

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 7

ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в р:
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 9261. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^7)}, \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 16.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 5| + |y - x + 5| = 10, \\ (|x| - 12)^2 + (|y| - 5)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 10 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 12$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

① $9261 = 3^3 \cdot 7^3$

В числе могут быть и другие:

③, ①, ⑦.

$3 \cdot 3 = 9$ +

$3^3 = 27 > 9$ -

$7 \cdot 3 = 21 > 9$ -

$7 \cdot 7 = 49 > 9$ -

$9261 = 7^3 \cdot 3^3 \cdot 1^2$ (1)

$9261 = 7^3 \cdot 3 \cdot 9 \cdot 1^3$ (2)

1) $n_1 = C_8^3 \cdot C_5^3$

2) $n_2 = C_8^3 \cdot C_5^3 \cdot C_2^1$

$n = 3 \cdot C_8^3 \cdot C_5^3$

$C_8^3 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3! \cdot 5!} = 56$

$C_5^3 = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3! \cdot 2!} = 10$

$\begin{array}{r} \times 56 \\ 3 \\ \hline 168 \end{array}$

$n = 1680$

Ответ: 1680.

$$\textcircled{3} \begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^2)} & (1) \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0 & (2) \end{cases}$$

$$1) \begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

$$x^{-2\ln x} \cdot y^{-4\ln x} = y^{\ln y - 2\ln x}$$

$$x^{-2\ln x} = y^{\ln y - 3\ln x}$$

$$\ln x^{-2\ln x} = \ln y^{\ln y - 3\ln x}$$

$$-2\ln^2 x = \ln^2 y - 3\ln x \ln y$$

$$b^2 - 3ab + 2a^2 = 0$$

$$(b - 2a)(b - a) = 0$$

$$\begin{cases} b = 2a \\ b = a \end{cases} \quad \begin{cases} \ln x = \ln y \\ \ln y = 2\ln x \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \ln x &= a \\ \ln y &= b \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x = y \\ y = x^2 \end{cases} \quad \begin{aligned} (a) \\ (b) \end{aligned}$$

$$2) a) x^2 - x^2 - 2x^2 + 8x - 4x = 0$$

$$-2x^2 + 4x = 0$$

$$2x(2 - x) = 0$$

$$\begin{cases} x = 0 & \text{н.к.} \\ x = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases}$$

$$b) x^4 - x^3 - 2x^2 + 8x - 4x^2 = 0$$

$$x^4 - x^3 - 6x^2 + 8x = 0$$

$$x(x - 2)(x^2 + x - 4) = 0$$

$$D = 1 + 16 = 17$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

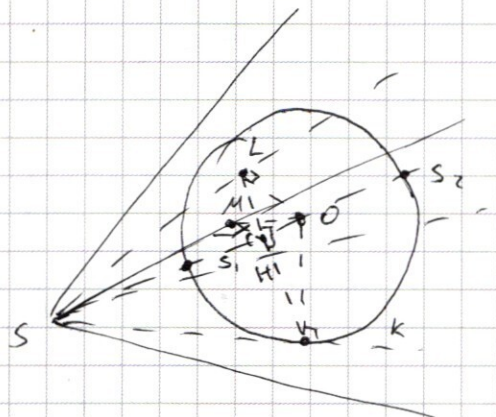
$$\begin{cases} x = 0 & \text{н.к.} \\ x = 2 \\ x = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2} \\ x = \frac{-1 - \sqrt{17}}{2} & \text{н.к.} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \\ x = \frac{\sqrt{17} - 1}{2} \\ y = \frac{9 - \sqrt{17}}{2} \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \\ x = 2 \\ y = 4 \\ x = \frac{\sqrt{17} - 1}{2} \\ y = \frac{9 - \sqrt{17}}{2} \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

4



$$SO \cap \text{сферы} = S_1, S_2.$$

$$SS_1 = a \quad \alpha \parallel \beta$$

$$\frac{S_2}{S_3} = \frac{1}{16} = \left(\frac{SS_1}{SS_2} \right)^2$$

$$S, S_2 = 3a$$

$$S, S_2 = S, O + S, O = 2r \Rightarrow r = 1,5a.$$

$$OK = 1,5a.$$

$$\sin KSO = \frac{OK}{SO} = \frac{1,5a}{2,5a} = \frac{3}{5}$$

$$\angle KSO = \arcsin \frac{3}{5}$$

$$LH_L \perp OS \quad MH_M \perp OS \quad KH_K \perp OS.$$

$$\text{т.к. } OL = OM = OK, \triangle SOL = \triangle SOM = \triangle SOK.$$

$$H_L = H_M = H_K = H.$$

$$H \in (KLM); \quad (KLM) \perp OS \Rightarrow (KLM) \parallel \alpha \parallel \beta.$$

$$OH = OK \cdot \sin(\angle KSO) = \left(\text{т.к. } \angle OKH = \angle OSK \right)$$

$$= 0,9a$$

$$SH = a + 1,5a - 0,9a = 1,6a$$

$$\frac{S_{(KLM)}}{S_d} = \left(\frac{1,6a}{a} \right)^2 = 2,56$$

$$S_{(KLM)} = S_d \cdot 2,56 = 2,56.$$

$$\text{Ответ: } \angle KSO = \arcsin \frac{3}{5}$$

$$S_{(KLM)} = 2,56.$$

$$5) |x+y+5| + |y-x+5| = 10$$

$$1) y > -x-5 \quad y > x-5$$

$$2) y > -x-5 \quad y < x-5$$

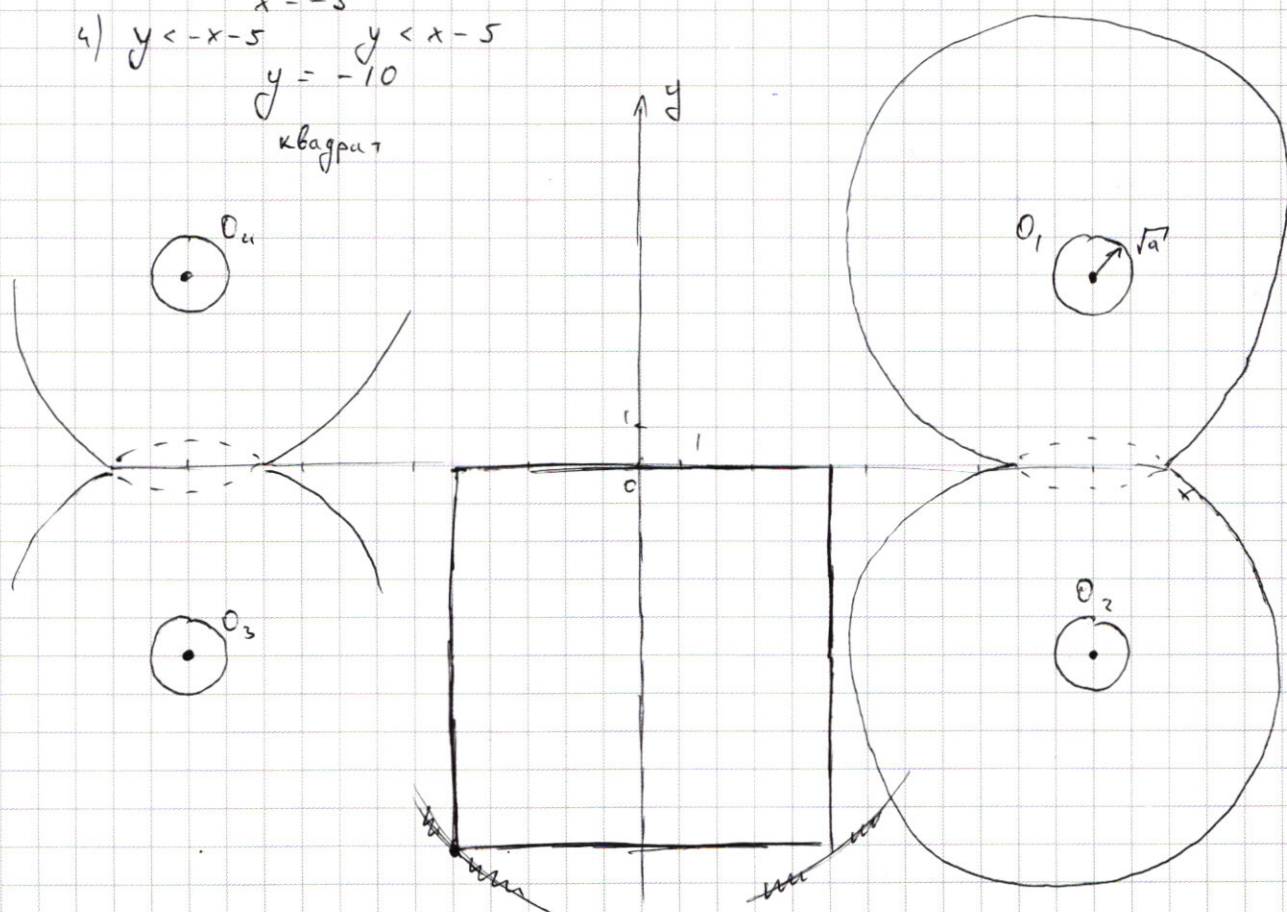
$$3) y < -x-5 \quad y > x-5$$

$$4) y < -x-5 \quad y < x-5$$

квadrat

$$(|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = a$$

4 окр. (обрез. по осям)



2 р. когда:

а) окр. ω_2 и ω_3 касаются ближн. сторон квадрата

$$\sqrt{a} = 7 \Rightarrow a = 49$$

$$\begin{cases} x = 5 \\ y = -5 \\ x = -5 \\ y = -5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} |5| + |5| = 10 \\ 7^2 + 0^2 = 49 \end{cases}$$

б) окр. ω_1 и ω_4 проходят через дальние углы квадрата

$$a^* = 15^2 + 17^2 = 514$$

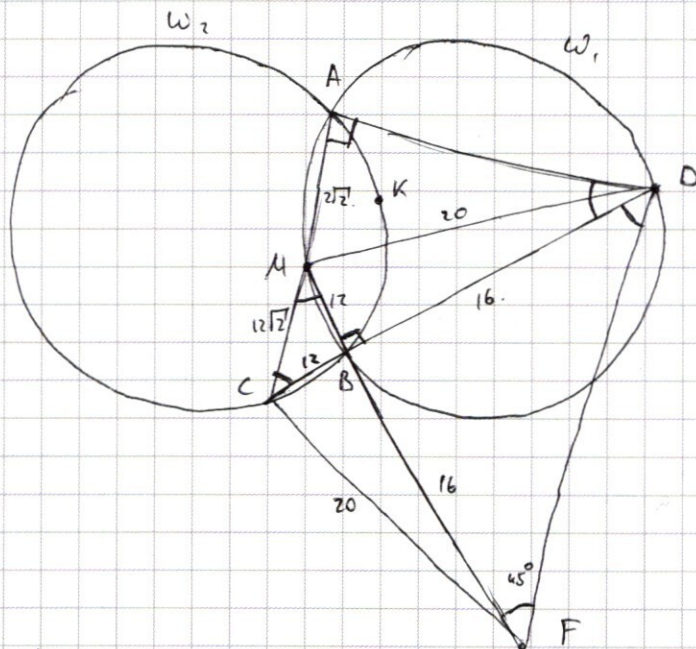
$$\begin{cases} x = 5 \\ y = -10 \\ x = -5 \\ y = -10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} |0| + |-10| = 10 \\ 7^2 + 5^2 = 74 \end{cases}$$

0 + вет: $a = 49$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

6



$$BF \cap AC = M.$$

$$\angle DAM + \angle DBM = 180^\circ$$

$\Rightarrow$ $\triangle DBM$ лем. на окр.

т.к. чер. ADB можно пров.
1 окр., $M \in \omega_1$.

$$K \in \omega_2.$$

$$\text{т.к. } \omega_1 = \omega_2, \quad \angle AMB = \angle AKB,$$

$$\Rightarrow \angle ACB = \angle ADB = 45^\circ.$$

$$\angle CMB = 90^\circ - \angle MCB = 45^\circ.$$

$$\begin{cases} \triangle DBM \sim \triangle FBC \\ MB = BC \text{ (равноб. } \triangle BMC) \\ FB = BD \\ \angle MBD = \angle CBD = 90^\circ. \end{cases}$$

$$\Rightarrow \triangle DBM = \triangle FBC$$

$$\Rightarrow MD = FC.$$

т.к. $\angle MAD = 90^\circ$, то MD — диаметр ω_1 , $\Rightarrow FC = 2r = 20$

$$\delta) \quad MB = CB = 12, \quad BF = \sqrt{FC^2 - BC^2} = 16, \quad BD = BF = 16$$

$$MC = 12\sqrt{2}.$$

$$CM \cdot CA = CB \cdot CD$$

$$\Rightarrow CA = \frac{BC \cdot CD}{CM} = \frac{12 \cdot 28}{12\sqrt{2}} = 14\sqrt{2}.$$

$$AM = 2\sqrt{2}.$$

$$S_{ACF} = S_{CMF} \cdot \frac{AC}{CM} = \frac{1}{2} MF \cdot BC \cdot \frac{AC}{CM} = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 28 \cdot \frac{14}{12} = 196.$$

Ответ: $FC = 20$

$$S_{ACF} = 196$$

$$\textcircled{2} \quad \cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$$

$$-2 \sin 7x \sin 2x - \sqrt{2} \cos 4x + 2 \sin 7x \cos 2x = 0$$

$$2 \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) = \sqrt{2} \cos 4x$$

$$2 \sin^2 7x (\cos^2 2x - 2 \sin 2x \cos 2x + \sin^2 2x) = \cos^2 4x$$

$$2 \sin^2 7x (1 - \sin 4x) = (1 - \sin^2 4x) = (1 - \sin 4x)(1 + \sin 4x)$$

$$(1 - \sin 4x) (2 \sin^2 7x - 1 - \sin 4x) = 0$$

$$(1 - \sin 4x) (\sin 4x + \cos 14x) = 0$$

$$\begin{cases} 1 - \sin 4x = 0 & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos \left(\frac{\pi}{2} - 4x \right) = \cos 14x & (2) \end{cases}$$

$$1) \quad \sin 4x = 1$$

$$4x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$$

$$x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$2) \quad \cos \left(\frac{\pi}{2} - 4x \right) = \cos 14x$$

$$\begin{cases} \frac{\pi}{2} - 4x = 14x - 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{\pi}{2} - 4x + 14x = 2\pi l, \quad l \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

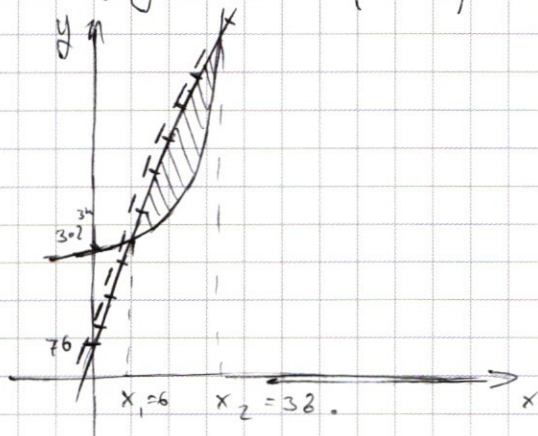
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{36} + \frac{1}{9} \pi k, \quad k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{20} + \frac{\pi l}{5}, \quad l \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } \begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}, \quad n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{36} + \frac{1}{9} \pi k, \quad k \in \mathbb{Z} \\ x = -\frac{\pi}{20} + \frac{\pi l}{5}, \quad l \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

7)
$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)x \end{cases}$$



Область корней ограничена линиями графика.

Всего 2 пересечения (далее

ф-ца $2^x + a$ ↑ монотонно, чем $b + 2(2^{32} - 1)x$).

$$2^x + 3 \cdot 2^{34} = 76 + 2(2^{32} - 1)x$$

Попробуем найти:

$$\begin{cases} x = 6 \\ x = 38 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 2^6 + 3 \cdot 2^{34} &= 76 + 3 \cdot 2^{34} - 12 \\ 64 &= 76 - 12 \\ 0 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 64 \cdot 2^{32} + 12 \cdot 2^{32} &= 76 + 76 \cdot 2^{32} - 76 \\ 76 \cdot 2^{32} &= 76 \cdot 2^{32} \\ 0 &= 0 \end{aligned}$$

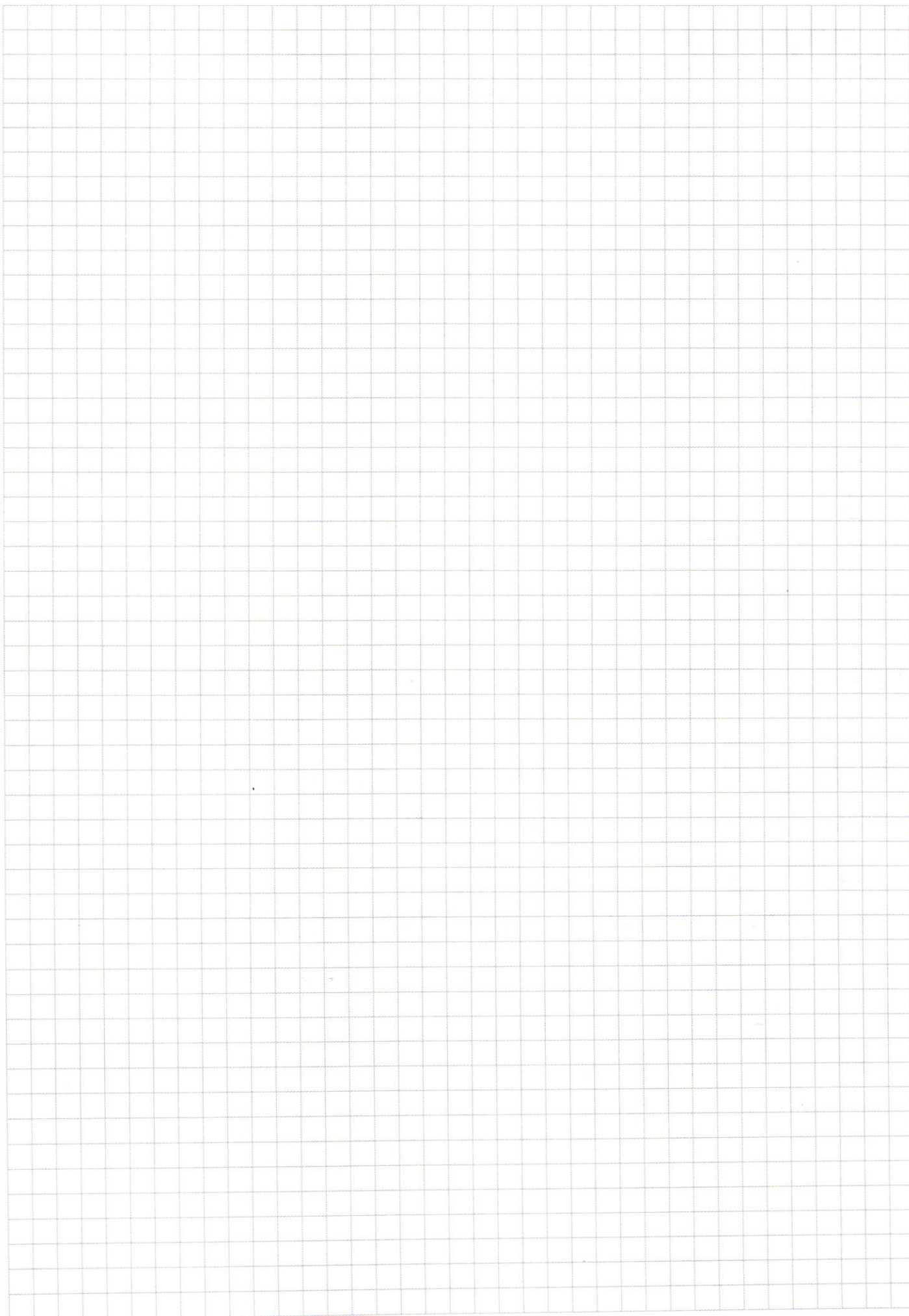
Кол-во y для опре. x $S_x = 76 + 2(2^{32} - 1)x - 2^x + 3 \cdot 2^{34}$

$$\Delta S_x = S_{x+1} - S_x = 2(2^{32} - 1) + 2^x - 2^{x+1}$$

$$S_6 = 0 \quad S_{38} = 0$$

$$\begin{aligned} S_{6-37} &= 0 + 2(2^{32} - 1) \cdot (1 + 2 + \dots + 31) + (2^8 - 2^7) + (2^6 - 2^5) + \dots + (2^6 - 2^{37}) = \\ &= 2(2^{32} - 1) \cdot \frac{31 \cdot 32}{2} + 31 \cdot 2^6 - 2^{38} + 2^7 = 31 \cdot 2^{37} - 31 \cdot 32 + 33 \cdot 2^6 - 2 \cdot 2^{37} = \\ &= 29 \cdot 2^{37} + 1120 \end{aligned}$$

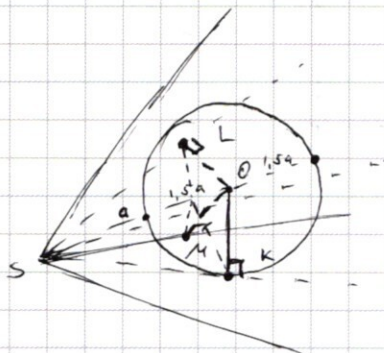
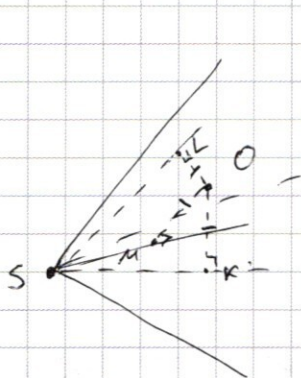
Ответ: $29 \cdot 2^{37} + 1120$



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\sin \angle KSO = \frac{1,5a}{2,5a} = \frac{3}{5}$$

$$\angle KSO = \arcsin \frac{3}{5}$$

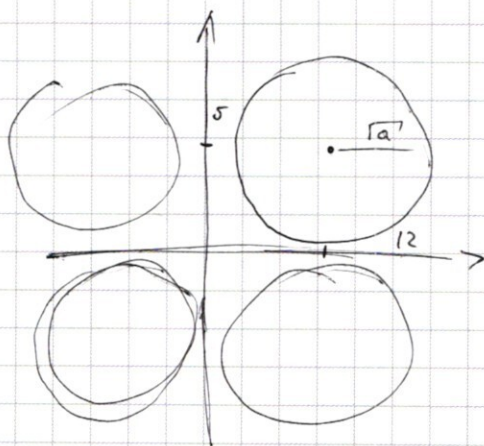
$$\begin{array}{r} +1,6 \\ 1,6 \\ \hline 9,6 \\ \hline 1,6 \\ \hline 25,6 \end{array}$$

$$\frac{3}{2} \cdot \frac{2}{5}$$



$$|x+y+5| + |y-x+5| = 10$$

$$|(x+12)^2 + (y-5)^2 = a$$



$$|x+y+5| + |y-x+5| = 10$$

$$|a+5| + |b+5| = 10$$

$$1) a+5 > 0 \quad b+5 > 0$$

$$a+b = 0$$

$$2) a+5 > 0 \quad b+5 < 0$$

$$a-b = 10$$

$$3) b-a = 10$$

$$4) a+5 < 0 \quad b+5 < 0$$

$$a+b = -20$$

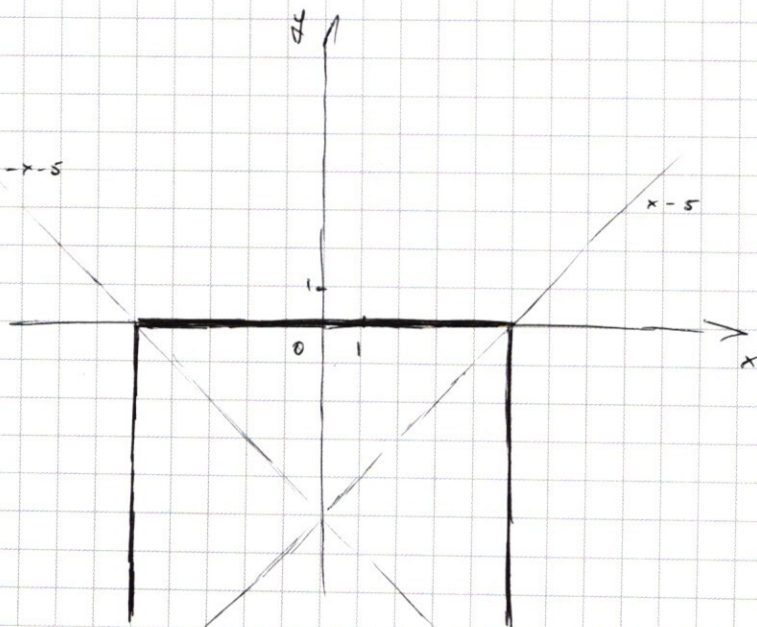
$$1) x+y+5 > 0 \quad y-x+5 > 0$$

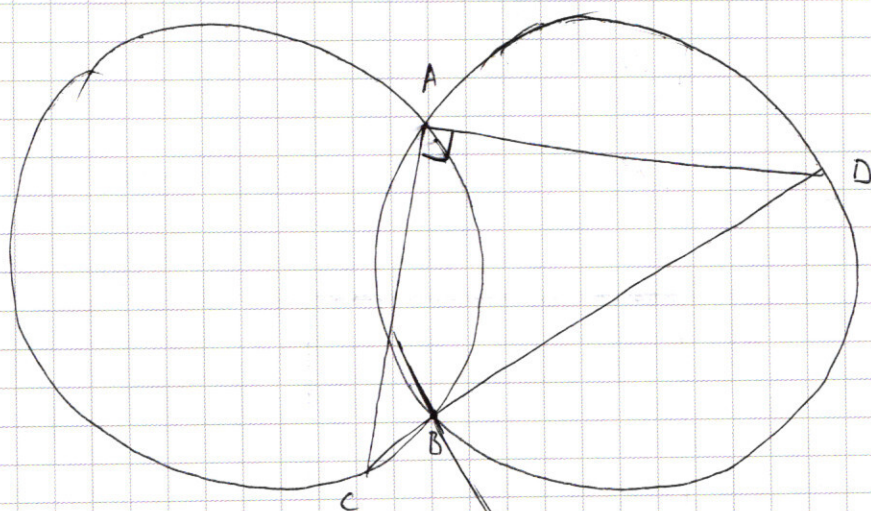
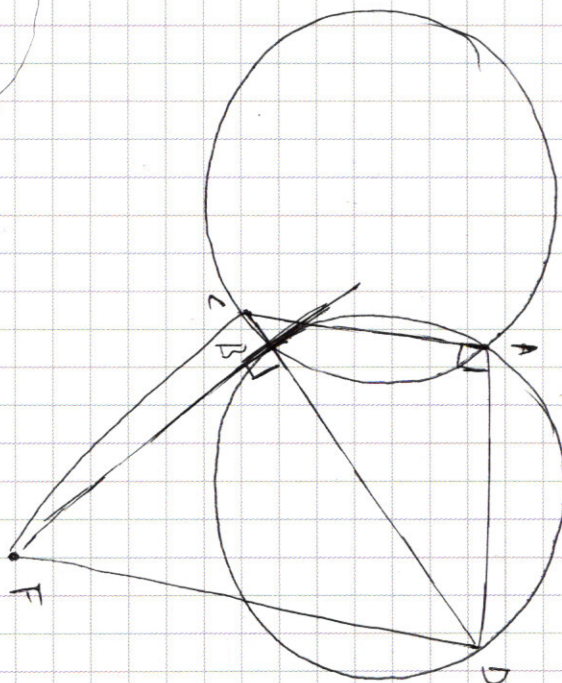
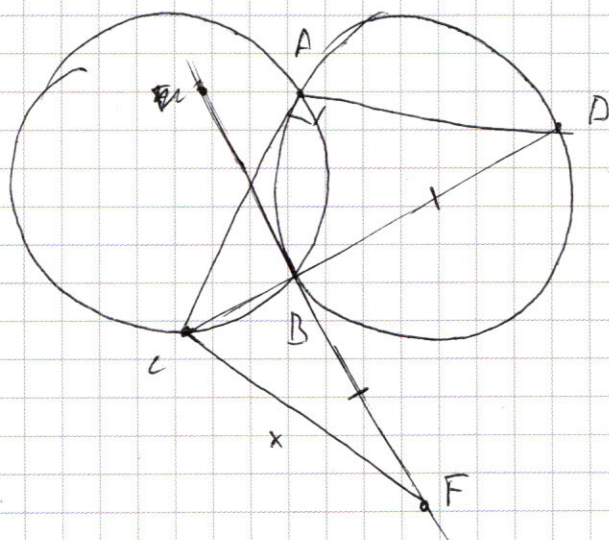
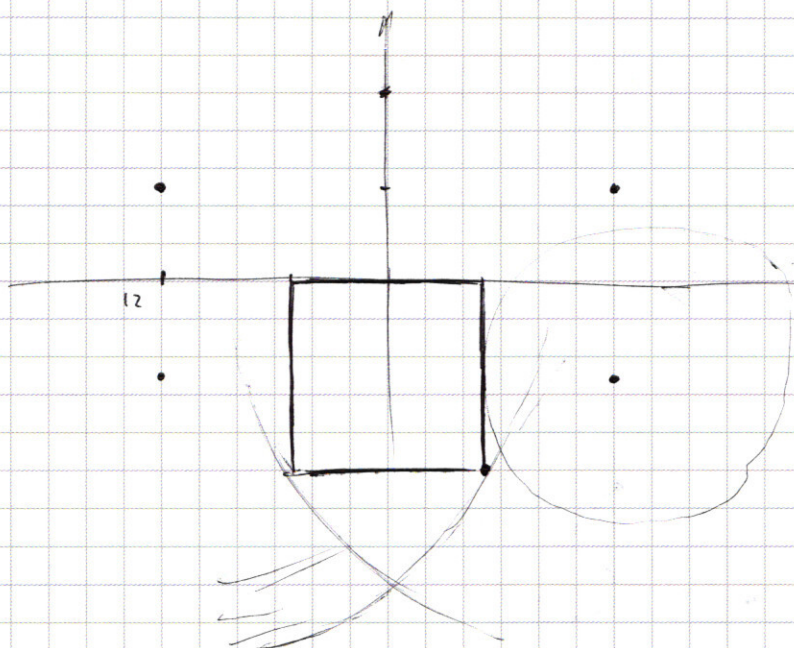
$$2y = 0$$

$$y > -x-5 \quad y > x-5$$

$$2) y > -x-5 \quad y < x-5$$

$$x+y-y+x = 10 \quad x=5$$





ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{array}{r} 9261 \div 3 \\ 3087 \div 3 \\ 1029 \div 3 \\ 343 \end{array}$$

$$9261 = 3^3 \cdot 7^3$$

$$\begin{array}{r} 843 \div 3 \\ 281 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 343 \div 7 \\ 49 \end{array}$$

$$343 \div 7$$

$$\begin{array}{r} 343 \div 7 \\ 49 \end{array}$$

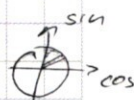
$$9261 = 7^3 \cdot \left| \begin{array}{l} 3^3 \cdot 1^2 \\ 3 \cdot 9 \cdot 1^3 \end{array} \right|$$

$$1^3 \cdot 6^3 + 1^3 \cdot 6^3 \cdot 2 = 3 \cdot 1^3 \cdot 6^3$$

$$\frac{2 \cdot 1^3 \cdot 6^3}{1^3 \cdot 6^3} = 56$$

$$\frac{560}{3} = 1680$$

$$\frac{2 \cdot 1^3 \cdot 6^3}{1^3 \cdot 6^3} = 10$$



$$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = 2 \sin \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \sin \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right)$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$-2 \sin 7x \sin 2x - \sqrt{2} \cos 4x + 2 \sin 7x \cos 2x = 0$$

$$2 \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) - 2 \sqrt{2} \sin 2x \cos 2x = 0$$

$$\sin^2 7x (\cos^2 2x - 2 \sin 2x \cos 2x + \sin^2 2x) = 2 \sin^2 2x \cos^2 2x$$

$$\sin^2 7x (1 - 2 \sin 2x \cos 2x) = 2 \sin^2 2x \cos^2 2x$$

$$k(1 - 2 \sin 2x \cos 2x) = 2 \sin^2 2x \cos^2 2x$$

$$k = \frac{a^2}{1 - 2 \sin 2x \cos 2x}$$

$$k^2 + 1 = 1$$

$$a^2(1 - 2 \sin 2x \cos 2x) = 2 \sin^2 2x \cos^2 2x$$

$$a^2(1 - 2 \sin 2x \cos 2x) = 2 \sin^2 2x \cos^2 2x$$

$$a^2(1 - 2 \sin 2x \cos 2x) = 2 \sin^2 2x \cos^2 2x$$

$$a^2(1 - 2 \sin 2x \cos 2x) = 2 \sin^2 2x \cos^2 2x$$

$$\frac{D}{4} = a^4 + 2a^2$$

$$b = \frac{-a^2 \pm \sqrt{a^4 + 2a^2}}{2}$$

$$\frac{1}{2} b^2 + a^2 b - a^2 = 0$$

$$\frac{1}{2} \sin^2 4x + \sin^2 7x \sin 4x - \sin$$

$$0; \frac{1}{2}$$

$$b = \sin 4x$$

$$\frac{1}{2} b^2 = a^2(1 - b)$$

$$b^2 = 2a^2(1 - b)$$

sin 4x = 2

$$\sin^2 4x = 2 \sin^2 2x (1 - \sin 4x)$$

$$\begin{array}{r} \times 343 \\ 27 \\ \hline 2401 \\ 686 \\ \hline 9261 \end{array}$$

$$\frac{1 - \sin 4x}{\sin^2 4x} = \frac{1}{\sin^2 4x} - \frac{1}{\sin 4x}$$

$$\sqrt{\frac{\sin^2 4x}{1 - \sin 4x}} = \sqrt{1 - \sin 4x}$$

$$\frac{1 - \cos^2 4x}{1 - \sin 4x}$$

$$\begin{array}{r} \times 49 \\ 27 \\ \hline 2301 \\ 686 \\ \hline 9161 \end{array}$$

$$\begin{cases} (x^2 y^2)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^2)} = y^{\ln y - 2 \ln x} \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0 \end{cases}$$

$$a) x^2 - x^2 - 2x^2 + 8x - 4x = 0$$

$$-2x^2 + 4x = 0$$

$$2x(2 - x) = 0$$

$$\begin{cases} x = 0 & \text{н.к.} \\ x = 2 \end{cases}$$

$$b) x^4 - x^3 - 2x^2 + 8x - 4x^2 = 0$$

$$x^4 - x^3 - 6x^2 + 8x = 0$$

$$x(x^3 - x^2 - 6x + 8) = 0$$

$$\begin{array}{r} x^3 - x^2 - 6x + 8 \quad | x-2 \\ \underline{x^3 - 2x^2} \\ -x^2 - 6x + 8 \\ \underline{-x^2 - 2x} \\ -4x + 8 \\ \underline{-4x + 8} \\ 0 \end{array}$$

$$275$$

$$\begin{array}{r} \times 289 \\ 275 \\ \hline 514 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 14 \\ 14 \\ \hline 56 \\ 14 \\ \hline 196 \end{array}$$

$$18x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$$

$$10x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi l$$

$$x^{-2 \ln x} \cdot y^{-4 \ln x} = y^{\ln y - 2 \ln x}$$

$$x^{-2 \ln x} = y^{\ln y - 2 \ln x}$$

$$-2 \ln^2 x = \ln^2 y - 2 \ln y \cdot \ln x$$

$$2a^2 - 3ab + b^2 = 0$$

$$(b-a)(b-2a) = 0$$

$$\begin{aligned} \ln x &= a \\ \ln y &= b \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &> 0 \\ y &> 0 \end{aligned}$$

$$\ln x = \ln y \Rightarrow a) x = y$$

$$8 - 4 - 12 + 8 \quad \ln y = \ln x^2 \Rightarrow b) y = x^2$$

$$-18 + 4 + 12$$

$$D = 1 + 16 \cdot 17$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$\cos$$

$$1) \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases}$$

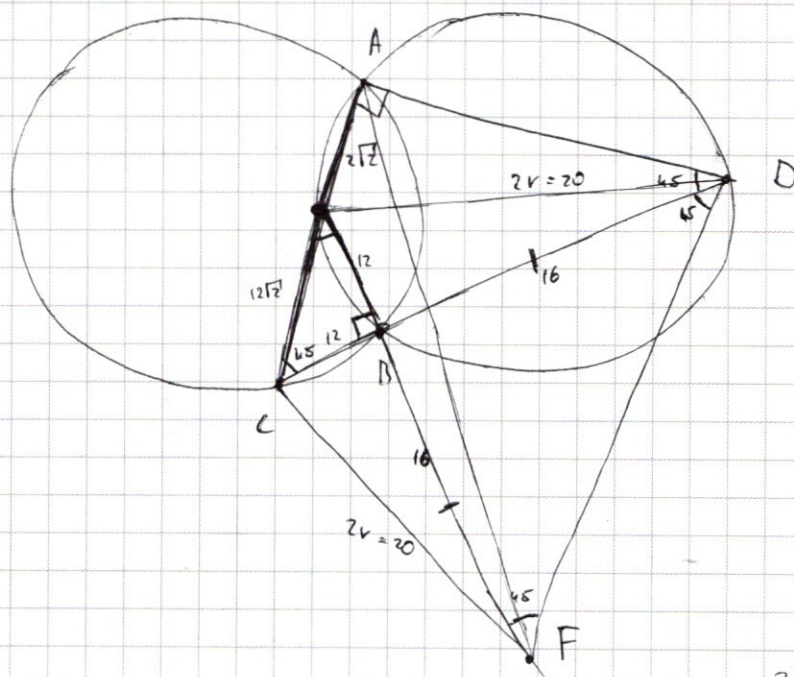
$$3) \begin{cases} x = \frac{\sqrt{17} - 1}{2} \\ y = \frac{9 - \sqrt{17}}{2} \end{cases}$$

$$\frac{17 + 1 - 2\sqrt{17}}{4} = \frac{9 - \sqrt{17}}{2}$$

$$\frac{17 + 1 - 2\sqrt{17}}{4}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

35 max



$$CF - ? = 20$$

$$12 \cdot 28 = 12 \sqrt{2} \cdot \frac{28}{\sqrt{2}} = 14 \sqrt{2}$$

$$2^{32} = t$$

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)x \end{cases}$$

$$y \geq 12t$$

$$y \geq 3 \cdot 2^{34}$$

$$3 \cdot 2^{34} < 76 + 2(2^{32} - 1)x$$

$$x > \frac{3 \cdot 2^{34} - 76}{2(2^{32} - 1)}$$

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 12t \\ y < 76 + 2(t - 1)x \end{cases}$$

$$x > \frac{y - 76}{2(t - 1)}$$

$$y \geq 2 \frac{y - 76}{2(t - 1)} + 12t$$

$$76 = 32 - 2 = 19 \cdot 2^2$$

$$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$$

$$\sin^2 4x = 2 \sin^2 7x (1 - \sin 4x)$$

$$\sin^2 7x = \frac{\sin^2 4x}{2(1 - \sin 4x)}$$

[0; 1]

[0; 2]

[0; 4]

$$-2 \sin 7x \sin 2x - \sqrt{2} \cos 4x + 2 \sin 7x \cos 2x = 0$$

$$2 \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) = \sqrt{2} \cos 4x$$

$$2 \sin^2 7x (1 - \sin^2 4x) = \cos^2 4x$$

$$2 \sin^2 7x (1 - \sin 4x) = (1 - \sin^2 4x)$$

$$2 \sin^2 7x = (1 - \sin^2 4x) (-\cos 4x)$$

$$2 \sin^2 7x = \sin^2 4x \cos 4x - \cos 4x$$

$$(1 - \sin 4x) (2 \sin^2 7x - 1 + \cos 4x) = 0$$

$$2 \sin^2 7x + \cos 4x - 1 = 0$$

$$\cos 4x - \cos 14x = 0$$

$$\cos 4x = \cos 14x$$

$$4x = 14x - 2\pi n$$

$$4x + 14x - 2\pi k = 0$$

$$x = \frac{\pi n}{5}$$

$$x = \frac{\pi n}{9}$$

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)x \end{cases}$$

$$2^x + 3 \cdot 2^{34} = 76 + 2(2^{32} - 1)x$$

$$2^6 + 3 \cdot 2^{34} = 76 + 2 \cdot 2^{33} - 2$$

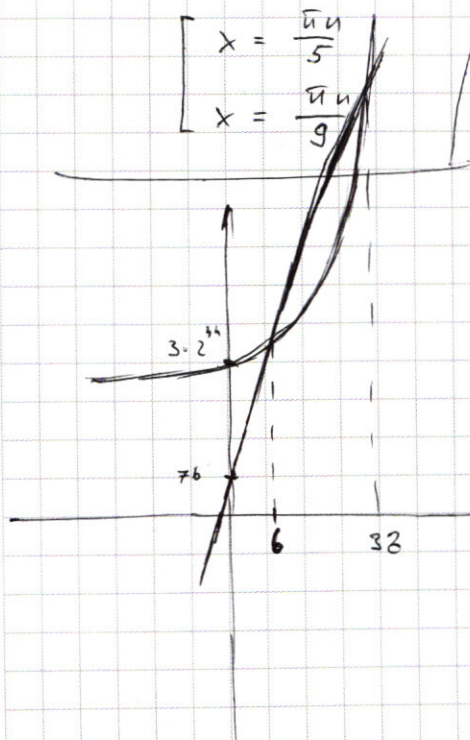
$$4 + 3 \cdot 2^{34} = 76 + 2^{34} - 4$$

$$8 + 3 \cdot 2^{34} = 76 + 3 \cdot 2^{33} - 6$$

$$16 + 3 \cdot 2^{34} = 76 + 2 \cdot 2^{34} - 8$$

$$2^{34} + 3 \cdot 2^{34} = 76 + 3 \cdot 2^{34}$$

$$2^6 + 3 \cdot 2^{34} = 76 + 3 \cdot 2^{34} - 12$$



6

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$2^x + 3 \cdot 2^{34} = 76 + 2(2^{32} - 1)x$$

32

$$2^{32} + 12 \cdot 2^{32} = 76 + 64 \cdot 2^{32} - 64$$

32

256

$$2 \cdot 2^{32} + 12 \cdot 2^{32} = 76 + 66 \cdot 2^{32} - 66$$

33

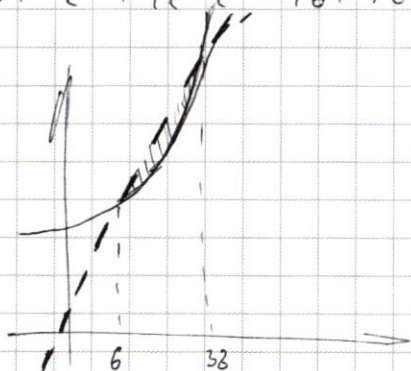
8

$$256 \cdot 2^{32} + 12 \cdot 2^{32} = 76 + 80 \cdot 2^{32} - 80$$

40

$$64 \cdot 2^{32} + 12 \cdot 2^{32} = 76 + 76 \cdot 2^{32} - 76$$

38



$$\begin{aligned} & (76 + 2(2^{32} - 1)x - 2^x - 3 \cdot 2^{34}) - \\ & - (76 + 2(2^{32} - 1)(x+1) - 2^{x+1} - 3 \cdot 2^{34}) = \\ & = -2(2^{32} - 1) - 2^x + 2^{x+1} \end{aligned}$$

$$+ 2^x - 2^{x+1}$$

$$0 + 2(2^{32} - 1) \cdot 31 \cdot (2^6 - 2^7 + 2^7 - 2^8 + \dots + 2^{36} - 2^{37})$$

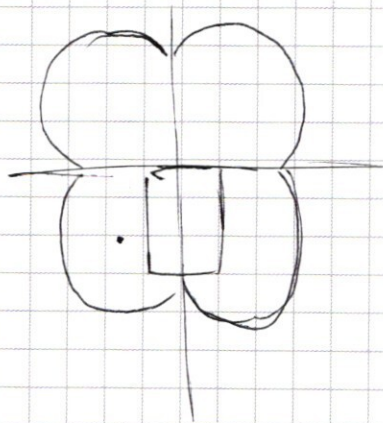
7 37

$$\frac{31}{16}$$

4

$$\frac{37}{7}$$

$$37 - 7 = 31 - 1$$



$$\begin{aligned} & 2(2^{32} - 1) \cdot \frac{31 \cdot 32}{2} + 31 \cdot 2^6 - 2^{38} + 2^7 = \\ & 31 \cdot 2^{37} - 31 \cdot 32 + 33 \cdot 2^6 - 2^{38} \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} \times 64 \\ 33 \\ \hline 192 \\ 192 \\ \hline 2112 \\ - 992 \\ \hline 1120 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 31 \\ 32 \\ \hline 62 \\ 93 \\ \hline 992 \end{array}$$

