

# МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

## ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МА

### 11 класс

ВАРИАНТ 7

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в работу.  
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 9261. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение  $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$ .
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^7)}, \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром  $O$  вписана в трёхгранный угол с вершиной  $S$  и касается его граней в точках  $K, L, M$  (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол  $KSO$  и площадь сечения трёхгранного угла плоскостью  $KLM$ , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой  $SO$ , равны 1 и 16.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 5| + |y - x + 5| = 10, \\ (|x| - 12)^2 + (|y| - 5)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 10 пересекаются в точках  $A$  и  $B$ . На первой окружности выбрана точка  $C$ , а на второй – точка  $D$ . Оказалось, что точка  $B$  лежит на отрезке  $CD$ , а  $\angle CAD = 90^\circ$ . На перпендикуляре к  $CD$ , проходящем через точку  $B$ , выбрана точка  $F$  так, что  $BF = BD$  (точки  $A$  и  $F$  расположены по разные стороны от прямой  $CD$ ). Найдите длину отрезка  $CF$ .  
б) Пусть дополнительно известно, что  $BC = 12$ . Найдите площадь треугольника  $ACF$ .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел  $(x, y)$ , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N7

7) Рассмотрим число 9261:

$$9261 = 9 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 3^3 \cdot 7^3$$

2) Число 9261 было получено с помощью перемножения  $у$  и  $х$  есть 2 набора:  $(1; 1; 3; 3; 3; 7; 7; 7)$  или  $(1; 1; 1; 3; 7; 7; 7; 9)$ . Других вариантов нет т.к.  $3 \cdot 7 = 21$  или  $7 \cdot 7 = 49$ ,  $21$  и  $49 > 9$  — это числа.

3) Для первого НАВОДА -  $(8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4) : (2 \cdot 6) = 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 2 = 560$

[illegible]

4) Для второго набора -  $(8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3) \cdot 2 : (6 \cdot 6) = 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 4 = 1120$

|               |               |                                |                                                 |                                            |
|---------------|---------------|--------------------------------|-------------------------------------------------|--------------------------------------------|
| 1<br>ВЛЯ<br>1 | 1<br>ВЛЯ<br>7 | 1<br>Т.К.<br>ЕЩЕ<br>ЕЩЕ<br>349 | 1<br>6<br>ПОВТОР-<br>НЫХ<br>СЛУЧАЕВ<br>ВЛЯ<br>1 | 1<br>6<br>ПОВТОРНЫХ<br>СЛУЧАЕВ<br>ВЛЯ<br>7 |
|---------------|---------------|--------------------------------|-------------------------------------------------|--------------------------------------------|

51  $560 + 1120 = 1680$

Объем: 1680

N3

$$\begin{cases} (x^2 y^7)^{-\ln x} = y^{\ln(\frac{y}{x^2})} & (1) \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0 & (2) \end{cases}$$

0,33:  $x > 0$

$$\frac{y}{x^7} = 70$$

$$1) \quad x^{-2 \ln x} \cdot y^{-4 \ln x} = y^{\ln y - \ln x^2}$$

$$x^{-2 \ln x} \cdot y^{-4 \ln x} = y^{\ln y} \cdot y^{-2 \ln x}$$

$$y^{-1/\ln x} \neq 0 \text{ r.k. } y^a \neq 0$$

$$x^{-2/\ln x} = y^{\ln y} \cdot y^{-3/\ln x}$$

$$x = (e^{\ln x}) \quad y = (e^{\ln y})$$

$$(e^{\ln x})^{-2/\ln x} = (e^{\ln y})^{\ln y - 3/\ln x}$$

$$e^{-2/\ln^2 x} = e^{\ln y - 3/\ln x \ln y}$$

$$-2/\ln^2 x = \ln y - 3/\ln x \ln y$$

$$\ln^2 y - 3/\ln x \ln y + 2/\ln^2 x = 0$$

$$\ln y (\ln y - 1/\ln x) - 2/\ln x (\ln y - 1/\ln x) = 0$$

$$(\ln y - 2/\ln x)(\ln y - 1/\ln x) = 0$$

$$\ln y = 2/\ln x \quad \ln y = 1/\ln x$$

$$y = x^2(a) \quad y = x(b)$$

ПОСТАВИМ В 9P-е (2):

a.1)  $x = \sqrt{y}$

$$y^2 - \sqrt{y}y - 2y + 8\sqrt{y} - 4y = 0$$

$$y^2 - y^{\frac{3}{2}} - 6y + 8y^{\frac{1}{2}} = 0 \quad | \cdot y^{\frac{1}{2}}$$

$$y^{\frac{5}{2}} - y^2 - 6y^{\frac{3}{2}} + 8y^{\frac{1}{2}} = 0$$

$$y^{\frac{5}{2}} - y^2 - 6y^{\frac{3}{2}} + 8y^{\frac{1}{2}} = 0$$

$$a^4 - a^3 - 6a^2 + 8a = 0$$

$$a = 0$$

$$a^3 - a^2 - 6a + 8 = 0$$

$$a = 2$$

$$8 - 4 - 12 + 8 = 0 - \text{ВЕРНО}$$

$$\begin{array}{r} a^3 - a^2 - 6a + 8 \quad | a-2 \\ \underline{a^3 - 2a^2} \phantom{+ 8} \\ a^2 - 6a + 8 \phantom{+ 8} \\ \underline{a^2 - 4a} \phantom{+ 8} \\ -2a + 8 \phantom{+ 8} \\ \underline{-2a + 4} \\ 4 \phantom{+ 8} \end{array}$$

$$a^2 + a - 4 = 0$$

$$D = 1 + 16 = 17$$

$$a_1 = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2} < 0$$

$$a_2 = \frac{-1 - \sqrt{17}}{2}$$

a.2)  $x = -\sqrt{y}$

$$y^2 + y\sqrt{y} - 2y + 8\sqrt{y} - 4y = 0$$

$$y^{\frac{5}{2}} + y^{\frac{3}{2}} - 6y^{\frac{3}{2}} - 8y^{\frac{1}{2}} = 0$$

$$a^4 + a^3 - 6a^2 - 8a = 0$$

$$a^3 + a^2 - 6a - 8 = 0$$

$$a = -1 \quad - \text{НЕ ПОДАЕТ}$$

$$-8 + 4 + 11 - 8 = 0 - \text{ВЕРНО}$$

$$\begin{array}{r} a^3 + a^2 - 6a - 8 \quad | a+1 \\ \underline{a^3 + a^2} \phantom{- 6a - 8} \\ -6a - 8 \phantom{- 8} \\ \underline{-6a - 6} \\ -2 \phantom{- 8} \end{array}$$

$$-a^2 - 6a$$

$$-a^2 - 2a$$

$$-4a - 8$$

$$a^2 - a - 4 = 0$$

$$D = 1 + 16 = 17$$

$$a_1 = \frac{1 + \sqrt{17}}{2}$$

$$a_2 = \frac{1 - \sqrt{17}}{2} < 0$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

УЗ пункта а.1 и а.2  $\Rightarrow a=0$

1)  $a=0$

$y=0$

$\downarrow$

$x=0$  - не по АХ по ОВЗ

2)  $a=2$   $y=4$

$x=2$

$x=2$  - не по АХ по ОВЗ

4)  $a = \frac{\sqrt{12}+1}{2}$

АНАЛОГИЧНО с 3

$$\begin{cases} y = \frac{9+\sqrt{12}}{2} \\ x = \sqrt{\frac{y+\sqrt{12}}{2}} \end{cases}$$

$a=2$

~~не по АХ~~

$a = \frac{\sqrt{12}-1}{2}$

$a = \frac{\sqrt{12}+1}{2}$

3)  $a = \frac{\sqrt{12}-1}{2}$

$y = \frac{12 - 2\sqrt{12} + 1}{2} =$

$= \frac{9 - \sqrt{12}}{2}$

$x = \sqrt{\frac{9 - \sqrt{12}}{2}}$

$x = -\sqrt{\frac{9 - \sqrt{12}}{2}}$  - не по АХ по ОВЗ

б)  $y=x$

$x^2 - x^2 - 2x^2 + 8x - 4x = 0$

$-2x(x-2) = 0$

$x' = 0$   
не по АХ  
по ОВЗ

$\begin{cases} x=2 \\ \downarrow \\ y=2 \end{cases}$

Ответ:  $(2; 2)$ ;  $(2; 4)$ ;  $(\sqrt{\frac{9+\sqrt{12}}{2}}; \frac{9+\sqrt{12}}{2})$ ;  $(\sqrt{\frac{9-\sqrt{12}}{2}}; \frac{9-\sqrt{12}}{2})$

N7

$y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34}$

$y < 76 + 2(2^{32} - 1)x$

$2^x + 3 \cdot 2^{34} \leq y < 76 + 2(2^{32} - 1)x$

$2^x + 3 \cdot 2^{34} < 76 + 2(2^{32} - 1)x$

$$2^{x-1} + 3 \cdot 2^{33} < 38 + (2^{32} - 1)x$$

$$2^{x-1} - 38 < x \cdot 2^{32} - 6 \cdot 2^{32} - x$$

$$2^{x-1} + x - 38 < 2^{32}(x-6)$$

Поскольку мы ищем целые значения, то  $x \geq 0$  т.к.  
 при  $x < 0$ :  $2^{x-1} > 0$ , а  $x - 38 > (x-6) \cdot 2^{32}$   
 т.к.  $x > (x-6)$

$$2^{x-1} + x - 38 \leq 2^{32}(x-6)$$

1) Если  $x \in (0; 6]$  то: ~~сначала~~

$$x=1$$

$$1 + 1 - 38 < -5 \cdot 2^{31} \text{ - неверно}$$

$$x=2$$

$$2 + 2 - 38 < -4 \cdot 2^{32} \text{ - неверно}$$

$$x=3$$

$$4 + 3 - 38 < -3 \cdot 2^{31} \text{ - неверно}$$

$$x=4$$

$$8 + 6 - 38 < 2 \cdot 2^{32} \text{ - верно}$$

$$x=5$$

$$16 + 5 - 38 < 2^{31} - 1 \text{ - верно}$$

$$2) x=6$$

$$32 + 6 - 38 < 0 \text{ - неверно}$$

$$3) f'(x) = (x-1) 2^{x-2} + 1$$

$$g'(x) = 2^{32}$$

$$x=29$$

$$28 \cdot 2^{27} + 1 \quad \vee \quad 2^{32}$$

$$x=30$$

$$29 \cdot 2^{28} + 1 \quad \vee \quad 2^{32}$$

для  $x \in [7; 29]$  - есть решение, а для  $f'(x) > g'(x)$  решат

нет т.к. неравенство не выполняется; всего возможных  $x$  -

- 23 для каждого  $x$  найдет  $2^{10} y = 1$  всего комбинаций

$$23 \cdot 2^{10}$$

$$\boxed{\text{Ответ: } 23 \cdot 2^{10}}$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

NS

$$\begin{cases} |x+y+5| + |y-x+5| = 10 & (1) \\ (|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = a & (2) \end{cases}$$

$a \geq 0$  если считать имеет 2 реш.

1) Рассмотрим (1):

$$|x+y+5| + |y-x+5| = 10$$

(a)                      (b)

1.1) В [1] a) + b) +

$$x+y+5+y-x+5=10$$

$$2y=0 \quad y=0$$

1.2) В [1] a) - b) +

$$-x-y-5+y-x+5=10$$

$$-2x=10 \quad x=-5$$

1.3) В [3] a) + b) -

$$x+y+5-y+x-5=10$$

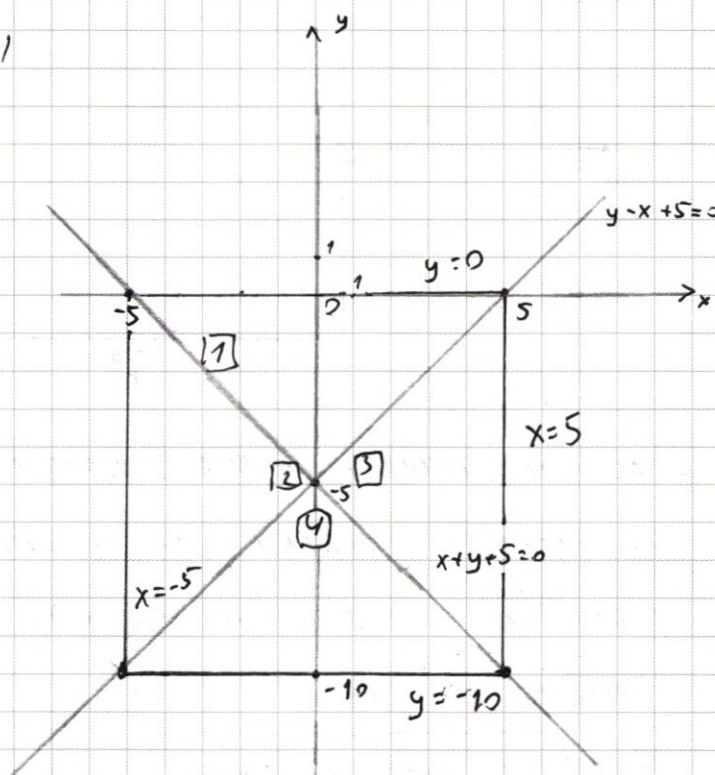
$$2x=10 \quad x=5$$

1.4) В [1] a) - b)

$$-x-y-5-y+x-5=10$$

$$-2y=10$$

$$y=-10$$



- ПЕРВОЕ УРАВНЕНИЕ ЗАДАЕТ КВАДРАТ

с центром в вершине (5; 0);

(-5; 0); (-5; -10); (5; -10)

2) Рассмотрим 2:

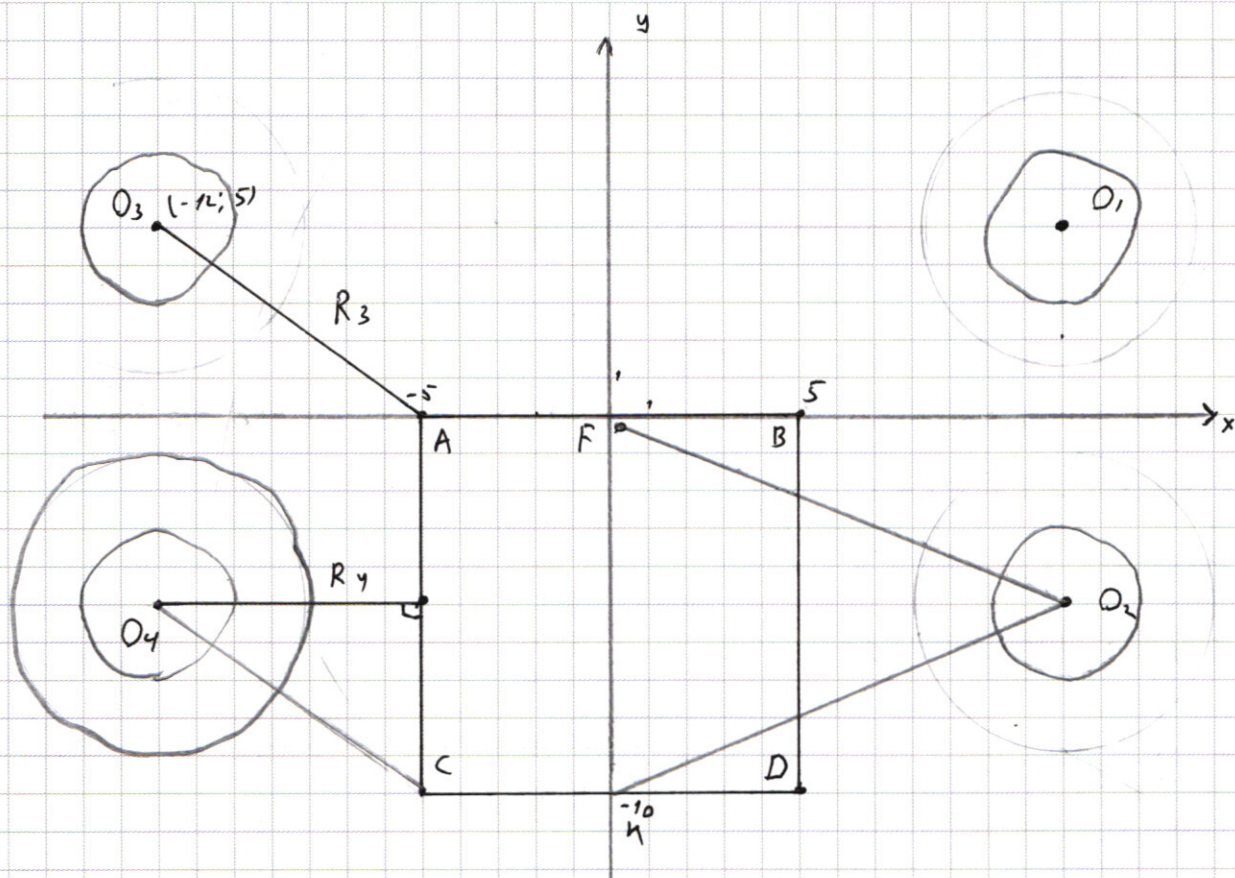
$$(|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = a$$

2.1) если  $x \geq 0$   $y \geq 0$  то это окр. с центром  $O_1(12; 5)$   $R = \sqrt{a}$

2.2) если  $x \geq 0$   $y < 0$  то это окр. с центром  $O_2(12; -5)$   $R = \sqrt{a}$

2.3) если  $x < 0$   $y \geq 0$  то это окр. с центром  $O_3(-12; 5)$   $R = \sqrt{a}$

2.4) если  $x < 0$   $y < 0$  то это окр. с центром  $O_4(-12; -5)$   $R = \sqrt{a}$



3) У нас симметричная картина относительно  $Oy \Rightarrow$  если окружности  $O_4$  касаются квадрата, то и окружности  $O_2$  касаются квадрата, аналогично с окружностями  $O_3$  и  $O_1$ .

4) Сравним  $R_3$  и  $R_4$

$$R_3 = \sqrt{(x_{O_3} - x_A)^2 + (y_{O_3} - y_A)^2} = \sqrt{(-7)^2 + (5)^2} = \sqrt{49 + 25} = \sqrt{74}$$

$$R_4 = 7$$

$R_4 < R_3 \Rightarrow$  когда окр  $O_4$  и  $O_2$  касаются квадрата (наб 2 решения), окружности  $O_3$  и  $O_1$  еще не достигнут квадрата  
 $\Downarrow a = 7^2 = 49$

5) Поскольку  $R_1 = R_2 = R_3 = R_4$ , то когда ~~окр~~ окр  $O_1, O_3$  уже не будут касаться или пересекать квадрат, окружности  $O_4$  и  $O_2$  достигнут точек  $F_1, K$  т.е. тоже 2 решения,

$$O_2 K = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13 \Rightarrow a = 169$$

6) Рассмотрим  $a$  от 49 до 169 в этих случаях окружности  $O_2$  и  $O_4$  имеют по 2 пересечения

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

КАЖДАЯ  $\Rightarrow$  решить больше 2-х

71 если  $a < 49$  или  $a > 169$ , то решений вообще не

будет т.к. в  $a < 49$  - окружность еще "не родилась", а

окружности, а при  $a > 169$  они уже за пределами квадрата,

всё остальное является ограничением для каждой из окружностей

Ответ:  $a = 49$   $a = 169$

N 2

$$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$$

$$-2 \sin 7x \sin 2x - \sqrt{2} \cos 4x + 2 \sin 7x \cos 2x = 0$$

$$2 \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) = \sqrt{2} \cos 4x$$

$$2 \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) = \sqrt{2} (\cos^2 2x - \sin^2 2x)$$

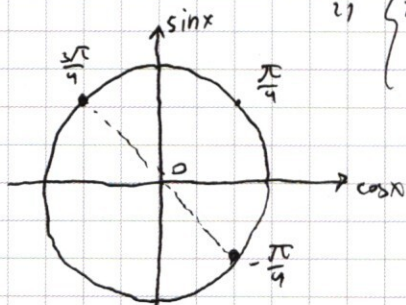
$$\sqrt{2} \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) = (\cos 2x - \sin 2x) (\cos 2x + \sin 2x)$$

$$\sqrt{2} \sin 7x = \cos 2x + \sin 2x$$

$$2 \sin^2 7x = \cos^2 2x + 2 \sin 2x \cos 2x + \sin^2 2x$$

$$2 \sin^2 7x - 1 = \sin 4x$$

$$-\cos 14x = \sin 4x$$



$$\begin{cases} 14x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi n & n \in \mathbb{Z} \\ 4x = \frac{2\pi}{4} + 2\pi k & k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{3\pi}{56} + \frac{\pi n}{7} \\ x = \frac{3\pi}{16} + \frac{\pi k}{2} \end{cases}$$

$$\frac{3}{56} + \frac{m}{7} = \frac{3}{16} + \frac{k}{2}$$

$$\frac{3}{8} + m = \frac{3}{4} + \frac{k}{2}$$

$$m = \frac{15}{16} + \frac{k}{2} = 7$$

$$\cos 2x - \sin 2x = 0 \quad | : \cos x$$

$$1 = \tan 2x$$

$$2x = \frac{\pi}{4} + \pi n \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2} \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{3\pi}{56} + \frac{15\pi + \frac{7}{2}k\pi}{7} \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{3\pi}{56} + \frac{15}{112}\pi + \frac{1}{2}k\pi$$

$$x = \frac{21\pi}{112} + \frac{\pi k}{2} \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$3) \begin{cases} 14x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi a & a \in \mathbb{Z} \\ 4x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi b & b \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{56} + \frac{\pi a}{7} & a \in \mathbb{Z} \\ x = -\frac{\pi}{56} + \frac{\pi b}{2} & b \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$-\frac{\pi}{56} + \frac{\pi a}{7} = -\frac{\pi}{56} + \frac{\pi b}{2}$$

$$-\frac{1}{8} + a = -\frac{1}{16} + \frac{7}{2}b$$

$$a = -\frac{5}{16} + \frac{7}{2}b$$

$$x = -\frac{\pi}{56} + \frac{\pi(-\frac{5}{16} + \frac{7}{2}b)}{7} \quad b \in \mathbb{Z}$$

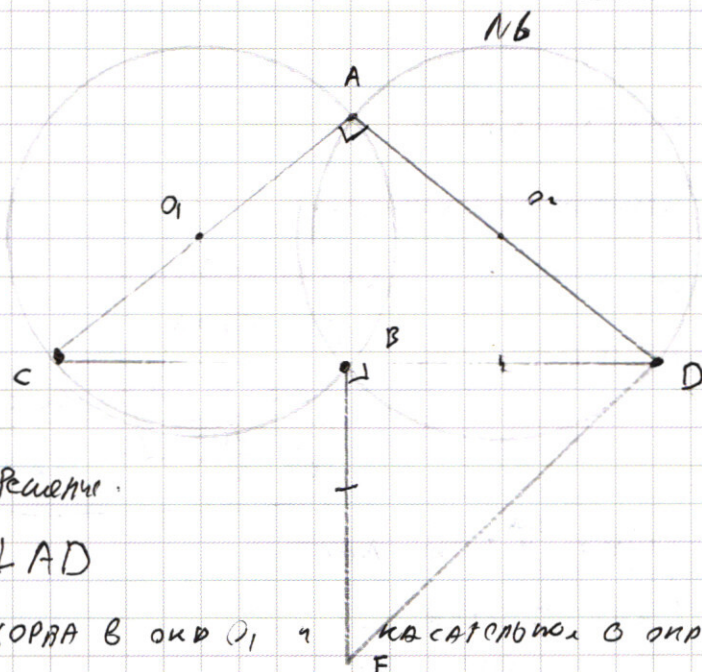
$$x = -\frac{\pi}{56} - \frac{5\pi}{112} + \frac{\pi b}{2} \quad b \in \mathbb{Z}$$

$$x = -\frac{7\pi}{112} + \frac{\pi b}{2} \quad b \in \mathbb{Z}$$

Ответ:  $x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi h}{2} \quad h \in \mathbb{Z}$

$$x = \frac{21\pi}{112} + \frac{\pi k}{2} \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$x = -\frac{7\pi}{112} + \frac{\pi b}{2} \quad b \in \mathbb{Z}$$



Решение:

1)  $AC \perp AD$

AC - хорда в окр  $O_1$  и касательная в окр  $O_2$

AD - хорда в окр  $O_2$  и касательная в окр  $O_1$ .

$\Rightarrow$

$$AC = AD = 2R$$

2)  $\triangle ACD$  - прямоугольный

$$AC^2 + AD^2 = CD^2$$

$$CD = \sqrt{100 + 100} = 10\sqrt{2}$$

Дано:

окр  $(O_1; R=10)$

окр  $(O_2; R=10)$

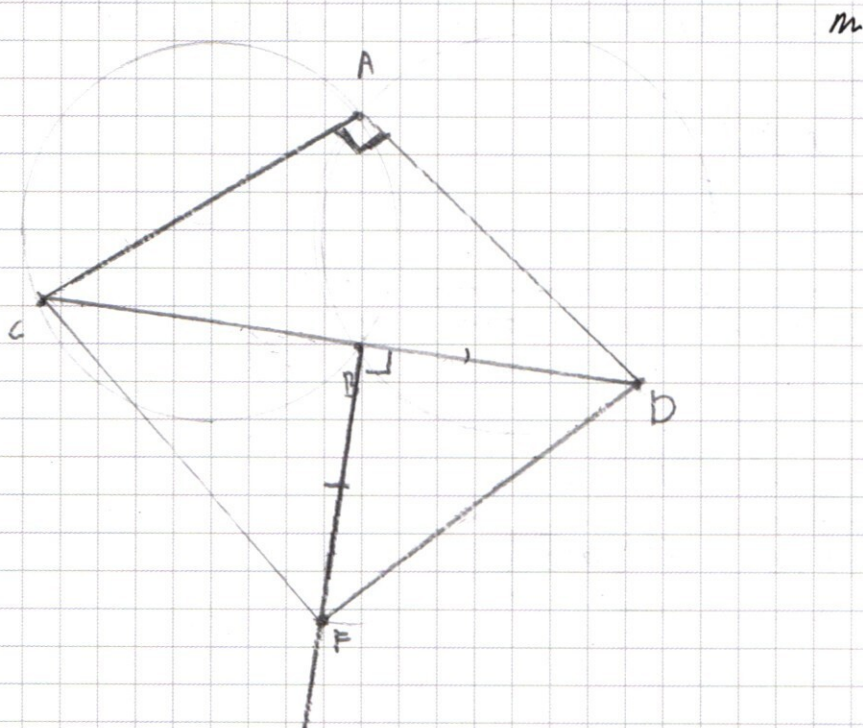
$BD = DF$

Найти:

$\angle ACF$

8)  $\triangle ACF$ , если  $BC = 12$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



3)  $\triangle CAB = \triangle DAB$  т.к.  $AB$  - общая  $AC = AD$   $\angle CBA = \angle ABD = 90^\circ$

$\Downarrow$

$$CB = BD$$

$$\left. \begin{array}{l} CB = BD \\ CB + BC = CD \end{array} \right\} \Rightarrow BC = \frac{10\sqrt{2}}{2} = 5\sqrt{2}$$

$$BD = BF = 5\sqrt{2}$$

4) т.к.  $CB = BD$   $BF$  - общая  $\angle CBF = \angle DBF$

$\Downarrow$

$$\triangle CBF = \triangle DBF$$

$\Downarrow$

$$CF = FD$$

$$5) FD = \sqrt{BF^2 + BD^2} = \sqrt{25 \cdot 2 + 25 \cdot 2} = 10$$

$\Downarrow$

$$CF = 10$$

$$6) S_{ACF} = CB \cdot BF = 60\sqrt{2}$$

Ответ: а) 10 б)  $60\sqrt{2}$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{array}{r} 9261 \overline{) 9} \\ 9 \phantom{00} \\ \hline 26 \\ 18 \phantom{0} \\ \hline 81 \\ 81 \phantom{0} \\ \hline 0 \end{array}$$

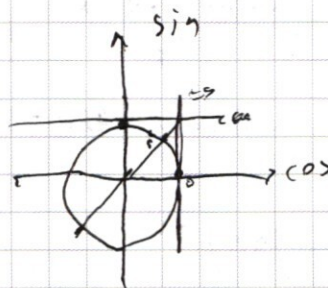
$$\begin{array}{r} 1029 \overline{) 3} \\ 9 \phantom{00} \\ \hline 129 \\ 12 \phantom{0} \\ \hline 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 343 \overline{) 12} \\ 343 \\ \hline 83 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 343 \overline{) 2} \\ 28 \phantom{0} \\ \hline 63 \end{array}$$

$$99 \div 3$$

$$8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 : (3 \cdot 6)$$



$$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x$$

$$-2 \sin 7x \sin 2x + 2 \sin 7x \cos 2x = \sqrt{2} \cos 4x$$

$$2 \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) = \sqrt{2} \cos 4x$$

$$\cos(2x + 1x) = \cos^2 2x - \sin^2 2x$$

$$\frac{2 \sin 7x}{\sqrt{2}} (\cos 2x - \sin 2x) = (\cos 2x - \sin 2x) (\cos 2x + \sin 2x)$$

$$\sqrt{2} \sin 7x = \cos 2x + \sin 2x$$

$$2 \sin^2 7x = 1 + 2 \cos 2x \sin 4x$$

$$- \cos 14x = 2 \sin 4x$$

$$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$$

$$-2 \sin 7x \sin 2x - \sqrt{2} \cos 4x + 2 \sin 7x \cos 2x = 0$$

$$2 \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) = \sqrt{2} \cos 4x$$

$$\sqrt{2} \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) = (\cos 2x - \sin 2x) (\cos 2x + \sin 2x)$$

$$\sqrt{2} \sin 7x = 1 + 2 \cos 2x \sin 4x$$

$$\sqrt{2} \sin 7x - 1 = \sin 4x$$

$$\sqrt{2} \sin 4x \cos 3x + \sin 5x \cos 4x - \sin 4x = 1$$

*Handwritten signature and scribbles.*

$$(x^2 y)^{\ln x} = y^{\ln(\frac{y}{x^2})}$$

$$y^2 - xy + 2x^2 + 8x - 4y = 0$$

$$y^2 - 2xy + x^2 - 3x^2 + xy + 8x - 4y = 0$$

$$(y-x)^2 =$$

$$xy = y^2 - 4y - 2x^2 + 8x$$

$$\frac{-2\ln x}{x} \cdot \frac{-4\ln y}{y} = y^{\ln y - 2\ln x}$$

$$\frac{-2\ln x}{x} = 6 \ln y - 3\ln x$$

$$(e^{\ln x})^{-2\ln x} = (e^{\ln y})^{6\ln y - 3\ln x}$$

$$-2\ln x = \ln y - 3\ln x \ln y$$

$$\ln y (\ln y - \ln x) - 2\ln x (\ln y - \ln x)$$

$$\ln y a^2 - 36a + 46^2$$

$$a(a-6) - 26(a-6)$$

$$(\ln x - \ln y) / (2\ln x - 2\ln y) = 0$$

$$x=y \quad x \geq y$$

$$x^{10-\ln x} = x^2 \ln(\frac{1}{x^5})$$

$$-10\ln x = 2\ln(\frac{1}{x^5})$$

$$10\ln x = 2\ln x^5$$

$$\frac{4^2}{18 \cdot 4} = \frac{3^2}{27}$$

$$2\sin^2 7x - 1 = \sin 4x$$

$$\cos 14x = \sin 4x$$

$$x^2 - x^2 - 2x^2 + 8x - 4x = 0$$

$$-2x^2 + 4x = 0$$

$$2x(2-x) = 0$$

$$y_1(y-4) - 2x(x-4)$$

$$2^x + 3 \cdot 2^{34} < 76 + 2(2^{32} - 1)x$$

$$x \geq 0$$

$$2^{x-1} + 32^{33} < 38 + (2^{31} - 1)x$$

$$2^{x-1} + 12 \cdot 2^{31} < 38 + x \cdot 2^{31} - x$$

$$2^{x-1} + x - 38 < (x-1)2^{31}$$

$$(x-1)2^{x-2} + 1 < 2^{31}$$

$$(x-1)2^{x-2} + 1 = 0$$

