

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 7

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 9261. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$.

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^7)}, \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 16.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 5| + |y - x + 5| = 10, \\ (|x| - 12)^2 + (|y| - 5)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 10 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .

б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 12$. Найдите площадь треугольника ACF .

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1. $9261 = 3^3 \cdot 7^3$. Т.к. число восьмизначное, то оно может состоять из: 1) трех троек, трех семерок и двух единиц; 2) одной тройки, одной семерки, трех семерок, трех единиц. Другие случаи невозможны, т.к. число состоит из 8 однозначных натуральных чисел (если 0 присутствует, то крайн. цифр = 0), произведение которых $3^3 \cdot 7^3$.

1) Способов расставить 8 разл. ненулевых цифр в восьмизначном числе - 8! (не первая цифра - 0, не вторая - 0, не третья - 0, не четвертая - 0, не пятая - 0, не шестая - 0, не седьмая - 0, не восьмая - 0). Но первая цифра - 3, вторая - 7, третья - 3, четвертая - 7, пятая - 3, шестая - 7, седьмая - 3, восьмая - 7. Но перестановки трех троек, трех семерок между собой и двух единиц между собой не несет новых разл. восьмизначных чисел, ур. усл. $\Rightarrow$ количество способов: $\frac{8!}{3! \cdot 3! \cdot 2!} = \frac{8!}{3! \cdot 3! \cdot 2}$

2) 8! - количество способов расставить восьмизначное число из 8 разл. ненулевых цифр, перестановки по 3 семерки, три единицы, перестановки которые между собой (семерки между собой; единицы между собой) новых чисел не будет $\Rightarrow$

количество способов: $\frac{8!}{3! \cdot 3!}$

$$\text{Всего: } \frac{8!}{3! \cdot 3! \cdot 2} + \frac{8!}{3! \cdot 3!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2} + \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{3 \cdot 3 \cdot 2} = 6720$$

Ответ: 6720

$$(2) \quad \cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$$

$$-2 \sin 7x \cdot \sin 2x$$

$$2 \sin 7x \cdot \cos 2x$$

$$-2 \sin 7x (\sin 2x - \cos 2x) = \sqrt{2} \cos 4x$$

$$\sqrt{2} \left\{ \sin \left(2x - \frac{\pi}{4} \right) \right\} \cos 4x = -\sin \left(4x - \frac{\pi}{2} \right)$$

$$\cancel{2 \sin 7x} \cdot \cancel{2 \sin \left(2x - \frac{\pi}{4} \right)} = \cancel{2 \sin \left(2 \left(2x - \frac{\pi}{4} \right) \right)}$$

$$\cancel{2 \sin 7x} \cdot \sin \left(2x - \frac{\pi}{4} \right) = \cancel{2 \sin \left(2x - \frac{\pi}{4} \right)} \cdot \cos \left(2x - \frac{\pi}{4} \right)$$

$$1) \sin \left(2x - \frac{\pi}{4} \right) = 0$$

$$\sin 2x = \cos \left(\frac{\pi}{2} - 2x \right)$$

$$2) \cos \left(\frac{\pi}{2} - 4x \right) = \cos \left(2x - \frac{\pi}{4} \right)$$



$$2x - \frac{\pi}{4} = \pi t, t \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\frac{\pi}{4} + \pi t}{2}, t \in \mathbb{Z}$$

$$2) \left[\frac{\pi}{2} - 2x \neq 2\pi k = 2x - \frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z} \right] \cos \alpha = \cos \beta$$

$$2x - \frac{\pi}{2} - 2\pi n = 2x - \frac{\pi}{4}, n \in \mathbb{Z}$$

$$\alpha = \beta + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\alpha = -\beta + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\frac{3\pi}{4} + 2\pi k}{9}, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\frac{\pi}{4} + 2\pi n}{5}, n \in \mathbb{Z}$$

Ответы:

$$x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi t}{2}, t \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi k}{9}, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{20} + \frac{2\pi n}{5}, n \in \mathbb{Z}$$

$$3. 1) \int (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln \left(\frac{y}{x^2} \right)}$$

$$(x) \begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} y^2 - xy - 2x^2 - 4(y - 2x) = 0 \\ (y - 2x)(y + x) \end{cases}$$

$$2) (y - 2x)(x + y - 4) = 0$$

$$a) \begin{cases} y = 2x \\ y = 4 - x \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} y = 4 - x \\ y = 2x \end{cases}, \text{ yr. } (x) \begin{cases} 0 < y < 4 \\ 0 < x < 4 \end{cases} (**)$$

$$a) b) 1) (x^2 2^y x^4)^{-\ln x} = (2x)^{\ln \left(\frac{2x}{x^2} \right)}$$

$$1. 2x = 1, x = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{4} \right)^{-\ln \frac{1}{2}} = 1, \text{ мы ис. } x \neq \frac{1}{2}$$

$$2. 2x \neq 1 \quad \log_{2x} (2^4 \cdot x^6)^{-\ln x} = \ln \frac{2^8}{x^6}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$-\ln x \cdot \log_{2x} (x^6 \cdot 2^4) = \ln 2 - 6 \ln x$$

$$-\ln x \cdot \frac{\ln x^6 \cdot 2^4}{\ln 2x} = \ln 2 - 6 \ln x$$

$$\frac{-\ln x (\ln x^6 + \ln 2^4)}{\ln 2 + \ln x} = \ln 2 - 6 \ln x$$

$$\frac{-\ln x (6 \ln x + 4 \ln 2)}{\ln 2 + \ln x} = \ln 2 - 6 \ln x \quad \begin{matrix} \ln x = a \\ \ln 2 = b \end{matrix}$$

$$\frac{-a(6a + 4b)}{b + a} = \frac{a - 6a}{b + a} = b - 6a$$

$$-6a^2 - 4ab = ab + b^2 - 6a^2 - 6ab \quad b \neq 0, \text{ т.к. } b = \ln 2$$

$$a = b, \ln x = \ln 2, x = 2, y = 4, \text{ ур. (*)}$$

$$8) \quad 1) \quad (x^2(4-x)^4)^{-\ln x} = (4-x)^{\ln(\frac{4-x}{x^2})}$$

$$4-x = 1, x = 3 \quad \frac{b}{a} = \ln 3 \neq 1, \text{ и ур. } 1 \neq 3$$

$$\log_{4-x} (x^2(4-x)^4)^{-\ln x} = \ln \frac{4-x}{x^2}$$

$$-\ln x \cdot \log_{4-x} (x^2(4-x)^4) = \ln \frac{4-x}{x^2}$$

$$-\ln x \cdot \frac{\ln x^2(4-x)^4}{\ln(4-x)} = \ln(4-x) - 2 \ln x$$

$$\frac{-\ln x (2 \ln x + 4 \ln(4-x))}{\ln(4-x)} = \ln(4-x) - 2 \ln x$$

$$\frac{-a(2a + 4b)}{b} = b - 2a$$

$$\ln x = a \\ \ln(4-x) = b, b \neq 0$$

$$-2a^2 - 4ab = b^2 - 2ab$$

$$2a^2 - 3ab + b^2 = 0 \quad (a-b)(2a-b) = 0$$

$$\begin{cases} \ln x = \ln(4-x) \\ \ln x^2 = \ln(4-x) \end{cases} \quad \begin{cases} x = 2, y = 2 \\ x^2 + x - 4 = 0, D = 17 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2, y = 2 \\ x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2} < 0, \text{ и ур. } 1 \neq 3 \\ x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}, \text{ ур. } (*), \text{ ур. } (*), y = \frac{9 \pm \sqrt{17}}{2}, y \end{cases}$$

Ответ:
$$\begin{cases} x=2, y=2 \\ x=2, y=4 \\ x=-\frac{1+\sqrt{17}}{2}, y=\frac{9-\sqrt{17}}{2} \end{cases}$$

5. $|x+y+5| + |y-x+5| = 10$ (I) Преобразуем графически
 $(x+12)^2 + (y-5)^2 = a$ (II) реш. I и II ур-ие,
~~Система~~ ур-ие (I) и (II) имеет столько же корней,
 сколько общих точек их графики.

1) $\begin{cases} y \geq -x-5 \\ y < x-5 \end{cases} \quad x+y+5-y+x-5=10, \quad \underline{x=5, 10 \leq y \leq 0}$

2) $\begin{cases} y \leq -x-5 \\ y > x-5 \end{cases} \quad -x-y-5+y-x+5=10, \quad \underline{x=-5, 10 \leq y \leq 0}$

3) $\begin{cases} y \geq -x-5 \\ y \geq x-5 \end{cases} \quad x+y+5+y-x+5=10 \quad \underline{y=0, -5 \leq x \leq 5}$

4) $\begin{cases} y \leq -x-5 \\ y < x-5 \end{cases} \quad -x-y-5+x-y-5=10 \quad \underline{y=-10, -10 \leq x \leq 5}$

II) При $a < 0$ $x \in \emptyset, y \in \emptyset, a=0$ - 4 точки:
 $(12; 5), (-12; 5), (12; -5), (-12; -5)$ см. рис., они все принадлежат.

ABCD (графики первого ур-ия)

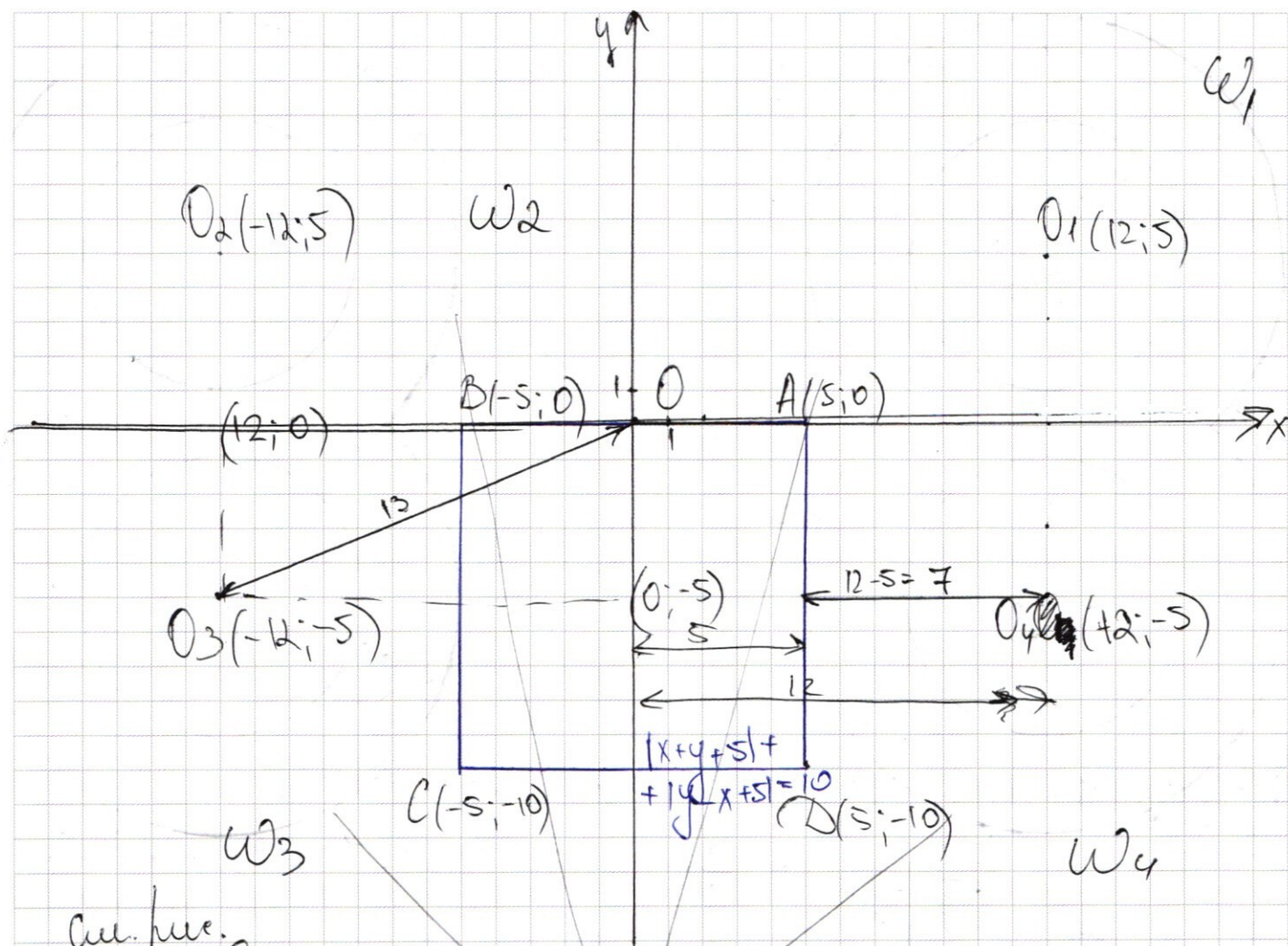
при $a > 0$: 1) $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$ (ж1) - часть окр., окр. (ж1) с $R = \sqrt{a}$ и центром $O_1(12; 5)$

2) $\begin{cases} x \leq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$ (ж2) - часть окр. окр. (ж2) с $R = \sqrt{a}$ и центром $O_2(-12; 5)$

3) $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \leq 0 \end{cases}$ (ж3) - часть окр. окр. (ж3) с $R = \sqrt{a}$ и центром $O_3(12; -5)$

4) $\begin{cases} x \leq 0 \\ y \leq 0 \end{cases}$ (ж4) - часть окр., окр. (ж4) с $R = \sqrt{a}$ и центром $O_4(-12; -5)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

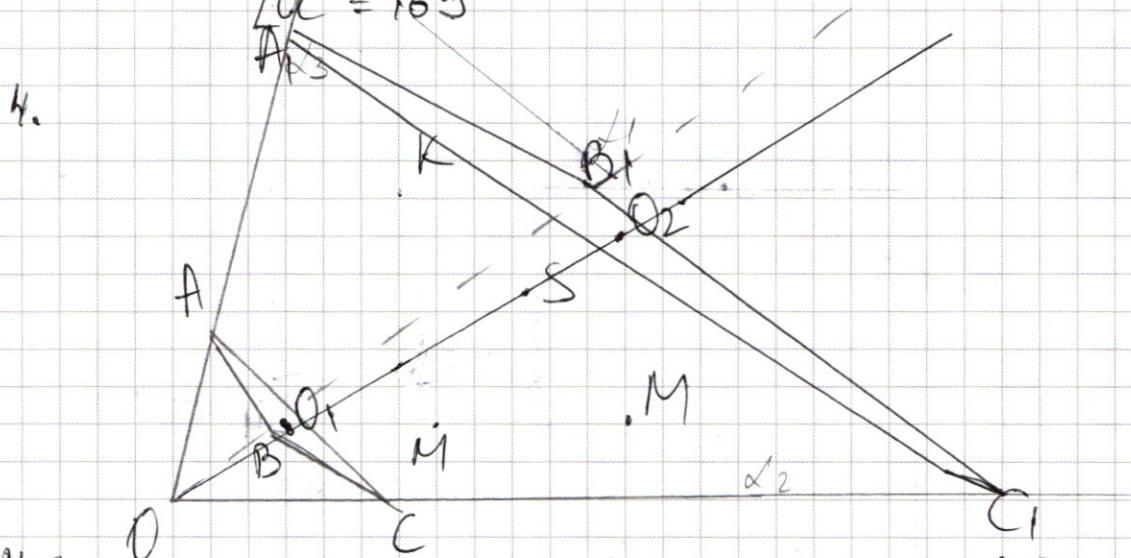


См. рис.
ABCD - квадрат,
оси симм. $x=0, y=-5$,
и параболы симм. $x=0, y=0$, y рис. видно, что
при $\sqrt{a} > \sqrt{12^2 + 5^2}$ иск. градики не имеют общ. точек,
и уг.
при $\sqrt{a} < \sqrt{12^2 + 5^2}$

При $\sqrt{a} = 13, a = 169$, градики пересекаются
только в точках $(0;0)$, $(0;-10)$, уг. 2 точки
Если градики окружностей не перес., т.е.
окр. не проходит из $(0;0)$, то:

если W_1 с центром O_1 и радиусом R_1 имеет общие точки с $ABCD$, то и W_3 с центром O_3 и рад. R_3 имеет столько же общ. точек $\Rightarrow$ W_1 должно иметь 1 общ. точку и W_3 , а W_1 и W_2 не имеют или имеют сооп. с пред. W_1 - одна общ. точка $\Rightarrow R_1 = 7, a = 49$.

Ответ: $R = 49$
 $a = 169$



AB -длина, кас. сфера и перпенд. SO
 $A_1B_1C_1$

$$\frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}} = \frac{1}{16} \text{ по уса. } ABC \sim A_1B_1C_1 \text{ (по углам)}$$

Пусть $O_1 \in ABC, O_1, O_2 \in SO$
 $O_2 \in A_1B_1C_1$

т.к. касан. н.к. перес.
н.к. по касан.
прямые

тогда $\frac{OO_1}{OO_2} = \frac{AB}{A_1B_1} = \frac{1}{4}$ $\frac{AB}{A_1B_1} = \sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{1}{4}$

(т.к. $\triangle AOO_1 \sim A_1OO_2$) $OO_1 = x, SO_1 = SO_2 = r$ - радиус сфера.

$$\frac{x}{x+2r} = \frac{1}{4} \quad 3x = 2r, \quad x = \frac{2}{3}r$$

$$SO = x + r = r + \frac{2}{3}r = \frac{5}{3}r$$

$\triangle KSO: \angle K = 90^\circ$, т.к. сфера кас. н.к. в точке K
 $KS = r, SO = \frac{5}{3}r, \angle KSO = \alpha, \cos \alpha = \frac{r}{\frac{5}{3}r} = \frac{3}{5}$
 $\alpha = \arccos \frac{3}{5}$, т.к. $\alpha < 90$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\oint_{KLM} - ?$ ~~9/18~~ площадь $\Delta KLM = S_{\text{иск. сегмента}}$

$$\frac{S_{ABC}}{S_{KLM}} = \left(\frac{100}{50} \right)^2 = \left(\frac{x}{x+r} \right)^2 = \left(\frac{\frac{2}{5}P}{P} \right)^2 = \left(\frac{2}{5} \right)^2 \Rightarrow$$

$$S_{KLM} = \frac{25}{4} \quad S_{ABC} = \frac{25}{4}$$

$S_{KLM} = \frac{25}{4}$ $S_{ABC} = \frac{25}{4}$
 Ombrem: $\angle KSO = \arccos \frac{3}{5}$; $S_{cermeu} = \frac{25}{4}$.

6. ω^2

W

Проведен
МСЭ-двом.
СФ (см.
рис.)

$$\angle BMC = 90^\circ, \text{ v.k.}$$
$$b, m, c \in \mathbb{Z}$$

МС-гном.

$$\Rightarrow MB \perp QC$$
$$B \perp D \Rightarrow$$

M, B, F неметаллы

орной оар.

$AC \perp DF \Rightarrow \angle ACB = 45^\circ$, $\angle ADB = 45^\circ$, $AM \perp BN$, $\angle D = 5^\circ$, $\angle B = 50^\circ$

$$\Rightarrow \angle M = 45^\circ \Rightarrow \angle AMB = 90^\circ, MB = DB = BF$$

$\Rightarrow MB = BF$. ΔCMF : CF - высота и медиана.

$\Rightarrow MC = CF = 20 = 2 \cdot 10$, т.к. MC - перемен. по
коэф. а) Ответ: 20.

8. $S_{AMF} = S_{CAM} \Rightarrow$ необходимо найти

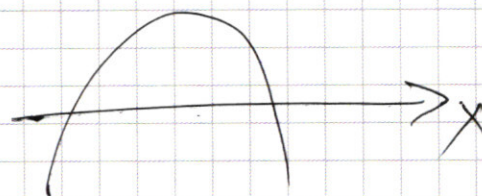
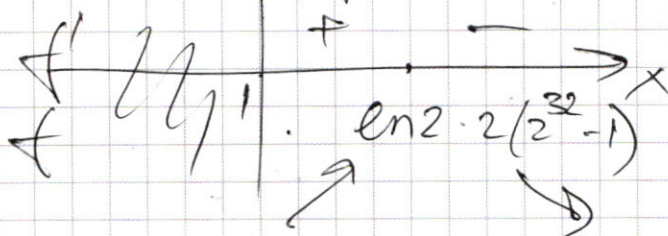
$$S_{CMF} = 12.6 = 200 \cdot \sin \beta$$

$$7. 2^x + 3 \cdot 2^{34} \leq y < 76 + 2(2^{32} - 1)x$$

если $x \leq 0$, то левая часть $> 3 \cdot 2^{34}$,
 правая часть пер-ва < 0 , не ур. (т.к. $x, y \in \mathbb{Z}$)
 если $x = 0$, то $3 \cdot 2^{34} \leq y < 76$, нел.

$$\Rightarrow x \in \mathbb{N}, y \in \mathbb{N}, x \geq 1$$

рассмотрим ф-ию $76 + 2(2^{32} - 1)x - 2^x - 3 \cdot 2^{34} = f(x)$
 при нек. полож. цел. знач. она принимает
 цел. знач. $f' = 2 \cdot (2^{32} - 1) - \frac{x}{\ln 2} = \frac{\ln 2 \cdot 2(2^{32} - 1)x}{\ln 2}$

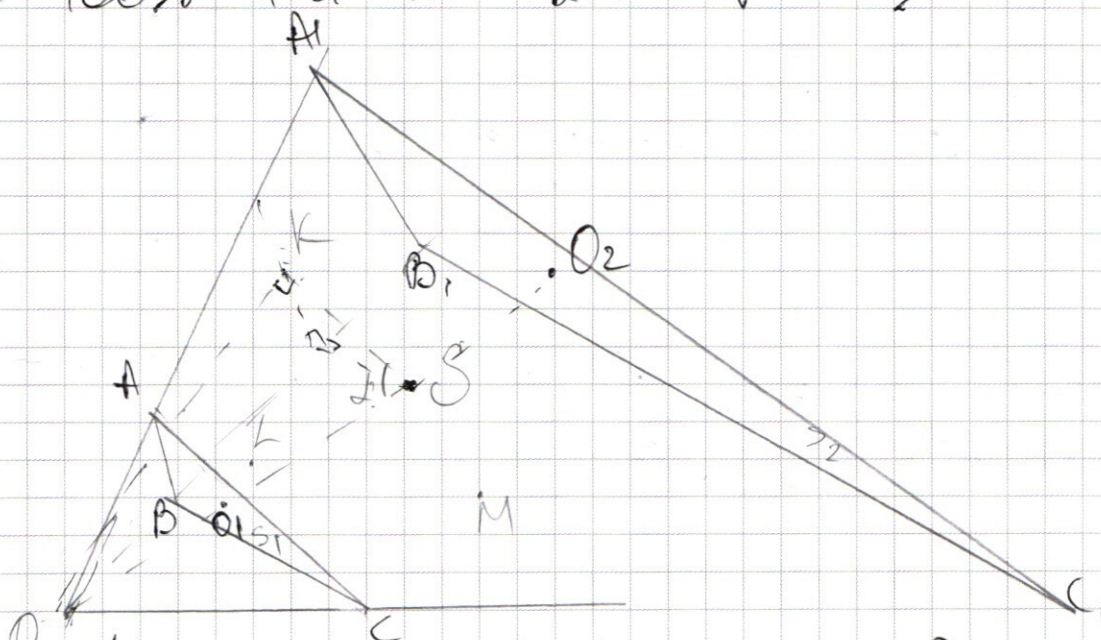


ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\left(\sqrt{400 + 8^2} + \sqrt{900 + x^2} - (c - x) \right)^2 + b^2 = c^2$$

$$\sqrt{a^2 - b^2} + \sqrt{a^2 + x^2} + b^2 = c^2$$

$$400\cancel{a^2} + a^2 + x^2 + 2\sqrt{\quad}\sqrt{\quad} + \cancel{a^2} = c^2$$



фиг. $\triangle ABC \sim \triangle A_1 B_1 C_1$ (по уриву)

$$\frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}} = \frac{1}{16} = k^2 \Rightarrow k = \frac{1}{4}$$

$$\frac{AB}{A_1B_1} = k = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{001}{002} = \frac{1}{4} = \frac{x}{x+25}$$

$$4x = x + 25 \quad 3x = 25$$

$$x = \frac{27}{3}$$

$$X + r = \sum r$$

▷ KSO: $KS = r$, $SO = \frac{5}{3}r$, $\angle K = 90^\circ$, $\cos \alpha' = \frac{r}{\frac{5}{3}r} = \frac{3}{5}$

$\alpha < 90^\circ$, $\alpha = \arccos \frac{3}{5}$. Площадь сечения = Площадь

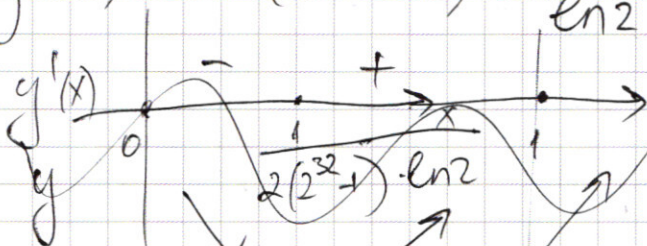
D KLM

$$(\ln x)' = \frac{1}{x} \quad (\log_2 x)' = \frac{1}{\log_2 e \cdot x}$$

$$(2^x)' = \frac{2^x}{\ln 2}$$

$$y(x) = 2 \cdot (2^{32} - 1) \cdot x + 76 - 3 \cdot 2^{34} - 2^x$$

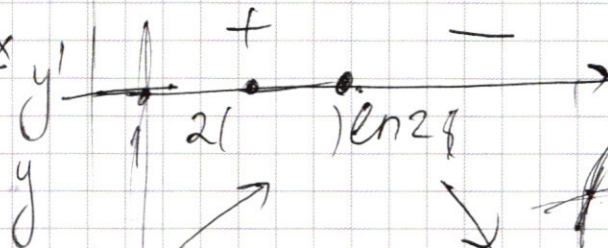
$$y'(x) = 2(2^{32} - 1) - \frac{2^x}{\ln 2} = \frac{\ln 2 \cdot x \cdot 2(2^{32} - 1) - 1}{\ln 2 \cdot x}$$



$$2(2^{32} - 1) \ln 2 < 1 \Rightarrow$$

оп. ил. вып. ил. $[1; \infty)$

$$\frac{\ln 2 (2^{32} - 1) \cdot 2 - x}{\ln 2}$$



$$y(\ln 2(2^{32} - 1) \cdot 2) = 2^2 (2^{32} - 1)^2 \cdot \ln 2 + 76 - 2 \cdot 2 \ln 2 (2^{32} - 1) + 3 \cdot 2^{34} > 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$y = 2x \quad (x^{b \cdot 2^4})^{-\ln x} = (2x)^{\ln \left(\frac{2}{x^6}\right)} \quad x > 0 \quad \log_a bc = \log_a b + \log_a c$
 $\ln \log - \ln x \cdot \log_{2x} (2 \cdot x^4) \cdot x^2 = \ln \frac{2}{x^6}$
 $-\frac{\ln x \cdot \ln x^{b \cdot 2^4}}{\ln 2x} = \ln \frac{2}{x^6}$
 $-\frac{\ln x (\ln x^b + \ln 2^4)}{\ln 2 + \ln x} = \ln 2 - 6 \ln x$
 $-\frac{\ln 2 + \ln x}{\ln 2 + \ln x} = \ln 2 - 6 \ln x$
 $-6 \ln x = \ln 2 - 6 \ln x$
 $-6 \ln x - 4 \ln x = \ln 2 - 6 \ln x$
 $-4 \ln x = \ln 2 - 6 \ln x$
 $2 \ln x = \ln 2$
 $\ln x = \ln 2$
 $x = 2$
 $y = 2x = 4$
 $x = \frac{1}{2} : \left(\frac{1}{4}\right)^{-\ln \frac{1}{2}} = 1$ — не ур.
 $2 \text{ сущ.}) \quad y = 4 - x$
 $(x^2(4-x)^4)^{-\ln x} = (4-x)^{\ln \frac{4-x}{x^7}}$
 $-\ln x \cdot \log_{4-x} x^2(4-x)^4 = \ln \frac{4-x}{x^7}$
 $-\ln x \cdot (\log_{4-x} x^2 + 4) = \ln(4-x) - \ln x^7$
 $-\ln x \left(\frac{2 \ln x}{\ln(4-x)} + 4\right) = \ln(4-x) - 7 \ln x$
 $-a(2a + 4b) = b(b - 7a)$
 $2a^2 - 3ab + 4b^2 = 0$
 $(a-b)(2a-b) = 0$
 $a = b$
 $\ln x = \ln(4-x)$
 $\ln x^2 = \ln(4-x)$
 $x = 1 - \sqrt{3} < 0$ — не ур.
 $x = 2, y = 4$
 $x^2 + y^2 - 4 = 0$
 $D = 17$
 $x = \frac{1 \pm \sqrt{17}}{2}$
 $y = 4 - x$

Ответ: 3 решения в пар.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

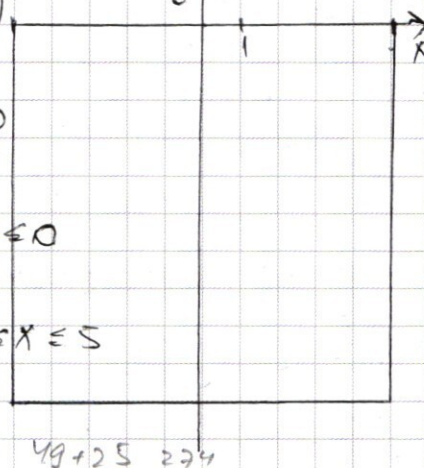
5. I $|x+y+5| + |y-x+5| = 10$ I $\begin{cases} y \geq -x-5 \\ y \geq x-5 \end{cases} \quad y=0, -5 \leq x \leq 5$

I $(|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = a$

2) $\begin{cases} y \geq -x-5 \\ y \leq x-5 \end{cases} \quad x+y+5 - y+x-5 = 10 \quad x=5, -10 \leq y \leq 0$

3) $\begin{cases} y \leq -x-5 \\ y \geq x-5 \end{cases} \quad -x-y-5 + y-x-5 = 10 \quad x=-5, -10 \leq y \leq 0$

4) $\begin{cases} y \leq -x-5 \\ y \leq x-5 \end{cases} \quad x-y-5 - y+x-5 = 10 \quad y=-10, -5 \leq x \leq 5$

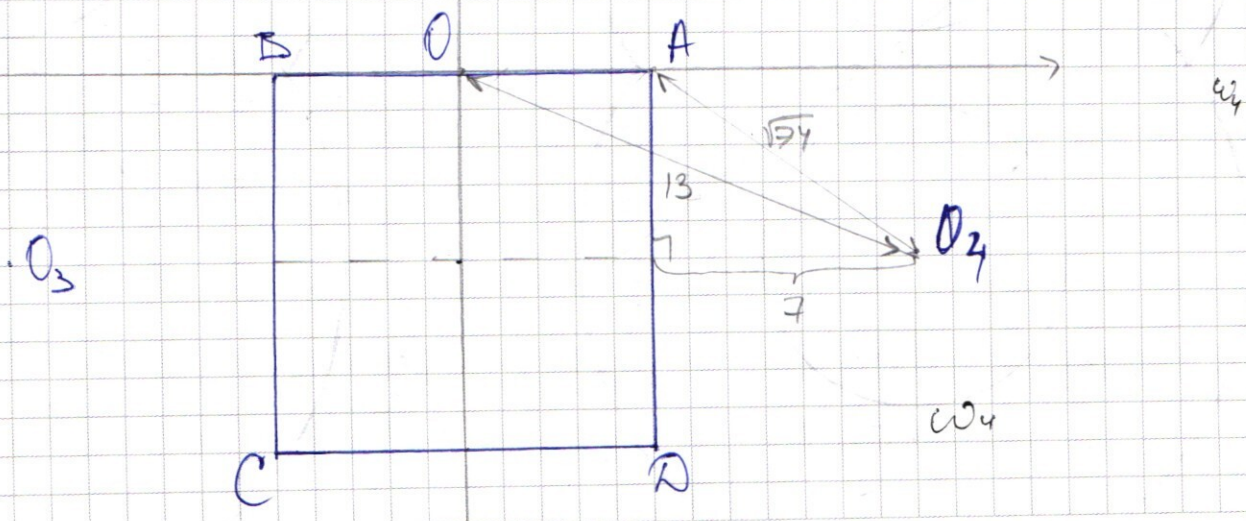


I) При $a < 0$ - пустое множество, при $a = 0$ - 4 точки: $(12; 5)$, $(-12; 5)$, $(12; -5)$, $(-12; -5)$

при $a > 0$: I) $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$ часть окр. с центром $(12; 5)$ и $R = \sqrt{a}$

2) $\begin{cases} x \leq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$ часть окр. с центром $(-12; 5)$ и $R = \sqrt{a}$

3) $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \leq 0 \end{cases}$ " $(12; -5)$ и $R = \sqrt{a}$ 4) $\begin{cases} x \leq 0 \\ y \leq 0 \end{cases}$ " $(-12; -5)$ и $R = \sqrt{a}$



$$\begin{aligned} \sqrt{a} &> 13 \\ \sqrt{a} &< 7 \end{aligned}$$

Случай, в перевернутом по $x=0$ России, отдельно

Точки с $ABCD$, то и W_3 с $ушфран$ O_3 и $раг$ va $имеј$ $оду$.

мног. пересекающееся по постро. $\Rightarrow$ Если W_1 имеет базисные
свойств. с $\forall$ W_2 имеет базисные свойств.

Если $\rho_{\text{точек}} \geq 2$, то W_4 должен иметь только одну общ. точку

e ma $x=0$

при $a = 49$ градусики имеют 2 общ. точки (?) уг.

1) Если $x=0$, то $y=0$ и наоборот, $x \neq 0, y \neq 0$

$\text{persecutor} \in \{ \text{persecutor} \}$

Problem: $\bar{a} = 19169$

120 jyo

$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

50-20 =

Q1

Q2

A hand-drawn diagram of a triangle on a grid background. The triangle has a vertical left side, a horizontal bottom side, and a slanted right side. An arc at the top vertex indicates a 90-degree angle. An arc at the bottom-left vertex indicates a 30-degree angle. The word 'Dreieck' is written vertically next to the triangle.

The diagrams show a triangle with a horizontal base and a vertical line segment from the top vertex to the base, representing the height. Next to it is a parallelogram with a horizontal base and a vertical line segment from the top side to the base, also representing the height. Both diagrams are drawn on a grid background.

$$\sqrt{(c-x)^2 + x^2}$$
$$= \frac{8 + 9 - 11\sqrt{2}}{2} = \frac{7 - 11\sqrt{2}}{2}$$
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$
$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a} \quad \log_a b = \frac{\log b}{\log a}$$

0 0 0

☒ черновик ☐ чистовик Страница № _____

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

(1) $a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 a_7 a_8$

$a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 \cdot a_5 \cdot a_6 \cdot a_7 \cdot a_8 =$

$$\begin{array}{r} 9261 \overline{) 308713} \\ 9 \quad 3 \quad 10 \\ \underline{26} \quad \underline{3} \quad \underline{10} \\ 24 \quad 08 \quad 10 \\ \underline{21} \quad \underline{6} \quad \underline{27} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9261 \overline{) 308713} \\ 9 \quad 10 \quad 9 \quad 13 \\ \underline{26} \quad \underline{12} \quad \underline{43} \\ 18 \quad 9 \quad 43 \\ \underline{81} \quad \underline{9} \quad \underline{43} \\ 49 \quad 7 \quad 43 \\ \underline{373} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9261 \overline{) 308713} \\ 10 \quad 2 \quad 9 \quad 13 \\ \underline{9} \quad \underline{343} \quad \underline{43} \\ 12 \quad 9 \quad 43 \\ \underline{12} \quad \underline{9} \quad \underline{43} \end{array}$$

$$9261 = 3^3 \cdot 7^3 \cdot 11$$

$$9 \cdot 3 \cdot 7^3 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \quad 3, 7, 1, 9$$

$$21^2 = (20+1)^2 = 441$$

$$\begin{array}{r} 441 \\ 21 \\ \hline 1441 \\ 882 \\ \hline 9261 \end{array}$$

Единицы в числе не
выносятся за скобки при
умножении на произведение
 $3^3, (3 \cdot 7), 3^2 \cdot 7, 3 \cdot 7^2,$
 $3^3 \cdot 7, 3 \cdot 7^3, 3^2 \cdot 7^2, 49, 9$. Все, кроме 3, 7, 9, 1
не подходит, т.к. выносятся за скобки в числе больше.
т.е. не упрощается. 1) число 3, 3, 3, 7, 7, 7, 1, 1

2) число 3, 9, 7, 7, 7, 1, 1, 1

$$\frac{8!}{3! \cdot 3! \cdot 2!} + \frac{8!}{3! \cdot 3!} = \frac{3 \cdot 8!}{3! \cdot 3!} = \frac{8!}{2 \cdot 3!}$$

2.5. $|x+y+5| + |y-x+5| = 10$
 $(x^2 - 12)^2 + (y - 5)^2 = a$
 $(x_0; y_0) \quad (-x_0; y_0)$ -
любые решения.

2. $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$

$$\cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta) = -2 \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos 9x - \cos 5x = -2 \sin 7x \cdot \sin 2x$$

$$\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta) = 2 \sin \alpha \cdot \cos \beta$$

$$\sin 9x + \sin 5x = 2 \sin 7x \cdot \cos 2x$$

$$-2 \sin 7x \cdot \sin 2x + 2 \sin 7x \cdot \cos 2x = \sqrt{2} (2 \cos^2 2x - 1)$$

$$-2 \sin 7x (\sin 2x - \cos 2x) = \sqrt{2} (2 \cos^2 2x - 1)$$

$$\sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \sin \alpha - \frac{\sqrt{2}}{2} \cos \alpha \right) = \sqrt{2} \sin \left(\alpha - \frac{\pi}{4} \right) \quad \cos x = -\sin \left(x - \frac{\pi}{2} \right)$$



$$+ 2 \sin 7x \cdot \sin \left(2x - \frac{\pi}{4} \right) = \sqrt{2} \sin \left(2 \left(2x - \frac{\pi}{4} \right) \right)$$

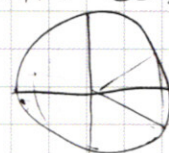
$$2 \sin 7x \cdot \sin \left(2x - \frac{\pi}{4} \right) = \sqrt{2} \sin \left(2x - \frac{\pi}{4} \right) \cdot \cos \left(2x - \frac{\pi}{4} \right)$$

$$1) \sin \left(2x - \frac{\pi}{4} \right) = 0$$

$$2) \sin \left(2x - \frac{\pi}{4} \right) = 0$$

$$\cos x = \sin \left(\frac{\pi}{2} - x \right)$$

$$\sin x = \cos \left(\frac{\pi}{2} - x \right)$$



$$\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4}$$

$$2x - \frac{\pi}{4} = \pi + 2\pi k \quad 2) \sin 7x = \cos \left(2x - \frac{\pi}{4} \right)$$

$$x = \frac{\pi + \frac{\pi}{4}}{2} + \pi k \quad 2) \cos \left(\frac{\pi}{2} - 7x \right) = \cos \left(2x - \frac{\pi}{4} \right)$$

$$\frac{\pi}{2} - 7x = 2x - \frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{\pi}{2} - 7x = -2x + \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Ответ:

$$x = \frac{\frac{3\pi}{4} + 2\pi k}{9}, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\frac{\pi}{4} + 2\pi n}{5}, n \in \mathbb{Z}$$

$$3. \begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln \left(\frac{y}{x^2} \right)} \\ (y-2x)(y+x) - 4(y-2x) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (y-2x)(x+y-y) = 0 \\ (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln \left(\frac{y}{x^2} \right)} \end{cases}$$

$$y \neq 2x \quad \begin{cases} x = \frac{y}{2} \quad 1) \\ x = y - y \quad 2) \end{cases}$$

$$(x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln \left(\frac{y}{x^2} \right)}$$

$$1) x = \frac{y}{2} \quad \left(\frac{y^6}{4} \right)^{-\ln \frac{y}{2}} = y^{\ln \left(\frac{y \cdot 2^2}{y^2} \right)}$$

$$1) -\log_y \frac{y^6}{4} \cdot \ln \frac{y}{2} = \ln \frac{2^2}{y^6}$$

$$-\frac{\ln \frac{y^6}{4}}{\ln y} \cdot \ln \frac{y}{2} = \ln \frac{2^2}{y^6}$$