МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МА

11 класс

ВАРИАНТ 7 ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 9261. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$.

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(x^2 y^4\right)^{-\ln x} = y^{\ln\left(y/x^7\right)}, \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения трёхгранного угла плоскостью KLM, если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO, равны 1 и 16.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, при которых система

$$\begin{cases} |x+y+5| + |y-x+5| = 10, \\ (|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 10 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD = 90°$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF.

   б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 12$. Найдите площадь треугольника ACF.

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y), удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geqslant 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2\left(2^{32} - 1\right) x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №1

$9261 = a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 \cdot a_5 \cdot a_6 \cdot a_7 \cdot a_8$

N - ? (кол-во 8-знач. чисел.) $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 a_7 a_8}$

$$\begin{array}{r|l} 9261 & 3 \\ 3087 & 3 \\ 1029 & 3 \\ 343 & 7 \\ 49 & 7 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$$\left[\begin{array}{l} 9261 = 3^3 \cdot 7^3 \cdot 1^2 \\ 9261 = 9 \cdot 3 \cdot 7^3 \cdot 1^3 \end{array} \right.$$

т.к. нам нужно произведение цифр, значит нужно 9261 разложить на числа от 1 до 9. Сделать это можно двумя способами:

I сп.: $9261 = 3^3 \cdot 7^3 \cdot 1^2$

II сп.: $9261 = 9 \cdot 3 \cdot 7^3 \cdot 1^3$

, других вариантов нет, т.к. иначе получится произведение чисел больше 9.

$$N_1 = \frac{8!}{3! \cdot 3! \cdot 2!} = \frac{4 \cdot 5 \cdot \cancel{6}^{2} \cdot 7 \cdot 8}{1 \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{3} \cdot 1 \cdot \cancel{2}} = 10 \cdot 7 \cdot 8 = 560.$$

$$N_2 = \frac{8!}{3! \cdot 3!} = \frac{4 \cdot 5 \cdot \cancel{6} \cdot 7 \cdot 8}{1 \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{3}} = 20 \cdot 7 \cdot 8 = 1120.$$

$$N = N_1 + N_2 = 560 + 1120 = 1680$$

Ответ: 1680

Задача №3

$$\begin{cases}(x^2y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^7)}\\ y^2-xy-2x^2+8x-4y=0\end{cases}$$

$\Downarrow$

$$\begin{cases}\left[\begin{array}{l}y=2x\\ y=4-x\end{array}\right.\\ (x^2y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^7)}\end{cases}$$

ОДЗ: $\begin{cases}x>0\\ \frac{y}{x^7}>0\end{cases}$

$y^2-xy-2x^2+8x-4y=0$

$y^2-xy-2x^2+4(2x-y)=0 \quad |\cdot 4.$

$4y^2-4xy-8x^2+16(2x-y)=0.$

$\underbrace{(2y)^2-2\cdot 2xy+x^2}-9x^2+16(2x-y)=0.$

$(2y-x)^2-(3x)^2+16(2x-y)=0.$

$(2y-x-3x)(2y-x+3x)+16(2x-y)=0$

$(2y-4x)(2y+2x)+16(2x-y)=0.$

$-2(2x-y)(2y+2x)+16(2x-y)=0.$

$(2x-y)(-2(2y+2x)+16)=0$

$2x-y=0$ $\qquad -4y-4x+16=0 \quad |:4.$

$\underline{y=2x.}$ $\qquad -y-x+4=0$

$x+y=4.$

$\underline{y=4-x.}$

$$\left[\begin{array}{l}(x^2\cdot 16x^4)^{-\ln x} = (2x)^{\ln\left(\frac{2x}{x^7}\right)}\\ (x^2(4-x)^4)^{-\ln x} = (4-x)^{\ln\left(\frac{4-x}{x^7}\right)}\end{array}\right.$$

1) $(16x^6)^{-\ln x} = (2x)^{\ln(2x^{-6})}$

$\ln(16x^6)^{-\ln x} = \ln(2x)^{\ln(2x^{-6})}$

$-\ln x\cdot\ln(16x^6) = \ln(2x^{-6})\cdot\ln(2x)$

$-\ln x\cdot(\ln 2^4+\ln x^6) = (\ln 2+\ln x^{-6})(\ln 2+\ln x)$

$-4\ln x\cdot\ln 2-\cancel{6(\ln x)^2} = (\ln 2)^2+\ln 2\cdot\ln x-6\ln x\cdot\ln 2-\cancel{6(\ln x)^2}$

$-4\ln x\cdot\ln 2 = (\ln 2)^2-5\ln x\cdot\ln 2$

$(\ln 2)^2 = \ln x\cdot\ln 2.$

$\ln 2 = \ln x.$

$\underline{x=2.}$ $\quad$ 2) $\quad$ $\underline{y=4.}$ $\quad$ подходит по ОДЗ

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2) $\ln\left(x^2(4-x)^4\right)^{-\ln x} = \ln(4-x)^{\ln\left(\frac{4-x}{x^7}\right)}$

$-\ln x\cdot(2\ln x+4\ln(4-x)) = \ln\left(\frac{4-x}{x^7}\right)\cdot\ln(4-x)$

$-\ln x\cdot 2\ln x - 4\ln(4-x)\cdot\ln x = (\ln(4-x)-7\ln x)\ln(4-x)$

$-2(\ln x)^2 - 4\ln(4-x)\cdot\ln x = (\ln(4-x))^2 - 7\ln x\cdot\ln(4-x).$

$2(\ln x)^2+4\ln(4-x)\cdot\ln x+(\ln(4-x))^2-7\ln x\cdot\ln(4-x)=0.$

$2(\ln x)^2+(\ln(4-x))^2-3\ln x\cdot\ln(4-x)=0.$

$(\ln(4-x))^2-2\cdot\ln x\cdot\ln(4-x)+(\ln x)^2+(\ln x)^2-\ln x\cdot\ln(4-x)=0.$

$(\ln(4-x)-\ln x)^2-\ln x(\ln(4-x)-\ln x)=0.$

$(\ln(4-x)-\ln x)(\ln(4-x)-\ln x-\ln x)=0.$

$\ln(4-x)=\ln x.$

$4-x=x.$

$\underline{x=2.}$

$\Downarrow$

$\underline{y=4-2=2.}$

$\ln(4-x)=2\ln x.$

$4-x=x^2$

$\ln(4-x)=\ln x^2$

$x^2+x-4=0.$

$D=1+4\cdot4=17.$

$x_1=\frac{-1-\sqrt{17}}{2}$ - не подх. по ОДЗ.

$x_2=\frac{-1+\sqrt{17}}{2}$ - подх. по ОДЗ.

$\frac{\sqrt{17}-1}{2} > \frac{3}{2}$

(т.к. $\frac{3}{2}=\frac{\sqrt{16}-1}{2}$).

$\Downarrow$

$y=4-\frac{\sqrt{17}-1}{2}.$

Ответ: $(2;4)$; $(2;2)$; $\left(\frac{\sqrt{17}-1}{2};\ 4-\frac{\sqrt{17}-1}{2}\right)$

Задача №5

$$\begin{cases} |x+y+5| + |y-x+5| = 10 \\ (|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = a \end{cases}$$

Решим графическим методом.

$|x+y+5| + |y-x+5| = 10$.

1)	+	+
2)	+	−
3)	−	+
4)	−	−

① $\begin{cases} x+y+5 \geq 0 \\ y-x+5 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y \geq -5-x \\ y \geq x-5 \end{cases}$ ③ $\begin{cases} y \leq -5-x \\ y \geq x-5 \end{cases}$

② $\begin{cases} y \geq -5-x \\ y \leq x-5 \end{cases}$ ④ $\begin{cases} y \leq -5-x \\ y \leq x-5 \end{cases}$

1) $\cancel{x}+y+5+y-\cancel{x}+5=10$

$2y=0$

$y=0$

2) $x+\cancel{y}+\cancel{5}-\cancel{y}+x-\cancel{5}=10$

$2x=10$

$x=5$

3) $-x-\cancel{y}-\cancel{5}+\cancel{y}-x+\cancel{5}=10$

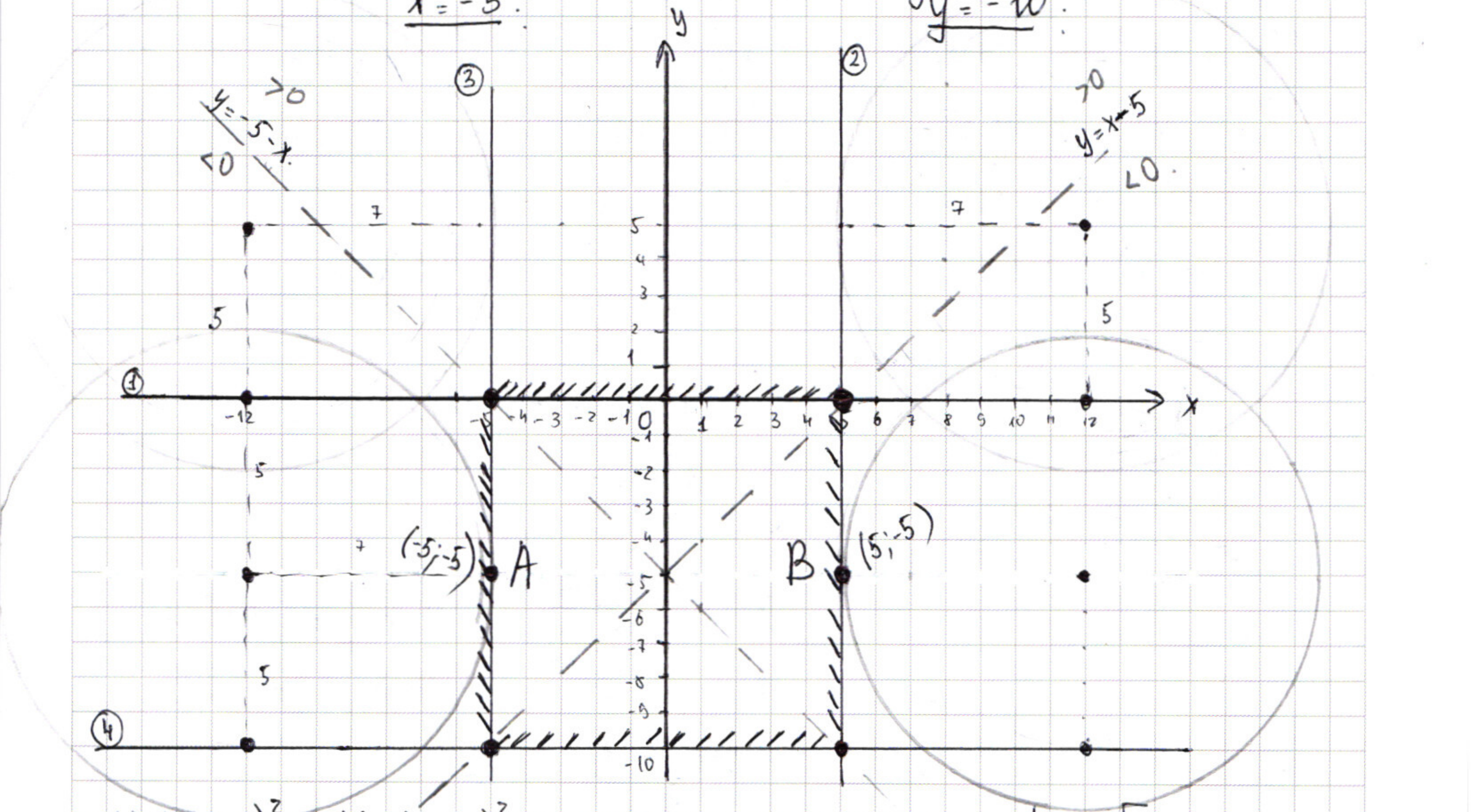
$-2x=10$

$x=-5$

4) $-\cancel{x}-y-5-y+\cancel{x}-5=10$

$-2y=20$

$y=-10$



$(|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = a$ — окружность с $R = \sqrt{a}$

центры: $\begin{cases} |x| = 12 \\ |y| = 5 \end{cases}$ $(12,5)$; $(-12;5)$; $(12;-5)$; $(-12;-5)$

Система имеет два решения только в том случае, когда радиус 7 и окружности касаются $x=-5$ и $x=5$ в т. A и т. B.

$R=7 \Rightarrow a = 7^2 = 49$.

Ответ: 49.

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

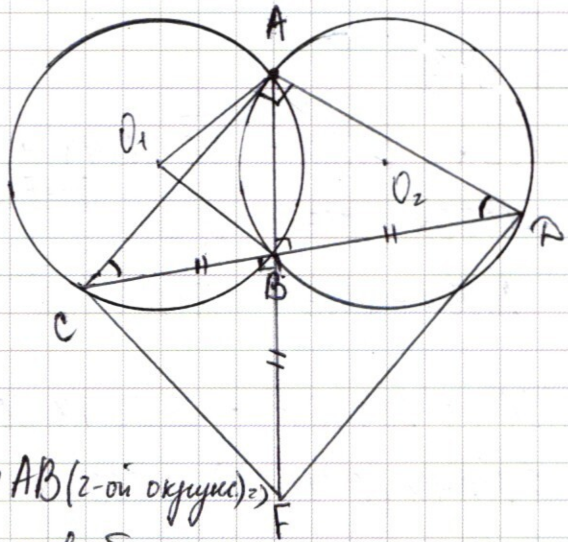
[Задача №6]

Дано: $R = R_1 = R_2 = 10$

$\angle CAD = 90^\circ$

$BD = BF$; $AB \perp CD$

Найти: а) CF б) $BC = 12$, S_{ACF} - ?



Решение:

а) 1. $\angle ACB = \frac{1}{2} \cup AB$ (1-ой окруж.)

$\angle ADB = \frac{1}{2} \cup AB$ (2-ой окруж.)

т.к. $R_1 = R_2 \Rightarrow \cup AB$ (1-ой окруж.) $= \cup AB$ (2-ой окруж.) $\Rightarrow$

$\angle ACB = \angle ADB \Rightarrow AC = AD$, $\triangle ACD$ - равнобедр.

2. т.к. $\angle CAD = 90^\circ \Rightarrow \angle ACD = \angle ADC = 45^\circ \Rightarrow \cup AB = 90^\circ$

3. $AB \perp CD \Rightarrow AB$ - высота $\triangle ACD$ - равнобедр. $\Rightarrow AB$ - медиана $\Rightarrow$

$CB = BD$

4. $\cup AB = 90^\circ \Rightarrow \angle AO_1B = 90^\circ \Rightarrow AB = \sqrt{O_1A^2 + O_1B^2}$ по Т. Пифагора $\Rightarrow$

$AB = \sqrt{10^2 + 10^2} = 10\sqrt{2}$.

5. т.к. AB - высота $\Rightarrow AB^2 = CB \cdot BD = 200 \Rightarrow BD^2 = 200$

$BD = 10\sqrt{2}$.

$BF = 10\sqrt{2}$ (по усл.).

6. $AB \perp CD \Rightarrow \angle FBD = 90^\circ \Rightarrow FD^2 = BD^2 + BF^2$

$FD^2 = 200 + 200 \Rightarrow FD = 20$.

7. $\left.\begin{array}{l} \angle CBF = \angle FBD = 90^\circ \\ CB = BD \\ BF \text{ - общ.} \end{array}\right\} \Rightarrow \triangle CBF = \triangle DBF$ (по I пр.) $\Rightarrow CF = FD \Rightarrow CF = 20$.

б) $S_{ACF} = \frac{1}{2} \cdot AF \cdot CB$.

$AF = AB + BF = 10\sqrt{2} + 10\sqrt{2} = 2\sqrt{2} \cdot 10 = 20\sqrt{2}$.

$CB = BD = 10\sqrt{2} \Rightarrow S_{ACF} = \frac{1}{2} \cdot 20\sqrt{2} \cdot 10\sqrt{2} = \frac{200 \cdot 2}{2} = 200$

Ответ: а) 20

б) 200

Задача №2.

$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cdot \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$

$\cos 9x - \cos 5x = 2 \cdot \sin \frac{9x+5x}{2} \cdot \sin \frac{5x-9x}{2} = 2 \cdot \sin 7x \cdot \sin(-2x)$

$\sin 9x + \sin 5x = 2 \cdot \sin \frac{9x+5x}{2} \cdot \cos \frac{9x-5x}{2} = 2 \cdot \sin 7x \cdot \cos 2x$.

$2 \sin 7x \cdot \sin(-2x) + 2 \cdot \sin 7x \cdot \cos 2x - \sqrt{2} \cdot \cos 4x = 0$.

$2 \cdot \sin 7x (\sin(-2x) + \cos 2x) - \sqrt{2} \cdot \cos 4x = 0$.

$2 \cdot \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2} \cdot \cos 4x = 0$.

$2 \cdot \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2} \cdot (\cos^2 2x - \sin^2 2x) = 0$.

$(\cos 2x - \sin 2x)(2 \cdot \sin 7x - \sqrt{2}(\cos 2x + \sin 2x)) = 0$

$\cos 2x - \sin 2x = 0 \; | : \sin 2x$.

$\operatorname{ctg} 2x - 1 = 0$.

$\operatorname{ctg} 2x = 1$.

$2x = \frac{\pi}{4} + \pi k, \; k \in Z$

$x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}, \; k \in Z$

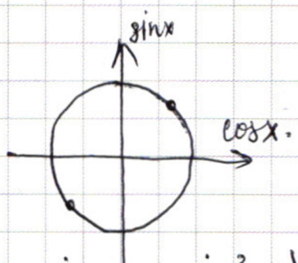
$2 \cdot \sin 7x - \sqrt{2} \cdot \cos 2x - \sqrt{2} \cdot \sin 2x = 0$.

$2 \cdot \sin 7x = \sqrt{2}(\cos 2x + \sin 2x) \quad | : \sqrt{2}$.

$\sqrt{2} \sin 7x = \cos 2x + \sin 2x$.

$\sqrt{2} = \frac{\cos 2x + \sin 2x}{\sin 7x}$.

$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sin 7x}{\cos 2x + \sin 2x}$.



$4 \cdot \sin^2 7x = 2(\cos^2 2x + 2\cos 2x \cdot \sin 2x + \sin^2 2x)$.

$4 \cdot \sin^2 7x = 2(1 + 2\sin 4x)$.

$\underbrace{2 \cdot \sin^2 7x}_{[0;2]} = 1 + 2\sin 4x$.

$[0; 1]$ $\quad$ $[-1; 1]$

$[0; 2]$ $\quad$ $[-1; 3]$

$[0; 2]$

Ответ: $\frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}, \; k \in Z$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\ln(16x^6)^{-\ln x} = \ln(2x)^{\ln(2x^{-6})}$

$-\ln x \cdot \ln(16x^6) = \cancel{\ln(2x^{-6}) \ln(2x)} \cdot \ln(2x^{-6}) \cdot \ln 2x$

$\log_a b$

$-\ln x \cdot (\ln 16 + 6\ln x) = (\ln 2 - 6\ln x) \cdot \ln 2x$

$-4\ln x \cdot \ln 2 - 6(\ln x)^2 = \ln 2 \cdot \ln 2x - 6\ln x \cdot \ln 2x$

$-4\ln x \cdot \ln 2 - \cancel{6(\ln x)^2} = \ln^2 2 + \ln 2 \cdot \ln x - \cancel{6(\ln x)^2} - 6\ln x \cdot \ln 2$

$-4\ln x \cdot \ln 2 = \ln^2 2 - 5\ln 2 \cdot \ln x$

$\cos\alpha - \cos\beta = 2\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha+\beta}{2}$

$\ln^2 2 = \ln x \cdot \ln 2$

$\underline{x=2}$

$\log_2 8 + \log_2 4 = 5$

$\log_2 32$

ln cos

$\sin 0^\circ + \sin\frac{\pi}{2} = 2\cos\frac{\pi}{2}\cdot\sin$

$2y^2 + x^2 - 3y\cdot x = 0 \quad |\cdot 2$

$2y^2 - 2\cdot 2yx + x^2 + yx = 0$

$y \geqslant 2^x + 3\cdot 2^{34}$

$\cancel{2y \neq x}$

$76 : 2 = 38$, $38 : 2 = 19$

$y < 19\cdot 2\cdot 2 + 2(2^{32}-1)x$

$x^2 - 2xy + y^2 - xy + y^2 = 0$

1, 2, 2, 3 — 12 вар.

$(x-y)^2 - y(x-y) = 0$

$(x-y)(x-y-y) = 0$

$\frac{4!}{(4-1)!\cdot 1!}$ $\quad 4! = 1\cdot 2\cdot 3\cdot 4 = 2\cdot 3\cdot 4$

$\frac{4!}{(4-2)!} = \frac{4!}{2!} = 3\cdot 4$

$\boxed{\cos a - \cos b} = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{b-\alpha}{2}$

$\sin a + \sin b = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cancel{\sin}\frac{\alpha-\beta}{2}$

$\sin\alpha + \sin\alpha = 2\sin\alpha$

33221

$\sin\alpha - \sin b = 2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$

$\frac{4!}{2!} + \frac{4!}{2!} = 12 + 12 = 24$

CF - ?

R = 10.

$CB \cdot BD = AB^2$

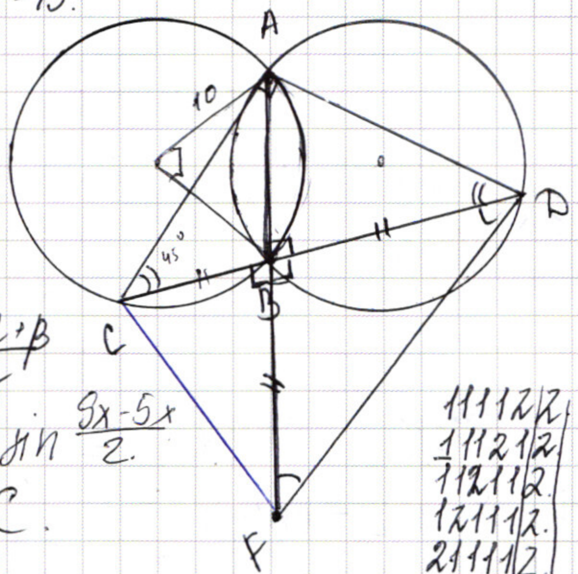
CF = DF

$CF = \sqrt{2} \cdot BD$.

$\frac{6!}{4! \cdot 2!} = \frac{5 \cdot 6}{1 \cdot 2} = 15$.

$\frac{6!}{4! \cdot 2!} = 15$.

111122 - 6 мест.



$\cos\alpha - \cos\beta = 2 \cdot \cos\frac{\alpha-\beta}{2} \cdot \cos\frac{\alpha+\beta}{2}$

$\sin 9x + \sin 5x = 2 \cdot \cos\frac{9x+5x}{2} \sin\frac{9x-5x}{2}$.

111122, 111212, 112112, 121112, 211112

111221, 112211, 122111

2231, 2213, 2123, 2132, 2312, 2321.

1223, 1232, 1322, 1322.

C + C + C.

222 = 1

$\frac{3!}{3! \cdot 0!} = 1$.

$\cos 9x + \sin 9x$

$\cos\alpha + \sin\alpha = \cancel{2\cos ...}$

$\cos\alpha + \sqrt{1-\cos^2\alpha}$.

$\cos\alpha + \sin\alpha$

$\frac{4!}{2!}$

$\frac{3!}{(3-2)! \cdot 2!} =$

221, 212, 122.

$\frac{3!}{2!} = 3 \cdot \frac{3!}{1! \cdot 2!} = 3$

3, 3, 2, 2, 1.

12233, 12323, 12332, 13232, 13322, 13223.

6

22133, 22313, 22331, 21332, 21323, 21233, 23213, 23231, 23321, 23312, 23123, 23132

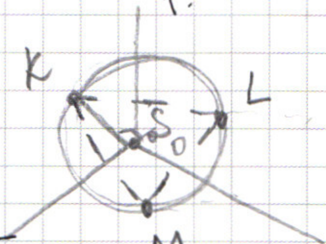
$\frac{3!}{2! \cdot 1!} = 3$

y = x - 5

$\frac{4!}{2! \cdot 2!} = \frac{3 \cdot 4}{1 \cdot 2} = 6$.

$\frac{4!}{3! \cdot 1!} = 4$.

56 · 2 = 1120; 1120 + 560 = 1680



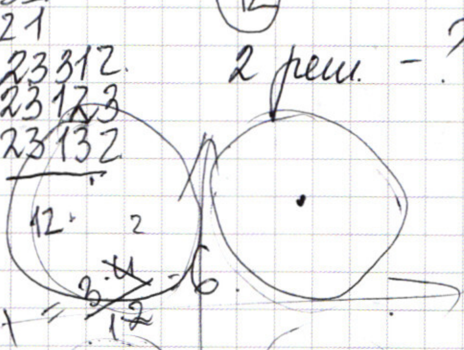
12

5) $\begin{cases} |x+y+5| + |y-x+5| = \\ (|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = a. \\ x = 12,\ y = 5. \end{cases}$

2 реш. - ?

$\frac{4!}{3! \cdot 1!} = 4$

14.



1223

y =

$\frac{4!}{2! \cdot 2!} = \frac{3 \cdot 4}{1 \cdot 2} = 6$

$\frac{5!}{2!} = 3 \cdot 4 \cdot 5 = 60$

$\frac{5!}{3! \cdot 2!} = \frac{4 \cdot 5}{2} = 10$.

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

9261. $a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 a_7 a_8$

9261	3
3087	3
1029	3
343	7
49	7
7	7
1	

$9261 = 3^3 \cdot 7^3$

$\frac{k!}{(k-n)!\,n!}$

$\frac{4!}{2!\,2!} = \frac{3\cdot4}{2} = 6$

$\frac{4!}{2!\cdot2!} =$

$9261 = 3\cdot3\cdot3\cdot7\cdot7\cdot7\cdot1\cdot1$

$\frac{4!}{1!\cdot3!}$

$C = 4!$

1223
1232
1322

Ісп. = 6.

$3\cdot3\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2$

3,3,3,7,7,7,1,1.

9,3,7,77,1,1,1.

3 3 _ _ _ _ _ _
1 2 3 4 5 6 7 8

$\frac{4!}{2!} = 3\cdot4 = 12$ 221

221
212
122

2.

$\frac{3!}{2!} = 3$

$4\cdot3\cdot2\cdot1 = 24$ $\frac{4!}{2!} = 12$ $\frac{8!}{3!}$

$\frac{4!}{2!} = 3\cdot4$

3221

333 22 1

1223	3
1232	3
1322	3
2231	3
2213	3
2132	3
2123	3
2312	3
2321	3
3221	3
3212	3
3122	3

$\frac{4!}{3!}$

3 + 3 + 6

24 | 2 → 12

122333
123233
123323
123332
12

$3\cdot2\cdot1 = 6$

6 | 2 → 3

3

12 вариантов

$3\cdot2\cdot1\cdot1$

$3\cdot2\cdot1\cdot1$

1 2 _ _ _

1 3 _ _ _ _ _

2221

$4\cdot3\cdot2\cdot1 = 24$

2212
2122
1222

24 | 8 → 3.

$\frac{4!}{3!} = 4$

$4 - 2!$

2^3

$2\cdot2\cdot2 = 8$

$2\cdot2\cdot2\cdot2 = 16$

9261 | 3
3087 | 3
1029 | 3
~~343 | 11~~
~~33 | 11~~
~~3 | 3~~
~~1~~

$3^4 \cdot 11^2 =$

343 | 11
33 → 3
13

1029 | 3
9 → 343
12
12
9
9
0

343 | 7
28 → 49
63

27
49
243
108
1323

1323^2
7
9261

$\frac{k!}{n!}$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

2) $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2}\cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0.$

$\cos 9x - \cos 5x = -\frac{1}{2} \cancel{\sin}\ 2x \cdot \sin 7x$

$\sin 9x + \sin 5x = \frac{1}{2} \cos 2x \cdot \cos 7x.$

3) $\begin{cases} (x^2y^4)^{-\ln x} = y^{\ln \frac{y}{x^7}} \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0 \end{cases}$

$\frac{1}{(x^2 \cdot y^4)^{\ln x}} = y^{\ln \frac{y}{x^7}}$

$(x^2 y^4) \cdot y^{\ln \frac{y}{x^7}} = 1.$

$y^2 - xy$

$y^2 - 2 \cdot \frac{1}{2} x \cdot y + \frac{x^2}{4} - \frac{x^2}{4} - 2x^2 + 8x - 4y = 0.$

$(y - \frac{x}{2})^2 - \frac{x^2}{4} - 2x^2 + 8x - 4y = 0.$

$(y - \frac{x}{2})^2 - \frac{9x^2}{4} + 8x - 4y = 0.$

$\cancel{x}^{e}$ $(\log_e x)^e = x$

$y^2 - xy - 2x^2 + 4(2x - y) = 0. \quad |\cdot \cancel{2}\ 4.$

$4y^2 - 4xy - 8x^2 + 16(2x - y) = 0$

$(2y)^2 - 2 \cdot 2y \cdot x - 8x^2 + 16(2x - y) = 0$

$(2y - x)^2 - 9x^2 + 16(2x - y) = 0.$

$(2y - x - 3x)(2y - x + 3x) + 16(2x - y) = 0.$

~~$2y^2 - 2xy - 4x^2 + 8(2x - y) = 0.$~~

~~$-(4x^2 + 2xy -$~~

$(2y - 4x)(2y + 2x) + 16(2x - y) = 0.$

$-2(2x - y)(2y + 2x) + 16(2x - y) = 0.$

$(2x - y)(-2(2y + 2x) + 16) = 0.$

$2x - y = 0$

$\ln x = \log_e x.$

$y = 2x$

$-2(2y + 2x) + 16 = 0. \quad |:(-2)$

$(2y + 2x) - 8 = 0.$

$(y + x) - 4 = 0$

$y + x = 4$

$y = 4 - x.$

$(x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln (\frac{y}{x^7})}$

$(x^2\ 16x^4)^{-\ln x} = (2x)^{\ln \frac{2x}{x^7}}$

$16x^6$

$\frac{1}{(16x^6)^{\ln x}} = (2x)^{\ln(2x^{-6})}$

$(2x)^{\ln(2x^{-6})} \cdot (16x^6)^{\ln x}.$

$16^{-\ln x} \quad (x^6)^{-\ln x} = 2^{\ln}$

$1 = (2x)^{\ln(2x^{-6})}$

$16^{-\ln x} \cdot \frac{\cancel{x}}{6}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\cos 9x - \cos 5x = 2.$

$\cos\alpha - \cos\alpha = 2\cdot\cos 0\cdot\cos\alpha = 2\cdot\sin 0\cdot\cos\alpha = 0.$

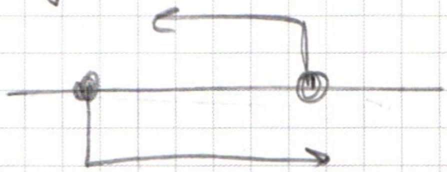
$2\sin\alpha\cdot\cos\alpha = \sin 2\alpha.$

$76 \mid 2$, 38

$38 \mid 2$, $19.$

$y \geqslant 2^x + 3\cdot 2^{34}$

$y < 76 + 2(2^{32}-1)x.$



$|x+y+5| + |y-x+5| = 10.$

$x+y=0$ $\quad y-x=0.$

$y=-x$ $\quad 0 \geqslant -5+6$ $\quad y=x.$

$6-5.$

$2^x + 3\cdot 2^{34} > 76 + 2(2^{32}-1)x.$

$\cancel{2^x + 3\cdot 2^{34} > 76}$

$\cancel{-3} \geqslant \quad 0 \geqslant -3-5.$

$2^y + 3\cdot 2^{34} > 2^2\cdot 19 + 2(2^{32}-1)x$

$2^x + 3\cdot 2^{34} > 2(2\cdot 19 + x(2^{32}-1))$

$2^{x-1} + 3\cdot 2^{33} > 2\cdot 19 + x(2^{32}-1)$

$2^{x-1} + 3\cdot 2^{33} > 2\cdot 19 + 2^{32}\cdot x - x.$

$2^{x-1} + 2^{32}(6-x) - 2\cdot 19 + x > 0.$

$2^{x-1} + 2^{32}(6-x) > 38 - x.$

$|1-6+5| + |-6-1+5| = 10.$

$0 + 2 < 10.$ $\quad y >.$

$|5+0+5| + |0-5+5| = 10.$

$0;-5.$ $\quad x-5$ $\quad y=-5-x.$

$1;-6$ $\quad 5;0$

$1;-4.$ $\quad \cancel{\varphi}$ $\quad (0;-5)$

$|12+5| + |-12+5|$ $\quad 5 > -5-4.$

$17 +$ $\quad -6 \geqslant -5-5$

$|5-5+5| + |-5-5+5| = 10.$ $\quad (5;-5)$ $\quad (5;-4)$

$5 + |-10+5| = 10$

$|5$ $\quad |5-4+5| + |-4-5+5|$

$6 + |-9+5$

(-4)

$(5;-1)$ $\quad (-5;-1)$

$|-5-1+5| + |-1+5+5| = 10.$

$|-1| + |9| = 10.$

$(12;0)$ $\quad |12+5| + |0-12+5| = 10$

17

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

Задача №7

$$\begin{cases} y \geqslant 2^x + 3\cdot 2^{34}. \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)x \end{cases} \Rightarrow \quad 2^x + 3\cdot 2^{34} > 76 + 2(2^{32} - 1)x.$$

$$2^x + 3\cdot 2^{34} - 2(2^{32} - 1)x > 76.$$

$$2^x + 3\cdot 2^{34} - 2^{33}\cdot x + 2x > 76.$$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)