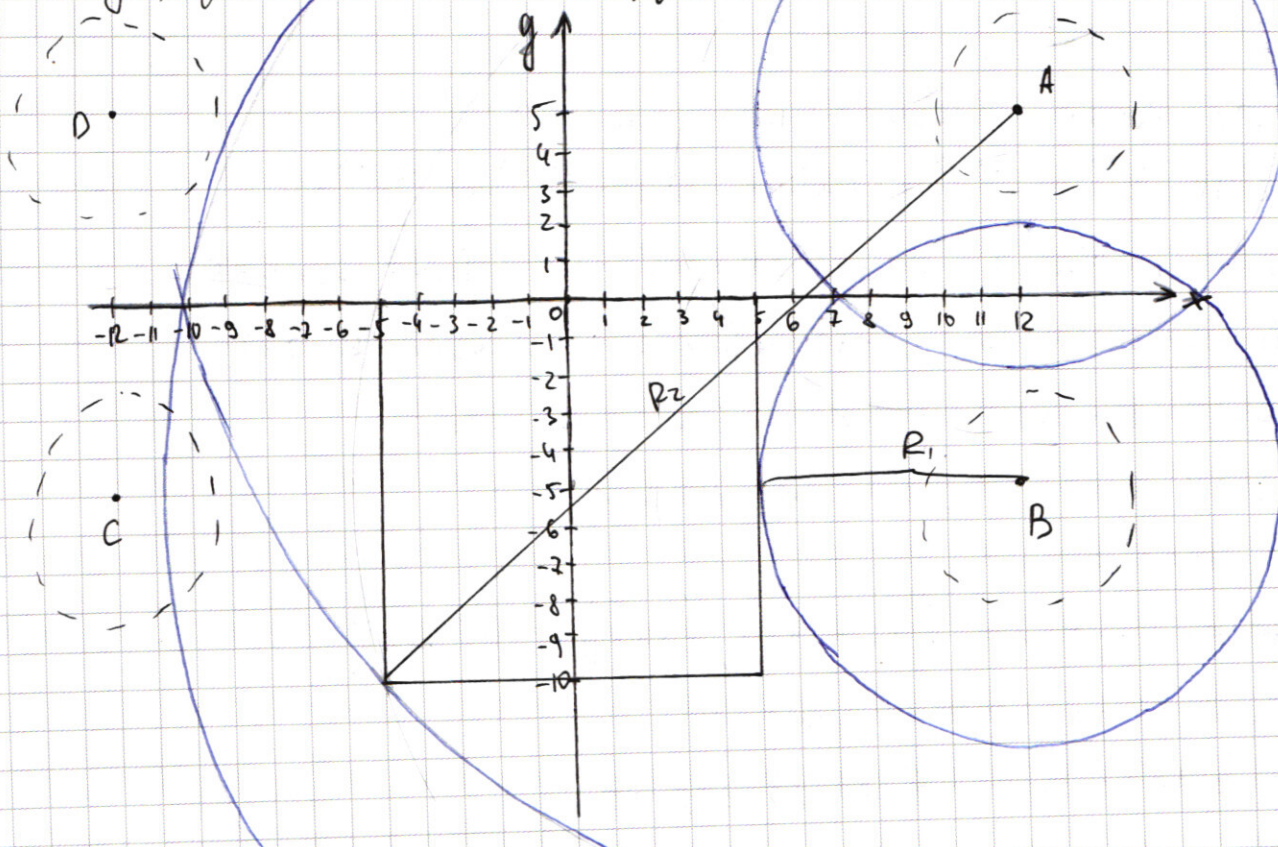
$$x = \frac{\pi}{20} + \frac{2\pi k_1}{5}; k_1 \in \mathbb{Z}$$

✓ 5

$$|x+y+5| + |y-x+5| = 10$$

$$(x+1-12)^2 + (y+1-5)^2 = 25$$

преобразуем на плоскости координат



1 уравнение - это окружность со сторонами || осям координат

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2 уравнения - 4 окружности с координатами центров: $(12; 5)$
 $(-12; 5)$; $(12; -5)$; $(-12; -5)$ и равными радиусами

Окружности с центрами в положительной абсциссе симметричны окружностям с центрами в отрицательной абсциссе и симметричны относительно квадрата $\Rightarrow$ Если окружности с положительной абсциссой имеют общие точки с квадратом, то окружности с отрицательной абсциссой также имеют общие точки $\Rightarrow$ кол-во общих точек (без учета) $2n \Rightarrow$ по условию $2n = 1 \Rightarrow n = 1$

Окружности с положительной абсциссой должны иметь только 1 общую точку с квадратом

Это возможно только в случае касания окружности и квадрата

Это возможно только в 2х случаях, касании окружности и

$$R_1 = 12 - 5 = 7 \Rightarrow a = R_1^2 = 49$$

$$R_2 = \sqrt{15^2 + 12^2} \Rightarrow a = R_2^2 = 514$$

Ответ $a = 49, a = 514$

✓ 3

$$\int (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(x^2)} \\ \begin{cases} y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0 \\ x > 0; y > 0 \end{cases}$$

$$y^2 - y(4+x) - 2x^2 + 8x = 0$$

$$D = (4+x)^2 - 4(-2x^2 + 8x) = 16 + 8x + x^2 + 8x^2 - 32x = 9x^2 - 24x + 16 = (3x - 4)^2$$

$$y_1 = \frac{4+x+3x-4}{2} = 2x$$

$$y_2 = \frac{4+x-3x+4}{2} = 4-x \rightarrow x = -y + 4$$

$$y_2 > 0 \Rightarrow 4-x > 0 \Rightarrow x < 4 \Rightarrow 0 < x < 4$$

$$1) x^{-2\ln x} \cdot (2x)^{-4\ln x} = (2x)^{\ln(\frac{2x}{x^2})}$$

$$x^{-2\ln x} \cdot (2x)^{-4\ln x} = (2x)^{\ln 2} \cdot (2x)^{-\ln(x^6)}$$

$$x^{-2\ln x} \cdot (2x)^{-4\ln x} = (2x)^{\ln 2} \cdot (2x)^{-6\ln x} \quad / : (2x)^{4\ln x}$$

$$x^{-2\ln x} = (2x)^{\ln 2} \cdot (2x)^{-2\ln x}$$

$$x^{-2\ln x} = (2x)^{\ln 2} \cdot 2^{-2\ln x} \cdot x^{-2\ln x} \quad / : x^{-2\ln x}$$

$$1 = (2x)^{\ln 2} \cdot 2^{-2\ln x}$$

$$1 = 2^{\ln 2 - 2\ln x} \cdot x^{\ln 2}$$

$$2^{\ln \frac{x}{2}} = x^{\ln 2} \Rightarrow x = 2 \Rightarrow y = 4$$

$$2) (4-y)^{-2\ln(4-y)} \cdot y^{-4\ln(4-y)} = y^{\ln(\frac{y}{(4-y)^2})}$$

$$(4-y)^{-2\ln(4-y)} \cdot y^{-4\ln(4-y)} = y^{\ln y} \cdot y^{-7\ln(4-y)} \quad / : y^{4\ln(4-y)}$$

$$(4-y)^{-2\ln(4-y)} = y^{\ln y} \cdot y^{-3\ln(4-y)}$$

$$(4-y)^{\ln(4-y)^2} = y^{\ln \frac{(4-y)^3}{y}} \Rightarrow y = 2 \Rightarrow x = 2$$

Ответ $y = 2 \quad x = 2$

$y = 4 \quad x = 2$

✓6

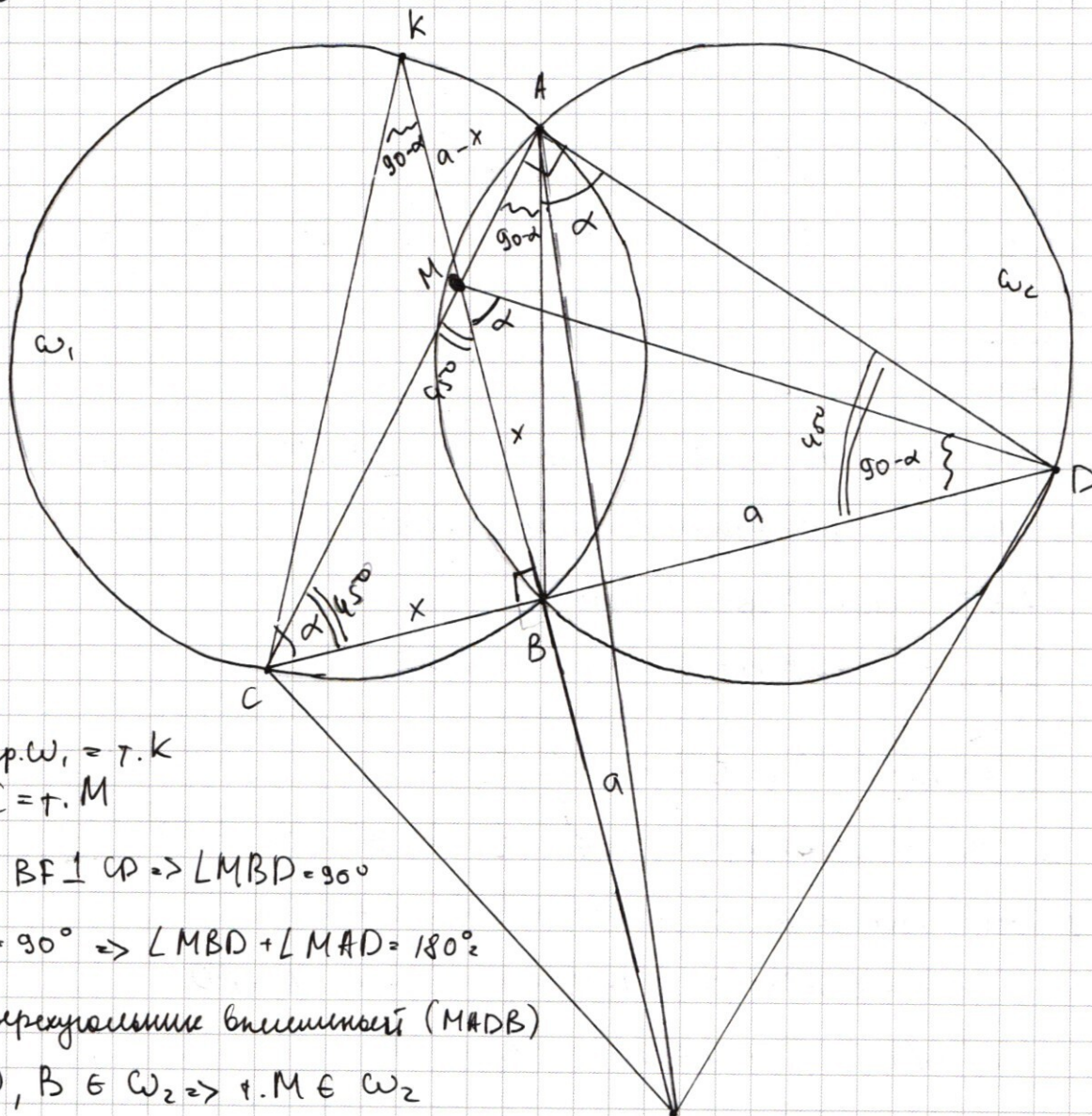
Дано: окр. ω_1 , $\cap$ окр. $\omega_2 = \Gamma. A \cup B$

$R = 10$, $\angle CAD = 90^\circ$, $BF \perp CD$, $BF = BD$

Найти: CF , S_{ACF}

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Решение:



LF-?

$$1) BF \cap \text{exp. } \omega_1 = \tau \cdot k$$
$$B_k \cap AC = \tau \cdot M$$
$$M \in BF; BF \perp CP \Rightarrow \angle MBP = 90^\circ$$
$$\angle MAD = 90^\circ \Rightarrow \angle MBD + \angle MAD = 180^\circ$$

⇒ четырехугольник внешний (MADB)

7. $A, D, B \in \omega_2 \Rightarrow 7. M \in \omega_2$

$$BF = BD = a; CB = x; \angle DAB = \alpha \Rightarrow \angle CAB = 90^\circ - \alpha$$

$\angle CAB$ и $\angle CKB$ опираются на 1 дугу $\Rightarrow \angle CAB = \angle CKB = 90^\circ - \alpha$

$$\Delta CBK - \text{прямоуг.} \Rightarrow \angle KCB = 90^\circ - \angle CKB = \alpha; \left. \begin{array}{l} \angle CBK = 90^\circ \\ \text{т.ч. } C, B, K \in \text{окр. } \omega \end{array} \right\} \Rightarrow CK = d$$

$\angle MBD = 90^\circ$, т.к. $MB \perp B \in \text{осн. } \omega_2 \Rightarrow MD - \text{диаметр} = 2R$

из вписанности $\angle MAB = \angle MDB = \angle MAB = 90^\circ - \alpha$ (отвер. на окруж. дугу)

$\triangle MBD$ - прямоугольный. $\Rightarrow \angle DMB = 90^\circ - \angle MDB = \alpha$

Рассмотрим $\triangle CBK$ и $\triangle BDM$

$$\left. \begin{array}{l} \angle KBC = \angle MBD = 90^\circ \\ \angle CKB = \angle MDB = 90 - \alpha \\ CK = MD = 2R \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle CBK = \triangle MBD \text{ (по гипотенузе и} \\ \text{острому углу)} =$$

$$\Rightarrow MB = CB = x, \quad KB = BD = a$$

$$CF^2 = CB^2 + BF^2 = x^2 + a^2$$

$$\text{из } \triangle MBD: MD^2 = MB^2 + BD^2 = a^2 + x^2 = 4R^2 \Rightarrow CF^2 = 4R^2 \Rightarrow CF = 2R$$

$$CF = 20$$

$$2) S_{ACF} = ?; \quad CB = 12$$

Рассмотрим $\triangle CBM$; $\angle CBM = 90^\circ$, $CB = MB = x$ (по условию.) =

$\Rightarrow \triangle CBM$ - прямоугольный и равнобедренный $\Rightarrow \angle MCB = \angle BMC = 45^\circ$

$$S_{ACF} = S_{CBM} + S_{CBF} + S_{FAM}$$

$$S_{CBM} = \frac{1}{2} CB \cdot BM = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 12 = 12 \cdot 6 = 72$$

$$CF^2 = CB^2 + BF^2 \Rightarrow BF = \sqrt{CF^2 - CB^2} = \sqrt{8 \cdot 32} = 8 \cdot 2 = 16$$

$$\triangle CBF \text{ - прямоугольный. } \Rightarrow S_{CBF} = \frac{1}{2} \cdot CB \cdot BF = \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot 12 = 96$$

$\triangle CAD$ - прямоугольный. $\Rightarrow \angle ADC = 90^\circ - \angle ACD = 45^\circ$

$$\angle ADC = \angle ACD \Rightarrow \triangle CAD \text{ - } p \text{ } 15 \Rightarrow CA = AD$$

$$CA^2 + AD^2 = (CB + BD)^2 = (CB + BF)^2$$

$$2 CA^2 = 28^2$$

$$CA = \frac{28}{\sqrt{2}} = 14\sqrt{2}$$

$$CM^2 = CB^2 + BM^2 = 2CB^2 = 2 \cdot 12^2 \Rightarrow CM = 12\sqrt{2}$$

$$MA = AC - CM = 14\sqrt{2} - 12\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

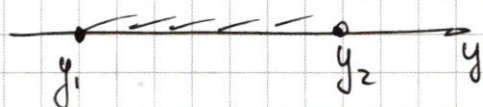
$$MF = MB + BF = 16 + 12 = 28$$

$$\angle AMF = 180^\circ - \angle CMF = 135^\circ$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 7

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)x \end{cases}$$



$$y_2 - y_1 = 76 + 2(2^{32} - 1)x - 2^x - 3 \cdot 2^{34} \geq 0$$

$$38 + 2^{32}x - x - 2^{x-1} - 3 \cdot 2^{33} > 0$$

$$x = 0$$

$$38 - \frac{1}{2} - 3 \cdot 2^{33} < 0 \Rightarrow x > 0$$

$$x = -1$$

$$38 - 2^{32} + 1 - 3 \cdot 2^{33} < 0 \Rightarrow x > 0$$

$$x = 2$$

$$38 + 2^{33} - 2 - 2 - 3 \cdot 2^{33} \leq 0$$

$$38 + 2^{32} (2x - 6) - (2^{x-1} + x)$$

$$2^6 > 38 > 2^5$$

$$2^{x-1} + x \leq 2^6 + 2^{32}$$

$$2^x + 2x \leq 2^7 + 2^{33}$$

$$S_{\Delta FMA} = \frac{1}{2} MF \cdot AM \cdot \sin(\angle FMA) = \frac{1}{2} \cdot 28 \cdot 2\sqrt{2} \cdot \sin 135^\circ = \frac{28 \cdot 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{2 \cdot 2} = 28$$

$$S_{ACF} = S_{CBF} + S_{FMA} + S_{CBM} = 28 + 96 + 72 = 196$$

Ответ $CF = 20$

$$S_{ACF} = 196$$

✓4

Дано: сфера, ч.т.О

тригр. упр. с в. S, сфера

линии упр. = т. K, L, M

ли. $(AA_1A_2) \perp SO$, $S_{AA_1A_2} = 1$

ли $(BB_1B_2) \perp SO$, $S_{BB_1B_2} = 16$

найти $\angle KSO$

Решение: $SO \cap$ ли. $AA_1A_2 =$ т. M

$SM \perp (AA_1A_2)$, $SM = x$;

$SO \cap$ ли. $BB_1B_2 =$ т. T

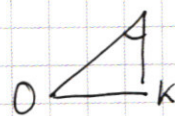
$ST \perp (BB_1B_2)$, $MT = 2R$

$\Delta AA_1A_2 \sim \Delta BB_1B_2$; $\frac{S_{AA_1A_2}}{S_{BB_1B_2}} = k^2 \Rightarrow k = \frac{1}{4}$

$\Delta SMA \sim \Delta STB$

$\left. \begin{array}{l} \angle S - \text{общий} \\ \angle SMA = \angle STB = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{SM}{ST} = k \Leftrightarrow \frac{x}{2R+x} = \frac{1}{4}$

$$4x = 2R + x \Rightarrow x = \frac{2}{3}R$$

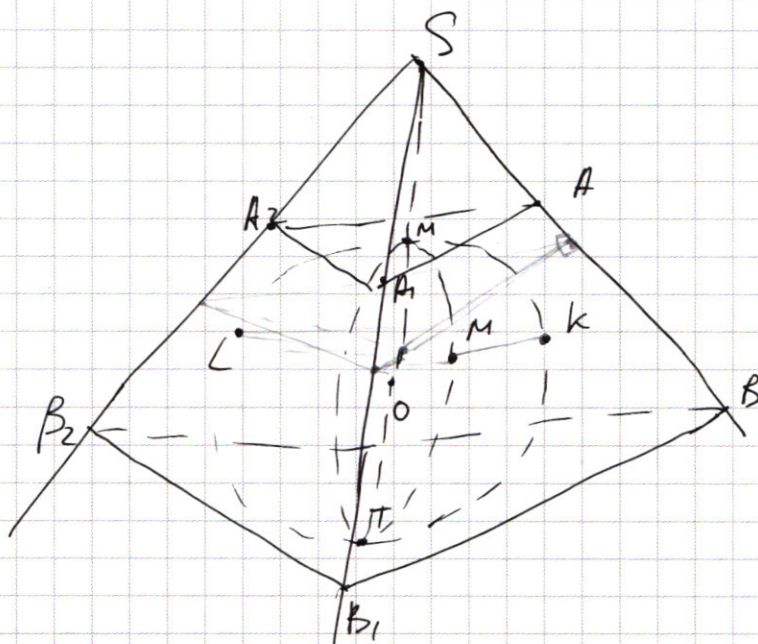


$OK \perp$ ли. $(SBB_1) \Rightarrow OK \perp SK \Rightarrow \Delta OKS$ - прямоуголь.

$$OK = R; OS = R + x = \frac{5}{3}R$$

$$\sin(\angle OSK) = \frac{OK}{OS} = \frac{R \cdot 3}{5R} = \frac{3}{5} \Rightarrow \angle OSK = \arcsin 0,6$$

Ответ $\angle KSO = \arcsin 0,6$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{array}{r} 9261 \overline{) 3} \\ \underline{9} \\ 26 \\ \underline{24} \\ 21 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3087 \overline{) 3} \\ \underline{3} \\ 08 \\ \underline{06} \\ 27 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1029 \overline{) 3} \\ \underline{9} \\ 129 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 343 \overline{) 7} \\ \underline{28} \\ 63 \end{array}$$

$$9261 = 3 \cdot 7 \cdot 1$$

$$\begin{array}{cccccc} 3 & 3 & 3 & 7 & 7 & 7 & 1 & 1 \\ 3 & 3 & 3 & 7 & 7 & 7 & 1 & 1 \end{array}$$

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{1} = \frac{1}{21}$$

$$\begin{array}{r} 3 - 3 \\ 7 - 3 \\ 1 - 2 \end{array}$$

$$\frac{8!}{3! \cdot 3! \cdot 2!} = \frac{40320}{6 \cdot 6 \cdot 2} = 560$$

$$\frac{8!}{3! \cdot 3! \cdot 2!} = \frac{40320}{6 \cdot 6 \cdot 2} = 560$$

$$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$$

$$\cos 9x - \cos 5x = -2 \sin \frac{9x+5x}{2} \sin \frac{9x-5x}{2}$$

$$\cos 80^\circ - \cos 30^\circ = -2 \sin 45^\circ \sin 25^\circ = -2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1-\sqrt{3}}{2}$$

$$-\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin 15^\circ$$

$$\cos 9x - \cos 5x = -2 \sin 7x \sin 2x - \sqrt{2} \cos 4x$$

$$\sin 9x + \sin 5x = 2 \sin 7x \cos 2x$$

$$\sin 80^\circ - \sin 30^\circ =$$

$$2 \sin \alpha \cos \alpha = \sin 2\alpha$$

$$\sin$$

$$-2 \sin 60^\circ \sin 30^\circ =$$

$$= -2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin 90^\circ + \sin 30^\circ = 1 + \frac{1}{2} = 2 \sin 60^\circ \cos 30^\circ$$

$$= 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{2}$$

$$-2 \sin 7x \sin 2x - \sqrt{2} \cos 4x + 2 \sin 7x \cos 2x = 0$$

$$\sqrt{2} \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \sin 7x (\cos 2x - \cos(\frac{\pi}{2} - 2x))$$

$$- \sin 7x \sin(\frac{\pi}{4} - 2x) =$$

$$\cos 2x - \cos(\frac{\pi}{2} - 2x) = +2 \sin \frac{\pi}{4} \sin(2x - \frac{\pi}{4}) =$$

$$= -2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \sqrt{2} \sin(2x - \frac{\pi}{4}) = -\sqrt{2} \sin 2x \cos \frac{\pi}{4} - \cos 2x \sin \frac{\pi}{4}$$

$$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$$

$$\sin(6x + 3x) = \sin 6x \cos 3x + \cos 6x \sin 3x =$$

$$= 2 \cos^2 3x \sin 3x + (2 \cos^2 3x - 1) \sin 3x = 4 \cos^2 3x - \sin 3x$$

$$\cos(6x + 3x) = \cos 6x \cos 3x - \sin 6x \sin 3x =$$

$$= (2 \cos^2 3x - 1) \cos 3x - 2 \sin^2 3x \cos 3x =$$

$$= (2 \cos^2 3x - 1) \cos 3x - 2 \sin^2 3x \cos 3x = -4 \sin^2 3x + \cos 3x$$

$$4 \cos^2 3x - \sin 3x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x = -4 \sin^2 3x + \cos 3x + \sin 5x = 0$$

$$4(\cos^2 3x - \sin^2 3x) \leftarrow \text{или } \sin 5x - \sin 3x + \cos 3x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x =$$

$$\sin 5x - \sin 3x = 2 \sin x \cos 4x$$

$$-(\cos 5x - \cos 3x) = -2 \sin x \cos 4x$$

$$y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0$$

$$y^2 - 4y(4+x) - 2x^2 + 8x = 0$$

$$D = 16 + 8x + x^2 + 8x^2 - 32x = 9x^2 - 24x + 16 = (3x - 4)^2$$

$$y = \frac{4+x+3x-4}{2} = 2x$$

$$y = \frac{4+x-3x+4}{2} = 4-x$$

$$4x^2 - 2x^2 - 2x^2 + 8x - 4$$

$$(x^2 \cdot 16x^4)^{\ln x} = 2x^{\ln \frac{2}{x^6}}$$

$$(16x^6)^{\ln x} = 2x^{\ln \frac{2}{x^6}} = 2x^{(\ln 2 - \ln x^6)} = \frac{2x^{\ln 2}}{2x^{\ln x^6}}$$

$$(16x^6)^{-\ln x} = 2x^{\ln(\frac{2}{x^6})}$$

$$\frac{1}{(16x^6)^{\ln x}} = 2x^{\ln(\frac{2}{x^6})}$$

$$1 = 2x^{\ln(\frac{2}{x^6})} \cdot (16x^6)^{\ln x} =$$

$$\left(y^4 \cdot \frac{y^2}{4}\right)^{-\ln x} = \left(\frac{y}{2}\right)^{\ln}$$

$$\ln(9x) =$$

$$\sin(5x + 4x) = \sin 5x \cos 4x + \cos 5x \sin 4x$$

$$a^{\log_a 7} = 7$$

$$x = \frac{4}{2}$$

$$(2^4 \cdot x^6)^{\ln x} =$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{1}{x^{2\ln x} \cdot y^{4\ln x}} = y^{\ln y - \ln x^7}$$

$$\frac{1}{x^{2\ln x} \cdot y^{4\ln x}} = \frac{y^{\ln y}}{y^{7\ln x}}$$

$$\frac{y^{3\ln x}}{x^{2\ln x}} = y^{\ln y}$$

$$y^{3\ln x - \ln y} = x^{2\ln x}$$

$$a^{\log_a c} = c$$

$$\log_a c = a^k = e$$

$$\frac{(2x)^{3\ln x}}{x^{2\ln x}} = 2x^{\ln 2x} = 2x^{\ln 2 + \ln x} = (2x)^{\ln 2} \cdot 2x^{\ln x}$$

$$2^{3\ln x} \cdot x^{\ln x} = 2^{\ln 2} \cdot x^{\ln 2} \cdot 2^{\ln x} \cdot x^{\ln x}$$

$$2^{2\ln x} = 2x^{\ln 2}$$

$$4^{\ln x} = (2x)^{\ln 2}$$

$$\frac{(2x)^{2\ln x}}{x^{2\ln x}} = (2x)^{\ln 2x} = (2x)^{\ln 2} \cdot (2x)^{\ln x}$$

$$e^k = m$$

$$(e^k)^{3\ln x - k} = 2^{\ln x}$$

$$e^{3k\ln x - k^2} = 2^{\ln x}$$

$$\ln e = \ln$$

$$2^{2\ln x} = (2x)^{\ln 2}$$

$$\frac{(2x)^{2\ln x - \ln 2}}{x^{2\ln x}} = 1$$

$$2^{2\ln x - \ln 2} \cdot x^{2\ln x \ln 2} = x^{2\ln x}$$

$$\frac{4^{\ln x}}{2^{\ln 2}} = x^{\ln 2}$$

$$4^{\ln x} = (2x)^{\ln 2}$$

$$\frac{2^3}{2} = 2^2$$

$$2^{2\ln x - \ln 2} = x^{\ln 2}$$

$$2^{\ln \frac{x^2}{2}} = x^{\ln 2}$$

$$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$$

$$\cos 5x \cos 4x - \sin 5x \sin 4x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 5x \cos 4x + \sin 4x \cos 5x + \sin 5x = 0$$

$$-2 \sin 2x \sin 7x + 2 \sin 7x \cos 2x - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$- \sqrt{2} \cdot 2 \cos^2 2x - \sqrt{2} = 0$$

$$a^{\log_a b} = b$$

$$x^{-2 \ln x} \cdot y^{-4 \ln x} = y^{\ln y - \ln x^7} = y^{\ln y} \cdot y^{-7 \ln x} = y^{\ln y} \cdot y^{-3 \ln x}$$

$$\left(\frac{y}{x^2}\right)^{\ln x} = y^{\ln y}$$

$$(8x)^{\ln x} = 2x^{\ln 2x}$$

$$4^{\ln x} \cdot 2x^{\ln x - \ln 2x} = 1$$

$$2 \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2} (\cos^2 2x - \sin^2 2x) = 0$$

$$(\cos 2x - \sin 2x) (2 \sin 7x - \sqrt{2} \cos 2x - \sqrt{2} \sin 2x) = 0$$

$$\cos 2x = \sin 2x$$

$$\tan x = 1$$

$$\sqrt{2} \sin 7x = \cos 2x + \sin 2x$$

$$\sqrt{2} \sin 7x = \cos \sin 2x + \sin(\frac{1}{2} - 2x)$$

$$\sqrt{2} \sin 7x = \sqrt{2} \sin(4x - \frac{1}{4})$$

$$7x = 4x - \frac{1}{4}$$

$$11 \ 333 \ 777$$

$$11 \ 337 \ 377$$

$$11 \ 33773 \ 7$$

$$11 \ 337773$$

$$11 \ 373773$$

$$11 \ 377373$$

$$11 \ 377733$$

$$11 \ 737733$$

$$11 \ 773733$$

$$11 \ 777333$$

$$77733311$$

$$\begin{matrix} 3 & 3 \\ 3 & 3 \\ 3 & 3 \\ 3 & 3 \\ 3 & 3 \\ 3 & 3 \\ 3 & 3 \\ 3 & 3 \end{matrix}$$

$$\frac{6 \cdot 7 \cdot 8}{3} = 56$$

$$3 \cdot \frac{8!}{3! \cdot 3! \cdot 2!} = 2$$

$$6 \cdot 6 = 36 + 6 + 6 =$$

$$= 36 + 12$$

$$\begin{array}{r} 76 \\ 138 \\ \hline 219 \end{array}$$

$$y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34}$$

$$y < 76 + 2(2^{32} - 1)x$$

$$76 + 2^{33} - 2x - 2^x + 3 \cdot 2^{34} \geq 16$$

$$76 + 2^{33}(1 - 6) - 2(x + 2^{x-1}) \geq 0$$

$$76 + -5 \cdot 2^{33} = 2(x + 2^{x-1})$$

$$38 - 5 \cdot 2^{32} = x + 2^{x-1}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$|x+y+5| + |y-x+5| = 10$$

$$x+y+5 > 0$$

$$x \rightarrow x-y$$

$$y > -5-x$$

$$y-x+5 > 0$$

$$y > x-5$$

$$x+y+5 < 0$$

$$y < -x-5$$

$$x < -y-5$$

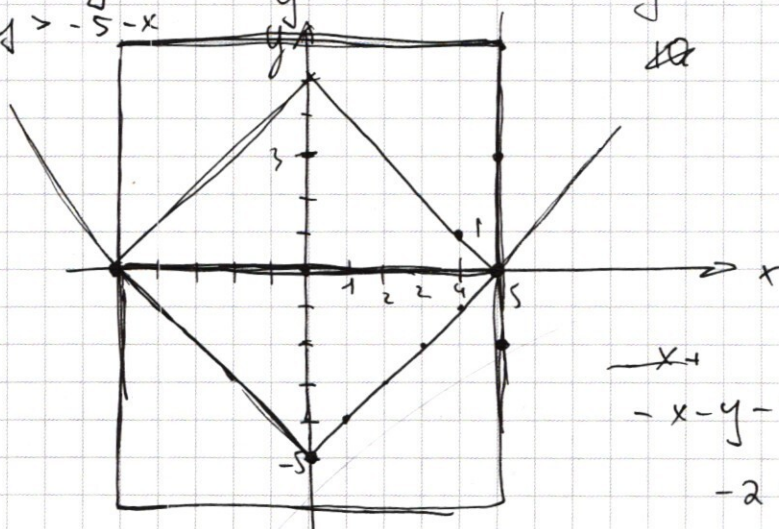
$$2y+10=10$$

$$y=0$$

$$x+y+5 - y+x-5=10$$

$$2x=10$$

$$x=5$$

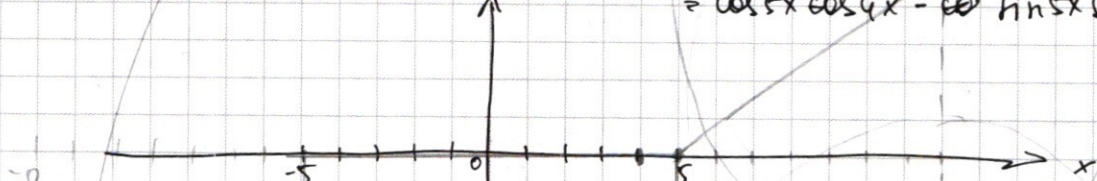


~~Анализ~~

$$x+y+5 < 0$$

$$y < -5-x$$

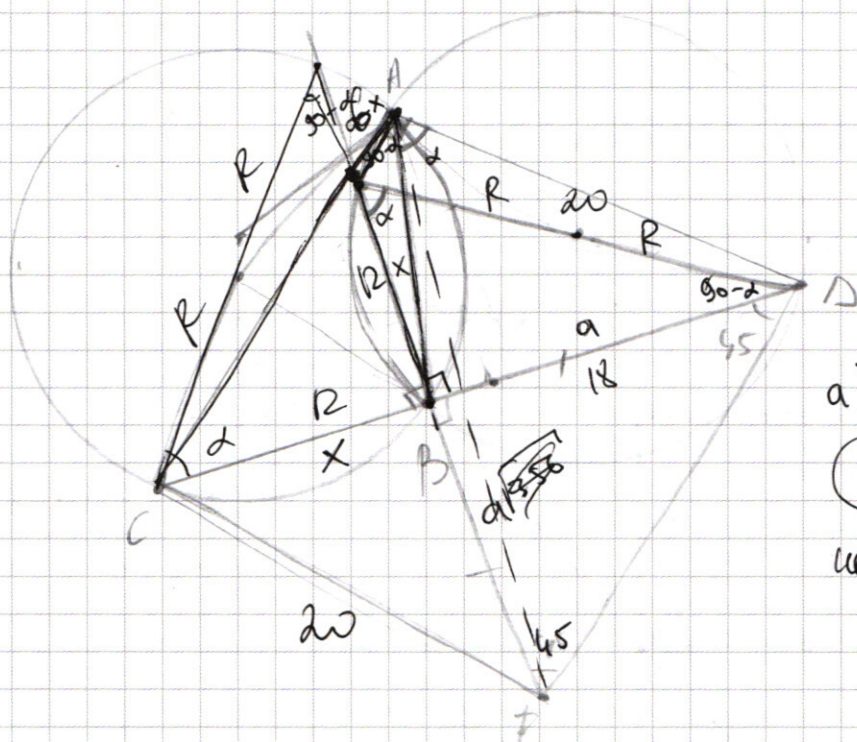
$$5-2+5 + |5-2-5+5|$$



$$\cos 5x \cos 4x - \sin 5x \sin 4x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 5x \cos 4x + \sin 4x \cos 5x + \sin 5x = 0$$

$$\sin 4x (\cos 5x - \sin 5x) - (\cos 5x - \sin 5x)$$

$$(\cos 5x - \sin 5x)(\sin 4x - 1) + \cos 4x (\sin 5x + \cos 5x - \sqrt{2}) = 0$$



$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 16 \\ \hline 48 \\ \hline 96 \end{array}$$

$$a^2 + x^2 = 4R^2$$

$$(2R)$$

$$100 - 144$$

$$\begin{array}{r} 400 \\ - 144 \\ \hline 256 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 16 \\ \hline 32 \\ \hline 96 \\ + 16 \\ \hline 112 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 16 \\ \hline 192 \end{array}$$

$$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$$

$$\cos 9x + \cos(12 - 9x) = 2 \cos 6 \cos(9x - 6)$$

$$\sqrt{2} \cos(9x - 6) + \sqrt{2} \cos(5x - 6) - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\cos 4x = 2 \cos^2 2x - 1$$

$$\frac{x}{2R+x} = \frac{1}{16}$$

$$16x = 2R + x$$

$$15x = 2R$$

$$x = \frac{2R}{15}$$

$$R + \frac{2R}{15} = \frac{17R}{15}$$

