

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 7

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра
боты без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 9261. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^7)}, \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 16.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 5| + |y - x + 5| = 10, \\ (|x| - 12)^2 + (|y| - 5)^2 = a \end{cases}$$

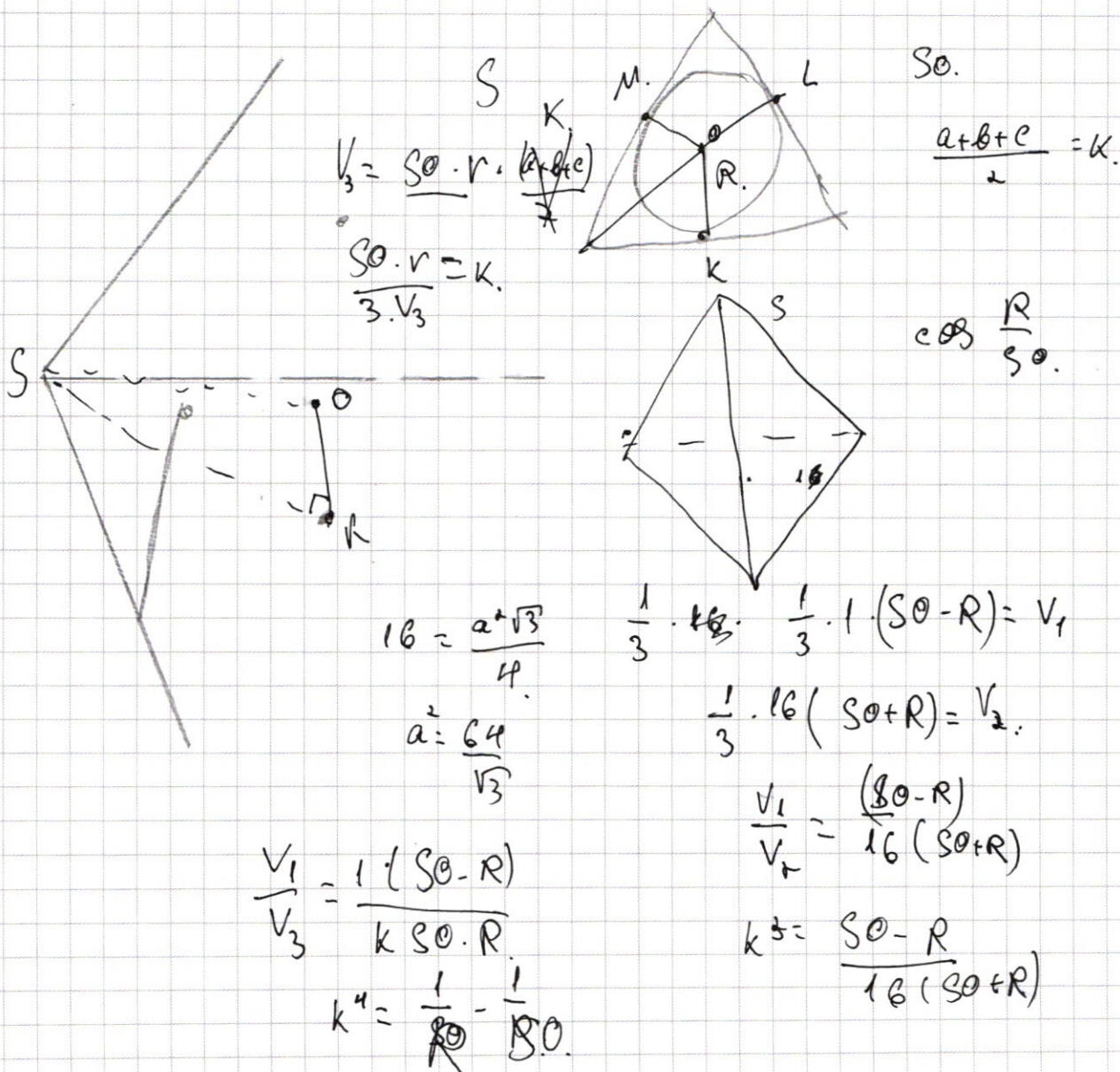
имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 10 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 12$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$V_3 = \frac{S_0 \cdot r}{3} \cdot k$
 $\frac{S_0 \cdot r}{3 \cdot V_3} = k$

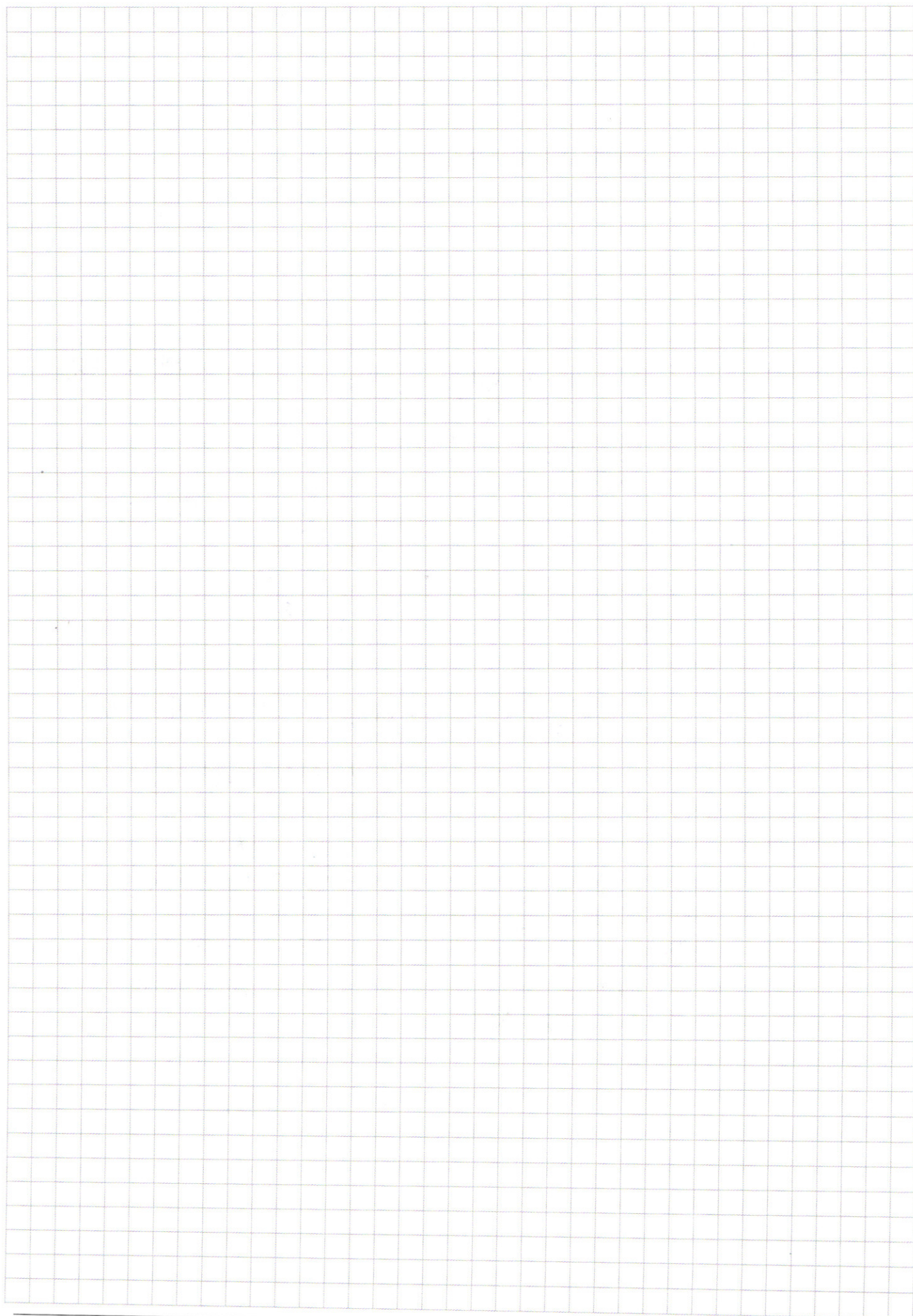
$\frac{a+b+c}{2} = k$

$\cos \frac{R}{S_0}$

$16 = \frac{a^2 + \sqrt{3}}{4}$
 $a^2 = \frac{64}{\sqrt{3}}$

$\frac{V_1}{V_3} = \frac{1 \cdot (S_0 - R)}{k S_0 \cdot R}$
 $k^4 = \frac{1}{R} - \frac{1}{S_0}$

$\frac{1}{3} \cdot 16 \cdot \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot (S_0 - R) = V_1$
 $\frac{1}{3} \cdot 16 \cdot (S_0 + R) = V_2$
 $\frac{V_1}{V_2} = \frac{(S_0 - R)}{16 (S_0 + R)}$
 $k^5 = \frac{S_0 - R}{16 (S_0 + R)}$



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$
 $\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$
 $1 - 2\sin^2 x = \cos 2x$
 $\frac{3!}{2!} = 3$
 $\frac{4!}{4} = 6$
 $20 \cdot 56 = 1120$
 $56 \cdot 2 = 112$
 $72 \cdot 4 = 288$
 $288 \cdot 2 = 576$
 $576 \cdot 2 = 1152$
 $1152 \cdot 2 = 2304$
 $2304 \cdot 2 = 4608$
 $4608 \cdot 2 = 9216$
 $9216 \cdot 2 = 18432$
 $18432 \cdot 2 = 36864$
 $36864 \cdot 2 = 73728$
 $73728 \cdot 2 = 147456$
 $147456 \cdot 2 = 294912$
 $294912 \cdot 2 = 589824$
 $589824 \cdot 2 = 1179648$
 $1179648 \cdot 2 = 2359296$
 $2359296 \cdot 2 = 4718592$
 $4718592 \cdot 2 = 9437184$
 $9437184 \cdot 2 = 18874368$
 $18874368 \cdot 2 = 37748736$
 $37748736 \cdot 2 = 75497472$
 $75497472 \cdot 2 = 150994944$
 $150994944 \cdot 2 = 301989888$
 $301989888 \cdot 2 = 603979776$
 $603979776 \cdot 2 = 1207959552$
 $1207959552 \cdot 2 = 2415919104$
 $2415919104 \cdot 2 = 4831838208$
 $4831838208 \cdot 2 = 9663676416$
 $9663676416 \cdot 2 = 19327352832$
 $19327352832 \cdot 2 = 38654705664$
 $38654705664 \cdot 2 = 77309411328$
 $77309411328 \cdot 2 = 154618822656$
 $154618822656 \cdot 2 = 309237645312$
 $309237645312 \cdot 2 = 618475290624$
 $618475290624 \cdot 2 = 1236950581248$
 $1236950581248 \cdot 2 = 2473901162496$
 $2473901162496 \cdot 2 = 4947802324992$
 $4947802324992 \cdot 2 = 9895604649984$
 $9895604649984 \cdot 2 = 19791209299968$
 $19791209299968 \cdot 2 = 39582418599936$
 $39582418599936 \cdot 2 = 79164837199872$
 $79164837199872 \cdot 2 = 158329674399744$
 $158329674399744 \cdot 2 = 316659348799488$
 $316659348799488 \cdot 2 = 633318697598976$
 $633318697598976 \cdot 2 = 1266637395197952$
 $1266637395197952 \cdot 2 = 2533274790395904$
 $2533274790395904 \cdot 2 = 5066549580791808$
 $5066549580791808 \cdot 2 = 10133099161583616$
 $10133099161583616 \cdot 2 = 20266198323167232$
 $20266198323167232 \cdot 2 = 40532396646334464$
 $40532396646334464 \cdot 2 = 81064793292668928$
 $81064793292668928 \cdot 2 = 162129586585337856$
 $162129586585337856 \cdot 2 = 324259173170675712$
 $324259173170675712 \cdot 2 = 648518346341351424$
 $648518346341351424 \cdot 2 = 1297036692682702848$
 $1297036692682702848 \cdot 2 = 2594073385365405696$
 $2594073385365405696 \cdot 2 = 5188146770730811392$
 $5188146770730811392 \cdot 2 = 10376293541461622784$
 $10376293541461622784 \cdot 2 = 20752587082923245568$
 $20752587082923245568 \cdot 2 = 41505174165846491136$
 $41505174165846491136 \cdot 2 = 83010348331692982272$
 $83010348331692982272 \cdot 2 = 166020696663385964544$
 $166020696663385964544 \cdot 2 = 332041393326771929088$
 $332041393326771929088 \cdot 2 = 664082786653543858176$
 $664082786653543858176 \cdot 2 = 1328165573307087716352$
 $1328165573307087716352 \cdot 2 = 2656331146614175432704$
 $2656331146614175432704 \cdot 2 = 5312662293228350865408$
 $5312662293228350865408 \cdot 2 = 10625324586456701730816$
 $10625324586456701730816 \cdot 2 = 21250649172913403461632$
 $21250649172913403461632 \cdot 2 = 42501298345826806923264$
 $42501298345826806923264 \cdot 2 = 85002596691653613846528$
 $85002596691653613846528 \cdot 2 = 170005193383307227693056$
 $170005193383307227693056 \cdot 2 = 340010386766614455386112$
 $340010386766614455386112 \cdot 2 = 680020773533228910772224$
 $680020773533228910772224 \cdot 2 = 1360041547066457821544448$
 $1360041547066457821544448 \cdot 2 = 2720083094132915643088896$
 $2720083094132915643088896 \cdot 2 = 5440166188265831286177792$
 $5440166188265831286177792 \cdot 2 = 10880332376531662572355584$
 $10880332376531662572355584 \cdot 2 = 21760664753063325144711168$
 $21760664753063325144711168 \cdot 2 = 43521329506126650289422336$
 $43521329506126650289422336 \cdot 2 = 87042659012253300578844672$
 $87042659012253300578844672 \cdot 2 = 174085318024506601157689344$
 $174085318024506601157689344 \cdot 2 = 348170636049013202315378688$
 $348170636049013202315378688 \cdot 2 = 696341272098026404630757376$
 $696341272098026404630757376 \cdot 2 = 1392682544196052809261514752$
 $1392682544196052809261514752 \cdot 2 = 2785365088392105618523029504$
 $2785365088392105618523029504 \cdot 2 = 5570730176784211237046059008$
 $5570730176784211237046059008 \cdot 2 = 11141460353568422474092118016$
 $11141460353568422474092118016 \cdot 2 = 22282920707136844948184236032$
 $22282920707136844948184236032 \cdot 2 = 44565841414273689896368472064$
 $44565841414273689896368472064 \cdot 2 = 89131682828547379792736944128$
 $89131682828547379792736944128 \cdot 2 = 178263365657094759585473888256$
 $178263365657094759585473888256 \cdot 2 = 356526731314189519170947776512$
 $356526731314189519170947776512 \cdot 2 = 713053462628379038341895553024$
 $713053462628379038341895553024 \cdot 2 = 1426106925256758076683791106048$
 $1426106925256758076683791106048 \cdot 2 = 2852213850513516153367582212096$
 $2852213850513516153367582212096 \cdot 2 = 5704427701027032306735164424192$
 $5704427701027032306735164424192 \cdot 2 = 11408855402054064613470328848384$
 $11408855402054064613470328848384 \cdot 2 = 22817710804108129226940657696768$
 $22817710804108129226940657696768 \cdot 2 = 45635421608216258453881315393536$
 $45635421608216258453881315393536 \cdot 2 = 91270843216432516907762630787072$
 $91270843216432516907762630787072 \cdot 2 = 182541686432865033815525261574144$
 $182541686432865033815525261574144 \cdot 2 = 365083372865730067631050523148288$
 $365083372865730067631050523148288 \cdot 2 = 730166745731460135262101046296576$
 $730166745731460135262101046296576 \cdot 2 = 1460333491462920270524202092593152$
 $1460333491462920270524202092593152 \cdot 2 = 2920666982925840541048404185186304$
 $2920666982925840541048404185186304 \cdot 2 = 5841333965851681082096808370372608$
 $5841333965851681082096808370372608 \cdot 2 = 11682667931703362164193616740745216$
 $11682667931703362164193616740745216 \cdot 2 = 23365335863406724328387233481490432$
 $23365335863406724328387233481490432 \cdot 2 = 46730671726813448656774466962980864$
 $46730671726813448656774466962980864 \cdot 2 = 93461343453626897313548933925961728$
 $93461343453626897313548933925961728 \cdot 2 = 186922686907253794627097867851923456$
 $186922686907253794627097867851923456 \cdot 2 = 373845373814507589254195735703846912$
 $373845373814507589254195735703846912 \cdot 2 = 747690747629015178508391471407693824$
 $747690747629015178508391471407693824 \cdot 2 = 1495381495258030357016782942815387648$
 $1495381495258030357016782942815387648 \cdot 2 = 2990762990516060714033565885630775296$
 $2990762990516060714033565885630775296 \cdot 2 = 5981525981032121428067131771261550592$
 $5981525981032121428067131771261550592 \cdot 2 = 11963051962064242856134263542523101184$
 $11963051962064242856134263542523101184 \cdot 2 = 23926103924128485712268527085046202368$
 $23926103924128485712268527085046202368 \cdot 2 = 47852207848256971424537054170092404736$
 $47852207848256971424537054170092404736 \cdot 2 = 95704415696513942849074108340184809472$
 $95704415696513942849074108340184809472 \cdot 2 = 191408831393027885698148216680369618944$
 $191408831393027885698148216680369618944 \cdot 2 = 382817662786055771396296433360739237888$
 $382817662786055771396296433360739237888 \cdot 2 = 765635325572111542792592866721478475776$
 $765635325572111542792592866721478475776 \cdot 2 = 1531270651144223085585185733442956951552$
 $1531270651144223085585185733442956951552 \cdot 2 = 3062541302288446171170371466885913903104$
 $3062541302288446171170371466885913903104 \cdot 2 = 6125082604576892342340742933771827806208$
 $6125082604576892342340742933771827806208 \cdot 2 = 12250165209153784684681485867543655612416$
 $12250165209153784684681485867543655612416 \cdot 2 = 24500330418307569369362971735087311224832$
 $24500330418307569369362971735087311224832 \cdot 2 = 49000660836615138738725943470174622449664$
 $49000660836615138738725943470174622449664 \cdot 2 = 98001321673230277477451886940349244899328$
 $98001321673230277477451886940349244899328 \cdot 2 = 196002643346460554954903773880698489798656$
 $196002643346460554954903773880698489798656 \cdot 2 = 392005286692921109909807547761396979597312$
 $392005286692921109909807547761396979597312 \cdot 2 = 784010573385842219819615095522793959194624$
 $784010573385842219819615095522793959194624 \cdot 2 = 1568021146771684439639230191045587918389248$
 $1568021146771684439639230191045587918389248 \cdot 2 = 3136042293543368879278460382091175836778496$
 $3136042293543368879278460382091175836778496 \cdot 2 = 6272084587086737758556920764182351673556992$
 $6272084587086737758556920764182351673556992 \cdot 2 = 12544169174173475517113841528364703347113984$
 $12544169174173475517113841528364703347113984 \cdot 2 = 25088338348346951034227683056729406694227968$
 $25088338348346951034227683056729406694227968 \cdot 2 = 50176676696693902068455366113458813388455936$
 $50176676696693902068455366113458813388455936 \cdot 2 = 100353353393387804136910732226917626776911872$
 $100353353393387804136910732226917626776911872 \cdot 2 = 200706706786775608273821464453835253553823744$
 $200706706786775608273821464453835253553823744 \cdot 2 = 401413413573551216547642928907670507107647488$
 $401413413573551216547642928907670507107647488 \cdot 2 = 802826827147102433095285857815341014215294976$
 $802826827147102433095285857815341014215294976 \cdot 2 = 1605653654294204866190571715630682028430589952$
 $1605653654294204866190571715630682028430589952 \cdot 2 = 3211307308588409732381143431261364056861179904$
 $3211307308588409732381143431261364056861179904 \cdot 2 = 6422614617176819464762286862522728113722359808$
 $6422614617176819464762286862522728113722359808 \cdot 2 = 12845229234353638929524573725045456227444719616$
 $12845229234353638929524573725045456227444719616 \cdot 2 = 25690458468707277859049147450090912454889439232$
 $25690458468707277859049147450090912454889439232 \cdot 2 = 51380916937414555718098294900181824909778878464$
 $51380916937414555718098294900181824909778878464 \cdot 2 = 102761833874829111436196589800363649819557756928$
 $102761833874829111436196589800363649819557756928 \cdot 2 = 205523667749658222872393179600727299639115513856$
 $205523667749658222872393179600727299639115513856 \cdot 2 = 411047335499316445744786359201454599278231027712$
 $411047335499316445744786359201454599278231027712 \cdot 2 = 822094670998632891489572718402909198556462055424$
 $822094670998632891489572718402909198556462055424 \cdot 2 = 1644189341997265782979145436805818397112924110848$
 $1644189341997265782979145436805818397112924110848 \cdot 2 = 3288378683994531565958290873611636794225848221696$
 $3288378683994531565958290873611636794225848221696 \cdot 2 = 6576757367989063131916581747223273588451696443392$
 $6576757367989063131916581747223273588451696443392 \cdot 2 = 13153514735978126263833163494446547176903392886784$
 $13153514735978126263833163494446547176903392886784 \cdot 2 = 26307029471956252527666326988893094353806785773568$
 $26307029471956252527666326988893094353806785773568 \cdot 2 = 52614058943912505055332653977786188707613571547136$
 $52614058943912505055332653977786188707613571547136 \cdot 2 = 105228117887825010110665307955572377415227143094272$
 $105228117887825010110665307955572377415227143094272 \cdot 2 = 210456235775650020221330615911144754830454286188544$
 $210456235775650020221330615911144754830454286188544 \cdot 2 = 420912471551300040442661231822289509660908572377088$
 $420912471551300040442661231822289509660908572377088 \cdot 2 = 841824943102600080885322463644579019321817144754176$
 $841824943102600080885322463644579019321817144754176 \cdot 2 = 1683649886205200161770644927289158038643634289508352$
 $1683649886205200161770644927289158038643634289508352 \cdot 2 = 3367299772410400323541289854578316077287268579016704$
 $3367299772410400323541289854578316077287268579016704 \cdot 2 = 6734599544820800647082579709156632154574537158033408$
 $6734599544820800647082579709156632154574537158033408 \cdot 2 = 13469199089641601294165159418313264309149074316066816$
 $13469199089641601294165159418313264309149074316066816 \cdot 2 = 26938398179283202588330318836626528618298148632133632$
 $26938398179283202588330318836626528618298148632133632 \cdot 2 = 53876796358566405176660637673253057236596297264267264$
 5387679635856640517

$$y^2 - y(x+4) - 2x^2 + 8x = 0.$$

$$9x^2$$

$$x^2 + 8x + 16 \pm 8x^2 - 32x = 0.$$

$$4x \quad 2x$$

$$y = 2x$$

$$y = -2x + 8 =$$

$$y = -x + 4.$$

$$9x^2 - 24x + 16 = 0.$$

$$(3x - 4)^2 = 0.$$

$$y = \frac{x+4 \pm 3x-4}{2}$$

$$3 \ln x - \ln y = h$$

$$3 \ln x \cdot \ln y = \ln y \cdot \ln y + 2 \ln x \cdot \ln x.$$

$$\left(t - \frac{1}{2}\right)(t - 2) = t^2 - 3t + 2.$$

$$y = -5 - x.$$

$$44x + 25 = 169.$$

$$25 + 49 =$$

$$50 + 24 = 174$$

$$(t-1)(t-1) = t^2 - 3t + 1.$$

$$9 - 8 = 1 \quad \frac{3 \pm 1}{2} = 1; \frac{1}{2}.$$

$$\begin{array}{r} 289 \\ 225 \\ \hline 514 \end{array}$$

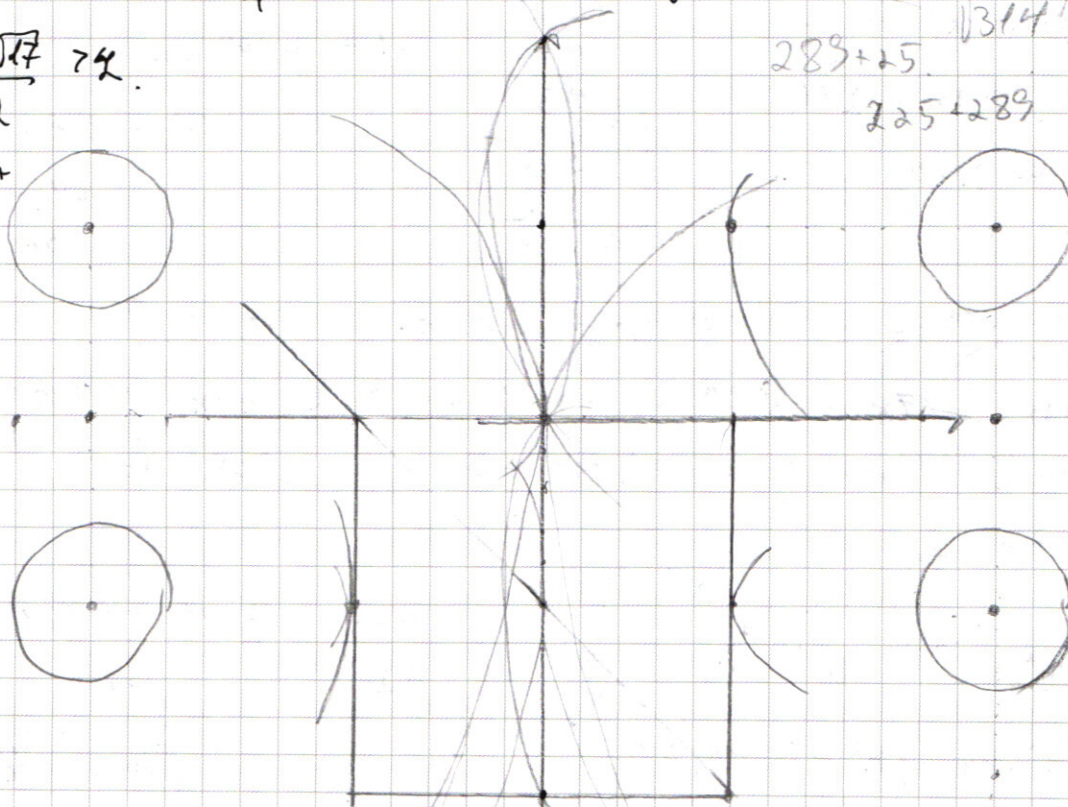
$$\frac{-1 + \sqrt{17}}{2} > x.$$

$$7 +$$

$$289 + 25.$$

$$225 + 289$$

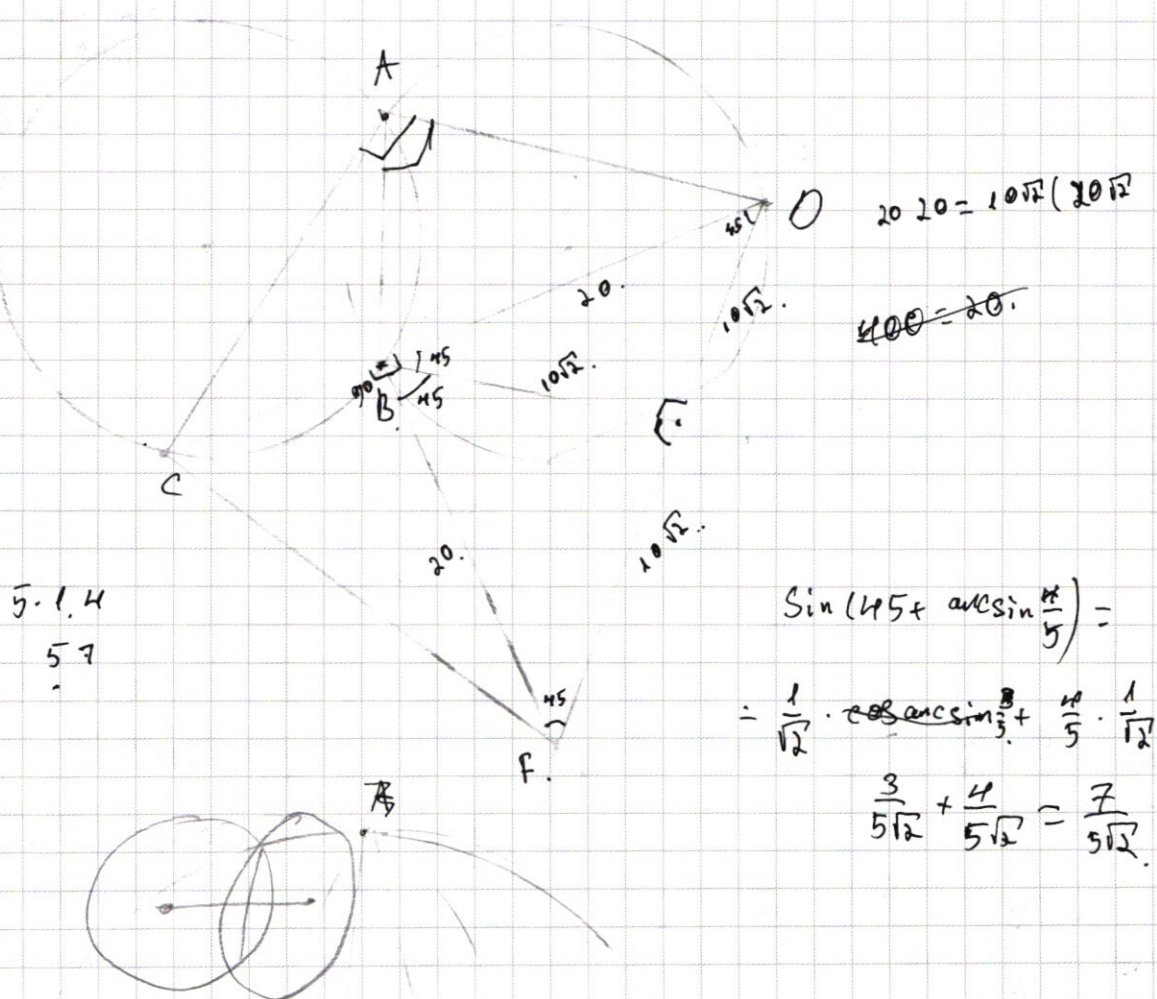
$$\sqrt{314}$$



$$169$$

$$444 + 25 = a.$$

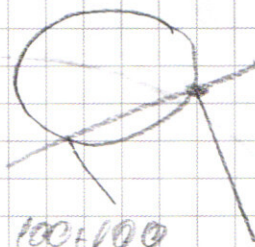
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$-\frac{1^2}{25}$$

$$\angle \beta = 30^\circ$$

$$144 + 256$$



$$100 + 100 = 200$$

$$BV = 200 - 200 \cos 2$$

$$CB = 200 + 200 \cos 2$$

$$BD + CB = 400$$

$$28.$$

$$2 \cdot 52.$$

$$26.4.$$

$$2\sqrt{26}.$$

$$S =$$

$$d = 20 - \sqrt{104}.$$

$$256 + 256.$$

$$16 \cdot 11 + 100 = 1104.$$

$$10 + 10 - d = \sqrt{104}$$

$$288 - 225.$$

$$63.$$

$$4.74$$

$$\frac{4}{296}$$

$$\sin 2 = \frac{4}{5}$$

$$\cos 2 = \frac{36}{200} = \frac{48}{100}$$

$$= \frac{12}{25}$$

$$10 - 10 + \sqrt{26}$$

$$\sqrt{26}.$$

$$\frac{26}{\sqrt{74}}$$

$$4.74 = 200 - 200 \cdot \cos 2.$$

$$2 \cdot \frac{144}{225} - 1 = \cos 22.$$

$$\frac{63}{225} = \cos 22.$$

$$2 \cos^2 2 - 1 = -\frac{12}{25}.$$

$$\frac{13}{25}.$$

$$\cos 2 = \sqrt{\frac{13}{50}}$$

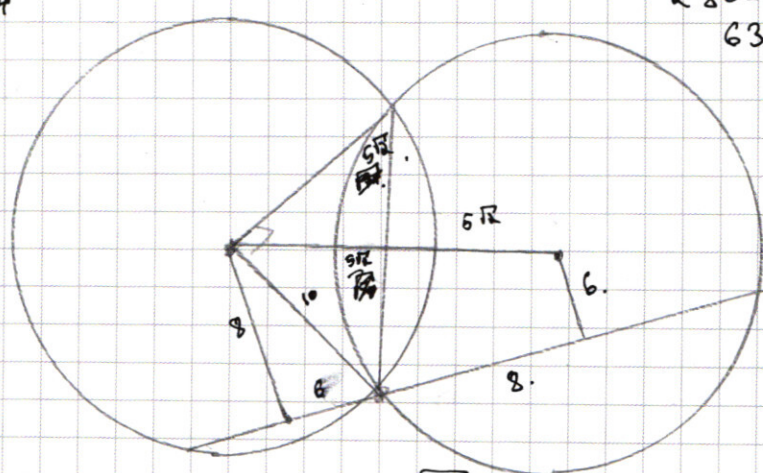
$$\frac{12}{20} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

$$1 - \sqrt{\frac{37}{50}}$$

$$F.$$

$$2\sqrt{74}$$

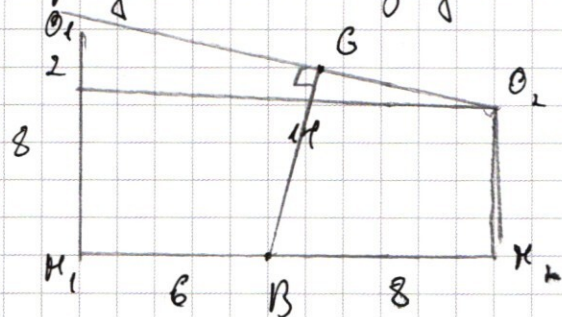
tg.



$$4.74 = 144 + x^2 - 24x \sqrt{\frac{13}{50}}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Продолжение задачи 6.



$$O_1O_2 = \sqrt{4 + 196} = \sqrt{200} = 10\sqrt{2}$$

$O_1O_2 = R + R - d$ как линия
центров.

$$10\sqrt{2} = 20 - d \quad d = 20 - 10\sqrt{2}$$

$$\text{Площадь } O_1GO_2 = 10 - \frac{d}{2} = \frac{5}{2}\sqrt{2}$$

$$\text{По Тл Пифагора } GB = \frac{5}{2}\sqrt{2}$$

$$\text{Площадь } BA = 2 \cdot GB = 10\sqrt{2}$$

III Рассмотрим $\triangle O_1BA$ можно видеть, что
 $\angle BO_1A = 90^\circ$ т.к. $O_1B^2 + O_1A^2 = AB^2$

Тогда $\angle BSA = 45^\circ$ как вписанный и опр. на ту же дугу.

$$\text{По Тл кос гуги } CBA \quad 200 = 144 + x^2 - 12\sqrt{2}x \quad x = CA.$$

$$x^2 - 12\sqrt{2}x - 56 = 0.$$

Для $\triangle ACF$ имеем

$$S = \frac{CA \cdot CF \cdot \sin FCA}{2}$$

$$\arcsin \frac{4}{5} = \arccos \frac{3}{5}$$

$$S = \frac{20 \cdot 14\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{7}{5\sqrt{2}} = 196$$

Ответ: $CF = 20$ $S_{ACF} = 196$.

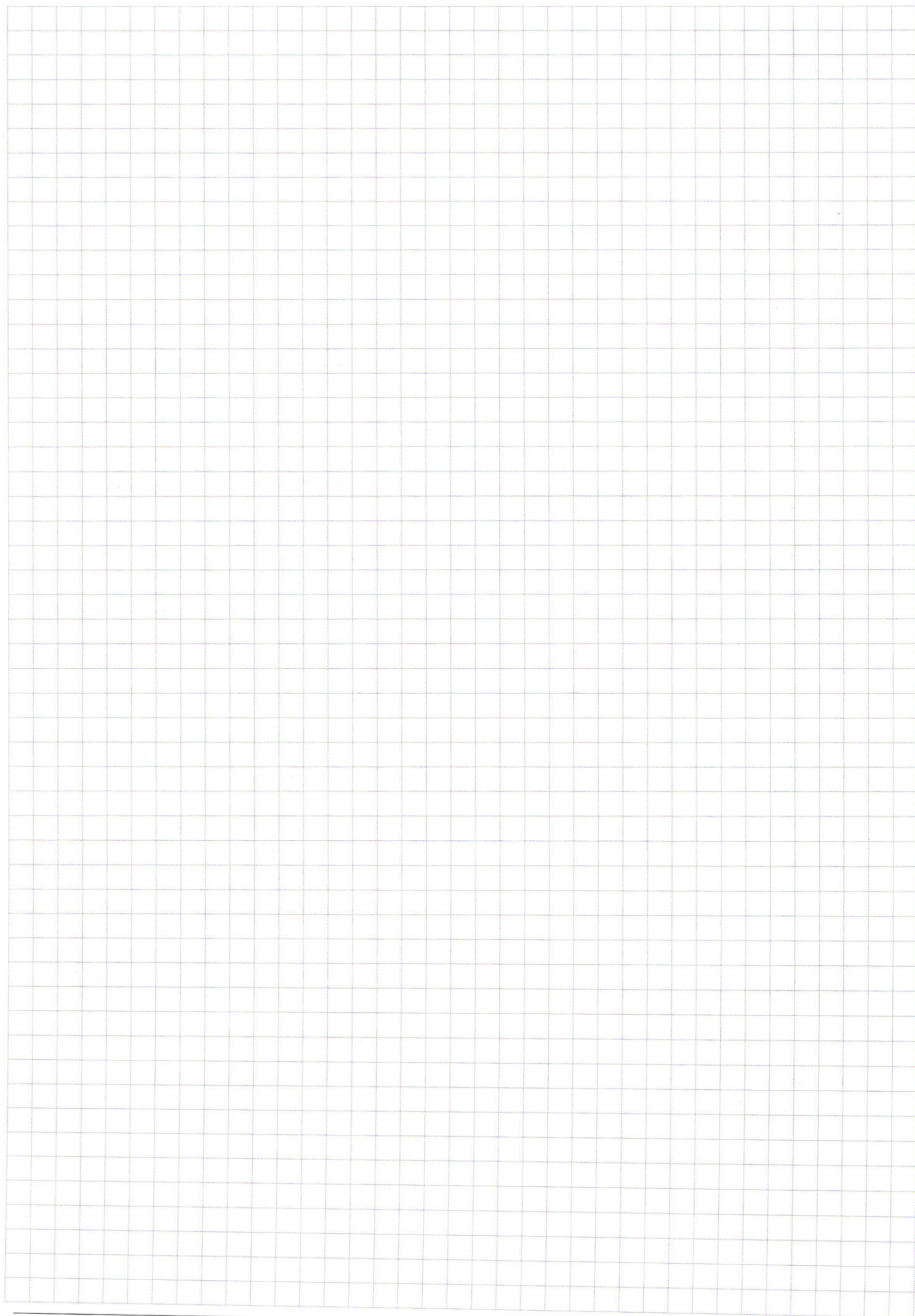
$$D = 72 + 56 = 128 = 2^6 \cdot 2$$

$$x = 6\sqrt{2} + 8\sqrt{2} = 14\sqrt{2}$$

$$\angle FCA = 45^\circ + \arcsin \frac{4}{5}$$

$$\sin(45^\circ + \arcsin \frac{4}{5}) = \sin 45^\circ \cdot \cos 2 +$$

$$+ \sin 2 \cdot \cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{3}{5} + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{4}{5} = \frac{7}{5\sqrt{2}} < 1$$



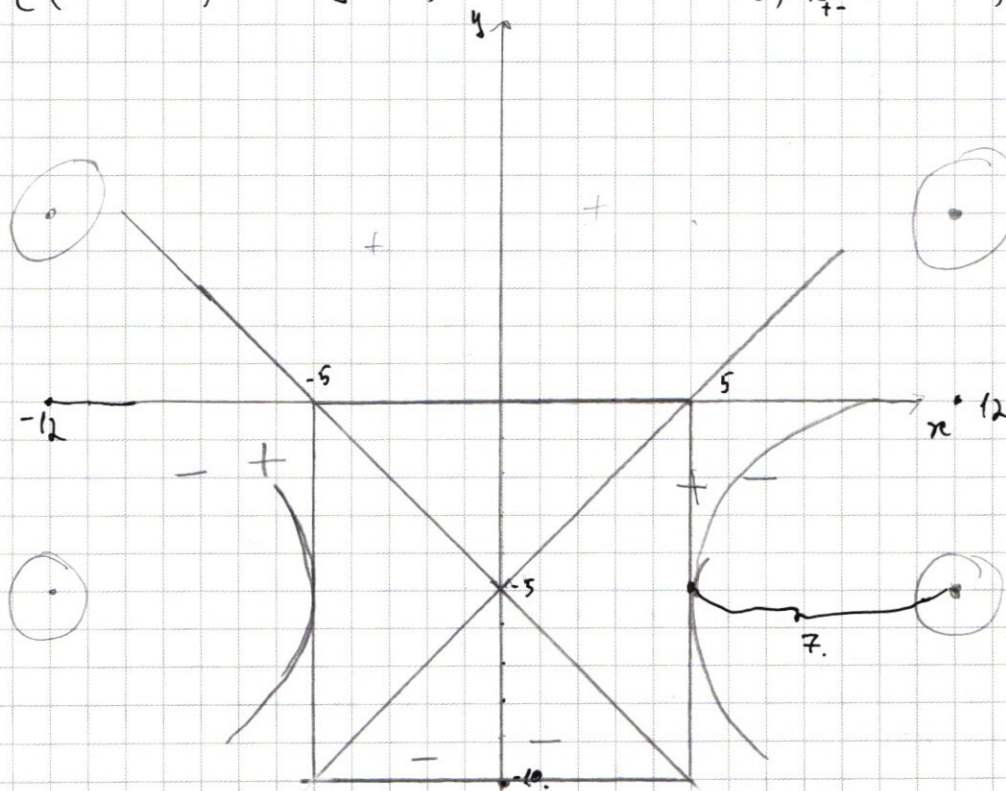
☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$V5) \begin{cases} |x+y+5| + |y-x+5| = 10 \\ (|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = a \end{cases}$$

$$I) \begin{cases} 1) y = -5 - x & 2) y = -5 + x \\ a) y_{++} = 0 & б) y_{--} = -10 \\ в) x_{+-} = 5 & 2) y_{+-} = -5 \end{cases}$$



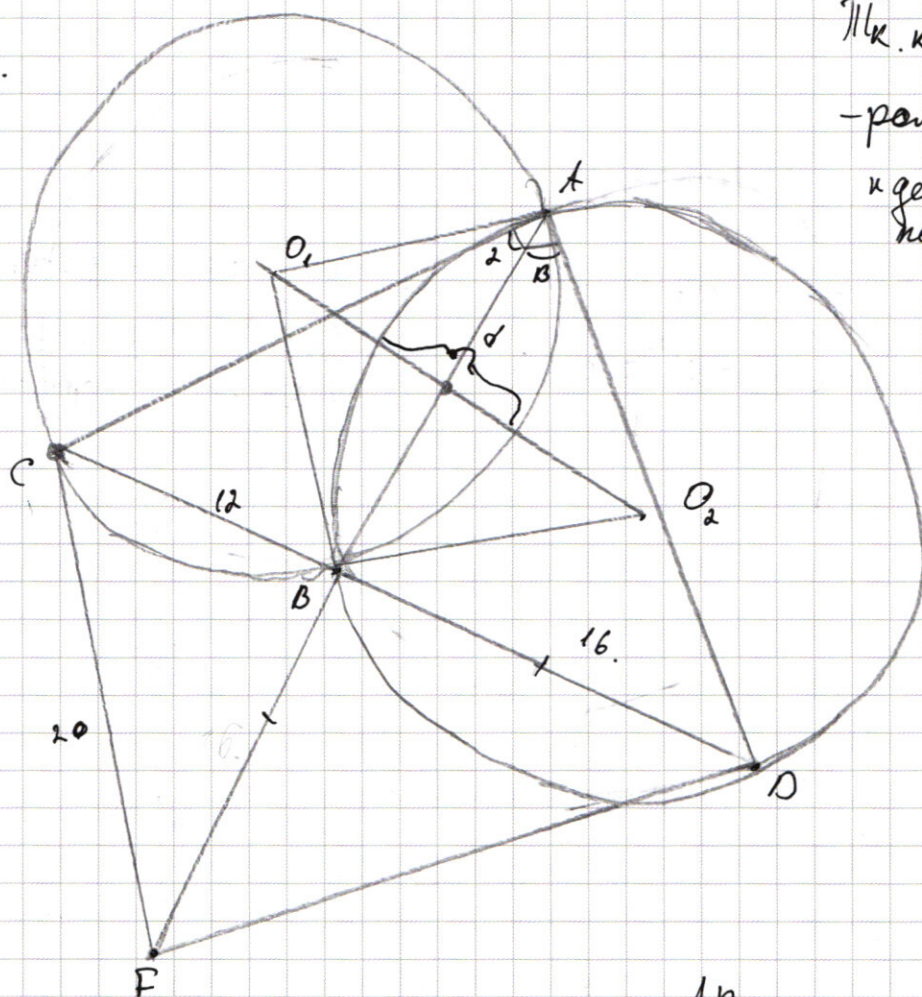
$$II) \begin{cases} 1) x > 0, y > 0 \\ \text{окр с центром в } O_1(12; 5) \\ 2) x > 0, y < 0 \\ \text{окр с центром в } O_2(12; -5) \\ x < 0, y > 0 \\ \text{окр с центром в } O_3(-12; 5) \\ x < 0, y < 0 \\ \text{окр с центром в } O_4(-12; -5) \end{cases} \text{ радиус } r$$

I Два решения
будут при касании
нижних окружностей
квадрата. Верхние
при таком случае
касаться не будут.
 $a = 49, r = 7$

II Два решения
будут тогда,
когда нижние окр.
пересекаются в точке
(0; -10) а верхние в (0; 0)
 $a = 169, r = 13$

Ответ: при $a = 169; 49$

№6.



Пл. к O_1BO_2A -
- ромб, но $AB \perp O_1O_2$
и делится точкой
пересечения.

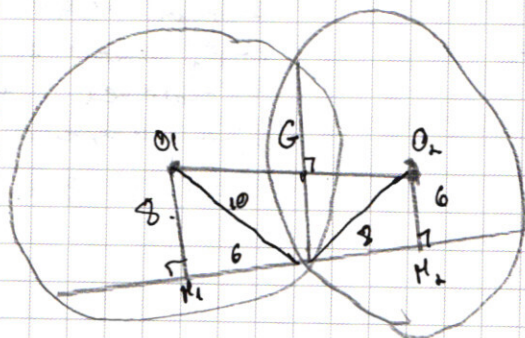
- а)
1) Проведем AB и обозначим $\angle CAB = \alpha$ $\angle DAB = \beta$
Тогда $\angle BO_1D = 2\beta$ и $\angle CO_1B = 2\alpha$ как центральные углы.
и $2\alpha + 2\beta = 180^\circ$
2) Тн cos для $\triangle BO_1D$ $BD^2 = 200 - 200 \cos 2\beta$ $2\alpha = 180 - 2\beta$
3) Тн cos для $\triangle CO_1B$ $CB^2 = 200 - 200 \cos 2\alpha$ +
4) $BD = BF$ $CB^2 = 200 + 200 \cos 2\beta$ $BD^2 + CB^2 = 400$

$$CF^2 = CB^2 + BF^2$$

$$CF^2 = 400$$

$$CF = 20$$

- б) $BC = 12$ тогда $BF = BD = 16$.



- а) Проведем O_1K_1 и O_2K_2
и проведем CB и BD .
Эти перпендикуляры поделит
 CB и BD пополам
б) Проведем линию центров,
она перпендикулярна AB .
 $O_1O_2K_1K_2$ - трапеция так как
 $O_1K_1 \parallel O_2K_2$ и $K_1K_2 \perp O_1O_2$.
По теореме Пифагора $O_1K_1 = 8$
 $O_2K_2 = 6$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1) $9261 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$

1) В записи числа не может быть нуля, так как произведение замкнуто.

1) $S_1 = \frac{8!}{3! \cdot 3!} = \frac{1 \cdot 3 \cdot 9 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 1 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2} = 4 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 8 = 1120$

2) В записи числа могут быть 1, 3, 7, 9.

2) $1, 3, 3, 3, 7, 7, 7, 1$

$S = \frac{8!}{3! \cdot 3! \cdot 2!} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2} = 2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 8 = 560$

3) $\frac{1120}{560} = 2$
 $\frac{560}{1680}$

Ответ: $N = 1680$

1/2) $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$
 $-2 \sin 7x \cdot \sin 2x - \sqrt{2} \cos 4x + 2 \sin 7x \cdot \sin 2x = 0$

$2 \sin 7x (-\sin 2x + \cos 2x) - \sqrt{2} \cos 4x = 0$

$\sqrt{2} \sin 7x \cdot \cos 4x - \cos 4x = 0$

$\cos 4x (\sqrt{2} \sin 7x - 1) = 0$

1) $\cos 4x = 0$

$4x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

$x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{4} n$

2) $\sin 7x = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$7x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n$

$7x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi n$

$x = \frac{\pi}{28} + \frac{2}{7} \pi n$

$x = \frac{3\pi}{28} + \frac{2}{7} \pi n$

$n \in \mathbb{Z}$

Ответ: $x = \frac{\pi}{28} + \frac{2}{7} \pi n$

$x = \frac{3\pi}{28} + \frac{2}{7} \pi n, n \in \mathbb{Z}$

$x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{4} n$

$$13) \begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln \frac{4}{x^2}} & (2) \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0 & (1) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x > 0 \\ \frac{y}{x^2} > 0 &\Rightarrow y > 0 \end{aligned}$$

$$(2) \frac{1}{x^{2\ln x}} \cdot y^{4\ln x} = \frac{y^{\ln 4}}{x^{2\ln x}}$$

$$\frac{1}{x^{2\ln x}} = \frac{y^{\ln 4}}{y^{3\ln x}}$$

пролог. по основ. l

$$\ln y^{3\ln x} = \ln (y^{\ln 4} \cdot x^{2\ln x})$$

$$3\ln x \cdot \ln y = \ln y \cdot \ln y + 2\ln x \cdot \ln x$$

$$3\ln x \cdot \ln y = \ln^2 y + 2\ln^2 x$$

$$2a^2 - 3ab + b^2 = 0. \quad b \neq 0$$

$$2\frac{a^2}{b^2} - 3\frac{a}{b} + 1 = 0. \quad \frac{a}{b} = t$$

$$2t^2 - 3t + 1 = 0.$$

$$t = 1 \quad t = \frac{1}{2}$$

$$a) x = 2x \quad \times$$

$$b) \begin{aligned} x &= -x + 4 \\ x &= 2 \quad y = 2 \end{aligned}$$

$$14) y^2 - y(x+4) - 2x^2 + 8x = 0.$$

$$D = x^2 + 8x + 16 + 8x^2 - 32x =$$

$$9x^2 - 24x + 16 = (3x - 4)^2$$

$$y_1 = \frac{x+4 + 3x-4}{2} = 2x$$

$$y_2 = \frac{x+4 - 3x+4}{2} = -x+4$$

$$\begin{aligned} y^{3\ln x} &= y^{\ln y} \cdot x^{2\ln x} \\ (2x)^{3\ln x} &= (2x)^{\ln 2x} \cdot x^{2\ln x} \\ \frac{3\ln x}{2} \cdot x &= \frac{\ln 2x}{2} \cdot x \end{aligned}$$

$$1) \frac{a}{b} = 1 \quad \frac{\ln x}{\ln y} = 1 \quad \ln x = \ln y \quad x = y$$

$$2) \frac{\ln x}{\ln y} = \frac{1}{2} \quad 2\ln x = \ln y \quad x^2 = y$$

$$b) x^2 = 2x \quad \begin{aligned} x &= 0 & x &= 2 \\ y &= 0 & y &= 4. \end{aligned} \quad \begin{aligned} 1) x^2 &= -x+4 \\ x^2 + x - 4 &= 0. \end{aligned}$$

$$\text{Ответ: } (2, 2); (2, 4); \left(\frac{-1+\sqrt{17}}{2}, \frac{7+\sqrt{17}}{2} \right)$$

$$\begin{aligned} D &= 17 \\ x &= \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2} \end{aligned}$$