

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МА

11 класс

ВАРИАНТ 7

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

- ✚ 1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 9261. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

- ~ 2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$.

- ✚ 3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^7)}, \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0. \end{cases}$$

- ~ 4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 16.

- ✚ 5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 5| + |y - x + 5| = 10, \\ (|x| - 12)^2 + (|y| - 5)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 10 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .

б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 12$. Найдите площадь треугольника ACF .

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1. ***** - искомое восьмизначное число.
Определим делители числа 9261:

~~Число~~ 1) Очевидно, что искомое восьмизначное
число (назовём его P) не содержит 0 ~~и 1~~
Заметим, что 9261 не делится на 2, т.е. не делится
и на 6.
 $61 \div 4$, т.е. число P не содержит цифру 4.
 $261 \div 8$, т.е. число P не содержит цифру 8.
Также, видим, что $9261 \div 5$, т.е. P не содержит цифру 5.
2) $9+2+6+1=18$. $18 \div 3 \Rightarrow$ число P содержит 3 и ~~возможно~~, 9.
 $9261 \div 7 \Rightarrow$ число P ~~содержит~~ содержит 7.
Также очевидно, что P может содержать 1.

3) Представим 9261 в виде произведения:

$9261 = 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$, т.е. ~~возможны~~ возможны два варианта:

а) число P содержит три единицы, три тройки и две восьмёрки.

В таком случае число вариантов (N_1) составит:

$$N_1 = \frac{8!}{3! \cdot 3! \cdot 2!} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} = 16 \cdot 5 \cdot 7 = 560$$

б) число P содержит три единицы одну тройку одну пятёрку
и 3 восьмёрки. В таком случае число вариантов (N_2) составит:

$$N_2 = \frac{8!}{3! \cdot 3!} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} = 4 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 8 = 1120$$

4) Таким образом, общее число Q способов составит:

$$Q = N_1 + N_2; Q = 560 + 1120 = 1680$$

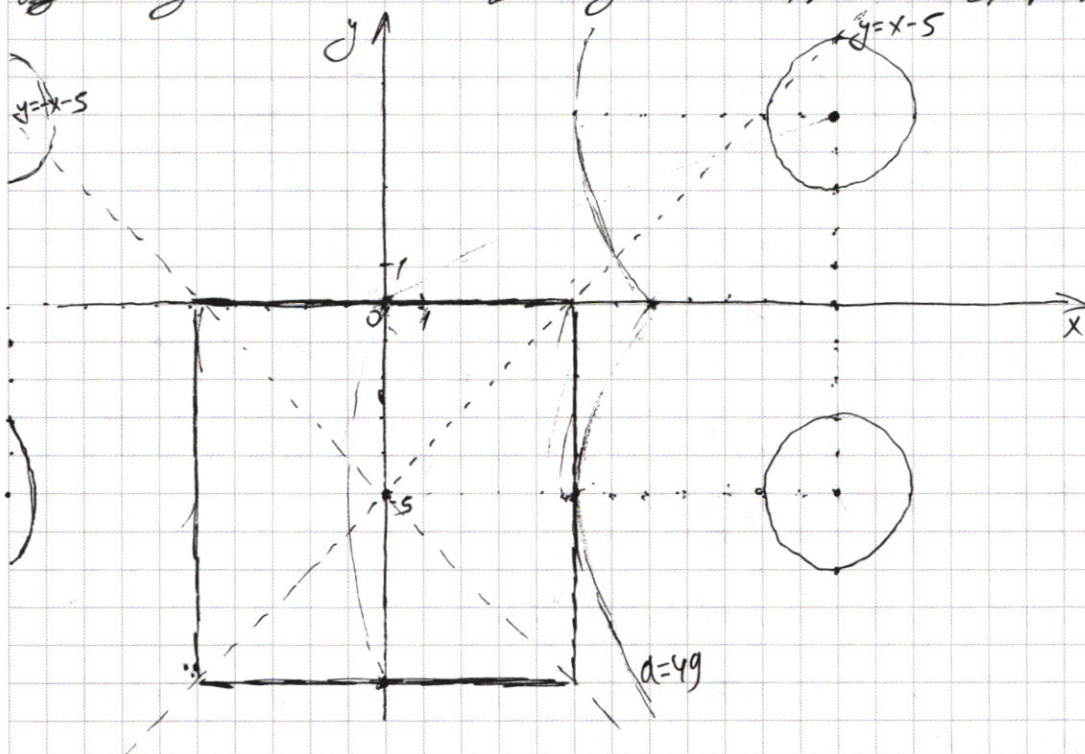
Ответ: 1680 чисел.

№5.
$$\begin{cases} |x+y+5| + |y-x+5| = 10 \\ (|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = 1 \end{cases} \quad \parallel - \text{два решения}$$

Проанализируем график, задаваемый уравнением:

$$1) |x+y+5| + |y-x+5| = 10.$$

Такое уравнение задает квадрат с центром в точке $(0; -5)$ и длиной стороны 10 — это легко видеть, если в системе ОУ построить графики $y = -x - 5$ и $y = x - 5$ и в зависимости от знака строить стороны фигуры.



При $y \geq -x - 5$ и $y \geq x - 5$ видим: $x + y + 5 + y - x + 5 = 10 \Leftrightarrow y = 0$ — остальные стороны строятся из соображений симметрии.

2) Уравнение $(|x| - 12)^2 + (|y| - 5)^2 = a$ задает четыре окружности радиуса $\sqrt{a}$ с центрами в точках $(12; 5), (12; -5), (-12; 5), (-12; -5)$.

При этом каждая из окружностей существует в углах только одной координатной четверти.

3) Легко видеть, что при $a=49$ в первой и четвертой координатных четвертях будет касание (одно). Из соображений симметрии ясно, что касание будет и во II-III четвертях, т.е. всего система будет иметь два решения $(x; y)$.

Если при увеличении a будет и два решения. Если a будет больше, то будет и четыре решения.

Далее для удобства рассматриваем только окружность в четвертой координатной четверти.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

По мере увеличения a она пересекает квадрат в двух точках. Такой случай нам не интересен, равно
ср тех пор, пока окружность не пройдет одновременно
через $(0; 0)$ и $(0; -10)$. В этом случае из соображений
симметрии окружность в третьей координатной четверти
пройдет через эти же точки, т.е. система будет иметь
два решения.

Подставим $(0; 0)$ во второе уравнение:

$$144 + 25 = a, \Leftrightarrow a = 169. \text{ — одновременно с } (0; -10)$$

Таким образом, $a = 49, a = 169$.

Ответ: 49, 169.

$$\sqrt{2}. \cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0,$$

$$-2 \sin 7x \cos 2x - \sqrt{2} \cos 4x + 2 \sin 7x \cos 2x = 0,$$

$$2 \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2} (\cos^2 2x - \sin^2 2x) = 0,$$

$$2 \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x) (\cos 2x + \sin 2x) = 0$$

$$(\cos 2x - \sin 2x) (\sqrt{2} \sin 7x - \cos 2x - \sin 2x) = 0,$$

$$a) \cos 2x - \sin 2x = 0,$$

$\cos x = 0$ не удовлетворяет уравнению, поэтому разделим на $\cos x$:

$$1 - \tan 2x = 0, \Leftrightarrow \tan 2x = 1, \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{4} + \pi k, \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}.$$

Одно из решений найдем.

$$b) \sqrt{2} \sin 7x - \cos 2x - \sin 2x = 0,$$

$$\cos 2x + \sin 2x = \sqrt{2} \sin 7x.$$

о.о.о. $\sqrt{2}$ (см. на обороте)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} y = \frac{x+y+3x-y}{2} \\ y = \frac{x+y-3x+y}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x \\ y = 4-x \end{cases}$$

2) Работаем со вторым уравнением, учитывая $x > 0, y > 0$.

$$(x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(\frac{y}{x^2})}, \Leftrightarrow e^{-\ln x \cdot \ln(x^2 y^4)} = e^{\ln y \cdot \ln(\frac{y}{x^2})} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -\ln x \cdot \ln(x^2 y^4) = \ln y \cdot \ln(\frac{y}{x^2}) \Rightarrow (1).$$

а) Подставим $y = 2x$:

$$\begin{aligned} & -\ln x \cdot \ln(16x^6) = \ln(2x) \cdot \ln \frac{2}{x^6}, \\ & -\ln x (\ln 16 + \ln x^6) = \ln(2x) (\ln 2 - \ln x^6), \\ & -\ln x \cdot \ln 16 - \ln x \cdot \ln x^6 = \ln^2 2 - \ln 2 \cdot \ln x^6 + \ln^2 \ln x - \ln x \cdot \ln x^6, \\ & \ln 2 \cdot \ln x^6 - \ln 2 \cdot \ln x - \ln x \cdot \ln 16 = \ln^2 2, \quad \text{Используем } x > 0: \\ & 6 \ln 2 \cdot \ln x - \ln 2 \cdot \ln x - 4 \ln 2 \cdot \ln x = \ln^2 2, \\ & \ln 2 \cdot \ln x = \ln^2 2, \\ & \ln x = \ln 2, \\ & x = 2. \end{aligned}$$

П.к. $y = 2x$, то $y = 4$. $(2, 4)$ — одна пара.

б) Подставим $y = 4 - x$. Перед этим упростим выражение (1), проверив его к б.у.д.

$$\begin{aligned} & \ln^2 y + 2 \ln^2 x = 3 \ln x \ln y, \\ & \ln^2(4-x) + \ln^2 x^2 = 3 \ln x \ln(4-x), \\ & \ln^2(4-x) - 3 \ln x^2 \ln(4-x) + \ln^2 x^2 = 0, \\ & (\ln(4-x) - \ln x^2)^2 = \ln x \ln(4-x). \end{aligned}$$

Для полученного уравнения функции $x \in (0; 4)$, т.е. несложно перебрать целые значения x и увидеть x .

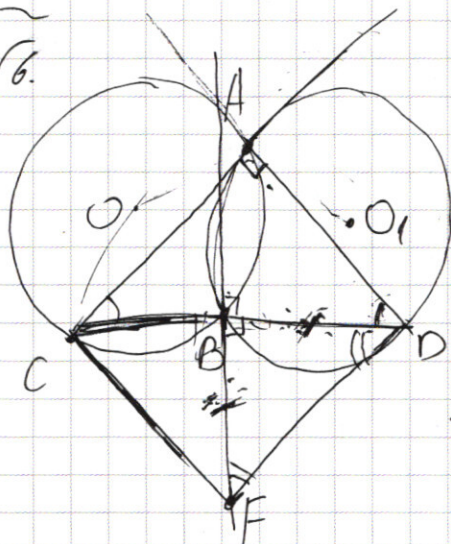
Видно, что $x=2$ является корнем уравнения.

$$y=4-x; y=2 \Rightarrow (2; 2) - \text{ещё пара.}$$

По свойствам функций видно, что ещё одно решение $(x; y)$ ~~не~~ найдем.

Ответ: $(2; 4), (2; 2)$.

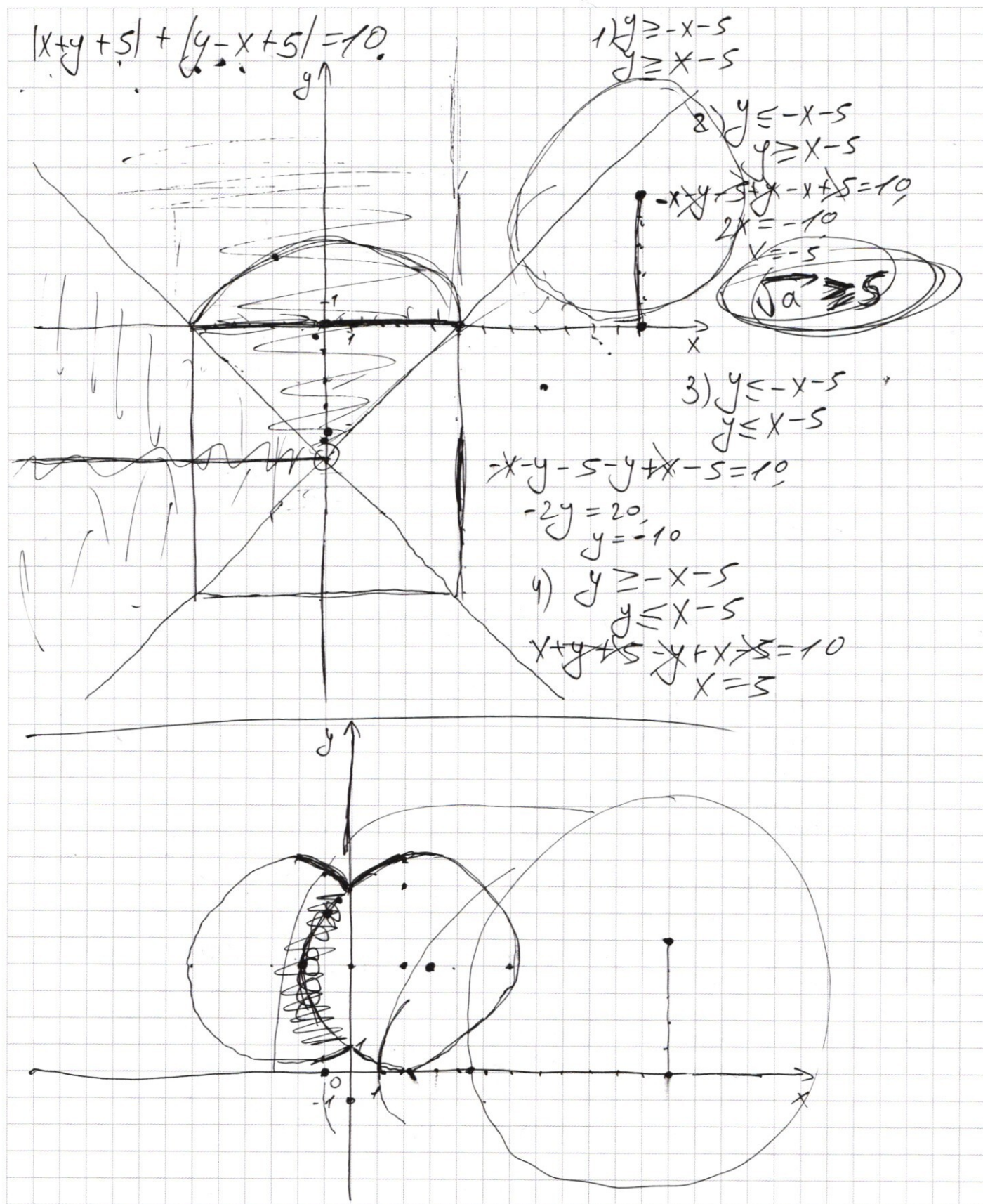
№ 6.

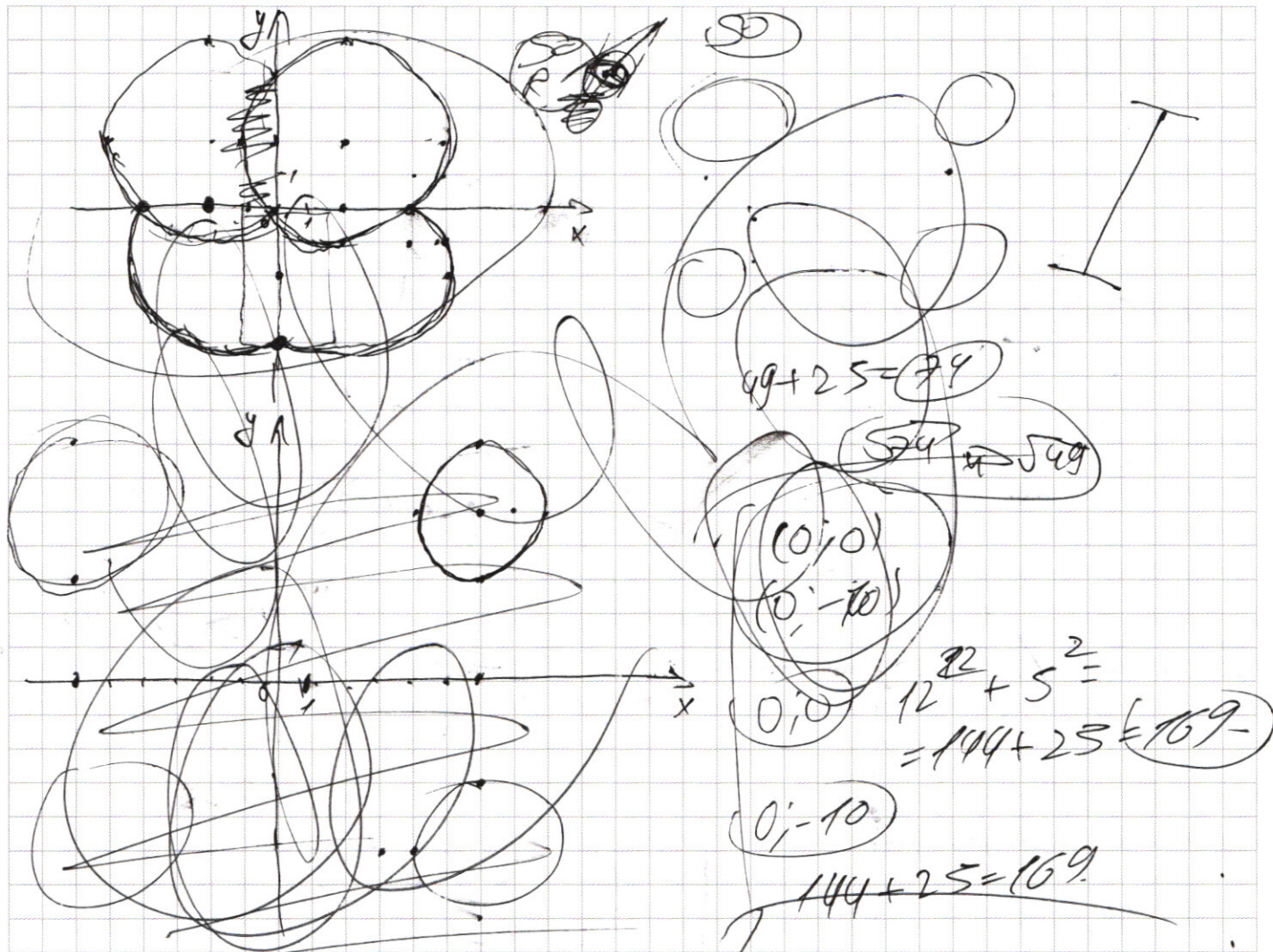


а) П.т.к. $\angle CAD = 90^\circ$, то CD — диаметр одной из окружностей, вписанных в угол $\angle CAD$.

а) П.т.к. радиусы окружностей равны, то они пересекаются по равным дугам, следовательно, $\angle ADC = \angle ACD = 45^\circ$, т.е. $AD = AC$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА





$$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$$

$$-2 \sin 7x \sin 2x - \sqrt{2} \cos 4x + 2 \sin 7x \cos 2x = 0$$

$$\cos 4x = \cos^2 2x - \sin^2 2x$$

$$2 \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2} (\cos^2 2x - \sin^2 2x) = 0$$

$$2 \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x) (\cos 2x + \sin 2x) = 0$$

$$(\cos 2x - \sin 2x) (2 \sin 7x - \sqrt{2} \cos 2x - \sqrt{2} \sin 2x) = 0$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2} (\sin(x-y) + \sin(x+y)) =$$

$$= \frac{1}{2} (\sin x \cos y - \cos x \sin y + \sin x \cos y + \cos x \sin y) =$$

$$= \sin x \cos y$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\sqrt{2} \sin 7x - \cos 2x - \sin 2x = 0$$

$$\sin 7x = \sin(5x + 2x) = \sin 5x \cos 2x + \cos 5x \sin 2x$$

$$\sqrt{2} \sin 5x \cos 2x + \sqrt{2} \cos 5x \sin 2x - \cos 2x - \sin 2x = 0$$

$$\cos 2x (\sqrt{2} \sin 5x - 1) + \sin 2x (\sqrt{2} \cos 5x - 1) = 0$$

$$\cos 2x - \sin 2x = \sqrt{2} \sin 7x$$

$$(\cos 2x - \sin 2x)^2 = -2 \sin 2x - 2 \cos 2x \Leftrightarrow \sin 2x + \cos 2x = 0$$

$$x = \frac{\pi}{8} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{\pi}{2} + 2\pi n$$

$$\frac{\pi}{4} + \pi n$$

$$\frac{3\pi}{4} + \pi n$$

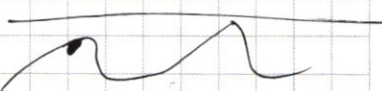
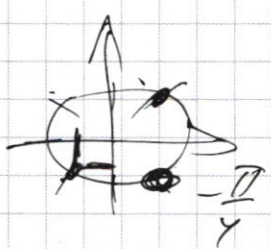
$$\frac{5\pi}{4} + \pi n$$

$$\frac{7\pi}{4} + \pi n$$

$$\frac{9\pi}{4} + \pi n$$

$$2 \cos 7x = 0$$

$$7x = \frac{\pi}{2} + \pi n$$



$$(\cos 2x - \sin 2x)^2 = 0 \Leftrightarrow \sin 2x + \cos 2x = 0$$

$$2x = \frac{\pi}{4} + \pi n \Rightarrow x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}$$

$$\cos 2x - \sin 2x$$

$$\text{погр} \Rightarrow 2x = \frac{\pi}{4} + \pi n$$

$$\frac{\pi}{4} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$\frac{\sqrt{2}}{4} - \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$\cos 2x + \sin 2x = \sqrt{2} \sin 7x$$

$$(\cos 2x + \sin 2x)' = -2 \sin 2x + 2 \cos 2x \Rightarrow 2(\cos 2x - \sin 2x)$$

$$\sin 2x = \cos 4x$$

$$x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}$$

$$\sqrt{2} \rightarrow \max$$

$$\sqrt{2} \rightarrow \min$$

$$x = \frac{\pi}{8}$$

$$x = \frac{5\pi}{8}$$

$$\sin\left(\frac{7\pi}{8} + \frac{7\pi n}{2}\right)$$

$$\sin \frac{7\pi}{8}$$

$$\sin\left(\frac{7\pi}{4 \cdot 2}\right)$$

$$y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34}$$

$$y < 76 + 2(2^{32} - 1)x$$

$$2 \cdot (2^{32} - 1) = 2^{33} - 2$$

$$76 \frac{2}{38}$$

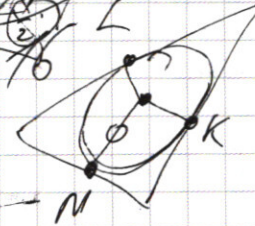
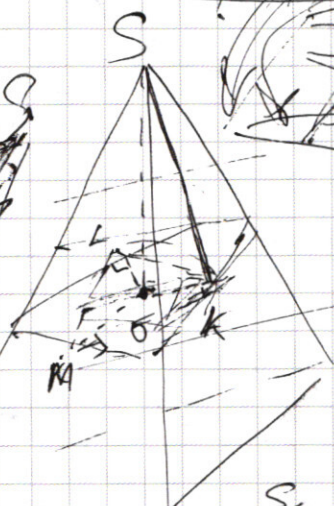
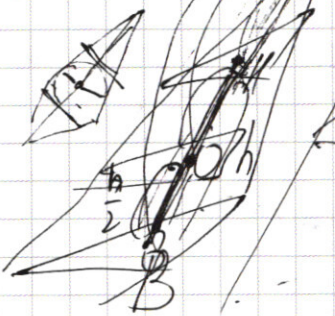
$$38 \cdot 2 = (19 \cdot 4)$$

$$19 \cdot 2$$



$$S_1 = 1$$

$$S_2 = 16$$



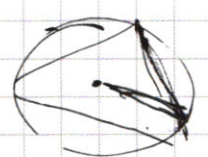
Два подобных треугольника $\frac{S_2}{S_1} = k^2 \Rightarrow k = \sqrt{\frac{S_2}{S_1}}$

$$k = \sqrt{16} = 4$$

$$\frac{SB}{4} = \frac{4}{1}$$

$$SB = 16$$

$$T.R. \sigma = 3Sh \cdot 1,5Sh \dots$$



$$4 - 4 - 8 + 16 - 8 = 0$$



$$(4-x=x^2)$$

$$x^2+x-4=0$$

$$D=1+16=17, \sqrt{D}=\sqrt{17}$$

$$\frac{4-x}{x^2}=1$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} (x^2y)^{-\ln x} = y \ln\left(\frac{y}{x^2}\right) & x > 0 \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0, & 4-x > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

$$\ln 2 - 2 \ln 2^2 = \ln 2$$

$$e^{-\ln x \cdot \ln(x^2y^4)} = e^{\frac{y}{x^2} \ln y}$$

$$\begin{aligned} y^2 - xy - 2x^2 + 8x + 4y &= 0 \\ y^2 - y(x+4) + (8x - 2x^2) &= 0 \\ D = x^2 + 8x + 16 = 32x + 8x^2 \end{aligned}$$

$$-\ln x \cdot \ln(x^2y^4) = \frac{y}{x^2} \ln y$$

$$\begin{aligned} 9x^2 - 24x + 16 &= \\ &= (3x-4)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &= 2x \\ y &= 4-x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &= \frac{x+4-3x+4}{2} = 2x \\ y &= \frac{x+4-3x+4}{2} = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (16x^6)^{-\ln x} &= \ln\left(\frac{2}{x^6}\right) \\ x &= 1 \end{aligned}$$

$$\ln 2 - \ln 6 = \ln \frac{2}{6} = \ln \frac{1}{3}$$

$$(16x^6)^{-\ln x} = (2x)^{\ln \frac{2}{x^6}}$$

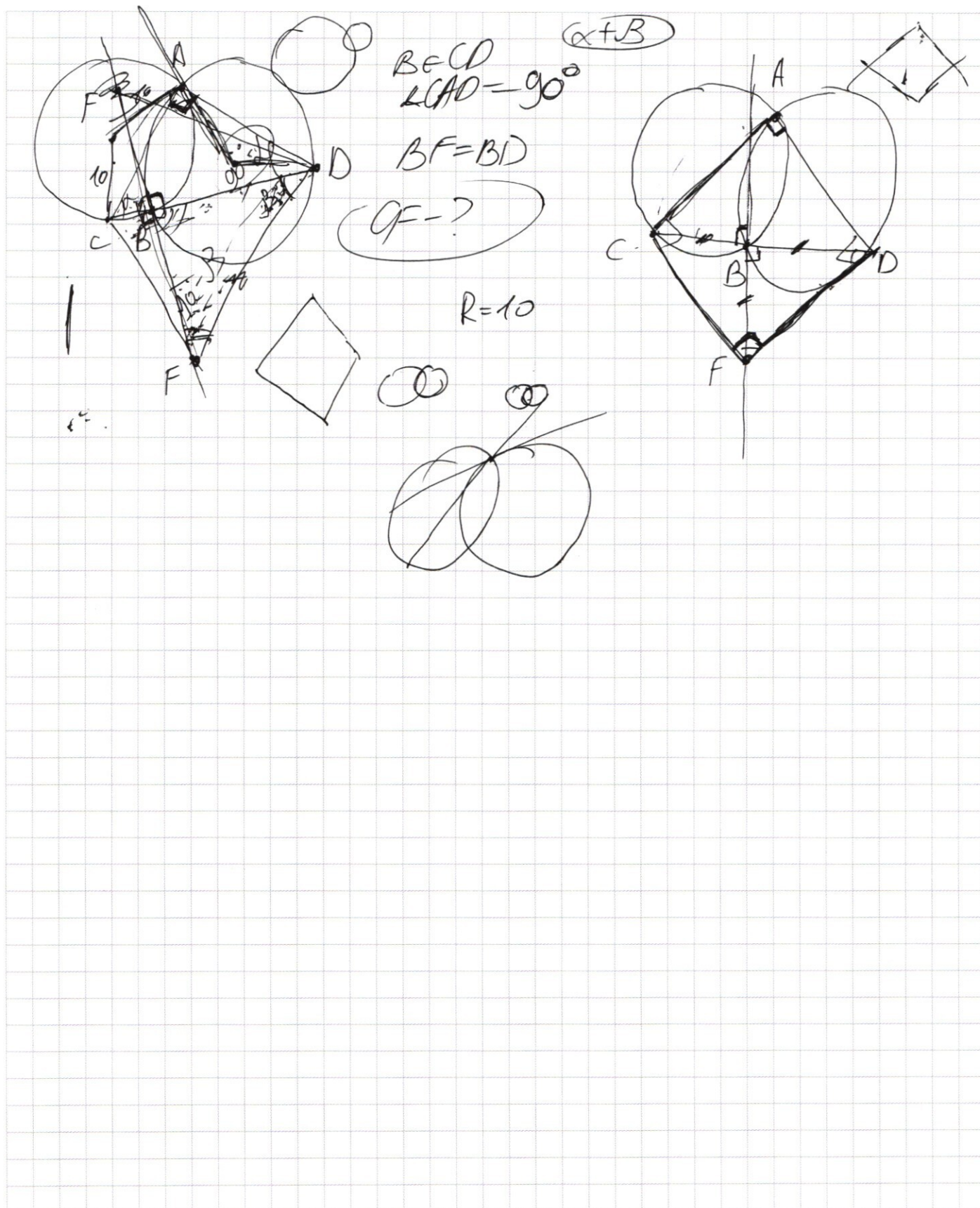
$$\begin{aligned} (16x^6)^{-\ln x} &= \ln\left(\frac{2}{x^6}\right) \\ &= \ln 2 - \ln x^6 = \ln 2 - 6 \ln x \end{aligned}$$

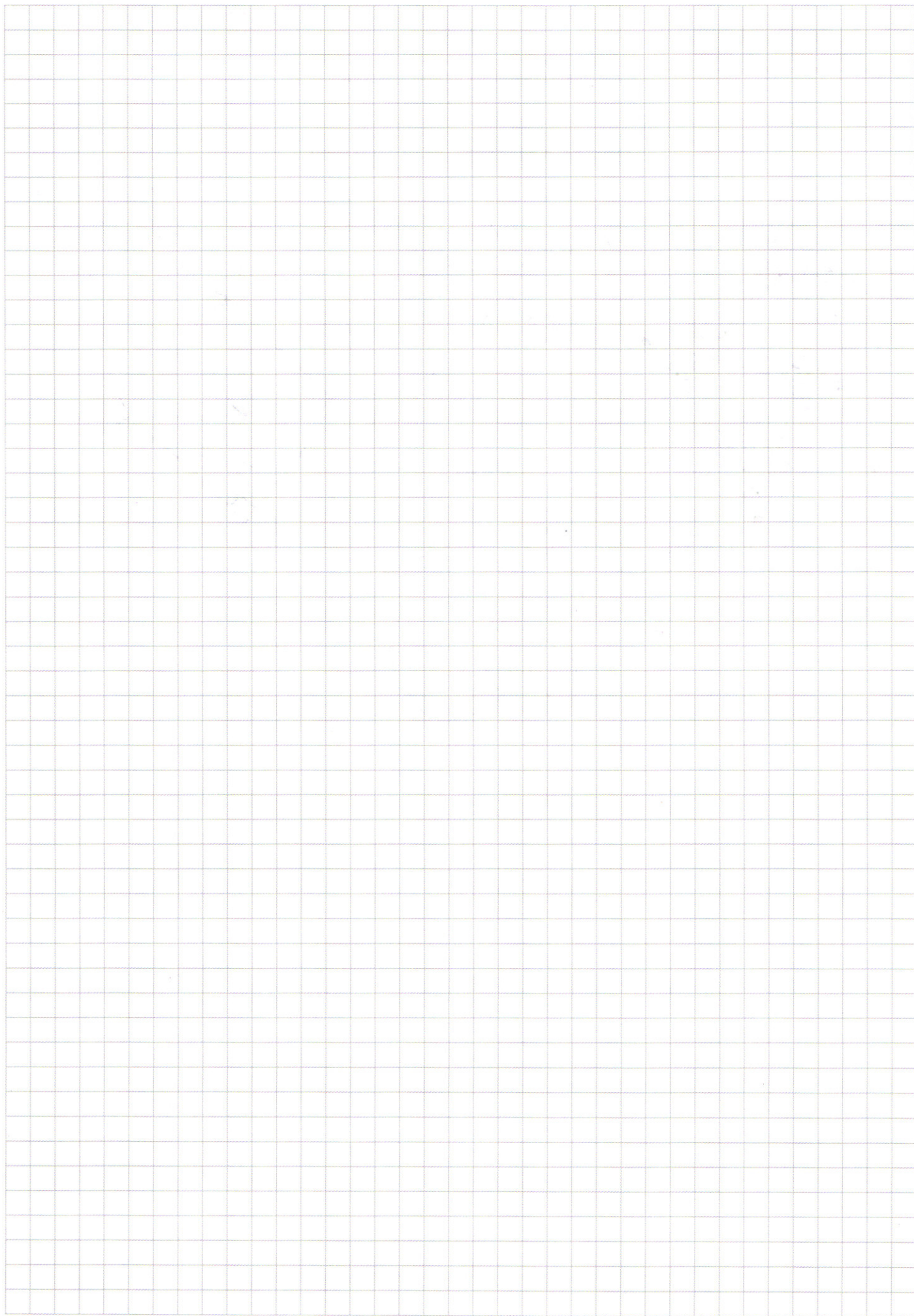
$$\begin{aligned} (16x^6)^{-\ln x} &= \ln\left(\frac{2}{x^6}\right) \\ &= \ln 2 - \ln x^6 = \ln 2 - 6 \ln x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \ln \frac{4-x}{x^2} &= \ln x \cdot \ln(4-x) \\ (16x^6)^{-\ln x} &= \ln\left(\frac{2}{x^6}\right) \\ &= \ln 2 - \ln x^6 = \ln 2 - 6 \ln x \end{aligned}$$

$(x^2 y^7)^{-\ln x} = y^{\ln(\frac{y}{x^7})}$
 $e^{-\ln x \cdot \ln(xy^2)^2} = e^{\ln y \cdot \ln(\frac{y}{x^7})}$
 $e^{-\ln x \cdot \ln x^2 y^4} = e^{\ln y \cdot \ln \frac{y}{x^7}}$
 $(y=2) \quad -\ln x \cdot \ln(16x^6) = \ln(2x) \cdot \ln \frac{2}{x^6}$
 $\frac{\ln x}{\ln 2x} = \frac{\ln x^6}{\ln 16x^6}$
 $-\ln x (\ln 16 + \ln x^6) = (\ln 2 + \ln x) (\ln 2 - \ln x)$
 $-\ln 16 \cdot \ln x - \ln x^7 = \ln^2 2 - \ln 2 \cdot \ln x + \ln 2 \cdot \ln x - \ln x^2$
 $\ln^2 2 - \ln 2 \cdot \ln x^6 + \ln 2 \cdot \ln x + \ln 16 \cdot \ln x = 0$
 $\ln^2 2 - 6 \ln 2 \cdot \ln x + \ln 2 \cdot \ln x + 4 \ln 2 \cdot \ln x = 0$
 $\ln^2 2 - \ln 2 \cdot \ln x = 0$
 $\ln 2 = \ln x \quad (\ln(4-x) = \ln x^2) = \ln x \ln(4-x)$
 $(x=2)$
 $-\ln x \cdot \ln(x^2 y^7) = \ln(4-x) \cdot \ln(\frac{4-x}{x^7})$
 $-\ln x (\ln x^2 + \ln y^7) = \ln y (\ln y - \ln x^7)$
 $-\ln x \cdot \ln x^2 + \ln x \cdot \ln y^7 = \ln^2 y - \ln y \cdot \ln x^7$
 $-2 \ln^2 x + 7 \ln x \ln y = \ln^2 y - 7 \ln y \ln x$
 $2 \ln^2 x - 4 \ln x \ln y = \ln^2 y - 13 \ln x \ln y$
 $2 \ln^2 x - 4 \ln x \ln y = \ln^2 y - 7 \ln y \ln x$
 $-2 \ln^2 x - 4 \ln x \ln y = \ln^2 y - 7 \ln x \ln y$
 $-2 \ln^2 x = \ln^2 y - 3 \ln x \ln y$
 $(\ln 2 + \ln x) \cdot \ln 2 = \ln 3^4 = 4 \ln 3$
 $(y=2x) \quad -2 \ln^2 x = \ln x \ln(2x)$
 $-2 \ln^2 x = \ln 2 \ln x + \ln^2 x$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА





☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

9261

на флор, на растерок, на муху

9267

$(18 \Rightarrow \text{gen. na } 3 \text{ u na } 9$

9261/19 ~~1~~ 2 (3) ~~4~~ ~~5~~ ~~6~~ 7 ~~8~~ 9

$$\begin{array}{r} 26178 \\ - 2413 \\ \hline 21 \end{array}$$
~~2~~ ~~7~~ ~~8~~ ~~3~~ ~~4~~ ~~5~~ ~~6~~ ~~7~~ ~~9~~
$$\begin{array}{r} 1323 \overline{) 3} \\ \underline{12} \\ 72 \\ \underline{72} \\ 0 \\ \underline{0} \\ 0 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 17 \overline{) 29} \\ \underline{12} \\ 27 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 1000 \overline{) 8125} \\ \underline{-8} \\ 20 \\ \underline{-16} \\ 40 \end{array}$$
$$9261 \overline{) 17}$$
$$\begin{array}{l} 1323 \cdot 7 = 441 \cdot 3 \cdot 7 = \\ = 147 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 = \\ = 49 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 = \\ = 7 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \end{array} \quad \begin{array}{r} 9 \\ 16 \\ \times 17 \\ \hline 272 \\ \times 5 \\ \hline 560 \end{array}$$

A5A.

АБА
ААБ
БАА

$$\frac{3!}{2!} = \frac{1 \cdot \cancel{2} \cdot 3}{1 \cdot \cancel{2}} = \frac{-21}{76 - 19} = 21$$

(33377711)

$$\frac{8!}{3! \cdot 3! \cdot 2!}$$

$3 \Rightarrow 7$
 $3 \Rightarrow 3$
 $2 \Rightarrow 1$

$$\begin{aligned} 3 &\Rightarrow 7 \\ 1 &\Rightarrow 9 \\ 2 &\Rightarrow 3 \end{aligned}$$

$\cancel{1} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{4} \cdot 5 \cdot \cancel{6} \cdot \cancel{7} \cdot \cancel{8}$

$$\frac{8!}{3! \cdot 3! \cdot 2}$$
$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 16 \\ \hline 48 \\ 180 \\ \hline 480 \end{array}$$

560

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.

$$\begin{array}{r} 1120 \\ + 560 \\ \hline 1680 \end{array}$$

777.39-144

$$\frac{8!}{3! \cdot 3!}$$

5. $4 \notin \mathbb{Z}^0$

$$\begin{array}{r} 20 \cdot 7 = 140 \\ 740 \\ \times 8 \\ \hline 1120 \end{array}$$

$$\begin{cases} (x^2 y)^{-\ln x} = y^{\ln(\frac{y}{x^7})} \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - y = 0 \end{cases}$$

$$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$$

$$-2 \sin 7x \sin 2x - \sqrt{2} \cos 4x + 2 \sin 7x \cos 2x = 0$$

$$2 \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\cos 2x - \sin 2x = \cos 4x - 2 \sin x \cos x$$

$$(\cos^2 x - 2 \sin x \cos x - \sin^2 x)$$

$$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$$

$$\cos 9x = \cos(4x + 5x) = \cos 4x \cos 5x - \sin 4x \sin 5x$$

$$\cos 4x \cos 5x - \sin 4x \sin 5x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$$

$$2 \sin 7x \cos 2x - 2 \sin 7x \sin 2x - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$(x^2 y)^{-\ln x} = y^{\ln(\frac{x}{x^2})}$$

$$x^{-2 \ln x} = y^{\ln \frac{y}{x^2} + \ln x^4}$$

$$\ln \frac{y}{x^2} + \ln x^4 = \ln \frac{y}{x^3}$$

$$|x+y+5| + |y-x+5| = 10$$

$$a) \begin{cases} y \geq -x-5 \\ y \geq x-5 \end{cases}$$

$$y+10=10$$

$$y=0$$

$$b) -x-5 \leq y-x+5=10$$

$$x=-10$$