

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 7

ШИФ]

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 9261. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^7)}, \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 16.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 5| + |y - x + 5| = 10, \\ (|x| - 12)^2 + (|y| - 5)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 10 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
- б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 12$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~ 1.

$$9261 = 9 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$$

$$7 \cdot 7 = 49 - \text{не делит}$$

$$3 \cdot 3 = 9 - \text{делит}$$

возможны два случая
в числе.

$$\begin{array}{r} 9261 \div 9 = 1029 \\ 1029 \div 3 = 343 \\ 343 \div 7 = 49 \\ 49 \div 7 = 7 \end{array}$$

I 1 1 3 3 3 7 7 7

II 1 1 1 3 3 7 7 7

и их перестановки; посчитаем кол-во
всех перестановок.

$$\frac{8!}{3! \cdot 3! \cdot 2!} + \frac{8!}{3! \cdot 3!} = \frac{8!}{3! \cdot 3!} \cdot \frac{3}{2} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \frac{3}{2} = 1680$$

Ответ: 1680

~ 3.

$$\begin{cases} (x^2 y)^{\ln x} = y^{\ln(\frac{y}{x^2})} = y^{\ln y - 2 \ln x} \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0 \end{cases}$$

ОДЗ: $x > 0$
 $y > 0$

I $y^2 - y(x+4) - (2x^2 - 8x) = 0$

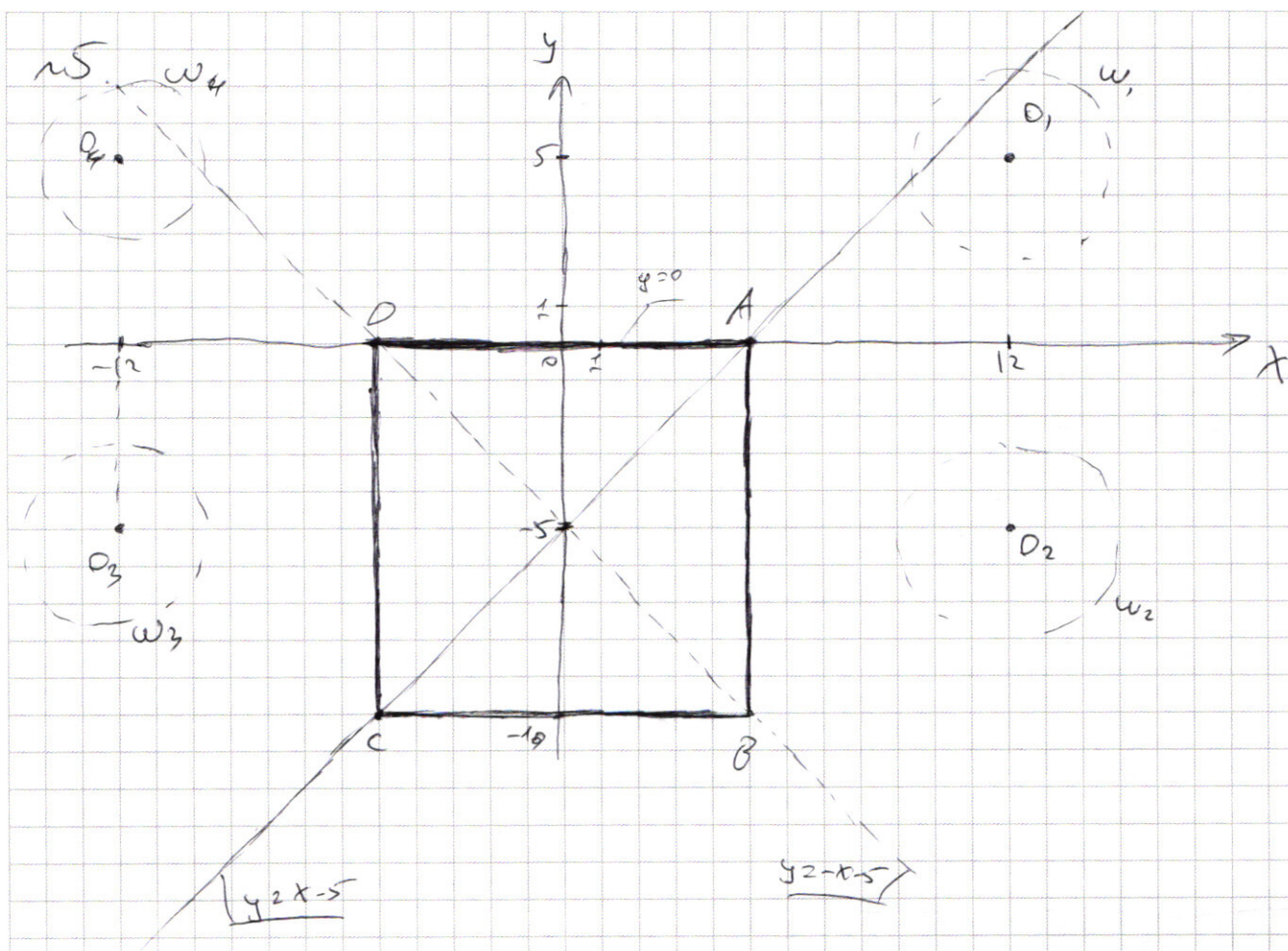
$$D = x^2 + 8x + 16 + 8x^2 - 32x = 9x^2 - 24x + 16 = (3x - 4)^2$$

$$y = \frac{x+4 \pm (3x-4)}{2} = \begin{cases} 2x \\ -x+4 \end{cases}$$

II $x^{-2 \ln x} \cdot y^{-4 \ln x} = y^{\ln y - 2 \ln x} \Leftrightarrow x^{-2 \ln x} = y^{\ln y - 3 \ln x} \quad \left| \ln \right. \leftarrow \text{применим логарифм}$

$$\Leftrightarrow -2 \ln x \cdot \ln x = (\ln y - 3 \ln x) \ln y \quad ; \quad \ln y = a \quad \Leftrightarrow -2b^2 = a^2 - 3ab \Leftrightarrow$$

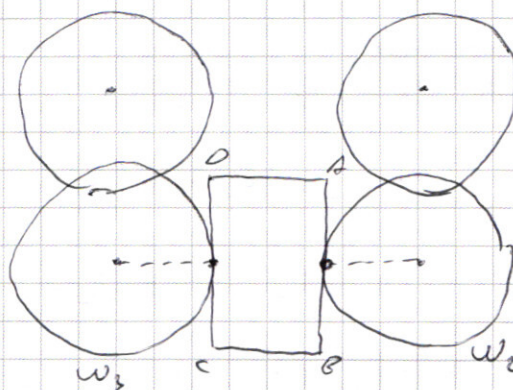
$$\Leftrightarrow a^2 - 3ab + 2b^2 = 0 \quad D = 9b^2 - 8b^2 = b^2 \quad a = \frac{3b \pm b}{2} = \begin{cases} 2b \\ b \end{cases} \Leftrightarrow \text{продолж. из стр. 2}$$



Решение - это пересечения 4-х окружностей радиуса $\sqrt{9}$ с прямоугольником ABCD.

Существ с 2-мя решениями 2:

Вар I:

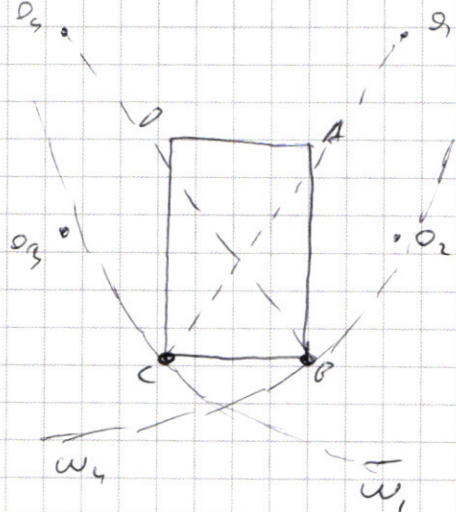


ω_3 кас. DC
 ω_2 кас. AB

ω_1 проходит через T.C
 ω_4 проходит через T.B

продолж. из стр. 4

Вар II:



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{aligned} \sim 3 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} 1/4 y \geq 1/4 x \\ 1/4 y \leq 2/4 x \\ y \geq 2x \\ y \leq -x+4 \end{cases} & \Leftrightarrow \begin{cases} y \geq x \\ y \leq x^2 \\ y \geq 2x \\ y \leq -x+4 \end{cases} \quad \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2x \\ x^2 \leq 2x \\ x \geq -x+4 \\ x^2 \leq -x+4 \end{cases} \\ & \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x \in \left[\frac{-1+\sqrt{5}}{2}, \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \right] \\ x \in \left[-\frac{1+\sqrt{5}}{2}, -\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right] \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x \neq 0 \text{ во осях} & \Rightarrow \begin{cases} x \geq \frac{\sqrt{5}-1}{2} \\ y \geq \frac{9-\sqrt{5}}{2} \\ x \leq \frac{-1-\sqrt{5}}{2} \text{ во осях} \end{cases} \\ & \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=2 \end{cases} \end{aligned}$$

Ответ: $(2; 2)$ и $\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}, \frac{9-\sqrt{5}}{2}\right)$.

~5.

$$\begin{cases} |x+y+5| + |y-x+5| = 10 \\ (x+12)^2 + (y-5)^2 = a \end{cases} \quad \leftarrow \begin{aligned} & |x+y+5| \geq 0 \text{ при } y \geq -x-5 \\ & |y-x+5| \geq 0 \text{ при } y \geq x-5 \end{aligned}$$

Рассмотрим модули через.

$$\begin{cases} y \geq -x-5 \\ y \geq x-5 \end{cases}$$

$$2y+10=10$$

$$y=0$$

4 окружности радиуса $\sqrt{a}$ с центрами

в точках $(12; 5); (12; -5); (-12; 5); (-12; -5)$

$$\textcircled{II} \quad \begin{cases} y \geq -x-5 \\ y \leq x-5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x=0 \\ x=5 \end{cases}$$

$$\textcircled{III} \quad \begin{cases} y \leq -x-5 \\ y \geq x-5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -x-y-5+y-x+5 \geq 10 \\ x=-5 \end{cases}$$

$$\textcircled{IV} \quad \begin{cases} y \leq -x-5 \\ y \leq x-5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -x-y-5-y-x-5 \geq 10 \\ -2y \geq 20 \\ y \leq -10 \end{cases}$$

Решим графически
(на стр. 3)

~ 5.

Найти a : Всп: $\sqrt{a} = 7$

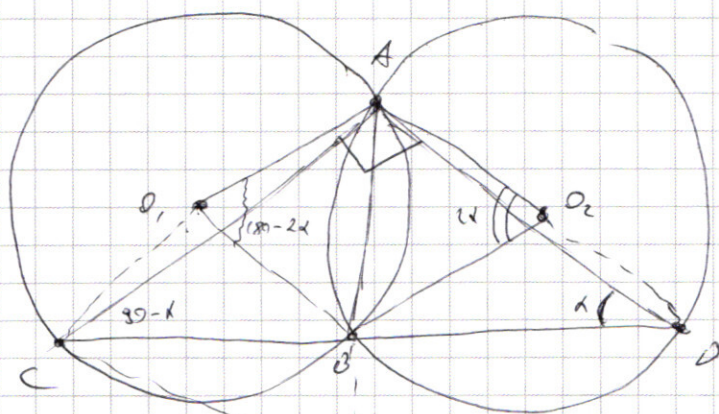
Всп II: $\sqrt{a} = \sqrt{15^2 + 17^2}$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 49 \\ a = 15^2 + 17^2 = 225 + 289 = 514 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ \times 15 \\ \hline 75 \\ 225 \\ \hline 225 \\ + 289 \\ \hline 514 \end{array}$$

Ответ: $a = \begin{cases} 49 \\ 514 \end{cases}$

~ 6



Ⓐ Пусть $\angle ADC = x$; тогда
 $\angle ACD = 90 - x$

Тогда $\angle AOB = 2 \cdot \angle ADB = 2x$

и $\angle AOC = 2 \cdot \angle ACB = 180 - 2x$

$\Rightarrow AOB, O, C$ — впис. четырехуг.,
у кот. все стороны равны $\Rightarrow$

$\Rightarrow AOB, O, C$ — впис. уг.; $AB = 10\sqrt{2}$; $\angle ADB = \angle ACB = 45^\circ$; $BD = BC =$

$= AB = 10\sqrt{2}$ (AB — высота $\triangle ACO$ и $\triangle BCO$), $O \in AC$
 $O \in BD$

$$AC = \sqrt{AO^2 + OC^2} = \sqrt{BO^2 + OD^2} = \sqrt{2} \cdot BO = 20$$

Пусть: $AC = AD = z$
 $CB = a$
 $BD = b$

Тогда по теор. косинусов в $\triangle ABC$

$$AB^2 = AC^2 + CB^2 - 2AC \cdot CB \cdot \cos 45^\circ$$

$$\begin{cases} 200 = z^2 + a^2 - 2az \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \\ (a+b)^2 = 2z^2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 200 = \frac{(a+b)^2}{2} + a^2 - \sqrt{2}a \cdot \frac{a+b}{2} = \frac{a^2+b^2}{2} + ab + a^2 - a^2 - ab = \frac{a^2+b^2}{2} \Rightarrow$$

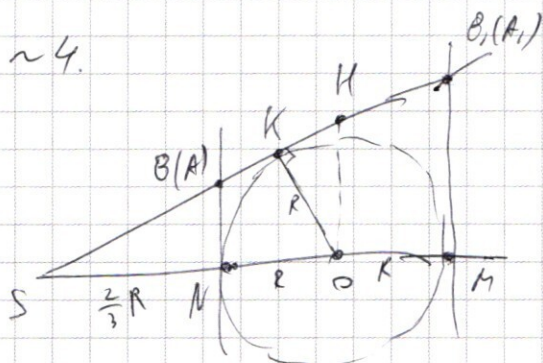
$$\Rightarrow a^2 + b^2 = 400 = BF^2 \Rightarrow BF = 20$$

Ⓐ $BC = 12 \Rightarrow BD = BF = \sqrt{400 - 144} = \sqrt{256} = 16$ и $AC = \frac{12+16}{\sqrt{2}} = 14\sqrt{2}$

Контроль кр. стр. 5

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~ 4.



$$\Delta SMO \sim \Delta SOK \Rightarrow \frac{R}{\sum R} = \frac{SK}{\sum R} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \phi_H = \frac{5}{4} R$$

$$+ S_{(A)}^B \sim 8 \text{ MO} \Rightarrow \frac{S_{(A)}^B}{2} = \frac{S_A}{2}$$

$$\Rightarrow S_{B(A)} = \frac{2}{5} SH = \frac{2}{5} \sqrt{\frac{15}{9} R^4 + \frac{25}{16} R^4} = \frac{2}{5} \cdot R \sqrt{\frac{16+9}{16}} = 2R \cdot \frac{5}{4 \cdot 2} = \frac{5}{6} R \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{S_{B(A)}}{S_K} = \sqrt{\frac{S_{acc}}{S_{ULM}}} = \frac{\frac{5}{8} R}{\frac{2}{3} R} = \frac{5}{8} \Rightarrow \frac{1}{S_{ULM}} = \frac{25}{64} \Rightarrow S_{ULM} = \frac{64}{25}$$

Q. 8. Bem: $\alpha) \in KSO_2$ arc $\sin(\frac{3}{5})$; $\beta) S_{4n} = \frac{64}{25}$

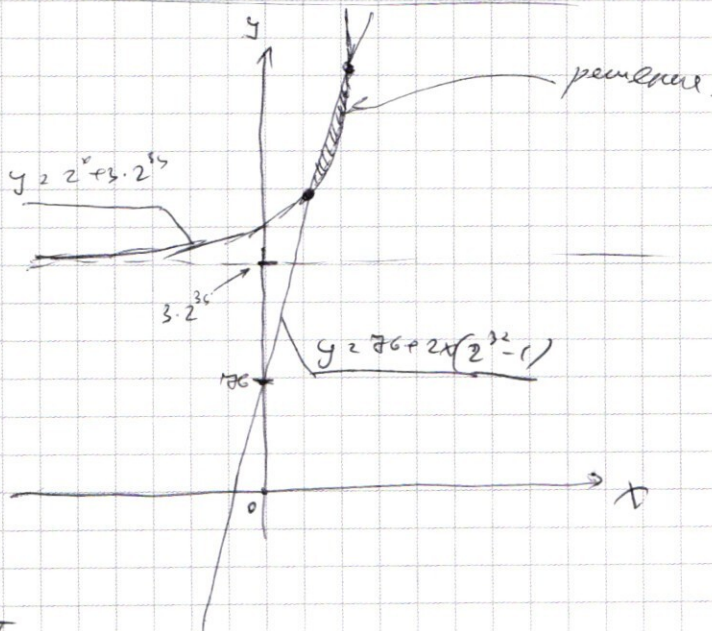
~ 7

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{3x} \\ y < 76 + 2x(2^{32} - 1) \end{cases}$$

Образ при $x \in \mathbb{R}$

прикладные задачи

$$(\text{even } x \in \mathbb{Z} \Rightarrow y \in \mathbb{Z})$$



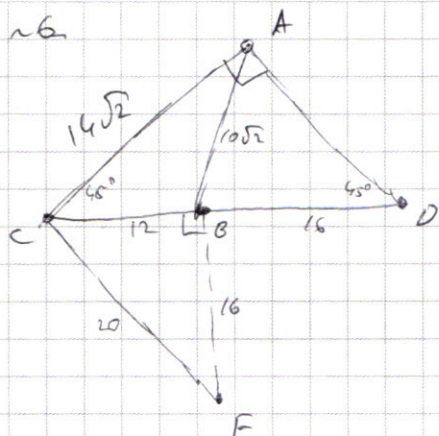
Очевидно, 250 грн $x \leq 0$ рентабельно

$$(2^x + 3 \cdot 2^{34} \geq 3 \cdot 2^{34}; 76 + 2x(2^{32} - 1) < 3 \cdot 2^{34} \text{ при } x \leq 0) \Rightarrow$$

3) $X \in \mathbb{N}$.

Prüfung: $76 + 2 \cdot 6 \cdot 2^{32} - 26 = 2^6 + 3 \cdot 2^{34}$

$64 \cdot 3 \cdot 2^{34} = 64 \cdot 3 \cdot 2^{36} \Rightarrow X=6$ — целое. графическое.
узелок и, ср. 7



$$S_{ACF} = \frac{1}{2} AC \cdot CF \cdot \sin \angle ACF$$

$45^\circ + \angle BCF$

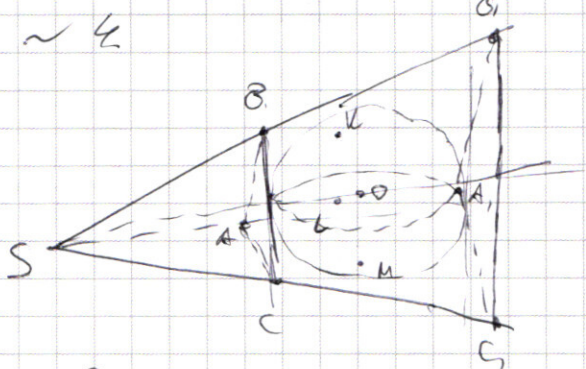
$$\angle ACF = \angle ABC$$

$$\sin \angle BCF = \frac{4}{5}; \cos \angle BCF = \frac{3}{5}$$

Д) $S_{ACF} = \frac{1}{2} \cdot 14\sqrt{2} \cdot 20 \cdot \sin(45^\circ + \angle BCF) =$

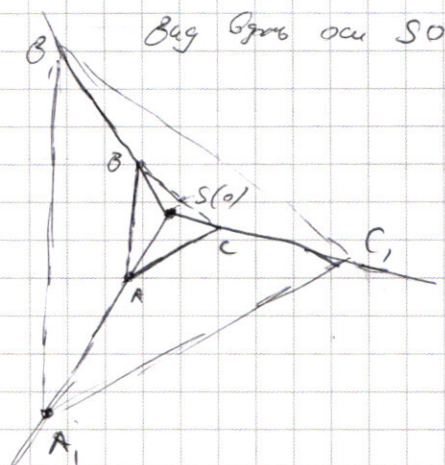
$$= 140\sqrt{2} \left(\frac{1}{2} \cdot \sin \angle ACF + \frac{1}{2} \cos \angle ACF \right) = 140 \left(\frac{4}{5} + \frac{3}{5} \right) = 18 \cdot 7 = \boxed{196}$$

Ответ: а) 20; д) 196



$$S_{ABC} = 1$$

$$S_{A_1B_1C_1} = 16$$

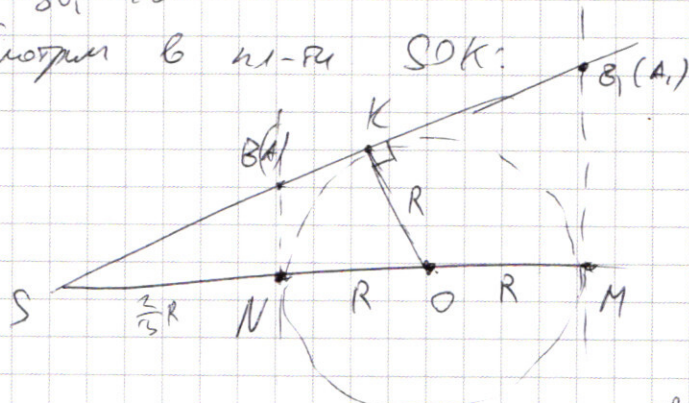


$\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$, т.к. их-ти парал. $\Rightarrow$ симметрия относительно оси SO. Д

Д) $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{CA}{C_1A_1} = \sqrt{\frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}}} = \frac{1}{4} \Rightarrow$ т.к. $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{SB}{SB_1} = \frac{1}{4}$ Д

Д) $SB = 4SB$

Смотрим в н-ру SOK:



В н-ру SOK

т.к. B и A - совпадают

$\hookrightarrow$ т.к. B и A, - совпадают

$$\frac{SB_{(A)}}{SB_{(A_1)}} = \frac{1}{4} = \frac{SN}{SM} = \frac{SN}{2R+SN} \Rightarrow$$

Д) $2R+SN = 4SN \Rightarrow SN = \frac{2}{3}R \Rightarrow$

Д) $SK = \sqrt{\frac{8}{9}R^2 - R^2} = \frac{4}{3}R$; $\sin \angle KSO = \frac{R}{\frac{4}{3}R} = \frac{3}{4} \Rightarrow \angle KSO = \arcsin\left(\frac{3}{4}\right)$
 (проверка на стр 6)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№7

Проверим $x=5$ и $x=7$:
 $x=5$:

$$2^5 + 3 \cdot 2^{34} \cup 76 + 5 \cdot 2^{33} - 10$$

$$32 + 3 \cdot 2^{34} \cup 66 + 2.5 \cdot 2^{34}$$

$$0.5 \cdot 2^{34} \cup 34$$

>

$x=7$:

$$2^7 + 3 \cdot 2^{33} \cup 76 + 7 \cdot 2^{33} - 14$$

$$128 + 3 \cdot 2^{34} \cup 62 + 3.5 \cdot 2^{34}$$

$$66 \cup 0.5 \cdot 2^{34}$$

<

$x=6$ — первое ~~пересечение~~, ищем второе.

~~$2^x + 3 \cdot 2^{34} = 76 + x \cdot 2^{33} - 2x$~~ Получим $x=38$

$$2^{38} + 3 \cdot 2^{34} \cup 76 + 38 \cdot 2^{33} - 76$$

$$2^5 + 3 \cdot 2 \cup 38$$

$$32 + 6 \cup 38$$

$$38 = 38$$

$\Rightarrow x=38$ — второе пересечение $\Rightarrow$ при $x \in [6; 38)$ —

— есть решения:

Сколько их? ~~24~~

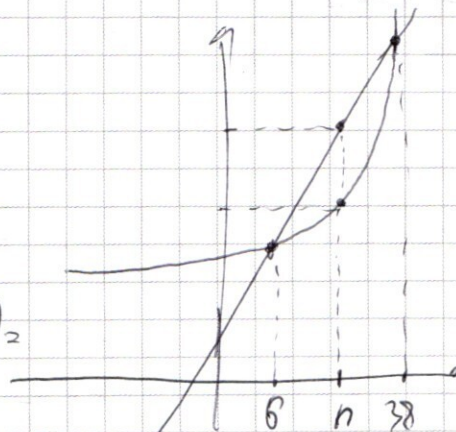
При $x=n$ решений:

$$76 + 2(2^{32} - 1)n - 2^n - 3 \cdot 2^{34} = 0$$

$$\Rightarrow \text{Всего решений: } \sum_{n=6}^{38} (76 + 2(2^{32} - 1)n - 2^n - 3 \cdot 2^{34}) =$$

$$= 76 \cdot 33 - 3 \cdot 2^{34} \cdot 33 + 2(2^{32} - 1) \cdot \frac{27 \cdot 38}{2} - 2^6 \left(\frac{2^{27} - 1}{2} \right) = 76 \cdot 33 - 3 \cdot 2^{34} \cdot 33 +$$

$$+ 2^{32} \cdot 27 \cdot 38 - 27 \cdot 38 - 2^{33} + 2^6 = \boxed{2^{32} \cdot 628 + 1546} \text{ Ответ.}$$



~ 2

$$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$$

$$\sqrt{2} \sin(9x + \frac{\pi}{4}) + \sqrt{2} \cos(5x + \frac{\pi}{4}) - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\sin(9x + \frac{\pi}{4}) = \cos(5x + \frac{\pi}{4}) + \cos 4x$$

$$\sin(9x + \frac{\pi}{4}) = 2 \cos(\frac{9x + \frac{\pi}{4}}{2}) \cdot \cos(\frac{x + \frac{\pi}{4}}{2})$$

$$\sin(\frac{9x + \frac{\pi}{4}}{2}) \cdot \cos(\frac{9x + \frac{\pi}{4}}{2}) = 2 \cos(\frac{9x + \frac{\pi}{4}}{2}) \cdot \cos(\frac{x + \frac{\pi}{4}}{2})$$

$$\cos(\frac{9x + \frac{\pi}{4}}{2}) (\sin(\frac{9x + \frac{\pi}{4}}{2}) - 2 \cos(\frac{x + \frac{\pi}{4}}{2})) = 0$$

$$\left[\cos(\frac{9x + \frac{\pi}{4}}{2}) = 0 \Rightarrow \frac{9x + \frac{\pi}{4}}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi n \Rightarrow 9x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi n \right.$$

$$\left. \sin(\frac{9x + \frac{\pi}{4}}{2}) = 2 \cos(\frac{x + \frac{\pi}{4}}{2}) \right]$$

$$\boxed{x = \frac{\pi}{12} + \frac{2}{9}\pi n}$$

$$\left[\frac{9x + \frac{\pi}{4}}{2} = \frac{\pi}{2} - \frac{x}{2} - \frac{\pi}{8} + 2\pi k \right.$$

$$\left. \frac{9x + \frac{\pi}{4}}{2} = \frac{\pi}{2} + \frac{x}{2} + \frac{\pi}{8} + 2\pi m \right]$$

$$\left[9x + \frac{\pi}{4} = \pi - x - \frac{\pi}{4} + 4\pi k \right.$$

$$\left. 9x + \frac{\pi}{4} = \pi + x + \frac{\pi}{4} + 4\pi m \right]$$

$$\Rightarrow \left[10x = \frac{\pi}{2} + 4\pi k \right.$$

$$\left. 8x = \pi + 4\pi m \right]$$

$$\left[x = \frac{\pi}{20} + \frac{2\pi k}{5} \right]$$

$$\left[x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi m}{2} \right]$$

Ответ: $x = \left[\begin{array}{l} \frac{\pi}{20} + \frac{2\pi k}{5} \\ \frac{\pi}{8} + \frac{\pi m}{2} \\ \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi n}{9} \end{array} \right]$

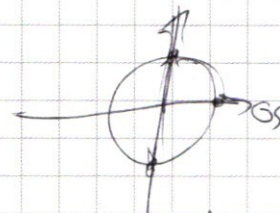
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$$

~~$$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} (\cos 4x \cos 5x + \sin 4x \sin 5x) + \sin 9x + \sin 5x = 0$$~~

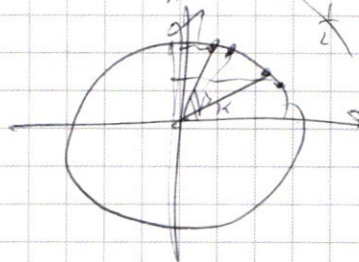
~~$$\sqrt{2} \cos 4x \sin 5x$$~~

$$\sin 4x + \sin 4x = 2$$



$$\cos 4x = \cos 2x = 2 \left(\cos \frac{x}{2} \cos \frac{3x}{2} \right)$$

$$\cos \frac{4x}{2} = \cos 2x = 2 \left(\cos \frac{x}{2} \cos \frac{3x}{2} \right)$$



~~ХЗ~~

$$x = 6$$

$$2^{33}x - 2x + 76 = 2^0 + 3 \cdot 2^{33}$$

~~$$2^{33}x - 2x + 76 = 16 + 3 \cdot 2^{33}$$~~

~~$$2^{33}x - 2x + 76 = 64 + 3 \cdot 2^{33}$$~~

$$x = 6$$

$$76 = 2 \cdot 38 = 4 \cdot 19$$

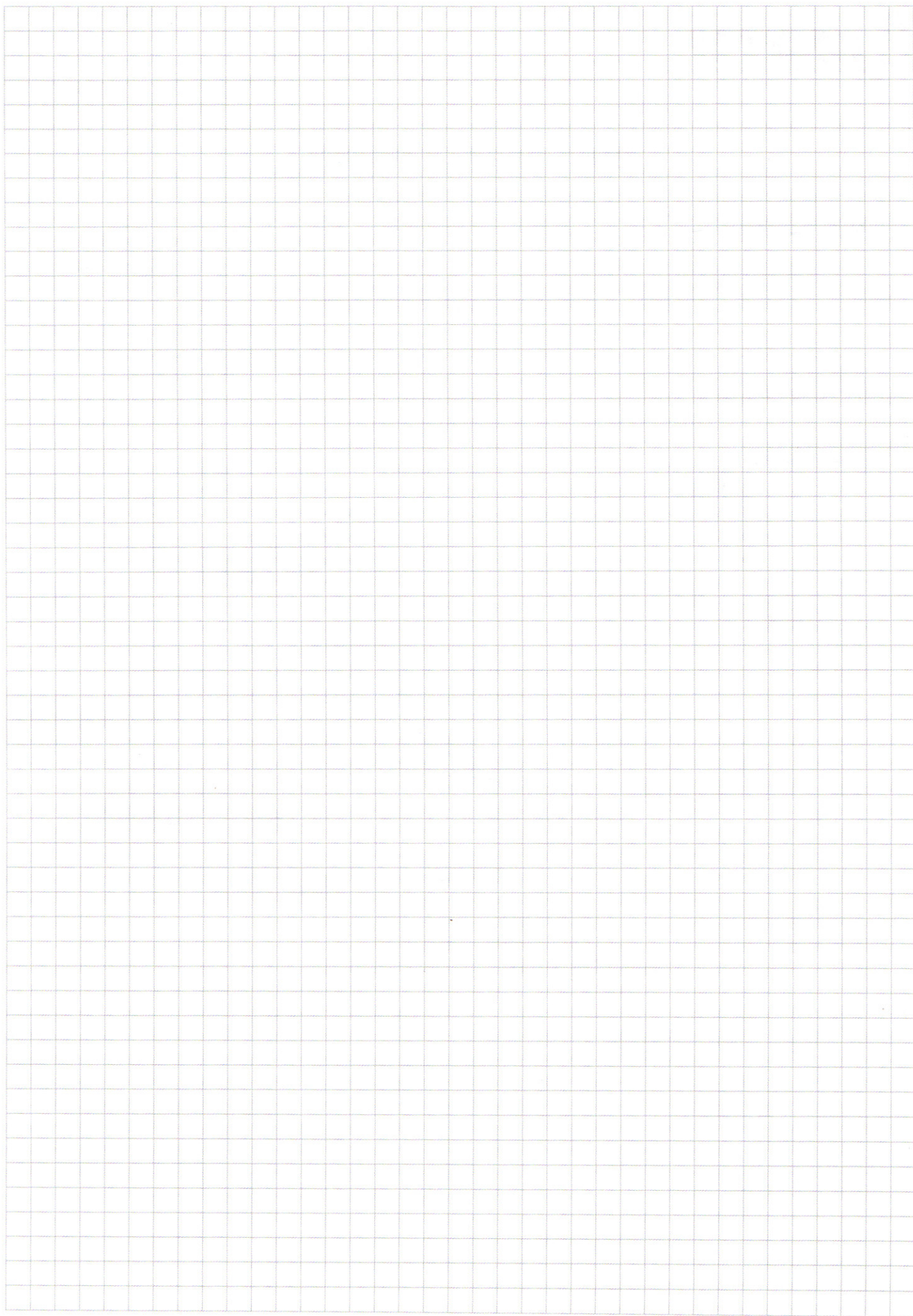
$$2 \cdot 2^{33} + 3 \cdot 2^{33} = 76 + 2 \cdot 2^{33} - 2x$$

$$2^x (2^{i-33} + 3) = 2^x$$

$$2^{i-33} + 6 = 2$$

$$2^5 + 6 = 38$$

$$2^5 = 32$$



☒ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~1.

$$a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7$$

$$a_0 \neq 0$$

$$\textcircled{I} 33377711$$

$$\textcircled{II} 93777111$$

$$92619$$

$$\begin{array}{r} 92619 \\ -5 \\ \hline 028 \\ -28 \\ \hline 0 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$$

$$81 \cdot 343$$

$$\begin{array}{r} 1029/3 \\ 3 \\ \hline 343 \\ -3 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\frac{1-\sqrt{2}+i\sqrt{2}}{4}$$

$$\frac{1-\sqrt{2}}{2} + i\sqrt{2}$$

$$\frac{5-\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{1-\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{x^2}{168}$$

$$\frac{8!}{3! \cdot 3! \cdot 2!} + \frac{8!}{3! \cdot 3!} = \frac{8! \cdot 2}{3! \cdot 3! \cdot 2!} + \frac{8! \cdot 2}{3! \cdot 3! \cdot 2!}$$

$$x^2 + x - 4 = 0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

~2.

$$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + 8 \cos 3x + 5 \cos 2x = 0$$

$$\cos 4x \cos 5x - \sin 4x \sin 5x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 4x \cos 5x + \sin 5x \cos 4x + \sin 4x \cos 5x = 0$$

$$\cos 4x (\cos 5x - \sqrt{2} + \sin 5x) + \sin 4x (\cos 5x - \sin 5x + 1) + \sin 5x - \cos 5x = 0$$

~3.

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(\frac{y}{x^2})}, & y^{\ln y - \frac{1}{4} \ln x^2} \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y > 0 \\ x > 0 \end{cases}$$

$$x^{-2/\ln x} = y^{\ln y - 3/4 \ln x}$$

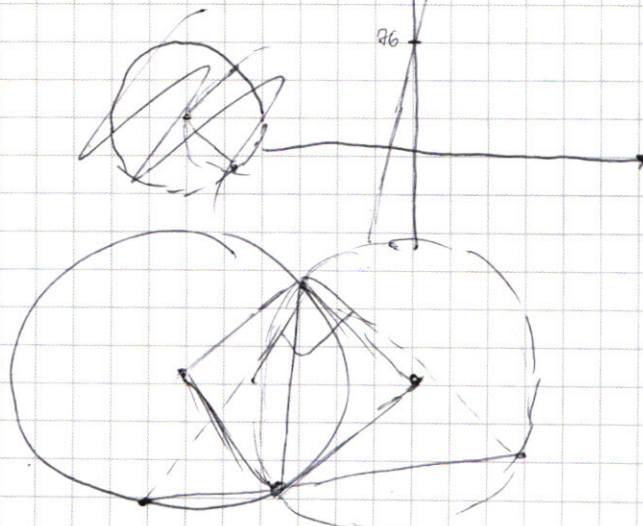
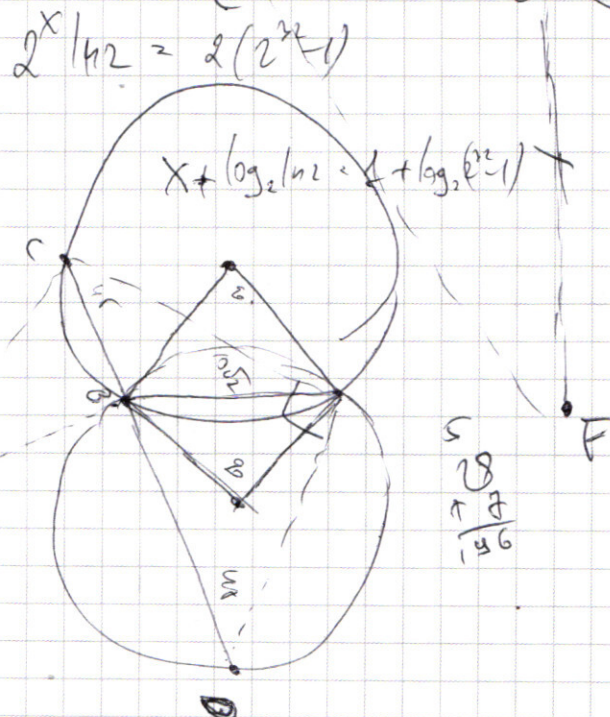
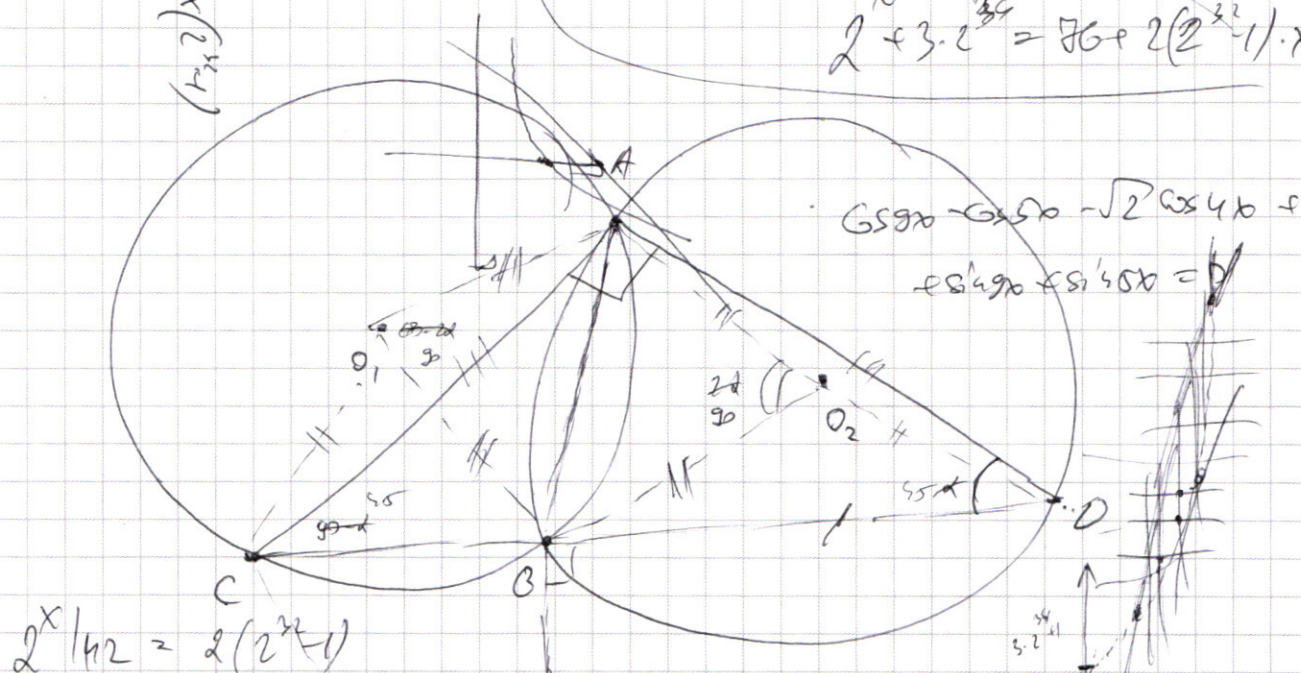
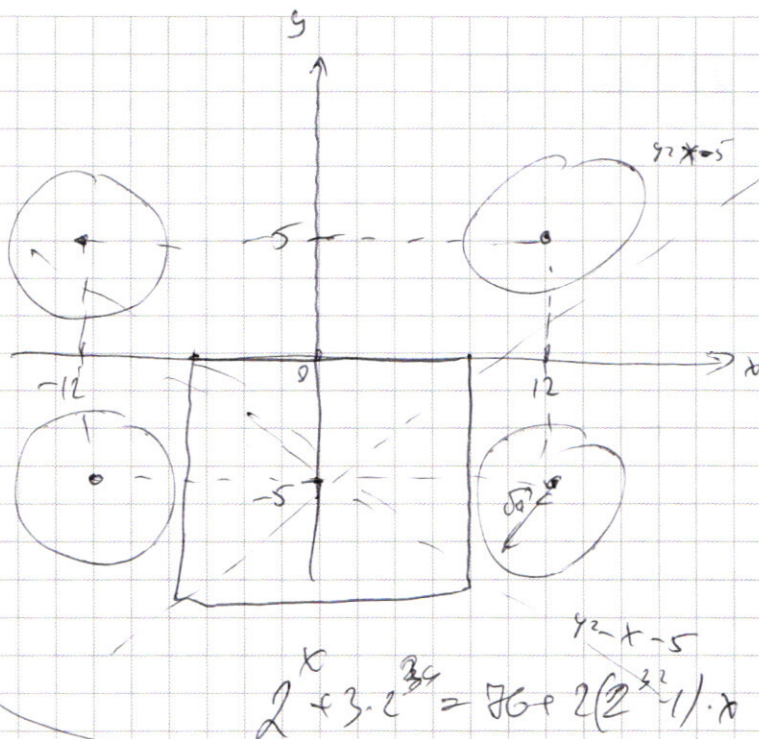
$$x^2 y^{\frac{\ln y - 3/4 \ln x}{-2/\ln x}} = y^{\frac{\ln y}{2/\ln x}}$$

$$y^2 - y(x^2 y) - (2x^2 - 8x) = 0$$

$$x^2 - 8x + 16 + 8x^2 - 32x = 0$$

$$9x^2 - 24x + 16 = (3x - 4)^2$$

$$y = \frac{x+4 \pm (3x-4)}{2} = \begin{cases} 2x \\ -x+4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} |x+y-5| + |y-x-5| = 10 \\ (|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = 9 \end{cases}$$




ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

☒ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № ____
(Нумеровать только чистовики)

6, 7, 8, ... 32

6, 7, 8, 9

$$76 + 33 - 3 \cdot 2^{34} + 2(2^{32} = 1) \frac{(32-5) \cdot 33}{2}$$

$$\frac{(9-6)(9+6)}{2} = 2 \cdot 15 = 30$$

$$2^6 + 2^7 + 2^8 + \dots + 2^{32}$$

$$\frac{1+9^4}{1-9}$$

$$1 + 2 + 4 + \dots + 2^{26}$$

$$\frac{1+9^4}{1-9}$$

$$x^{26} + x^{25} + \dots + x + 1$$

$$(x^{27} - 1)(x - 1)$$

$$\frac{x^{27} - 1}{x - 1}$$

$$\frac{1 + 2 + 4 + \dots + 2^{26}}{2 - 1}$$

$$\frac{1}{1} \mid 1 \mid 1 \mid 1 \mid 1 \mid 1 \mid 1 \mid 1$$

$$76 \cdot 33 - 3 \cdot 31 \cdot 2^{34} + 2^{32} \cdot 27 \cdot 38 - 27 \cdot 38 - 2^{32} \cdot 2$$

$$2 \cdot 38 \cdot 33 - 27 \cdot 38$$

$$38(66 - 27) = 38 \cdot 39$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 27 \\ \times 38 \\ \hline 216 \\ 81 \\ \hline 1026 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ 27 \\ \times 38 \\ \hline 216 \\ 81 \\ \hline 1026 \\ - 396 \\ \hline 630 \\ 8 \\ 38 \\ \hline 39 \\ 342 \\ \hline 119 \\ + 1482 \\ \hline 65 \\ \hline 1546 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 33 \\ \times 12 \\ \hline 66 \\ 33 \\ \hline 396 \end{array}$$

$$2^{32} \cdot 27 \cdot 38 - 2^{32} \cdot 12 \cdot 33 - 2^{32} \cdot 2 + 64 + 38 \cdot 39$$

$$2^{32} (608) + 1546$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$26 + 2(2^{32}-1)x = 2^x - 3 \cdot 2^{35}$$

$$2(2^{32}-1) - 2^x \ln 2 = 0$$

$$2^x \ln 2 = 2(2^{32}-1) \approx 32 \cdot 2^{32} \approx 39$$

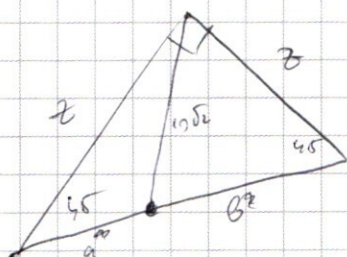
$$x \approx 1 + \log_2(2^{32}-1) + \log_2 \ln 2$$

$$26 + 2(2^{32-1}) \cdot (39) = \frac{2 \cdot (2^{32}-1)}{\ln 2} - 3 \cdot 2^{35}$$

$$\cos 90^\circ - \cos 50^\circ = \sqrt{2} \cos 45^\circ + \sin 45^\circ x + \sin 50^\circ z$$

$$\cos 40^\circ \cos 50^\circ - \sin 40^\circ \sin 50^\circ = \cos 50^\circ - \sqrt{2} \cos 45^\circ + \sin 45^\circ \cos 50^\circ + \cos 40^\circ \sin 50^\circ - \sin 40^\circ \sin 50^\circ$$

$$\cos 50^\circ (\cos 40^\circ \cos 50^\circ + \sin 40^\circ \sin 50^\circ) + \sin 40^\circ (\cos 40^\circ \cos 50^\circ - \sin 40^\circ \sin 50^\circ) + \sin 45^\circ \cos 50^\circ - \sqrt{2} \cos 45^\circ = 0$$



$$\cos \alpha = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

$$\cos \beta = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$a \cos \beta = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2c}$$

$$\cos \alpha = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

$$\cos \beta = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$\frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

$$\frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$a^2 + b^2 - c^2 = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2}$$

$$\cos \alpha = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$2ac \cdot \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = a^2 + c^2 - b^2$$

