

Рег. №: М 11-УФ-0006

Класс участия:

Место проведения:

Дата проведения: 22 февраля 2020 г.Время начала (местное): 13:00

ШК

(заполняется секретарём)



Олимпиада школь

по математ

Название предмета

Заключительный этап 2020 г.

Анкета участника

Данная анкета предъявляется участником вместе с документом, удостоверяющим личность, при входе на олимпиаду. По окончании написания олимпиады анкета обязательно вкладывается в работу. Работа без предоставления анкеты недействительна и не проверяется. Анкета без подписей недействительна.

<u>Новичков</u>	<u>Аркадий</u>	<u>ОЛЕГОВИЧ</u>	<u>08.10.2002</u>	<u>17 лет</u>
Фамилия	Имя	Отчество	Дата рождения	Возраст
<u>Российская Федерация, респ. Башкортостан</u>	<u>2. Уфа</u>			
Страна	РФ	Регион	Населенный пункт	
<u>Паспорт гражданина</u>	<u>8016</u>	<u>471204</u>	<u>11.11.2016</u>	<u>020-004</u>
Документ, удостоверяющий личность	Серия	Номер	Дата выдачи	Код подразделения
<u>Российская Федерация, респ. Башкортостан</u>	<u>2. Уфа</u>			
Страна школы	Регион школы	Населенный пункт школы		
<u>11 класс</u>	<u>МБОУ "Лицей 153"</u>			
Класс обучения	Полное название образовательного учреждения			
<u>85191488791</u>	<u>89870421503</u>	<u>arkadiy.kovichkov@mail.ru</u>		
Мобильный телефон	Доп. телефон	E-mail		

Согласие на обработку персональных данных

Я согласен(-на) на сбор, хранение, использование, распространение (передачу) и публикацию своих персональных данных, а также олимпиадных работ, в том числе в сети "Интернет". Я согласен(-на), что мои персональные данные будут ограничено доступны организаторам олимпиады для решения административных и иных рабочих задач. Я проинформирован(а), что под обработкой персональных данных понимаются действия (операции) с персональными данными в рамках выполнения Федерального закона №152 от 27 июля 2006 г., конфиденциальность персональных данных соблюдается в рамках исполнения Операторами законодательства Российской Федерации. Я согласен(-на) на получение информационных писем от организаторов олимпиады на E-mail, указанный при регистрации.

Я подтверждаю, что все указанные мной данные верны и в указанном виде будут использованы при печати дипломов олимпиад в случае их получения. Я согласен(-на) на передачу данных в государственный информационный ресурс о детях, проявивших выдающиеся способности, созданный во исполнение Постановления Правительства Российской Федерации № 1239 от 17 ноября 2015 г.

Я подтверждаю, что ознакомлен с Положением и Регламентом проведения олимпиады школьников «Физтех», а также с правилами оформления и условиями проверки работы.

«22» февраль 2020 г.Анов

Подпись участника олимпиады

Новичкова Дилла Ахатовна

ФИО законного представителя

мама

Степень родства

Д. Тош

Подпись законного представителя

Анкета без подписи недействительна.
Анкета обязательно должна быть вложена в работу!

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 7

ШИФР



Заполняется ответственным секретарём

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 9261. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^7)}, \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 16.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 5| + |y - x + 5| = 10, \\ (|x| - 12)^2 + (|y| - 5)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 10 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 12$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1

$9261 = 3^3 \cdot 7^3$ (Разложим на простые множители)

Значит ~~каждое~~ то восьмизначное число может состоять из чисел "1", "3", "7" и "9", это все одноставные числа, из которых делится число 9261

1) Пусть число состоит из цифр:

$\underbrace{3\ 3\ 3}_3 \underbrace{7\ 7\ 7}_3 \underbrace{1\ 1}_2$

Тогда кол-во таких чисел будет равно: $P(3, 3, 2) =$
 $= \frac{8!}{3! \cdot 3! \cdot 2!} = \frac{2 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{3! \cdot 2!} = 2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 8 = 560$

2) Пусть число состоит из цифр

$\underbrace{9}_1 \underbrace{3}_1 \underbrace{7\ 7\ 7}_3 \underbrace{1\ 1\ 1}_3$

Тогда ~~будет~~ кол-во

в данном случае будет равно $P(1, 1, 3, 3) =$
 $= \frac{8!}{3! \cdot 3!} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{3!} = 20 \cdot 56 = 560 \cdot 2 = 1120$

Общее кол-во чисел будет суммой двух вариантов: $560 + 1120 = 1680$

Ответ: 1680

$$(\cos 9x - \cos 5x) - \sqrt{2} \cdot \cos 4x + (\sin 9x + \sin 5x) = 0$$

$$\cos 9x - \cos 5x = -2 \cdot \sin 7x \cdot \sin 2x$$

$$\sin 9x + \sin 5x = 2 \cdot \sin 7x \cdot \cos 2x$$

$$\Rightarrow \sqrt{2} \cos 4x = \sqrt{2} (\cos^2 2x - \sin^2 2x)$$

~~$$2 \sin 7x \cdot \sin 2x = 2 \cos 7x \cdot \sin 2x$$~~

$$-2 \cdot \sin 7x \cdot \sin 2x - \sqrt{2} \cdot (\cos^2 2x - \sin^2 2x) + 2 \sin 7x \cdot \cos 2x =$$

$$= 2 \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x) (\cos 2x + \sin 2x) = 0$$

~~$$(2 \sin 7x - \sqrt{2} (\cos 2x + \sin 2x)) (\cos 2x - \sin 2x) = 0$$~~

$$\left[\cos 2x - \sin 2x = 0 \right.$$

$$\left. \sqrt{2} \sin 7x - (\cos 2x + \sin 2x) = 0 \right\}$$

$$\sqrt{2} \sin 7x - (\cos 2x + \sin 2x) = \sqrt{2} \sin 7x - \sqrt{2} \cos(2x - \frac{\pi}{4}) = 0$$

$$\cos 2x + \sin 2x = \sin(\frac{\pi}{2} - 2x) + \sin 2x = 2 \cdot \sin \frac{\pi}{4} \cdot \cos(2x - \frac{\pi}{4}) =$$

$$= \sqrt{2} \cdot \cos(2x - \frac{\pi}{4})$$

$$\sqrt{2} \sin 7x - \sqrt{2} \cdot \cos(2x - \frac{\pi}{4}) = 0$$

$$\sin 7x = \cos(2x - \frac{\pi}{4})$$

$$1) \left[\cos(\frac{\pi}{2} - 7x) = \cos(2x - \frac{\pi}{4}) \right.$$

$$2) \left[\cos 2x = \sin 2x \right.$$

$$1) \cos(\frac{\pi}{2} - 7x) = \cos(2x - \frac{\pi}{4})$$

$$\left[\frac{\pi}{2} - 7x = 2x - \frac{\pi}{4} + 2\pi k \right. \Rightarrow \left. \begin{aligned} 9x &= \frac{3\pi}{4} - 2\pi k \\ 5x &= \frac{\pi}{2} - 2\pi k \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[\begin{aligned} x &= \frac{3\pi}{12} - 2\pi k \\ x &= \frac{\pi}{6} - 2\pi k \end{aligned} \right.$$

$$2) \operatorname{tg} 2x = 1 \Rightarrow \left[\begin{aligned} 2x &= \frac{\pi}{4} + 2\pi k \\ 2x &= \frac{5\pi}{4} + 2\pi k \end{aligned} \right. \Rightarrow \left[\begin{aligned} x &= \frac{\pi}{8} + \pi k \\ x &= \frac{5\pi}{8} + \pi k \end{aligned} \right.$$

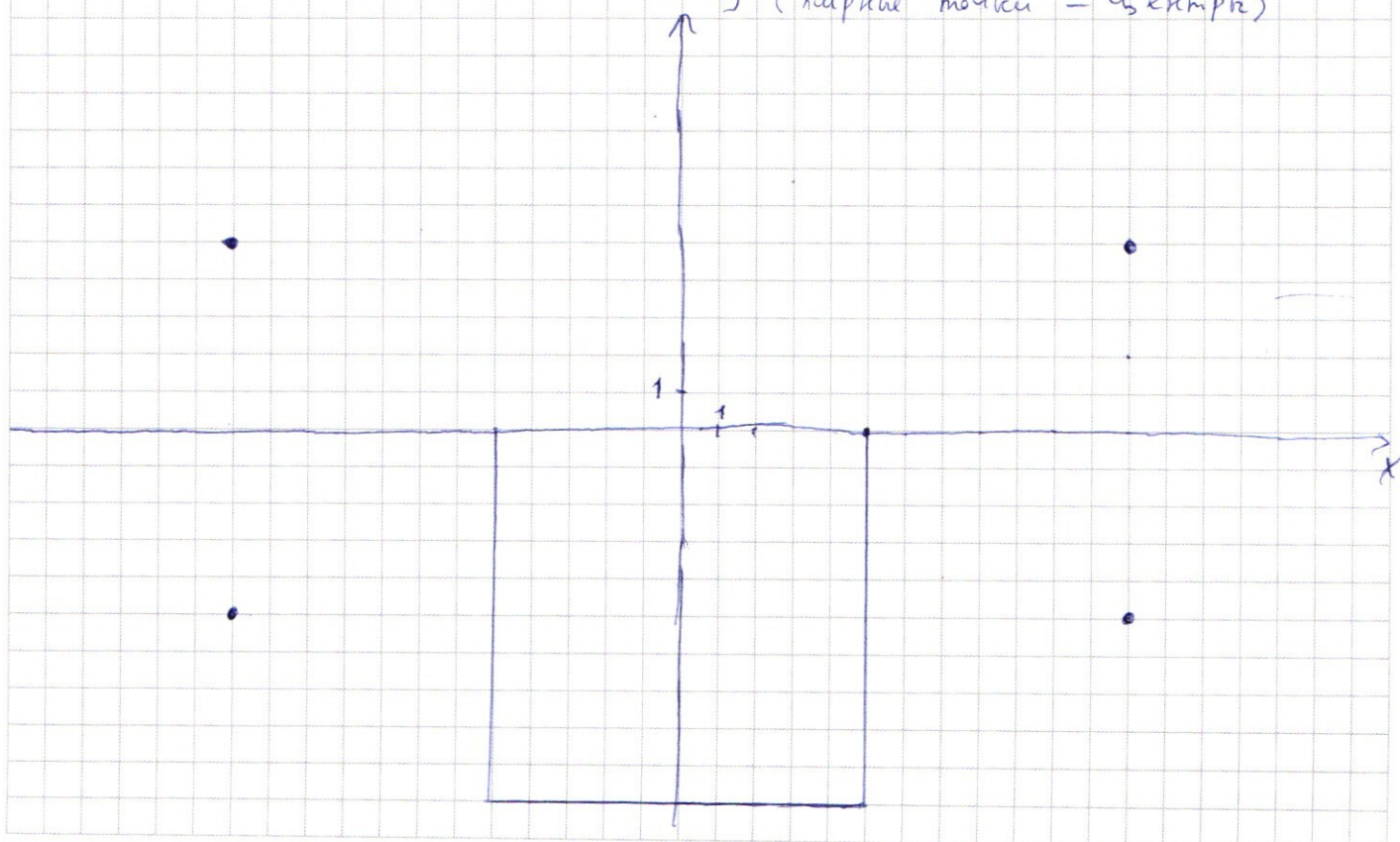
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Ответ:
$$\begin{cases} x = \frac{3\pi}{12} - 2\pi k \\ x = \frac{\pi}{10} - 2\pi k \\ x = \frac{\pi}{8} + \pi k \\ x = \frac{5\pi}{8} + \pi k \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} |x+y+5| + |y-x+5| = 10 \\ (|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = 9 \end{cases}$$

Первое ур-ие — квадрат

Второе ур-ие — семейство окружностей, которые имеют центры в разных четвертях (лирике точки — центры)



Первые два решения появятся когда
 $R = 7$, т.е. две внешние окружности
будут касаться квадрата, $a = R^2$

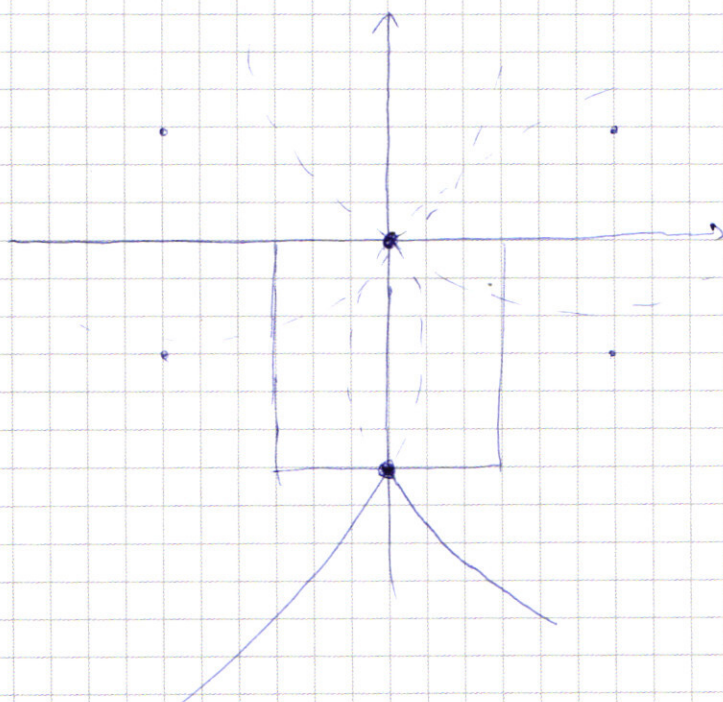
$$\boxed{a = 49}$$

$$a = 7^2 = 49$$

Затем при увеличении R видно, что решений
будет больше, чем два. Но так
будет продолжаться до момента, когда
все 4 окружности будут пересекаться
в начале координат. $R = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$.

Также две внешние окружности будут
пересекаться еще и в точке $(0, -10)$
Это и будет второе решение $a = R^2$

$$\boxed{a = 169}$$



← Схематический
рисунок при
 $R = 13$

Если еще увеличить R , то решений
вообще не будет.

Ответ: $a = 49$; $a = 169$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(\frac{y}{x^2})} & (1) \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0 & (2) \end{cases}$$

Рассмотрю 2 ур-ие:

$$(y^2 - xy - 2x^2) + (8x - 4y) = 0$$

$$y^2 - xy - 2x^2 = 0$$

$$x^2 - x^2 + 8x^2 = (3x)^2 \Rightarrow (y - 2x)(y + x) = 0$$

$$y = \frac{x \pm 3x}{2} = \begin{matrix} 2x \\ -x \end{matrix}$$

$$(y - 2x)(y + x) + y(2x - y) = 0$$

$$(y - 2x)(y + x - y) = 0$$

$$\begin{cases} y = 2x & (1) \\ y = 4 - x & (2) \end{cases}$$

Рассмотрю 1-е ур-ие:

$$(x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln \frac{y}{x^2}}$$

Возведу обе части
в степень $\left(-\frac{1}{\ln x}\right)$

$$x^2 y^4 = y^{-\ln(\frac{y}{x^2})} \cdot \frac{1}{\ln x} =$$

$$= y^{-\frac{\ln y}{\ln x}} = y^{\frac{\ln y}{\ln x}} = y^{\frac{\ln y}{\ln x} + \frac{\ln(x^2) + \ln y}{\ln x}} = y^{\frac{\ln y}{\ln x} + \frac{\ln y}{\ln x}} =$$

$$= y^{-\ln(y-x)} \cdot \frac{y^2}{y^2} =$$

$$x^2 y^4$$

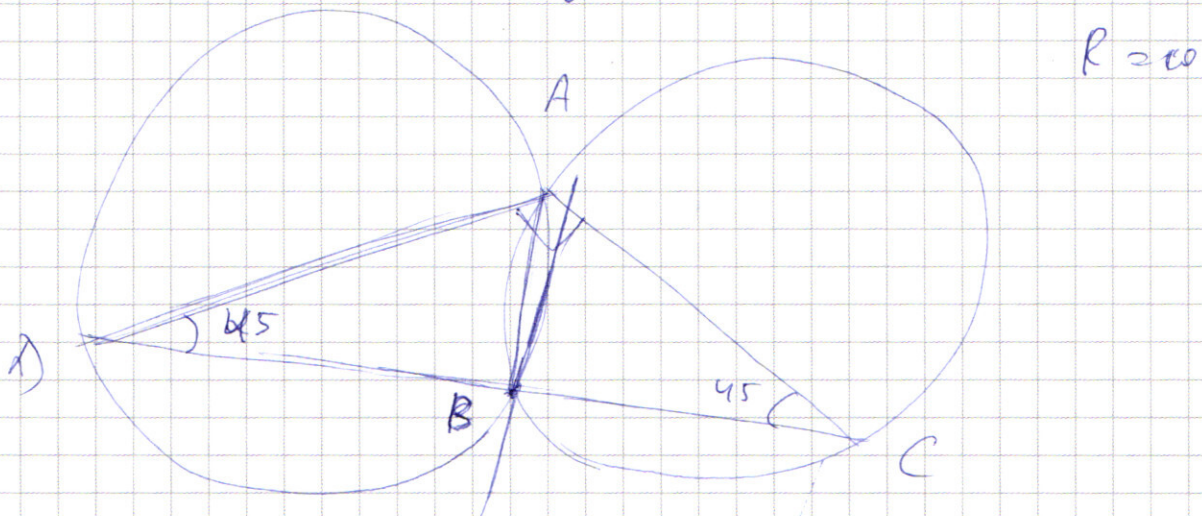
$$y^2 = x^2 y^4 \cdot y^{\ln(y-x)}$$

$$y^3 = x^2 \cdot y^{e_h(y-x)}$$

1) $y = 2x$
 $x = (2x)^{e_h(2x)}$

2) $y = 4-x$
 $(4-x)^3 = x^2 \cdot (4-x)^{e_h(4-2x)}$

6



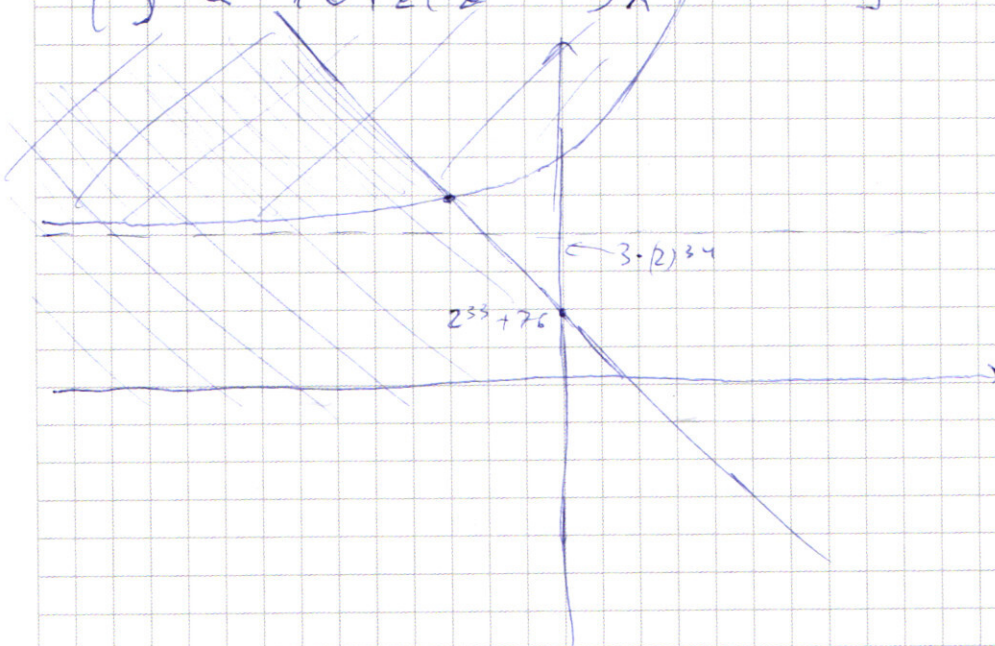
$\angle A = \angle C$, потому что эти углы опираются на одну и ту же дугу.

РР

7

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)x \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < -2x + (2^{32} + 76) \end{cases}$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Handwritten solution on graph paper for a geometry problem involving circles and triangles.

Diagram 1 (Top): A geometric construction on a grid. It shows a circle with center O and radius R . A point F is outside the circle. A line segment AF is drawn, with A on the circle. A perpendicular is dropped from A to CF at point L . The distance CF is labeled as $\sqrt{x^2 + y^2}$. Angles of 45° are marked at A and C . A right angle is marked at L . A vertical line segment of length y is shown to the right, and a horizontal distance x is indicated.

Diagram 2 (Bottom Left): A similar geometric construction with a circle of radius 20 . A point F is outside the circle. A line segment AF is drawn, with A on the circle. A perpendicular is dropped from A to CF at point L . The distance CF is labeled as $\sqrt{x^2 + y^2}$. Angles of 45° are marked at A and C . A right angle is marked at L . A vertical line segment of length y is shown to the right, and a horizontal distance x is indicated.

Diagram 3 (Bottom Right): A triangle with base $20 \sin \alpha$ and $20 \cos \alpha$. The height is $20 \frac{\sqrt{2}}{2}$. The angles at the base are 45° and 45° . The hypotenuse is 20 .

Equations:

$$CF = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\frac{x-y}{y} = \frac{t}{y\sqrt{2}}$$

$$x^2 + y^2 = t^2 + (t^2 + y^2)^2$$

$$t = (x-y)\sqrt{2}$$

$$x^2 + y^2 = t^2 + t^2 + 2y^2 + 2\sqrt{2}yt$$

$$x^2 + y^2 = 2t^2 + 2y^2 + 2\sqrt{2}yt$$

$$20 \frac{\sqrt{2}}{2}$$

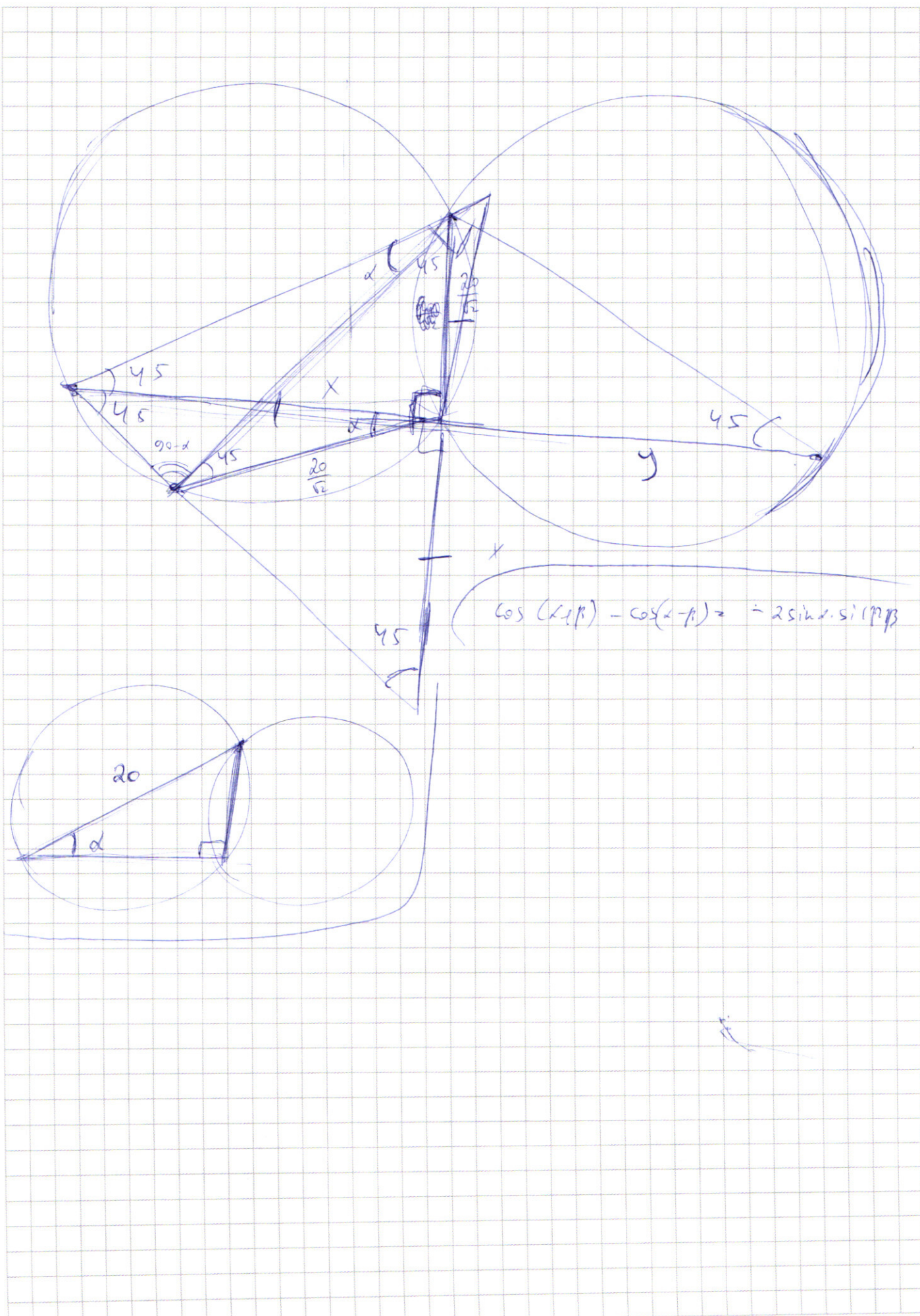
$$20 \sin \alpha$$

$$20 \cos \alpha$$

$$20$$

$$2R = \frac{20 \cdot 2}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{x}{\sin \alpha}$$

$$x = 20 \sin \alpha$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\cos 9x - \cos 5x = \sqrt{2} \cos 4x + \sin 5x + \sin 5x = 0$$

$$\cos 9x = \cos 5x \cdot \sin 4x - \cos 4x \cdot \sin 5x$$

$$\sin 9x = \sin 5x \cdot \cos 4x + \sin 4x \cdot \cos 5x$$

$$\cos 5x - \sin 4x - \cos 4x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 5x \cos 4x + \sin 4x \cos 5x + \sin 5x = 0$$

$$2 \cos 5x \cdot \sin 4x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 5x = 0$$

$$\cancel{\cos 4x} (\sqrt{2} \sin 4x)$$

$$\sqrt{2} \cdot \cos 5x \cdot \sin 4x - \cos 4x + \sqrt{2} \cdot \sin 5x = 0$$

$$\cos 5x \cdot \sin 4x - \cos 4x \cdot \sin 5x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 5x \cdot \cos 4x + \sin 4x \cdot \cos 5x + \sin 5x = 0$$

$$2 \cdot \cos 5x \cdot \sin 4x - \sqrt{2} \cdot \cos 4x - \cos 5x + \sin 5x = 0$$

$$\cos 5x (2 \sin 4x + 1) - \sqrt{2} \cos 4x - \sin 5x = 0$$

$$4 + 2 = 6$$

$$\sin 4x = \sin(5x - x) = \sin 5x \cdot \cos x - \cos 5x \cdot \sin x$$

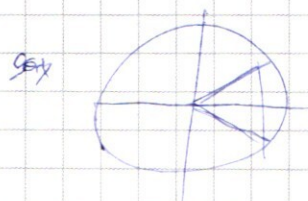
$$\cos 4x = \cos 5x \cdot \cos x + \sin 5x \cdot \sin x$$

$$2 \cdot \cos 5x \cdot \sin 5x \cdot \cos x - 2 \cdot \cos^2 5x \cdot \sin x - \sqrt{2} \cos 5x \cdot \cos x + \sqrt{2} \sin 5x \cdot \sin x + \sin 5x = 0$$

$$\sin y - \cos y =$$

$$\cos 5x = t$$

$$2t \cdot \sin 4x - \sqrt{2} \cdot \cos 4x - t + \sin 5x = 0$$



$$\cos 9x - \sin 5x = \cos 9x - \cos\left(\frac{\pi}{2} - 5x\right) = -2 \cdot \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) \cdot \cos\left(7x - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\sin 9x - \cos 5x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - 9x\right) - \cos 5x = -2 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4} - 7x\right)$$

$$-2 \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) \cdot \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) - 2 \cdot$$

$$-2 \cos\left(7x - \frac{\pi}{4}\right) \left(\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) \right) - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \cdot \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2} = 2 \cdot \sin \frac{\pi}{4} \cdot \cos 2x = \sqrt{2} \cdot \cos 2x$$

$$-2 \cos 2x \cdot \cos \left(7x - \frac{\pi}{4}\right) - \cos 4x = 0$$

34

$$2 \cos 2x \cdot \cos \left(7x - \frac{\pi}{4}\right) + \cos 4x = 0$$

$$2 \cos 2x \cdot \cos \left(7x - \frac{\pi}{4}\right) + 2 \cos^2 2x - \sin^2 2x - \cos^2 2x = 0$$

$$2 \cos 2x \cdot \cos \left(7x - \frac{\pi}{4}\right) + \cos^2 2x - \sin^2 2x = 0$$

$$\cos 2x \left(2 \cos \left(7x - \frac{\pi}{4}\right) + \cos 2x \right) - 1 + \cos^2 2x = 0$$

34

$$\cos 2x \left(2 \cos \left(7x - \frac{\pi}{4}\right) + 2 \cos 2x \right) = 1$$

$$y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34}$$

$$y \leq (76 + 2^{33}) - 2x$$

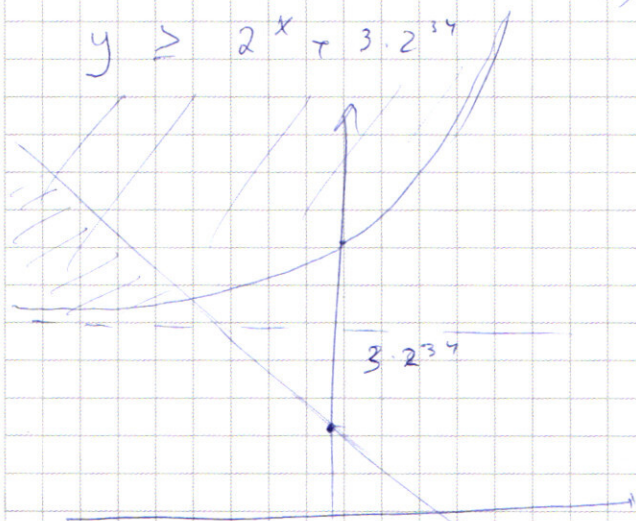
$$2^x \neq 3 \cdot 2^{34} = 76 + 2^{33} - 2x$$

$$2^{34} + 3 \cdot 2^{34} = 2^{33}$$

$$2^{36}$$

$$2^{33}$$

$$2^{36}$$



$$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cdot \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$$

$$2 \sin 7x \cdot \cos 2x - \sqrt{2} (2 \cos^2 2x - 1) + 2 \sin 7x \cdot \sin 2x = 0$$

$$\cos x - \cos y =$$

$$\cos 9x - \cos 5x = -2 \sin 7x \cdot \sin 2x$$

$$\cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta) = -2 \sin \alpha \cdot \sin \beta \quad \sin 9x + \sin 5x = 2 \sin 7x \cdot \cos 2x$$

$$\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \cdot \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\begin{cases} \alpha + \beta = x \\ \alpha - \beta = y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = \frac{x+y}{2} \\ \beta = \frac{x-y}{2} \end{cases}$$

$$-2 \sin 7x \cdot \sin 2x + 2 \sin 7x \cdot \cos 2x - \sqrt{2} (\cos^2 2x - \sin^2 2x) = 0$$

$$+ 2 \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2} (\cos^2 2x - \sin^2 2x) = 0$$

$$\cos 2x = \sin 2x$$

$$\sqrt{2} \sin 7x = (\cos 2x + \sin 2x)$$

$$2 \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) - 2 \sqrt{2} \cos^2 2x + \sqrt{2} = 0$$

$$2 \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) + \sqrt{2} (\cos^2 2x - \sin^2 2x) = 0$$

$$(\cos 2x - \sin 2x) (\sqrt{2} \sin 7x - \cos 2x - \sin 2x) = 0$$

$$\cos 2x = \sin 2x$$

$$\sqrt{2} \sin 7x - (\cos 2x + \sin 2x) = 0$$

$$\cos^2 2x - 1 + \cos$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\sqrt{2} \sin 7x = (\cos 2x + \sin 2x) = 0$$

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \sin 7x = \frac{\cos 2x}{\sqrt{3}} + \frac{\sin 2x}{\sqrt{3}} \Rightarrow$$

~~$$\sin 7x = \cos 2x + \sin 2x$$~~

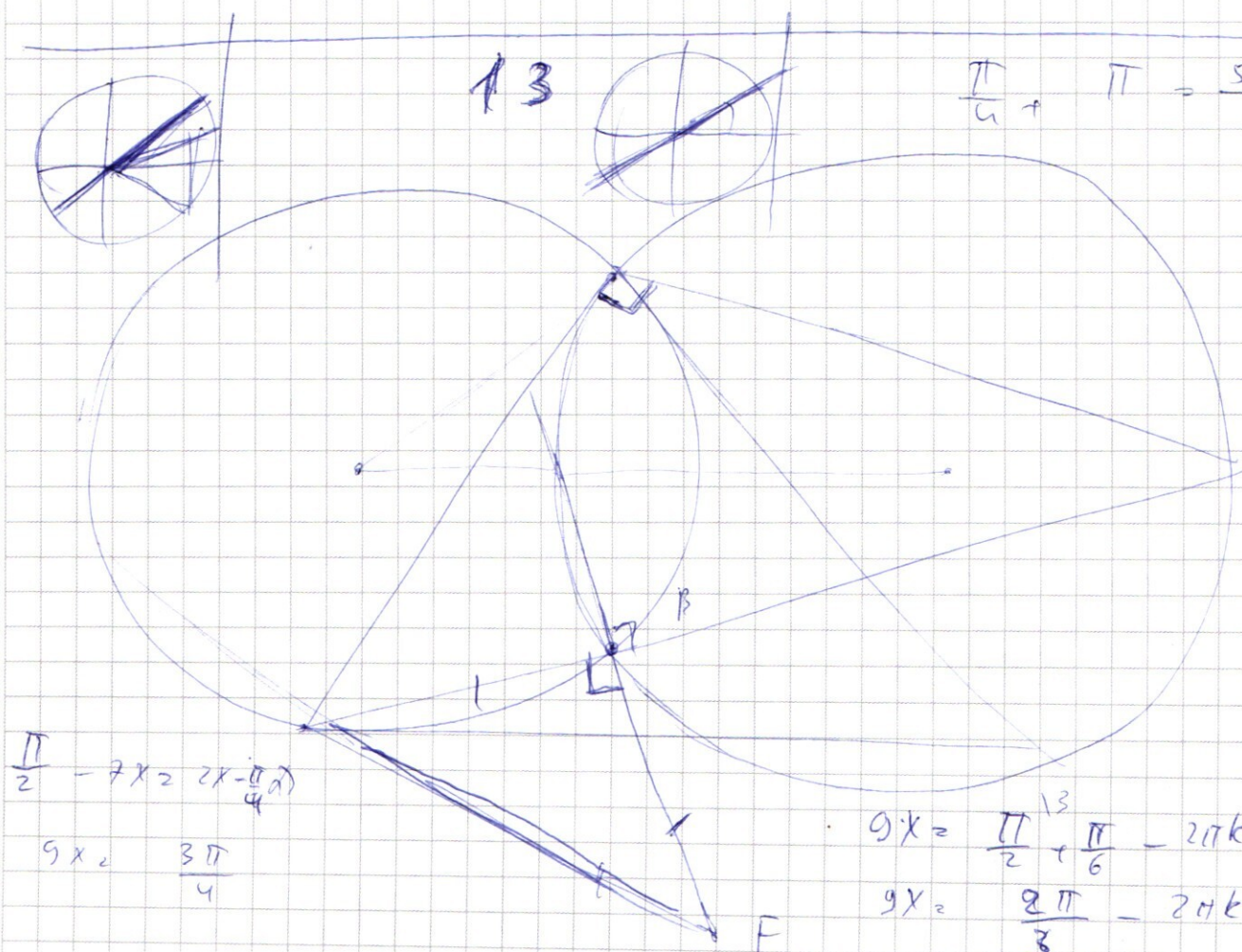
$$\sin 7x + \sin \left(\frac{\pi}{2} - 2x \right) = 2 \cdot \sin \frac{\pi}{4} \cdot \cos \left(2x - \frac{\pi}{4} \right) = \sqrt{2} \cdot \cos \left(2x - \frac{\pi}{4} \right)$$

$$\sin 2x = \cos \left(2x - \frac{\pi}{4} \right)$$

$$\cos \left(\frac{\pi}{2} - 7x \right) = \cos \left(2x - \frac{\pi}{4} \right)$$

$$\pi - \frac{\pi}{4} = \frac{5\pi}{4}$$

$$\frac{\pi}{4} + \pi = \frac{5\pi}{4}$$



$$\frac{\pi}{2} - 7x = 2x - \frac{\pi}{4}$$

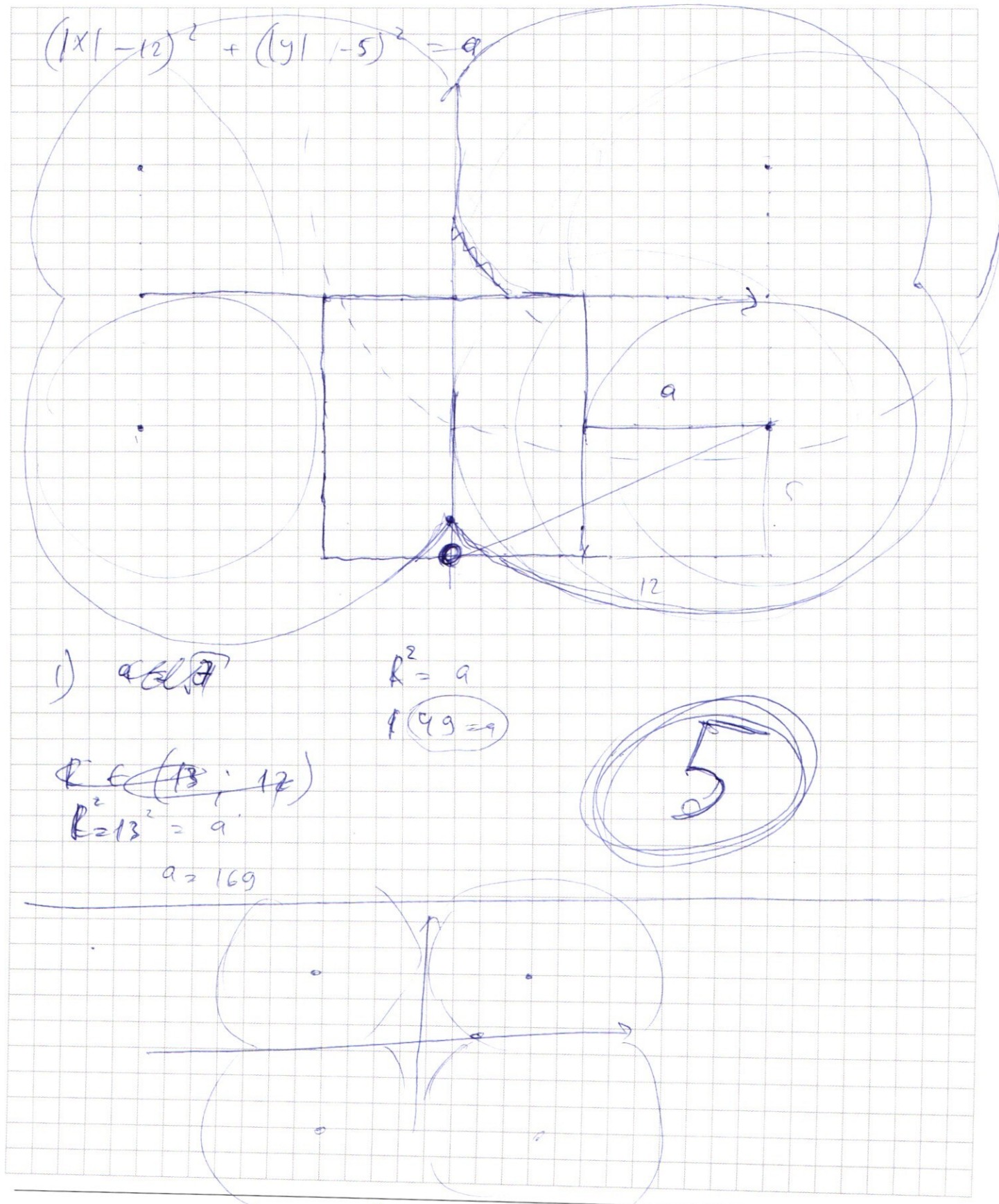
$$9x = \frac{3\pi}{4}$$

$$9x = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6} - 2\pi k$$

$$9x = \frac{2\pi}{3} - 2\pi k$$

$$x = \frac{2\pi}{9}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$y^2 - xy - 2x^2 = 0$$

$$x^2 = x^2 + 4 \cdot 2x^2 = (3x)^2$$

$$y = \frac{x \pm 3x}{2} = \begin{cases} 2x \\ -x \end{cases}$$

$$(y-2x)(y+x) + 4(2x-y) = 0$$

$$(y-2x)(y+x-4) = 0$$

$$2^5 = 32$$

$$2^7 = 128$$

$$y = 2x \quad x = \frac{y}{2}$$

$$\left(\frac{y^2 \cdot y^4}{4}\right)^{-\ln \frac{y}{2}} = \left(\frac{y}{2}\right)^{\ln \frac{y \cdot 128}{y^7}}$$

$$\left(\frac{y^6}{4}\right)^{-\ln \frac{y}{2}} = \left(\frac{y}{2}\right)^{\ln \left(\frac{128}{y^6}\right)}$$

$$\left(\frac{y^6}{4}\right)^{-\ln \frac{y}{2}} = \left(\frac{y}{2}\right)^{\ln \frac{y}{y^6} + 1} = \left(\frac{y}{2}\right)^{\ln \frac{y}{y^6} + 1}$$

$$x^{\log_x 2} = 2$$

$$2^{\frac{\log_2 4}{2}} = 2^{\frac{2}{2}} = 2$$

$$x = e^{\ln x}$$

$$x^{\ln x} = e^{\ln^2 x}$$

$$x^2 y^4 = \frac{-\ln \frac{y}{x^2}}{\ln x}$$

$$y = 2x \quad 16x^6 = \frac{y}{2x} \cdot \frac{-\ln 2x + \ln x^2}{\ln x}$$

$$-\ln 2x \quad \frac{2 \ln x - \ln 2x}{\ln x} = 2 - \frac{\ln 2x}{\ln x}$$

$$\left(2x^{\frac{\ln 2x}{\ln x}}\right) + 16x^6 = (2x)^2$$

$$2x^{\ln x} \pm 128x^7 - 16x^6 = 2^4 x^6 (8x - 1)$$

$$x > 0 \quad (x^2 y^4) = y^{\frac{-\ln y + 2 \ln x}{\ln x}} = y^2 - \frac{\ln y}{\ln x} = \frac{y^2}{y^{\ln(y-x)}}$$

$$(x^2 y^4) y^{\ln(y-x)} = y^7$$

$$y = (2x)^{\ln x}$$

$$y = 2x$$

$$16x^6 \cdot 2x^{\ln x} = 128x^7$$

$$(2x)^{\ln x} = 8x$$

$$2^{\ln x} \cdot x^{\ln x}$$

$$2^{\ln x} \cdot e^{\ln^2 x} = 8x$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$-2 \sin 7x \cdot \sin 2x - \sqrt{2} \cos 4x + 2 \sin 7x \cdot \cos 2x = 0$$

$$2 \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\cos 2x - \sin 2x = \cos 2x - \cos \left(\frac{\pi}{2} - 2x \right) =$$

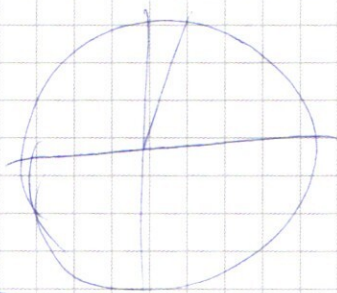
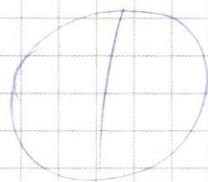
$$= \cos 2x - 2 \cdot \sin \frac{2x + \frac{\pi}{2} - 2x}{2} \cdot \sin \frac{2x + \frac{\pi}{2} - 2x}{2} = -2 \sin \frac{\pi}{4} \cdot \sin \left(2x - \frac{\pi}{4} \right)$$

$$2 \sin 7x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \left(2x - \frac{\pi}{4} \right) - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \sin 7x \cdot \sin \left(2x - \frac{\pi}{4} \right) - \cos 4x = 0$$

$$\sin 5x - \cos 5x =$$

$$6\sqrt{16} \quad \sqrt{24}$$



$$y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0$$

$$y^2 - xy - 2x^2 = 0$$

$$D = x^2 + 8x^2 = (3x)^2$$

$$y = \frac{x \pm 3x}{2} = \begin{cases} 2x \\ -x \end{cases}$$

$$(y - 2x)(y + x) = 4(2x + y) = 0$$

$$(2x - y)(y + x - 4) = 0$$

$$1) y = 2x$$

$$(x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln \left(\frac{y}{x^2} \right)}$$

$$(16x^6)^{-\ln x} = (2x)^{\ln \frac{2}{x^2}}$$

$$(x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln \left(\frac{y}{x^2} \right)}$$

$$(16x^2 \cdot x^4)^{-\ln x} = (2x)^{\ln \frac{y}{x^2}}$$

$$(16x^6)^{-\ln x} = (2x)^{\ln \frac{2}{x^2}}$$

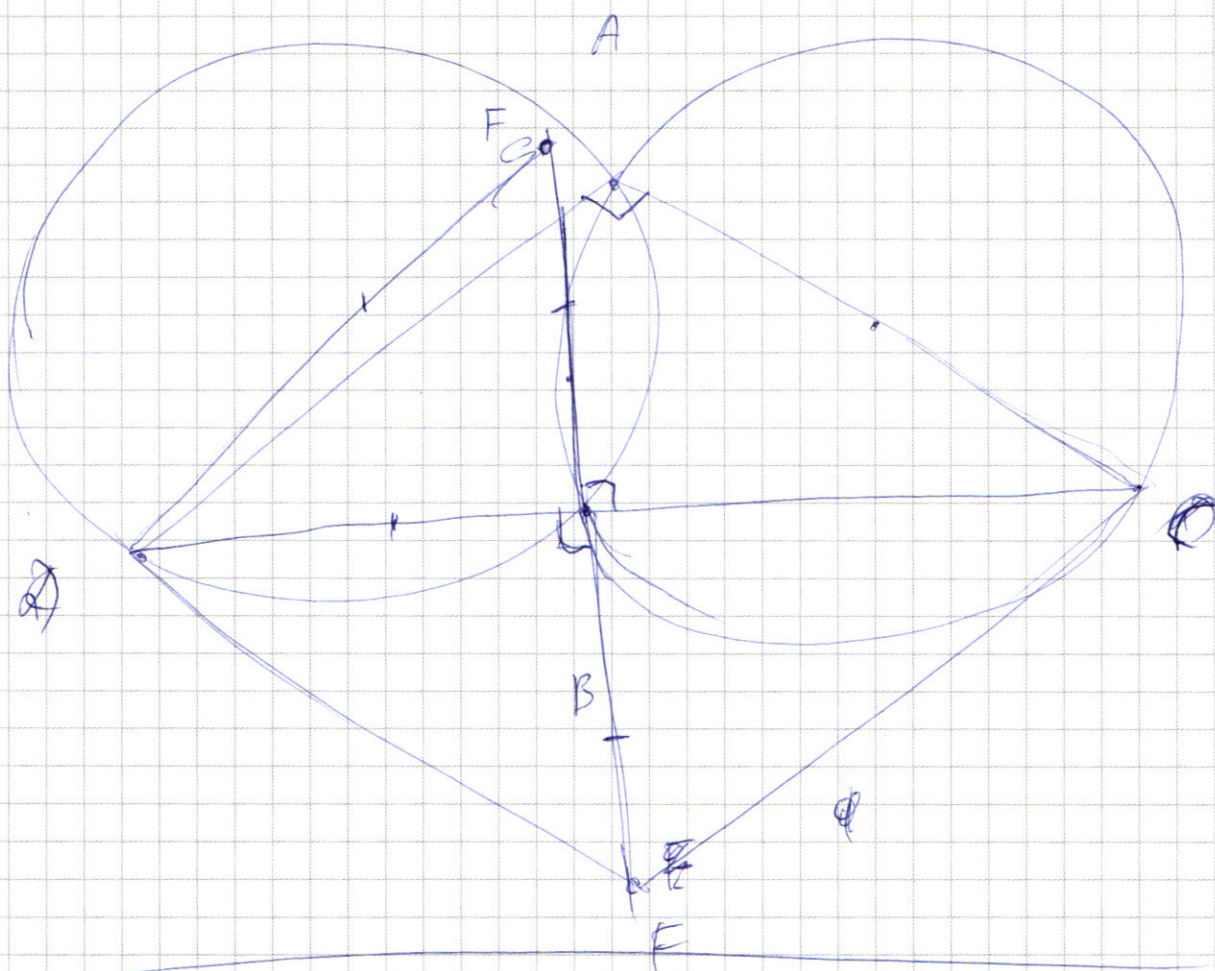
$$(16x^6)^{-\ln x} = 2x$$

$$2) y - 2x = 4$$

$$(6\sqrt{16} \cdot x)^{-\ln x} = (2x)^{\ln 2 - \ln x^6}$$

$$(6\sqrt{16} \cdot x)^{-\ln x^6} = (2x)^{\ln 2 - \ln x^6}$$

$$\frac{-(\ln y - 7 \ln x)}{\ln x} = 7 - \ln(4 - x)$$



$$|x+y+5| + |y-x+5| = 10$$

$$x+y+5 \geq 0 \quad y \geq -x-5$$

$$y-x+5 \geq 0 \quad y \geq x-5$$

$$1) \quad 1 \geq 0 \quad 2 \geq 0$$

$$y = 0$$

$$2) \quad 1 \geq 0 \quad 2 \leq 0$$

$$x+y+5 - y + x-5 = 10$$

$$2x = 10$$

$$x = 5$$

$$3) \quad 1 \leq 0 \quad 2 \geq 0$$

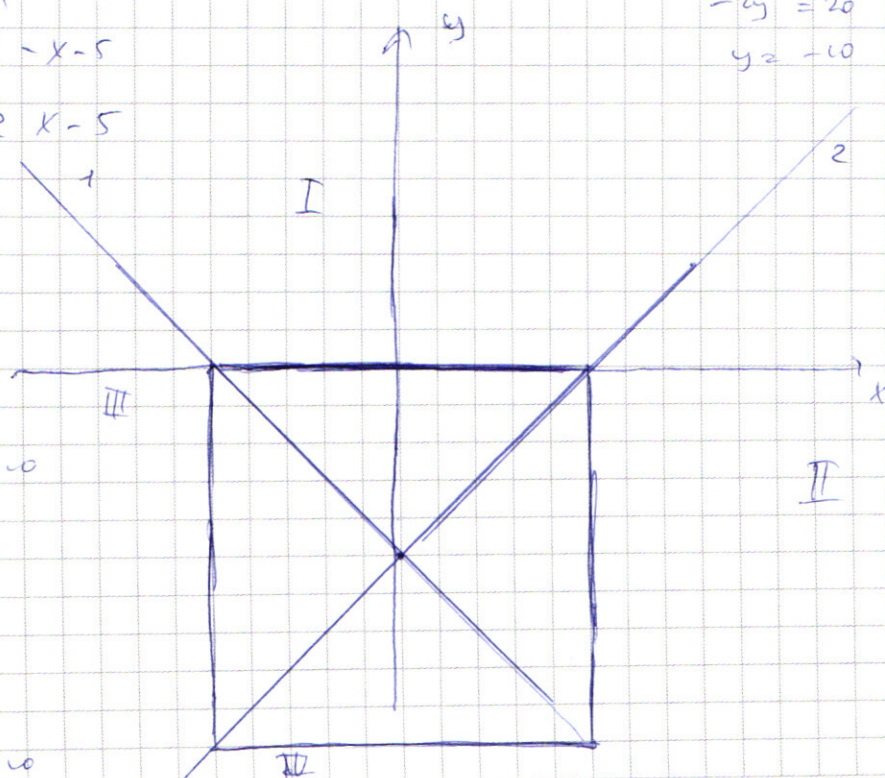
$$2x = -5$$

$$-x+y-5 + y-x+5 = 10$$

$$4) \quad -x-y-5 - y+x-5 = 10$$

$$-2y = 20$$

$$y = -10$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$9261 \equiv 9 \cdot 1029 = 33 \cdot 343 = 3^3 \cdot 7^3$$

$$\begin{array}{r} 1029 \mid 3 \\ \underline{9} \\ 12 \\ \underline{12} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 343 \mid 7 \\ \underline{28} \\ 63 \\ \underline{63} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9261 \mid 9 \\ \underline{9} \\ 026 \\ \underline{0} \\ 26 \\ \underline{26} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1029 \mid 3 \\ \underline{9} \\ 12 \\ \underline{12} \\ 0 \end{array}$$

$$9261 \rightarrow 3$$

$$9261 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 1 \cdot 1$$



$$\begin{array}{r} 9261 \mid 9 \\ \underline{9} \\ 02 \\ \underline{0} \\ 26 \\ \underline{26} \\ 0 \end{array}$$

$$P(3, 3, 2) = \frac{8!}{3! \cdot 3! \cdot 2!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 10 \cdot 7 \cdot 8 = 560$$

$$y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0$$

$$y^2 + y(-x-4) - 2x^2 + 8x = 0$$

$$\Delta = x^2 + 16 - 8x + 8x^2 - 32x = 9x^2 - 40x + 16$$

$$(y^2 - 4y + 4)(-2x^2 + 8x)$$

$$y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0$$

$$(y^2 - 4y + 4) - (2x^2 - 8x + 4) + (-xy) = 0$$

$$(y-2)^2 - 2(x-2)^2 = xy$$

$$y^2 - 4y + 4$$

$$y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0$$

$$2(x-2)^2$$

$$y$$

$$y^2 - xy - x^2 = 0$$

$$\Delta = x^2 + 4x^2 = 5x^2$$

$$y = \frac{x \pm x\sqrt{5}}{2}$$

$$659x - 605$$

$$(y^2 - xy - x^2)(-x^2 + 8x - 4y) = 0$$

знак

$$\begin{array}{r} 560 \\ 2 \\ \hline 1120 \\ 560 \\ \hline 7680 \end{array}$$

$$y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0$$

$$y^2 - xy + \frac{x^2}{4} - 2,5x^2 + 8x - 4y$$

~~cos x~~

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \sin \beta \cdot \cos \alpha$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \sin \beta \cdot \cos \alpha$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\sin 5x + \sin 9x = 2 \cdot \sin 7x \cdot \cos 2x$$

$$\sqrt{2} \cdot \cos 4x = \sqrt{2} \cdot (2 \cdot \cos^2 2x - 1)$$

$$\cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta) = -2 \cdot \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\begin{cases} \alpha + \beta = x \\ \alpha - \beta = y \end{cases}$$

$$\alpha = \frac{x+y}{2}$$

$$\beta = \frac{x-y}{2}$$

$$\beta = \frac{2x - x - y}{2}$$

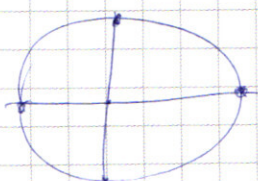
$$\cos x - \cos y = -2 \cdot \sin \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2}$$

$$\cos 9x - \cos 5x = -2 \cdot \sin 7x \cdot \cos 2x$$

$$\sin x - \cos x = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \sin \beta \cdot \cos \alpha - \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$-2 \sin 7x \cdot \cos 2x - \sqrt{2} \cos 4x + 2 \sin 7x \cdot \cos 2x = 0$$

$$2 \sin 7x \cdot \cos 4x = 0$$



$$\begin{cases} 4x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k \\ 4x = \frac{3\pi}{2} + 2\pi k \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2} \\ x = \frac{3\pi}{8} + \frac{\pi k}{2} \end{cases}$$

$$\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta) = 2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \beta$$

$$\sin x + \sin y = 2 \cdot \sin \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2}$$

$$\alpha + \beta = x \quad x = \frac{x+y}{2}$$

$$\sin 9x + \sin 5x = 2 \cdot \sin 7x \cdot \cos 2x$$

$$\alpha - \beta = y \quad \beta = \frac{2x - x - y}{2} = \frac{x-y}{2}$$

$$\cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta) = -2 \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos x - \cos y = -2 \cdot \sin \frac{x+y}{2} \cdot \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\alpha + \beta = x \quad \alpha = \frac{x+y}{2}$$

$$\cos 9x - \cos 5x = -2 \cdot \sin 7x \cdot \sin 2x$$

$$\alpha - \beta = y \quad \beta = \frac{2x - x - y}{2} = \frac{x-y}{2}$$