

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 7

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 9261. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^7)}, \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 16.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 5| + |y - x + 5| = 10, \\ (|x| - 12)^2 + (|y| - 5)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 10 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 12$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N 1

$$9261 = 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$$

Таким образом в числе могут быть цифры 4, 9, 3, 1. (оставшиеся не могут входить в разлож.)

В числе обязательно 3 цифры 4 (из разложения). Кол-во способов расположить их в числе

$$C_8^3 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{2 \cdot 3} = 56$$

на оставшиеся 5 разрядов от разн. цифр 4. Расположение ост. цифр не зависит

Если среди ост. цифр только цифра 3 и 1, то должно быть 3 цифры 3. Кол-во способов $C_5^3 = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{2 \cdot 3} = 10$

на ост. местах единиц

Если есть цифра 9, то она одна (из разложения), еще есть цифра 3 и оставшиеся — единицы. Кол-во вариантов ост. числа

$$C_5^1 \cdot C_4^2 = 5 \cdot \frac{4 \cdot 3}{2} = 30$$

кол-во сп. выбрать куда ставить 9
↓
кол-во сп. выбрать куда ставить 3

Общее число способов

$$C_8^3 (C_5^3 + C_5^1 \cdot C_4^2) = 56 \cdot (10 + 30) = 56 \cdot 40 = 2240$$

Ответ: 2800 чисел

N2

$$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$$

$$\cos 9x - \cos 5x = -2 \sin 7x \cdot \sin 2x$$

$$\sin 9x + \sin 5x = 2 \sin 7x \cdot \cos 2x$$

$$\cos 4x = \cos^2 2x - \sin^2 2x$$

Подставим

$$-2 \sin 7x \cdot \sin 2x + 2 \sin 7x \cdot \cos 2x = \sqrt{2} (\cos^2 2x - \sin^2 2x)$$

$$2 \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) = \sqrt{2} (\cos 2x + \sin 2x) (\cos 2x - \sin 2x)$$

$$2 (\cos 2x - \sin 2x) \left(\sin 7x - \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \cos x + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin x \right) \right) = 0$$

$$\begin{cases} \cos 2x = \sin 2x & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin 7x = \frac{1}{\sqrt{2}} \cos x + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin x & (2) \end{cases}$$

$$(1) \quad \cos 2x = \sin 2x \iff 2 \sin^2 2x = 1 \quad \begin{cases} \sin 2x = \frac{\sqrt{2}}{2} = \cos 2x \\ \sin 2x = -\frac{\sqrt{2}}{2} = -\cos 2x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k \\ 2x = \pi + \frac{\pi}{4} + 2\pi k \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + \pi k \\ x = \frac{5\pi}{8} + \pi k \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$(2) \quad \sin 7x = \sin \frac{\pi}{4} \cos x + \cos \frac{\pi}{4} \sin x$$

$$\sin 7x = \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right)$$

$$\begin{cases} 7x = x + \frac{\pi}{4} + 2\pi k \\ 7x = \pi - x - \frac{\pi}{4} + 2\pi k \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} 7x = \pi - x - \frac{\pi}{4} + 2\pi k \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x = 2\pi k + \frac{\pi}{4} \\ 8x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} 8x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi k}{3} + \frac{\pi}{24} \\ x = \frac{3\pi}{32} + \frac{\pi k}{4} \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} x = \frac{3\pi}{32} + \frac{\pi k}{4} \end{cases}$$

Ответ: $\left\{ \frac{\pi}{8} + \pi k; \frac{5\pi}{8} + \pi k; \frac{\pi}{24} + \frac{\pi k}{3}; \frac{3\pi}{32} + \frac{\pi k}{4} \right\}$
 $k \in \mathbb{Z}.$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N3

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y \ln\left(\frac{y}{x^2}\right) \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0 \end{cases}$$

Решим второе ур-ние методом как квадратное отн. y

$$y^2 - y(x+4) - 2x^2 + 8x = 0$$

$$D = x^2 + 8x + 16 + 8x^2 - 32x = 9x^2 - 24x + 16 = (3x-4)^2$$

$$y = \frac{x+4+3x-4}{2} = 2x \quad (1)$$

$$y = \frac{x+4-3x+4}{2} = -x+4 \quad (2)$$

Подставим в первое ур-ние смен.

$$(1) \quad (x^2 \cdot 4x^2)^{-\ln x} = (2x) \ln\left(\frac{2x}{x^2}\right)$$

$$(2x^2)^{-2\ln x} = (2x) \ln 2 - \ln x^6$$

$$-2\ln x - \ln 2 + 6\ln x = \ln 2 - 6\ln x$$

$$4\ln x - \ln 2 = \ln 2$$

$$x \neq 1, \text{ т.к. } 2^{-\ln 2} \neq 1, \text{ т.к. } -\ln 2 \neq 0$$

$$x \ln 2 (4\ln x - \ln 2) + 2\ln x - \ln 2 = 1$$

$$\ln 2 (4\ln x - \ln 2) + 2\ln x - \ln 2 = 0$$

$$2\ln x (\ln 2 + 1) = \ln^2 2 + \ln 2$$

$$\ln x = \frac{\ln^2 2 + \ln 2}{2\ln 2 + 1}$$

$$(x^2 \cdot 16x^4)^{-\ln x} = (2x)^{\ln 4 - 7\ln x} \quad (2x)^{\ln 2 - 6\ln x}$$

$$(4x^3)^{-2\ln x} = (2x)^{\ln 2 - 6\ln x}$$

$$2^{-4\ln x - \ln 2 + 6\ln x} \cdot x^{-6\ln x - \ln 2 + 6\ln x} = 1$$

$$2^{2\ln x - \ln 2} \cdot x^{-\ln 2} = 1$$

$$2^{2\ln x - \ln 2 - \ln 2 \cdot \log_2 x} = 1$$

$$2\ln x - \ln 2 - \ln 2 \cdot \log_2 x = 0$$

$$2\ln x - \ln 2 \cdot \frac{\ln x}{\ln 2} - \ln 2 = 0$$

$$\ln x = \ln 2$$

$$x = 2$$

т.е.

$$x = 2$$

$$y = 4$$

(2)

$$y = 4 - x$$

$$(x^2(4-x)^4)^{-\ln x} = \frac{1}{y} \ln(4-x) - \ln x$$

$$0 < x < 4$$

композиция
вектора

$$(x^2(4-x)^4)' =$$

$$= 2x \cdot (4-x)^4 + (4-x)^3 \cdot x^2 =$$

$$= (4-x)^3 (8+2x-x^2)$$

$$\begin{matrix} \text{на} & -(x+4)(x-2) \\ 0 & \text{на} & 0 \end{matrix}$$

на 0

$$(x^2(4-x)^4)^{-\ln x}$$

композиция

↑ и ↓ :

$$\downarrow (\uparrow) = \downarrow$$

Композиция двух
убывающих

$$\downarrow (\downarrow) = \uparrow$$

т.е. л.ч. ↓, а
н.ч. ↑

Единств. решение.

$$x = 2 \text{ подходит:}$$

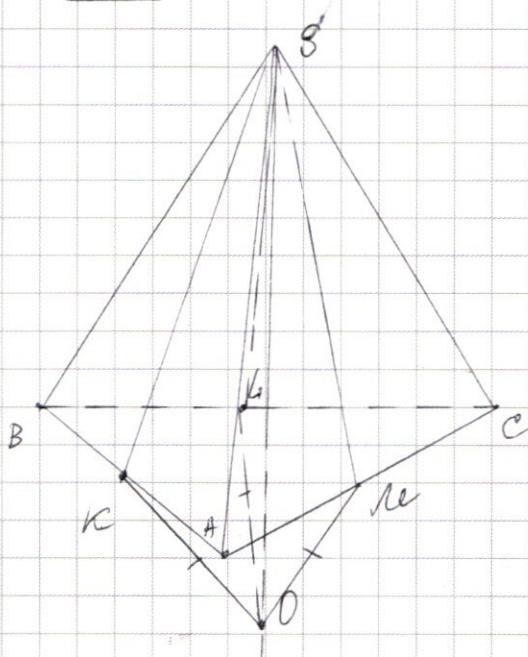
$$2^{-6\ln 2} = 2^{\ln 2 - 7\ln 2} = 2^{-6\ln 2}$$

$$\text{т.е. } x = 2, y = 2$$

$$\text{Ответ: } \begin{pmatrix} 2; 2 \\ 2; 4 \end{pmatrix}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4



O - центр сферы
обозначим ΔABC - сечение
переход угла (KLM)

$SK \perp OK$ (касаясь к
сфере), аналогично

$SM \perp OM, SL \perp OL$

$SO = \text{const}$

$SK = OK = OL = OM, SO \text{ общ}$

$SK = SL = SM$

Проекция S и O
на (KLM) попарно
в одну точку к-
центр опис. окр.
 ΔKLM

$SO \perp (KLM)$

Значит, 2 плоскости, касающ. сферу и
 $\perp SO$ и-кон (KLM)

Сечение трех плоскостей. Будем
подробнее и рассмотрим как
режется сфера от S до общего сеч.
(и подобие сферой будет осно-
ванием тетраэдра с вершиной S а
выбранным основанием опи-
сываем как бок. стороны а они опи-
саны как высоты тетра.)

Если $SO = x$, то а радиус $SK = r$, то

$$\left(\frac{x-r}{x} \right)^2 = \frac{1}{S^2}$$

$$\left(\frac{x}{x+r} \right)^2 = \frac{S}{16}$$

$$\left(\frac{x+r}{x-r} \right)^2 = 16$$

где S - площадь
(опи. площадей = квадр.
коэф. подобия)

поэтому

$$\frac{x+r}{x-r} = 4$$

$$4x + 4r = x + r$$

$$x = \frac{5}{3} r$$

из $\triangle OSK$

$$\sin \angle KSO = \frac{K}{x} = \frac{K}{\frac{5}{3}K} = \frac{3}{5}$$

$$\angle KSO = \arcsin \frac{3}{5}$$

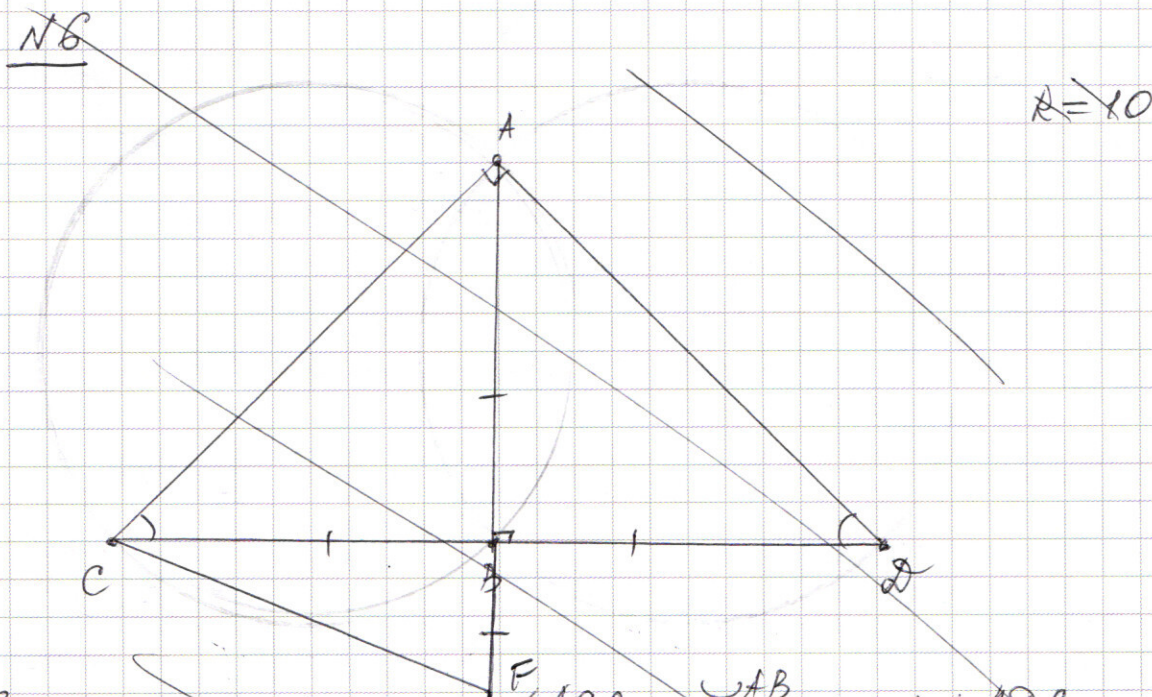
из уравнение

$$\left(\frac{\frac{5}{3}K - K}{K} \right)^2 = \frac{1}{S}$$

$$\left(\frac{1}{3} \right)^2 = \frac{1}{S}$$

$$S = \frac{9}{4} = 2,25$$

Ответ: $\arcsin \frac{3}{5}$; 2,25



Заметим, что $\angle ACB = \frac{1}{2} \angle AOB = \angle AOB$, на симметрии дуга AB, на к-ой опирается хорда AB, на одинакова в обеих частях. (у них равные радиусы)

~~ABD~~ $\triangle ACO$ равнобедренный. Перпендикуляр в $(\perp) B$ к CO будет проходить отк. $\frac{1}{2} AB$ и симметричен отк. $\frac{1}{2} AB$

$$\angle CBA = 90^\circ \text{ т.е. } AC = 2R = 20$$

$$CF^2 = CB^2 + BF^2 = CB^2 + BD^2 = CB^2 + AB^2 = AC^2 = 20$$

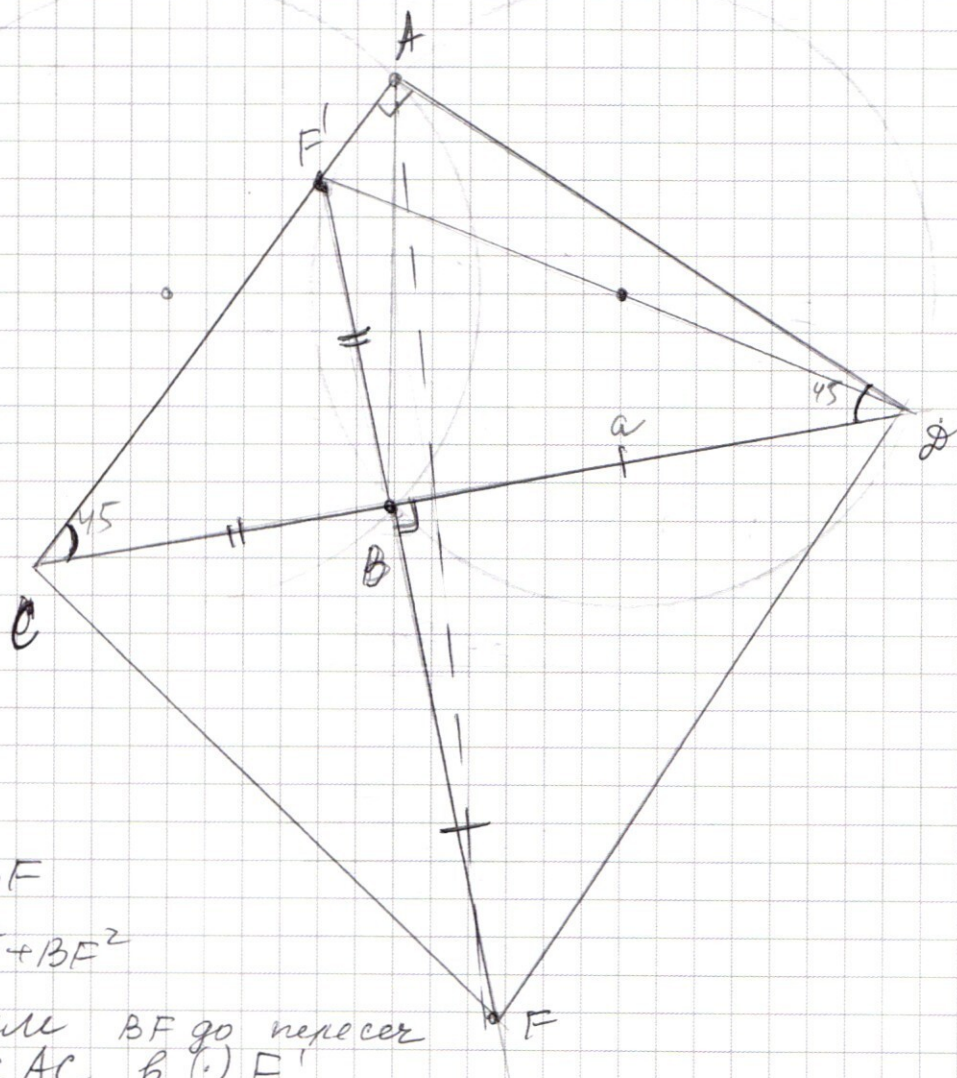
~~CF=V~~

т. Пифагор $BF=BD$

а) $CF = 20$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$N 6^\circ$



у ΔCBF

$$CF = CB^2 + BF^2$$

Продлим BF до пересеч
с AC в $(\cdot) F'$

$$\angle CF'B = 90^\circ - 45^\circ - 45^\circ = \angle ADB \Rightarrow F' \text{ и } D \text{ лежат на одной окружности}$$

$$CB = BF' \text{ из } \triangle CBF'$$

$$CF = CB^2 + BF^2 = (BF)^2 + BD^2 = F'D = 2R = 20$$

by ΔABF

$$CF = 20$$

5) Если $BC=12$, то $BD = CD - BC = 20\sqrt{2} - 12$

$$\sin \angle BCF = \frac{BF}{FC} = \frac{BD}{\sqrt{BC^2 + BD^2}} \quad \text{из } \triangle ACD$$

$$FC = \sqrt{144 + 800 + 144 - 480\sqrt{2}} =$$

$$= 2\sqrt{36 + 200 + 36 - 120\sqrt{2}} = 2\sqrt{272 - 120\sqrt{2}} =$$

$$= 4\sqrt{68 - 30\sqrt{2}} = \cancel{4\sqrt{25-2+9-20}}$$

$$\sin \angle BCF = \frac{BF}{FC} = \frac{20\sqrt{2} - 12}{4\sqrt{68 - 30\sqrt{2}}} = \frac{5\sqrt{2} - 3}{\sqrt{68 - 30\sqrt{2}}}$$

$$\cos \angle BCF = \frac{BC}{CF} = \frac{12}{4\sqrt{68 - 30\sqrt{2}}} = \frac{3}{\sqrt{68 - 30\sqrt{2}}}$$

$$\sin \angle ACF = \sin \left(\angle BCF + \frac{\pi}{4} \right) = \frac{\sqrt{2}}{2} (\sin \angle BCF + \cos \angle BCF)$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{68 - 30\sqrt{2}}} \right) = \frac{5}{\sqrt{68 - 30\sqrt{2}}}$$

$$S_{\triangle ACF} = \frac{1}{2} \overbrace{AC}^{BD} \cdot CF \cdot \sin \angle ACF = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot (20\sqrt{2} - 12) \cdot$$

$$\cdot \frac{\overbrace{5}^{BD}}{\sqrt{68 - 30\sqrt{2}}} = \frac{50 \cdot (20\sqrt{2} - 12)}{\sqrt{68 - 30\sqrt{2}}}$$

Ответ: а)

б)

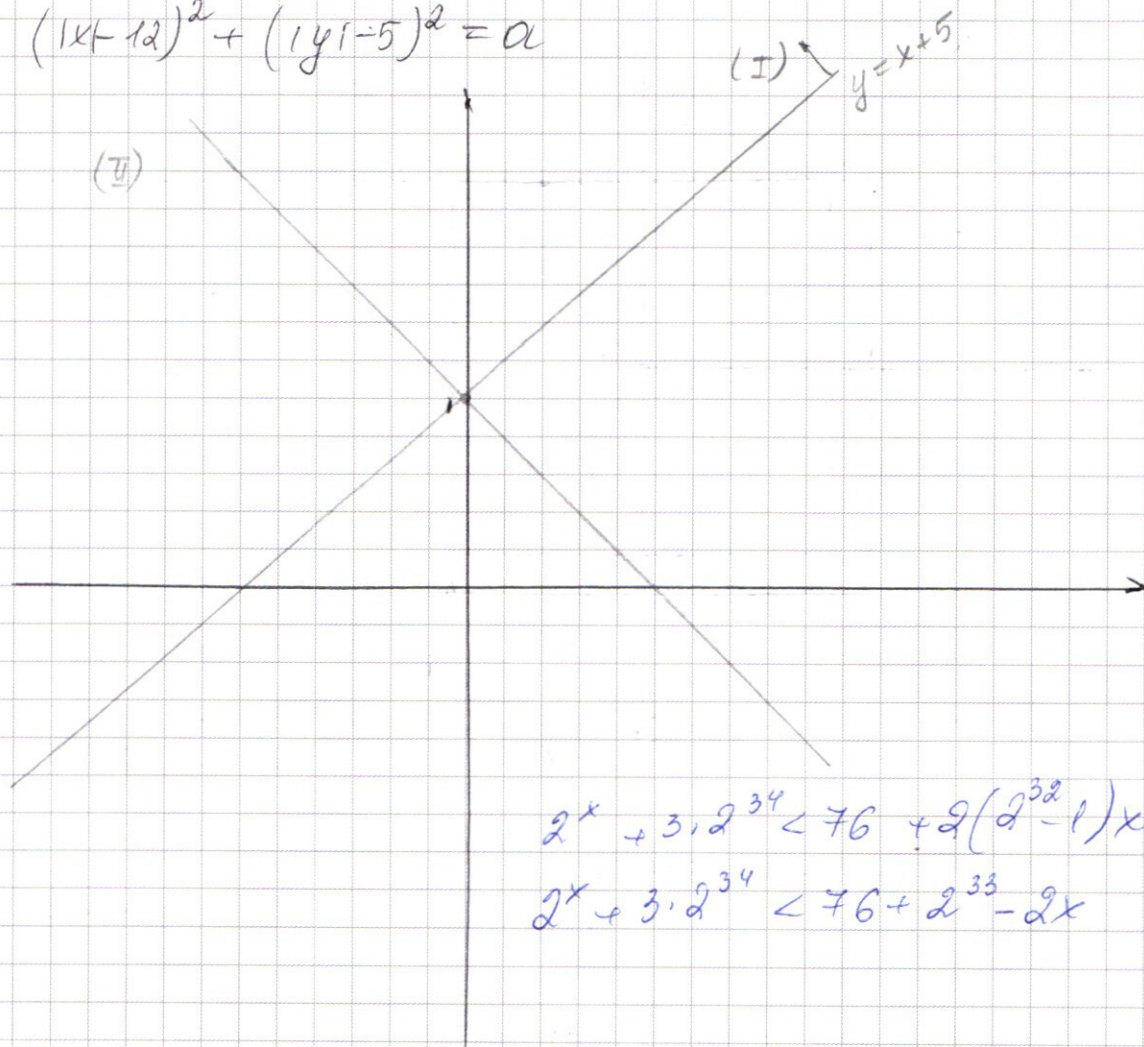
$$\frac{20}{\sqrt{68 - 30\sqrt{2}}} \cdot \frac{50(20\sqrt{2} - 12)}{\sqrt{68 - 30\sqrt{2}}}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

а) ~~$BC = 12$~~

~~$S_{\triangle ACF} = \frac{1}{2} BC \cdot AF = \frac{1}{2} BC$~~

$$\begin{cases} |x+y+5| + |y-x+5| = 10 \\ (x-12)^2 + (y-5)^2 = 25 \end{cases}$$



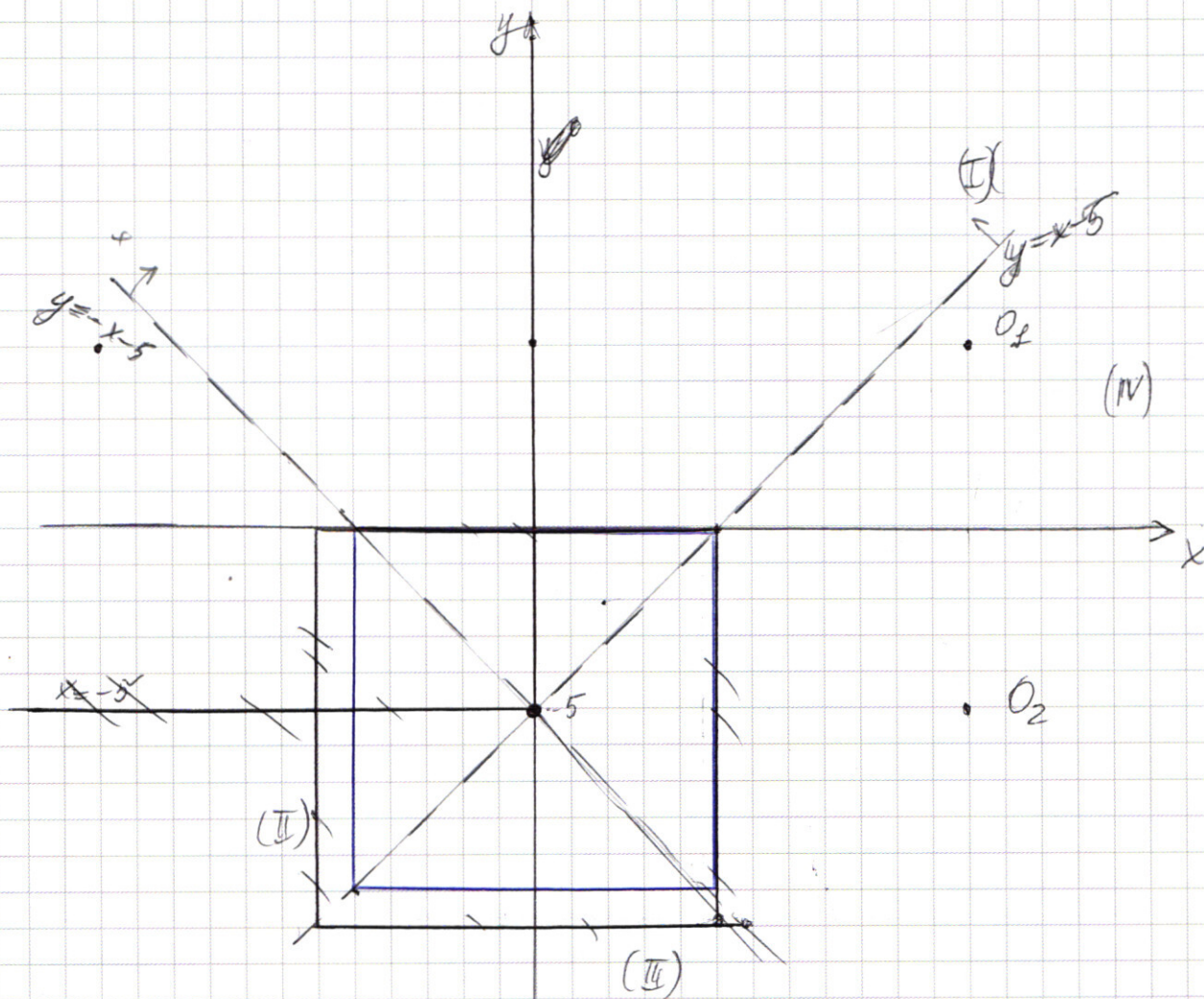
$$2^x + 3 \cdot 2^{34} < 76 + 2(2^{32} - 1)x$$

$$2^x + 3 \cdot 2^{34} < 76 + 2^{33} - 2x$$

(I) $x+y+5 - y+x-5 = 10$

$$\begin{cases} |x+y+5| + |y-x+5| = 10 \\ (|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = a \end{cases}$$

N 5



$$(I) \quad \begin{aligned} x+y+5+y-x+5 &= 10 \\ 2y &= 0 \\ y &= 0 \end{aligned}$$

$$(by) \quad y = 0$$

$$(II) \quad \begin{aligned} -x-y-5+y-x+5 &= 10 \\ -2x &= 10 \\ x &= -5 \end{aligned}$$

$$x = -5$$

$$(III) \quad \begin{aligned} -x-y-5-y+x-5 &= 10 \\ -2y &= 20 \\ y &= -10 \end{aligned}$$

$$(IV) \quad \begin{aligned} x+y+5-y+x-5 &= 10 \\ x &= 5 \end{aligned}$$

$$x = 5$$

Решение этого уравнения - синий квадрат на графике с вершинами $(-5; 0)$; $(5; 0)$; $(-5; -10)$ и $(5; -10)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Данное уравнение — окружности с радиусом $\sqrt{a}$ (или их касания), с центрами в $(5; 12)$; $(-5; -12)$; $(-5; 12)$; $(12; -5)$, лежащие в осевых четвертях.

Заметим, что из симметрии осей можно рассматривать область

$x > 0$. Тогда есть всего 2 решения по оси y вида $(x_0; y_0)$ и $(-x_0; -y_0)$.

Если $x_0 = 0$ — решение, то ось

$$\begin{cases} 2|y+5| = 10 \\ 144 + (y+5)^2 = a \end{cases} \quad \begin{cases} |y+5| = 5 \\ (y+5)^2 = a - 144 \end{cases}$$

$y = 0$ или $y = -10$ по первому уравнению.

$$a - 144 = 25$$

$$a = 169 \quad (\text{два решения})$$

Если $x_0 \neq 0$, то на $x > 0$ существует одно решение.

Т.е. в окр. радиуса a касание с осью квадрата.

Если это касание, то радиус

$$\sqrt{a} = 12 - 5 = 7 \quad a = 49$$

Если это вершина с центром O_1 , то

$\sqrt{a} = \sqrt{49 + 25} = \sqrt{74}$, но тогда окр. с центром O_2 пересек. квадрат $\Rightarrow$ не одно реш. на $x > 0$.

Ответ: ~~$\{169\}$~~ $\{49; 169\}$.

17

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)x \end{cases}$$
$$2^x + 3 \cdot 2^{34} \leq 76 + 2(2^{32} - 1)x$$
$$2^x + 3 \cdot 2^{34} < 76 + 2^{33}x - 2x$$

~~Если x — к.ч. $\downarrow \Rightarrow$ м.к. при $x=5$ неравенство ещё не выполняется, а при $x=6$ неравенство не выполняется, м.к. при $x=6$ неверно~~

Заметим, что при $x > 6$ неравенство не выполняется, неверно

~~$e^x \cdot \ln 2$~~

$$(2^x)' = e^{x \ln 2} \cdot \ln 2 = 2^x \cdot \ln 2$$

$$(2(2^{32-1})x)' = 2(2^{32} - 1)$$

$$2^x \cdot \ln 2 > 2(2^{32} - 1)$$

Заметим, что

неч. перво
при $x > 33$ неверно

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

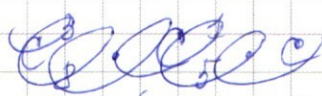
~~a b c d e f~~ $a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 a_7 a_8$

$$\begin{array}{r|l} 9261 & 9 \\ -9 & \\ \hline -26 & \\ -18 & \\ \hline 81 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 9264 & \\ -1029 & 3 \\ \hline 9 & 343 \\ -12 & \\ \hline 9 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 343 & 7 \\ -28 & \\ \hline 63 & \end{array}$$

4.4.4. 3.3.3. 1.1



$$C_8^3 \cdot (C_5^1 \cdot C_4^2 + C_5^3)$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = \sin \alpha \cos \beta + \dots$$

$$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$$

$$2 \sin(7x) \cdot \cos(2x)$$

$$\sin \alpha \sin \beta =$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos 0 - \cos \frac{\pi}{2} = -2 \sin \frac{\pi}{2} \sin \left(-\frac{\pi}{2} \right)$$

$$2 \sin 7x \cdot \cos 2x - 2 \sin 7x \cdot \sin 2x = \sqrt{2} \cos 4x$$

$$2 \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) = \sqrt{2} (\cos^2 2x - \sin^2 2x)$$

$$2 \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) = \sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x) (\cos 2x + \sin 2x)$$

$$\sqrt{2} \sin 7x = \cos 2x + \sin 2x$$

$$\sin 7x = \sin \left(2x + \frac{\pi}{4} \right)$$

$$7x = 2x + \frac{\pi}{4} + 2\pi k$$

$$7x = \pi - 2x - \frac{\pi}{4} + 2\pi k$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^7)} \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (xy^2)^{-2\lg x} = y^{\lg y - 7\lg x} \end{cases}$$

$$x^{-2\lg x} \cdot y^{-4\lg x - \lg y + 7\lg x} = 1$$

$$x^{-2\lg x} \cdot y^{3\lg x - \lg y} = 1$$

$$y^{3\lg x - \lg y} = x^{2\lg x}$$

$$y^2 - y(x+4) - 2x^2 + 8x$$

$$D = x^2 + 8x + 16 + 8x^2 - \frac{32x}{8} = 9x^2 - 24x + 16 = (3x-4)^2$$

$$y = \frac{x+4 \pm (3x-4)}{2}$$

$$\begin{cases} y = 2x \\ y = -x + 4 \end{cases}$$

$$\cos^2 x + \sin^2 x + 2\sin^2 x \cos x$$

$$\cos^2 2x + \sin^2 2x = 1$$

$$\cos \alpha - \cos \beta$$

$$\cos \frac{\pi}{3} - \cos \frac{\pi}{6} =$$

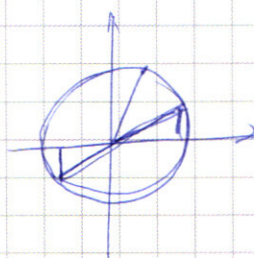
$$\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} = -2 \cdot \sin \frac{\pi}{2} \cdot \sin \frac{\pi}{6} = -2 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} = -1$$

$$\cos \alpha + \cos \beta$$

$$\begin{aligned} \cos \alpha + \cos(\beta + \pi) &= \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) + \sin\left(\frac{\pi}{2} - \beta - \pi\right) = \\ &= 2 \sin\left(-\frac{\alpha - \beta}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi - \alpha + \beta}{2}\right) = -2 \sin(\alpha - \beta) \cdot \cos \sin(\alpha - \beta) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^2 &= y^2 \\ xy^2 &= y^4 \\ (xy^2)^2 &= y^8 \\ (xy^2)^3 &= y^{12} \end{aligned}$$

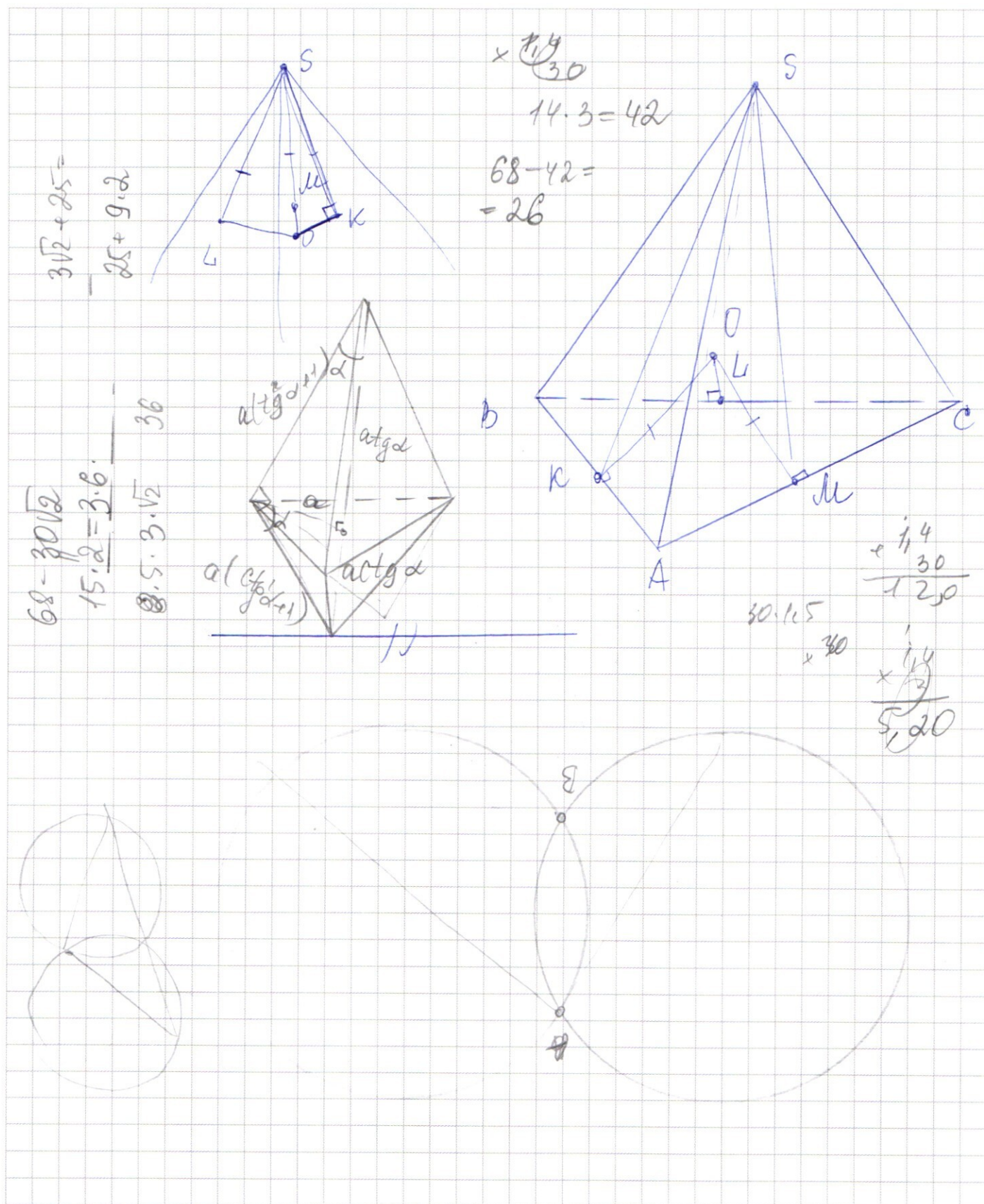
$$\begin{array}{r} x^2 \\ 3 \overline{) 27} \\ \underline{3} \\ 343 \\ \underline{27} \\ 2401 \\ \underline{686} \\ 9261 \end{array}$$

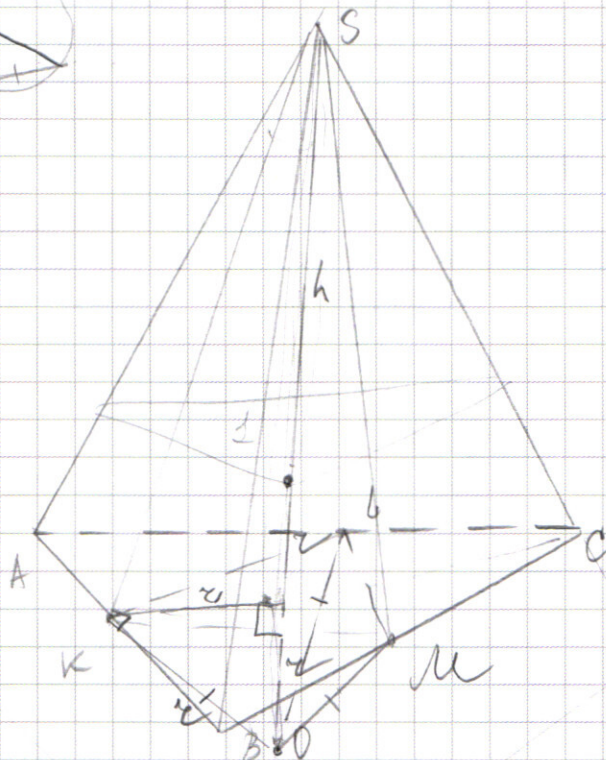
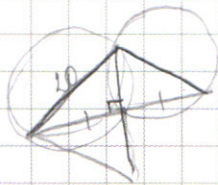


$$\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6}$$

$$\begin{aligned} 2 \cos \alpha - \cos \beta &= 1 \\ 2 \cos \alpha - \cos \beta &= 1 \\ 2 \cos \alpha - \cos \beta &= 1 \end{aligned}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА





SO-Ворота

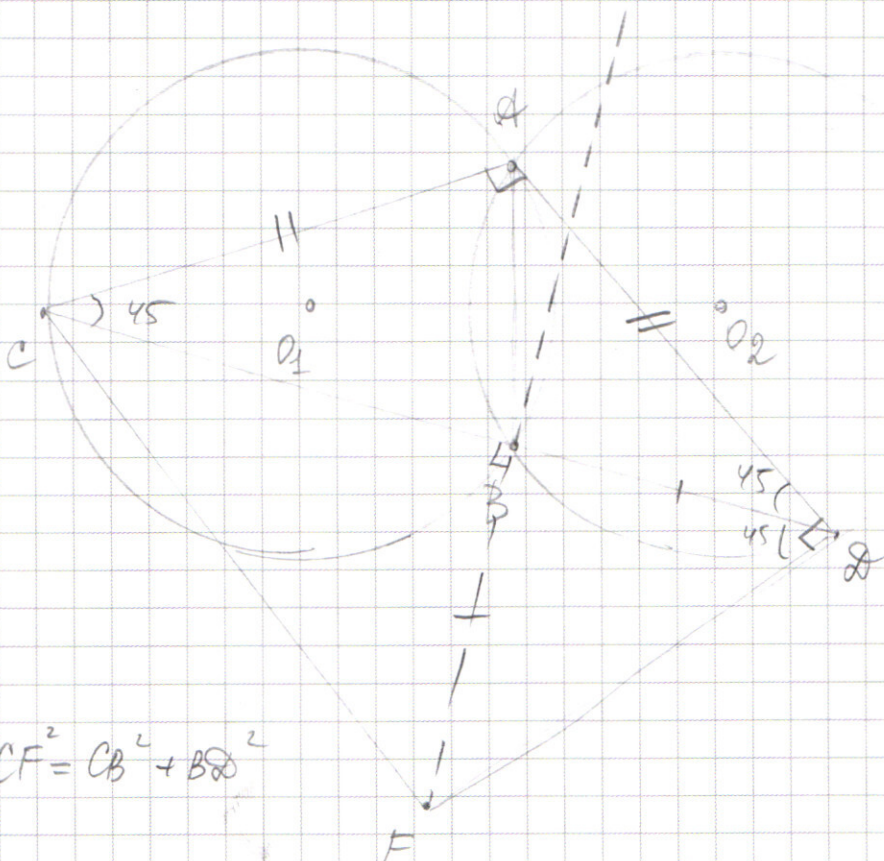
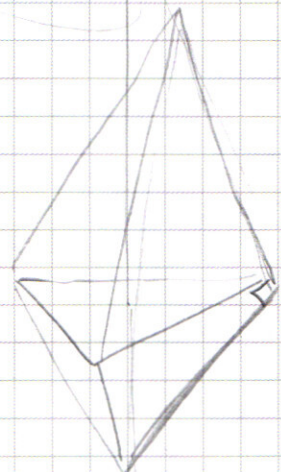
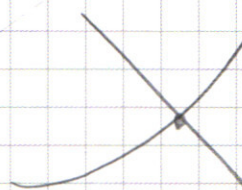
$$\frac{h}{h+z} = \frac{16}{S}$$

$$\frac{h+z}{h+2z} = \frac{16}{S}$$

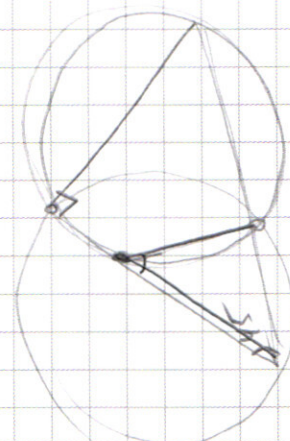
$$\frac{h+2z}{h} = 16$$

$$e^{\ln 2 \cdot x} = \text{circled } 2$$

$$e^{x \cdot \ln 2}$$



$$CF^2 = CB^2 + BF^2$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$2^{4\ln x - 2\ln 2} \cdot 2^{\ln 2} \cdot x^{2\ln x - \ln 2} = 1$$

$$(4x)^{2\ln x - \ln 2} = 2^{-\ln 2}$$

$$\ln_{4x} 2^{-\ln 2} = 2\ln x - \ln 2$$

$$-\ln 2 \ln_{4x} 2$$

$$x^{\ln x} = e^{\ln x \cdot \ln x}$$

$$x^{-\ln 2}$$

$$2^{\ln 2 \ln x} \cdot \ln 2$$

$$x >$$

$$x^{\ln 2}$$

$$0 < x < 4$$

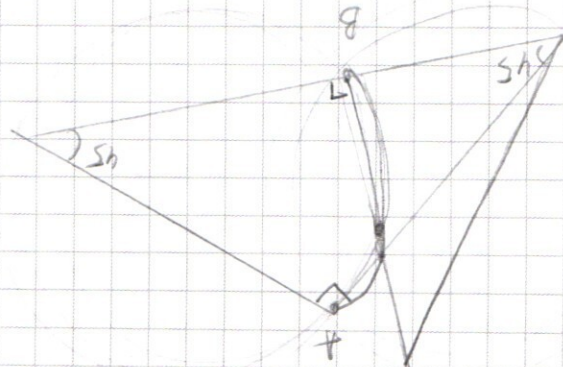
$$-x + 4 > 0$$

$$x < 4$$

$$(x^2(x-4)^2)^{-\ln x} = (x-4) \ln(-x+4) - 4\ln x$$

$$x^{-2\ln x} \cdot \left(\frac{4-x}{x-4}\right)^{-4\ln x} + \ln(-x+4) + 4\ln x = 1$$

$$(4-x) \ln(-x+4) + 3\ln x = x^{2\ln x}$$



$$\left(x^2(4-x)^4 \right)^{-\ln x} = (4-x)^{\ln(4-x) - 7 \ln x}$$

$$x^{-2 \ln x} \cdot (4-x)^{-4 \ln x - \ln(4-x) + 7 \ln x} = 1$$

$$x^{-2 \ln x} \cdot (4-x)^{3 \ln x - \ln(4-x)} = 1$$

$$(4-x)^{3 \ln x - \ln(4-x)} = x^{2 \ln x}$$

$$x < 3$$



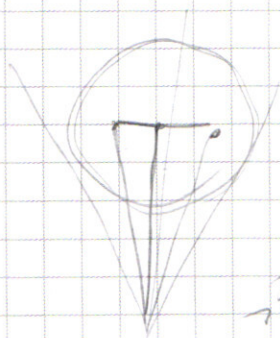
$$(4-x)^{3 \ln x - \ln(4-x)}$$

$$(4-x)^{\ln \left(\frac{x^3}{4-x} \right)}$$

$$\downarrow (4-x)^2 \ln x + \ln \frac{x}{4-x} = \ln - 1 + \frac{4}{4-x}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 56 \\ 40 \\ \hline 2240 \end{array}$$

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)x \end{cases}$$



$$\frac{a}{2} + \frac{a}{2} + \frac{a}{2} + \frac{a}{2} = \frac{a}{2}$$

