

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 7

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб  
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 9261. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение  $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$ .
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^7)}, \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром  $O$  вписана в трёхгранный угол с вершиной  $S$  и касается его граней в точках  $K, L, M$  (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол  $KSO$  и площадь сечения трёхгранного угла плоскостью  $KLM$ , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой  $SO$ , равны 1 и 16.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 5| + |y - x + 5| = 10, \\ (|x| - 12)^2 + (|y| - 5)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 10 пересекаются в точках  $A$  и  $B$ . На первой окружности выбрана точка  $C$ , а на второй – точка  $D$ . Оказалось, что точка  $B$  лежит на отрезке  $CD$ , а  $\angle CAD = 90^\circ$ . На перпендикуляре к  $CD$ , проходящем через точку  $B$ , выбрана точка  $F$  так, что  $BF = BD$  (точки  $A$  и  $F$  расположены по разные стороны от прямой  $CD$ ). Найдите длину отрезка  $CF$ .  
б) Пусть дополнительно известно, что  $BC = 12$ . Найдите площадь треугольника  $ACF$ .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел  $(x, y)$ , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1.  $9261 = 3^3 \cdot 7^3$   
Поскольку единственная цифра, делящаяся на 7 — это «7», то в записи числа ~~только~~ ровно 3 семёрки.

Цифры, делящиеся на 3: «3», «6», «9». Но если в числе присутствует «6», то число : 2, но  $9261 \neq 2$ .  
Значит, только «3» и «9».

Всего возможно 2 случая:

- 1) Есть «9». В этом случае ещё «9» быть не может, значить всего 1 девятка и 1 тройка. Остальные цифры — единицы.

Количество таких чисел:

$$C_8^3 \cdot C_5^1 \cdot C_4^1 = \frac{8!}{5! \cdot 3!} \cdot 5 \cdot 4 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3 \cdot 2} \cdot 20 = 1120$$

выбираем 3 «7»      выбираем 1 «9»      выбираем 1 «3»      (остальные 3 цифры делают единицами, т.е. число однозначно задаётся)

- 2) Есть только три «3» (нет девяток).

Значит, таких чисел всего:

$$C_8^3 \cdot C_5^3 = \frac{8!}{5! \cdot 3!} \cdot \frac{5!}{3! \cdot 2!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3 \cdot 2} \cdot \frac{5 \cdot 4}{2} = 56 \cdot 10 = 560$$

выбираем 3 «7»      выбираем 3 «3»      (остальные цифры единицы и число однозначно задаётся)

Всего таких чисел:  $1120 + 560 = 1680$

Ответ: 1680.

$$3. \begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(\frac{y}{x^2})} & (1) \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0 & (2) \end{cases} \quad \text{или: } \begin{cases} x > 0 \\ \frac{y}{x^2} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases} \end{cases}$$

Рассмотрим (2) как квадратное уравнение относительно  $y$ :

$$y^2 - y(x+4) - 2x^2 + 8x = 0.$$

$$D = (x+4)^2 - 4(-2x^2 + 8x) = x^2 + 8x + 16 + 8x^2 - 32x = 9x^2 - 24x + 16 = (3x-4)^2.$$

$$y_1 = \frac{x+4+3x-4}{2} = 2x \quad (*)$$

$$y_2 = \frac{x+4-3x+4}{2} = \frac{-2x+8}{2} = -x+4. \quad (*) \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} -x+4 &> 0 \\ \boxed{x < 4} \end{aligned}$$

Подставим в (1) с учётом (\*):

$$(x^2 (2x)^4)^{-\ln x} = (2x)^{\ln(\frac{2x}{x^2})}$$

Для каждой строки отдельно решаем первое уравнение.

$$2. \cos 9x + \sin 9x + \sin 5x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x = 0.$$

$$\sqrt{2} \cos \left( 9x - \frac{\pi}{4} \right) + \sqrt{2} \sin \left( 5x - \frac{\pi}{4} \right) - \sqrt{2} \cos 4x = 0.$$

(по формуле взаиморасположения угла)

$$\cos \left( 9x - \frac{\pi}{4} \right) - \cos 4x + \sin \left( 5x - \frac{\pi}{4} \right) = 0.$$

$$-2 \sin \left( \frac{5x - \frac{\pi}{4}}{2} \right) \sin \left( \frac{13x - \frac{\pi}{4}}{2} \right) + 2 \sin \left( \frac{5x - \frac{\pi}{4}}{2} \right) \cos \left( \frac{5x - \frac{\pi}{4}}{2} \right) = 0.$$

$$\sin \left( \frac{5x - \frac{\pi}{4}}{2} \right) \left( \cos \left( \frac{5x - \frac{\pi}{4}}{2} \right) - \sin \left( \frac{13x - \frac{\pi}{4}}{2} \right) \right) = 0.$$

по формуле приведения:

$$\sin \left( \frac{13x}{2} - \frac{\pi}{8} \right) = \cos \left( \frac{\pi}{2} - \frac{13x}{2} + \frac{\pi}{8} \right) = \cos \left( \frac{5\pi}{8} - \frac{13x}{2} \right).$$

либо

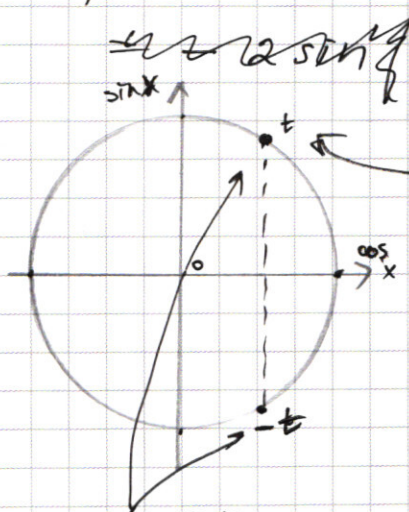
$$1) \sin \left( \frac{5x - \frac{\pi}{4}}{2} \right) = 0.$$

$$\frac{5x - \frac{\pi}{4}}{2} = \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$-\frac{\pi}{4} + 5x = 2\pi k$$

$$5x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k \Rightarrow x = \frac{\pi}{20} + \frac{2\pi k}{5}.$$

$$2) \cos \left( \frac{5x}{2} - \frac{\pi}{8} \right) = \cos \left( \frac{5\pi}{8} - \frac{13x}{2} \right) \text{ или}$$



кос косинуси равна в 2-х углах:

$$1: \frac{5x}{2} - \frac{\pi}{8} = \frac{5\pi}{8} - \frac{13x}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

(это одна точка)

$$\frac{18x}{2} = \frac{6\pi}{8} + 2\pi n.$$

$$9x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi n$$

$$x = \frac{3\pi}{36} + \frac{2\pi n}{9} = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi n}{9}.$$

$$2. \frac{5x}{2} - \frac{\pi}{8} = -\frac{5\pi}{8} + \frac{13x}{2} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z}.$$

$$(13-5)x = \frac{\pi}{2} - 2\pi m$$

(т.к.  $\frac{\pi}{8}$  симметричные относительно горизонтальной оси)

$$4x = \frac{\pi}{2} - 2\pi m \Rightarrow$$

$$x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi m}{2} \text{ (т.е. } m \in \mathbb{Z}, \text{ можем поменять знак на } +)$$

$$\text{Ответ: } \frac{\pi}{20} + \frac{2\pi k}{5}; \frac{3\pi}{12} + \frac{2\pi n}{9}; \frac{\pi}{8} + \frac{2\pi m}{2};$$

$$k, n, m \in \mathbb{Z}.$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cdot \cos 45^\circ$$

$$200 = AC^2 + 144 - 2 \cdot AC \cdot 12 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Положим т. А.  $AC = x$ , то

$$x^2 - 12\sqrt{2}x - 56 = 0$$

$$D = 144 \cdot 2 + 4 \cdot 56 = 9 \cdot 2^5 + 2^5 \cdot 7 = 16 \cdot 2^5 = 2^9$$

$$x_1 = \frac{12\sqrt{2} + 16\sqrt{2}}{2} = 14\sqrt{2} \Rightarrow AC = 14\sqrt{2}$$

$$x_2 = \frac{12\sqrt{2} - 16\sqrt{2}}{2} < 0 \text{ (не подходит, т.к. стороны положительные)}$$

$$\begin{aligned} 3) \sin \angle ACF &= \sin(45^\circ + \angle BCF) = \sin 45^\circ \cdot \cos \angle BCF + \\ &+ \cos 45^\circ \cdot \sin \angle BCF = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{3}{5} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{4}{5} = \frac{\sqrt{2}}{2} \left( \frac{3}{5} + \frac{4}{5} \right) = \frac{7}{5} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \\ &= \frac{7\sqrt{2}}{10} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4) S_{\triangle ACF} &= \frac{1}{2} AC \cdot CF \cdot \sin \angle ACF = \frac{1}{2} \cdot 14\sqrt{2} \cdot 20 \cdot \\ &\cdot \frac{7\sqrt{2}}{10} = \frac{14 \cdot 20 \cdot \sqrt{2} \cdot 7 \cdot \sqrt{2}}{20} = 14 \cdot 14 = 196 \end{aligned}$$

ответ: а)  $CF = 20$   
б)  $S = 196$ .

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

5.  $|x+y+5| + |y+5-x| = 10$ .

Построим график этой функции.

Заметим, что ~~это четная функция~~, если мы подставим  $-x$  вместо  $x$ , то равенство останется верным, поэтому график симметричен относительно  $x=0$ .  
Построим при  $x \geq 0$ .

тогда при  $y \leq -x-5$ :

$$\begin{aligned} -y-x-5-y-5+x &= 10 \\ -2y &= 20 \\ y &= -10. \end{aligned}$$

при  $-x-5 \leq y \leq x-5$ :

$$\begin{aligned} x+y+5-y-5+x &= 10 \\ x &= 5. \end{aligned}$$

при  $y \geq x-5$ :

$$\begin{aligned} x+y+5+y+5-x &= 10 \\ y &= 0. \end{aligned}$$

т.е. график этой функции — квадрат со сторонами 10.

$$(|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = a.$$

т.к.  $(|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 \geq 0$ , то

при  $a \leq 0$  — график этой функции либо точка, либо пустое множество и 2-х решений быть не может.

Значит,  $a > 0$ .

Заметим, что график функции симметричен относительно  $x=0$  и  $y=0$ .

Если есть точка пересечения в левой полуплоскости, то в правой тоже есть симметричная ей. Поэтому если эта точка не  $(0;0)$ , то слева должна быть 1 точка пересечения и справа тоже одна.

В каждой из четвертей это часть окружности, примем их центры  $(12;5)$   $(-12;5)$   $(-12;-5)$   $(12;-5)$  и радиус  $\sqrt{a}$ .  
I квт II квт III квт IV квт

График функции в III и IV четвертях симметричен относительно  $y=-5$ , а т.к. квадрат тоже симметричен относительно этой прямой,

то если окружность не касается квадрата, что они имеют либо 2 точки пересечения, либо 0. Если они не пересекаются, то и верхняя часть окружности тоже. Значит, окружности при своих отражениях имеют 2 точки пересечения. Но поскольку всё симметрично относительно оси  $y$ , то эти 2 точки должны совпадать где-то III и IV четвертях. (иначе их будет больше 2)

т.е. либо  $R$  окружности:  $7 \leq$  либо  $k$  — расстояние между точками  $(-12; -5)$  и  $(0; 0)$ .  
(касание, см. график)

$$k = \sqrt{12^2 + 5^2} = \sqrt{144 + 25} = 13.$$

В одних случаях верхняя часть графика (выше оси  $ox$ ) либо не будет пересекаться, график, либо пересекает в т.  $(0; 0)$ .  
(2 случая)

Значит,  $a = \sqrt{7^2} = 49$   
 $a = 13^2 = 169.$

Ответ: 49; 169.

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

6.

$R=10$  - радиус окружности

а)

1) Заменим теорему синусов где

$\triangle ABC$ :  
пусть  $\angle ACB = \angle (2k)$   
 $\frac{AB}{\sin \angle C} = 20$ .

где  $\triangle ABD$ :

$\frac{AB}{\sin(90^\circ - \angle C)} = 20$ .

$\sin \angle C = \cos \angle C$

$\tan \angle C = 1$

т.к.  $\angle C < 90^\circ$ , то

$\angle C = 45^\circ$ .

$AC = AD$ .

$AB = 20 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 10\sqrt{2}$ .

2) Пусть  $AD = AC = x$ ,  $BD = y$ .

$\angle BDE = \angle BDE$

Тогда по т. Пифагора:  $BC = x\sqrt{2}$ .

по т. Пифагора в  $\triangle ABC$ :  $\sin(90^\circ - \angle C) = \frac{AB}{BC}$

по т. Пифагора где  $\triangle FBD$  (он прямоугольный, т.к.  $FB \perp CD$ , а  $BF = BD$ ):  $FD = y\sqrt{2}$ , а  $\angle CDF = 45^\circ$ .

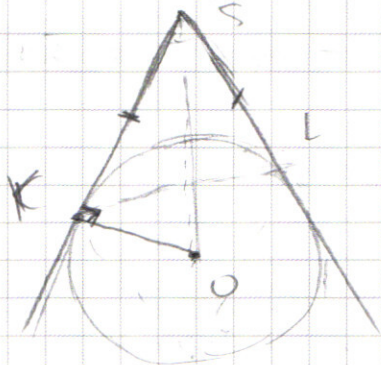
3)  $\frac{CD}{FD} = \frac{AD}{BD} = \frac{x}{y}$  и  $\angle ADB = \angle CDF \Rightarrow \triangle ADB \sim \triangle CDF \Rightarrow$

$\frac{CF}{AB} = \frac{FD}{BD} = \sqrt{2} \Rightarrow CF = 10\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 20$ .

8) 1) в  $\triangle BCF$ :  $\cos \angle BCF = \frac{BC}{CF} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$ , а  $\sin \angle BCF = \frac{4}{5}$   
(т.к.  $\angle BCF < 90^\circ$ ).

2) в  $\triangle ACB$ : по теореме косинусов:

$$\cos 9x - \cos 5x + \sin 5x + \sin 9x - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$



$$\cos 9x + \sin 9x$$

$$\cos 9x - \cos 5x = -2 \sin 7x \sin 2x$$

$$2 \sin 7x \cos 2x$$

$$\sin 2x - \cos 2x$$

$$\cos 4x =$$

$$y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34}$$

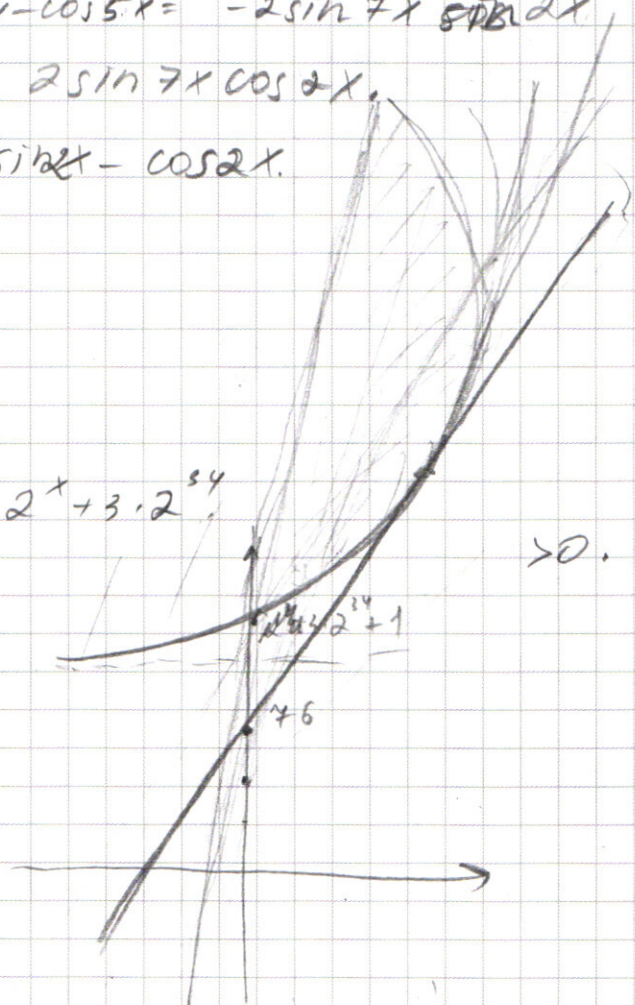
$$y < 76 + 2(2^{32} - 1)x$$

$$76 + 2(2^{32} - 1)x > 2^x + 3 \cdot 2^{34}$$

$$76 - 2x$$

$$x=0: \quad y \geq 3 \cdot 2^{34}$$

$$y < 76$$



$$\sqrt{2} \cos 4x = \sqrt{2} (\cos^2 2x - \sin^2 2x)$$

$$\cos 9x + \sin 9x = \sqrt{2} \left( \sin \left( 9x + \frac{\pi}{4} \right) \right)$$

$$\sin 5x - \cos 5x = \sqrt{2} \sin \left( 5x - \frac{\pi}{4} \right)$$

$$-\cos \left( 5x + \frac{\pi}{4} \right) + \cos \left( 9x - \frac{\pi}{4} \right) - \cos 4x = 0$$

$$\cos \left( 9x - \frac{\pi}{4} \right) + 2 \cos \left( \frac{9x + \frac{\pi}{4}}{2} \right) \cos \left( \frac{x + \frac{\pi}{4}}{2} \right) = 0$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\cos 9x - \cos 5x = 0,$$

$$\sqrt{2} \cos 4x.$$

$$\cos 9x + \sin 9x = \sqrt{2} \sin\left(9x + \frac{\pi}{4}\right).$$

$$\sin\left(9x + \frac{\pi}{4}\right) +$$

$$\underline{2 \sin 7x \cos 2x} - \underline{2 \sin 7x \sin 2x} + \underline{\sqrt{2} \sin 2x} - \underline{\sqrt{2} \cos 2x} = 0$$

$$\sin 2x (\sqrt{2} \sin 2x - 2 \sin 7x) + \cos 2x (2 \sin 7x - \sqrt{2} \cos 2x) = 0$$

$$\sin\left(9x + \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(5x - \frac{\pi}{4}\right) = \cos 4x.$$

$$560.3 = 1680$$

$$\cos 9x + \sin 9x + \sin 5x - \cos 5x.$$

$$\sin 7x.$$

$$2 \sin 7x \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) - \cos 4x = 0.$$

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{3x} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)x. \end{cases}$$

$$\cos\left(9x + \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(5x - \frac{\pi}{4}\right) - \cos 4x = 0.$$

$$+ 2 \sin\left(\frac{5x - \frac{\pi}{4}}{2}\right)$$

$$\frac{\pi}{12} + \frac{2\pi}{9} = \frac{9\pi + 24\pi}{12 \cdot 9} = \frac{33\pi}{12 \cdot 9} = \frac{11\pi}{36}.$$

$$1) \frac{\pi}{20} + \frac{2\pi k}{5} = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi n}{9}$$

$$\frac{\pi + 8\pi k}{20} = \frac{3\pi + 8\pi n}{36}$$

$$\frac{\pi + 8\pi k}{5} = \frac{3\pi + 8\pi n}{9}$$

$$9\pi + 72\pi k = \overset{15}{30}\pi + 40\pi n$$

$$42 \quad 72\pi k - 40\pi n = 16\pi$$

$$72k - 40n = 16$$

$$72k - 40n = 6$$

$$32k - 20n = 3$$

⇓  
одного серии не будет.

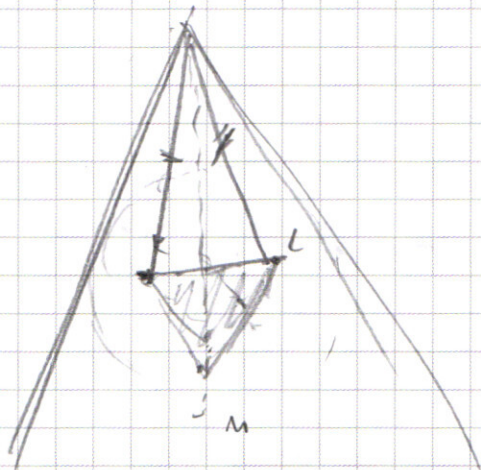
$$2) \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi n}{9} = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi m}{2}$$

4π -

$$\sin(9x + \frac{\pi}{4}) + \sin(7x + \frac{\pi}{4}) - \cos 4x = 0$$

$$y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34}$$

$$y < 76 + 2(2^{32} - 1)x$$



$$y^{\ln y} - \ln x^7 = \frac{\ln y}{y^{\ln x}}$$

$$\frac{1}{(x^2 y^4)^{\ln x}} (x^{\ln y})^7$$

$$(x^{\ln x})^2 \cdot (y^{\ln x})^4 = \frac{y^{\ln y}}{(y^{\ln x})^7}$$

$$(y^{\ln x})^{11} = (x^{\ln x})^2 \cdot y^{\ln y}$$

$$y^{\ln y} = y^{\frac{1}{\log_y e}}$$

$$\frac{3^2 \cdot 4^2}{2^4} = \frac{12^2}{2^4} = \frac{11^2}{4}$$

$$7 \cdot 8 = 2^3$$

$$\begin{aligned} 144 &= (12)^2 = \\ &= 3^2 \cdot 4^2 = \\ &= 3^2 \cdot 2^4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 144 \cdot 2 + 4 \cdot 56 &= \\ &= 3^2 \cdot 2^5 + 2^5 \cdot 7 = 2^5 \cdot 25 \end{aligned}$$

$$\sqrt{\frac{25-16}{25}} = \frac{4}{5}$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ \times 14 \\ \hline 56 \\ 140 \\ \hline 196 \end{array}$$

$$\cos 9x + \sin 9x =$$

Челл.

$$9 = 5 + 4$$

$$y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34}$$

$$y < 76 + 2(2^{32} - 1)x$$

$$\begin{array}{r} 76 \overline{) 2} \\ \underline{56} \phantom{0} \\ 38 \phantom{0} \\ \underline{36} \phantom{0} \\ 2 \phantom{0} \\ \underline{0} \end{array} \quad \begin{array}{r} 76 \overline{) 19} \\ \underline{4} \phantom{0} \\ 36 \phantom{0} \\ \underline{36} \phantom{0} \\ 0 \end{array}$$

$$y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \geq 3 \cdot 2^{34}$$

$$y < 76 + 2(2^{32} - 1)x = 3 \cdot 2^{34}$$

$$x = \frac{3 \cdot 2^{34} - 76}{2^{32} - 2} = \frac{3 \cdot 2^{33} - 2 \cdot 19}{2^{32} - 1} = \frac{2(3 \cdot 2^{32} - 19)}{2^{32} - 1}$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$200 = x^2 + y^2 - 2xy \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$x^2 + y^2 - xy \cdot \sqrt{2} = 200.$$

x

$$\frac{y}{\sin \beta} = 20.$$

$$\frac{x\sqrt{2}-y}{\cos \beta} = 20$$

$$(x\sqrt{2}-y)^2 = x^2 + 2000 - x \cdot \sqrt{2} \cdot x \cdot \frac{x\sqrt{2}-y}{20}.$$

$$(x\sqrt{2}-y) / (x\sqrt{2}-y + x\sqrt{2}) = x^2 + 2000.$$

$$(x\sqrt{2}-y) / (2x\sqrt{2}-y) = x^2 + 200$$

$$2x^2 - 2\sqrt{2}xy + y^2 = x^2 + 200 - \sqrt{2}x(\sqrt{2}x - y)$$

$$x^2 + y^2 - 2\sqrt{2}xy = 200 - 2x^2 + \sqrt{2}xy.$$

$$3x^2 + y^2 - 3\sqrt{2}xy = 200.$$

$$* 2x^2 - 2\sqrt{2}xy = 0.$$

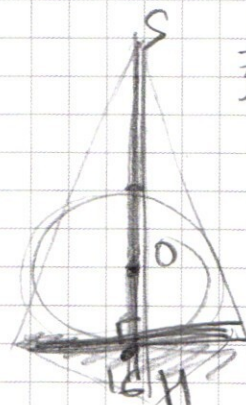
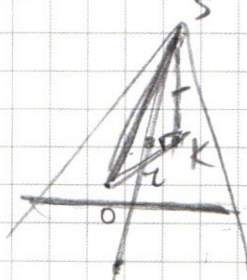
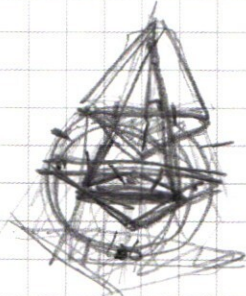
$$x - \sqrt{2}y = 0$$

$$x = \sqrt{2}y$$

$$\begin{aligned} y^2 &= x^2 + 200 - \frac{x\sqrt{2}-y}{20} \cdot 2 \cdot \sqrt{2} \cdot x = \\ &= x^2 + 200 - (x\sqrt{2}-y) \cdot \sqrt{2}x = \\ &= x^2 + 200 - 2x^2 = \end{aligned}$$

$$\cos 9x + \sin 9x = \sqrt{2} \sin(9x + \frac{\pi}{4}).$$

$$\sin 5x - \cos 5x = \sqrt{2} \sin(5x - \frac{\pi}{4}).$$



$$\begin{aligned} \frac{1}{3} SH \cdot 16 &= \\ &= r(16 + \end{aligned}$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{array}{r} 9261 \quad | \quad 9 \\ \underline{9} \phantom{0000} \\ 26 \phantom{000} \quad | \quad 1029 \quad | \quad 3 \\ \underline{18} \phantom{000} \quad \underline{9} \phantom{000} \quad \underline{343} \\ 81 \phantom{00} \quad \underline{12} \phantom{00} \quad \\ \underline{81} \phantom{00} \quad \underline{12} \phantom{00} \quad \\ 0 \phantom{00} \quad 9 \phantom{00} \quad \\ \phantom{00} \quad \underline{9} \phantom{00} \quad \\ \phantom{00} \quad 0 \phantom{00} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 34\overset{1}{3} \overline{) 7} \\ \underline{28} \phantom{0} \\ 63 \end{array}$$

$$343 = 7^3$$

[illegible]

$$\frac{8!}{3!5!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3 \cdot 2} = 56$$

$$56 \times 4 - 15 = 65$$

1) если есть 9, то только 3.

1 6-рун я может быть, т.е. 2)

9, 3, 7, 7, 7 u 1, 1, 1.

$$C_8^3 + C_5^2 + C_2^1 = 56 + 10 + 2 = 68$$

2) 3 трети

$$\begin{array}{r} 340 \\ \times 8 \\ \hline 1120 \end{array}$$

7 7 7

$$C_5^3 = \frac{5!}{3! \cdot 2!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3!}{2} = 10$$

$$\cos 9x + \sin 9x + \sin 5x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$56 \cdot 4,5$

$$-2\sin 7x \sin 2x + 2\sin 7x \cos 2x - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

56.10.2

$$2 \sinh 7x (\cos 2x - \sinh 2x) - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 56 \\ \hline 112 \end{array}$$

$$\cos 4x = \cos^2 2x - \sin^2 2x.$$

$$\sqrt{2} \sin(9x + \frac{\pi}{4}) + \sqrt{2} \sin(5x - \frac{\pi}{4}) - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$K = 10.$$

$$2 \sin 7x \cos(2x + \frac{\pi}{4}) - \cos 4x = 0.$$

$$\frac{AB}{\sin \alpha} = 20$$

$$AB = 20 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 10\sqrt{2}$$

$$\sin L = \frac{AB}{20}$$

$$\sin(90^\circ - \angle) = \frac{AB}{20}$$

$\cos 2$

$$\sin \alpha = \cos \alpha \Rightarrow \alpha = 45^\circ$$

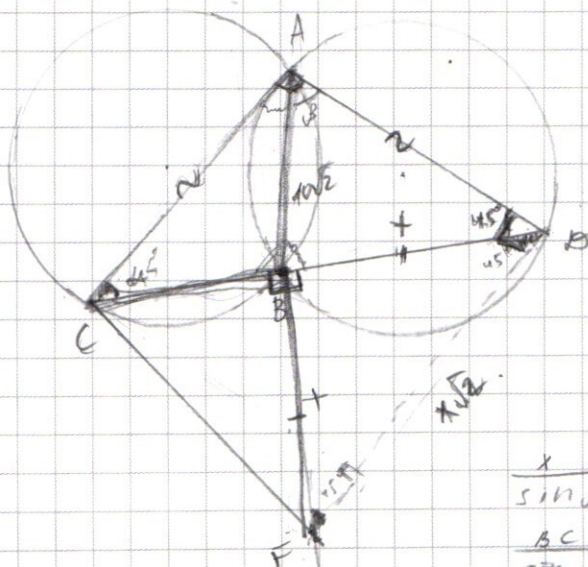
AC || DF

План : CF?

$$\frac{x}{\sin \beta} = 20$$

$$\frac{X}{BC} = \operatorname{tg} \beta.$$

$$\frac{BC}{\sin B} = 20.$$



$$\frac{x}{\sin \beta} = 20.$$

$$x^2 = \cancel{200} y^2 + 200 - 20\sqrt{2} \cdot y.$$

$$(x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(\frac{y}{x^2})}$$

$$\frac{y}{\sin(\beta + 45)} = 20,$$

$$y^2 - y(x+4) + 8x - 2x^2 = 0$$

$$D = x^2 + 8x + 16 - 32x + 8x^2 = 9x^2 + 16 - 24x = (3x-4)^2$$

$$y_1 = \frac{x+4+3x-4}{2} = 2x$$

$$y = \frac{x+4-3x+4}{2} = -x+4.$$

$$\frac{32}{8} = 4$$

$$3 \cdot 4 \cdot 2 = 24$$

$$200 = x^2 + y^2 - 2xy \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{1}{(x^2 y^4)^{\ln x}} = y^{\ln y - \ln x^2} = \frac{y \ln y}{(y^4 \ln x^2)}$$

$$x^2 y^4 - \ln x = \frac{1}{(x^2 y^4)^{\ln x}}$$

$$y^{\ln(\frac{y}{x^2})} \cdot (x^2 y^4)^{\ln x} =$$

$$= y^{\ln x^2} \cdot y^{\ln \frac{y}{x^2}} \cdot x^{\ln x^2} =$$

$$\ln\left(\frac{y}{x^2}\right) = \ln y - \ln x^2.$$

$$y^{\ln y - \ln x^2} = \frac{y \ln y}{y^{\ln x^2}} = y^{\frac{1}{\ln x^2} - \ln x^2}$$

$$|y+5+x| + |y+5-x| = 10.$$

$$(|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = a.$$

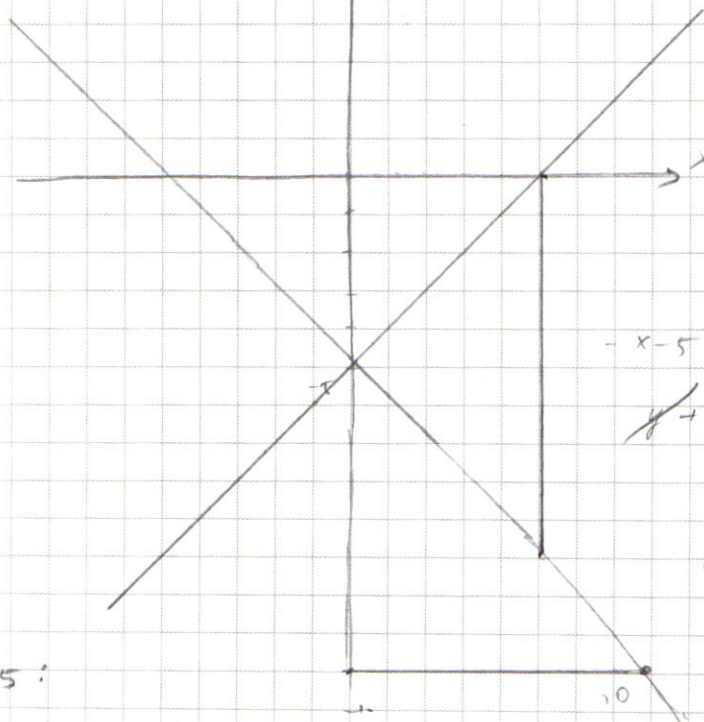
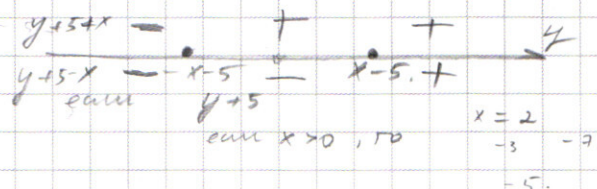
$$> 2^{3.5}$$

$$y < 76 + 2^{3.5} - 2x \Rightarrow y \leq 2.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{не задано условие} \\ a < 0, a = 0. \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{l} y+5=-x \\ y+5=x \end{array}$$

$$\begin{array}{l} y=-x-5 \\ y=x-5 \end{array}$$



$$y = -x - 5:$$

$$0 + 1 - x - 5 + 5 - x = 0$$

$$\begin{array}{l} -2x = 10 \\ x = -5 \end{array}$$

$$|1-2x| = 10.$$

$$-2x = -10, x = 5.$$

$$|x+5+x-5| = |x-5-x+5| = 10, x = 10.$$



черновик



чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №

(Нумеровать только чистовики)