

Рег. №: М11-ТУ-0026Класс участия: 11Место проведения: ТулаДата проведения: 2 февраля 2020 г.Время начала (местное): 11

ШК

(заполняется секретарём)



Олимпиада школьников

по Математика

Название предмет...

Заключительный этап 2020 г.

Анкета участника

Данная анкета предъявляется участником вместе с документом, удостоверяющим личность, при входе на олимпиаду. По окончании написания олимпиады анкета обязательно вкладывается в работу. Работа без предоставления анкеты недействительна и не проверяется. Анкета без подписей недействительна.

<u>Емеев</u>	<u>Антон</u>	<u>Вячеславович</u>	<u>06.10.2002</u>	<u>17</u>
Фамилия	Имя	Отчество	Дата рождения	Возраст
<u>Российская Федерация</u>	<u>Тульская обл</u>		<u>г. Тула</u>	
Страна	Регион		Населенный пункт	
<u>Паспорт гражданина РФ</u>	<u>70 16</u>	<u>690007</u>	<u>21.10.2016</u>	<u>710-006</u>
Документ, удостоверяющий личность	Серия	Номер	Дата выдачи	Код подразделения
<u>Российская Федерация</u>	<u>Тульская обл</u>		<u>г. Тула</u>	
Страна школы	Регион школы		Населенный пункт школы	
<u>11</u>	<u>МБОУ - Лицей №2</u>			
Класс обучения	Полное название образовательного учреждения			
<u>+79509907258</u>	<u>greatrobocreator@gmail.com</u>			
Мобильный телефон	Доп. телефон	E-mail		

Согласие на обработку персональных данных

Я согласен(-на) на сбор, хранение, использование, распространение (передачу) и публикацию своих персональных данных, а также олимпиадных работ, в том числе в сети "Интернет". Я согласен(-на), что мои персональные данные будут ограничено доступны организаторам олимпиады для решения административных и иных рабочих задач. Я проинформирован(а), что под обработкой персональных данных понимаются действия (операции) с персональными данными в рамках выполнения Федерального закона №152 от 27 июля 2006 г., конфиденциальность персональных данных соблюдается в рамках исполнения Операторами законодательства Российской Федерации. Я согласен(-на) на получение информационных писем от организаторов олимпиады на E-mail, указанный при регистрации.

Я подтверждаю, что все указанные мной данные верны и в указанном виде будут использованы при печати дипломов олимпиад в случае их получения. Я согласен(-на) на передачу данных в государственный информационный ресурс о детях, проявивших выдающиеся способности, созданный во исполнение Постановления Правительства Российской Федерации № 1239 от 17 ноября 2015 г.

Я подтверждаю, что ознакомлен с Положением и Регламентом проведения олимпиады школьников «Физтех», а также с правилами оформления и условиями проверки работы.

«22» Января 2020 г

Подпись участника олимпиады

Емеев Александр Валерьевич

ФИО законного представителя

мать

Степень родства

Емеев

Подпись законного представителя

Анкета без подписи недействительна.

Анкета обязательно должна быть вложена в работу!

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 7

ШИФР



Заполняется ответственным секретарём

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 9261. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^7)}, \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 16.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 5| + |y - x + 5| = 10, \\ (|x| - 12)^2 + (|y| - 5)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 10 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
- б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 12$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №1

$$9261 = 3^3 \cdot 7^2$$

Т.к. ~~число~~ при $n \geq 2$; $7^2 > 10$, то

во всех случаях ровно 3 цифры "7"

Аналогично при ~~$n \geq 4$~~ ; ~~$3^4 > 10$~~ при $n \geq 3$; $3^3 > 10$

И-то, в числе: либо ~~три~~ "3"

~~либо одна "9" и одна "3"~~

либо одна "9" и одна "3"

Все остальные цифры: "1"

Реша:

① Число вида 333777111

Наименьшее такое число — это наим-во перестановки ^{цифр} данного числа (333777111):

$$P(3, 3, 2) = \frac{(3+3+2)!}{3!3!2!} = \frac{8!}{3!3!2!}$$

$$= \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2 \cdot 2} = 8 \cdot 7 \cdot 10 = \underline{560}$$

~~① Число букв 7776311~~
~~Анализ: 7, 7, 7, 6, 3, 1, 1~~
~~3, 3, 2, 1, 1~~

Анализ: $P(3; 1; 3) = \frac{8!}{3! 3!} = 1120$

В итоге: $1120 + 560 = 1680$

Ответ: 1680

Задача №2

$$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$$

$$-2\sin 7x \cdot \sin 2x - \sqrt{2} \cos 4x + 2\sin 7x \cdot \cos 2x = 0$$

$$2\sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2} (\cos^2 2x - \sin^2 2x) = 0$$

$$(\cos 2x - \sin 2x) (2\sin 7x - \sqrt{2} (\cos 2x + \sin 2x)) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos 2x = \sin 2x & (1) \\ 2\sin 7x - \sqrt{2} (\cos 2x + \sin 2x) = 0 & (2) \end{cases}$$

1) $\cos 2x = \sin 2x$

Если $\cos 2x = 0$: $\sin 2x = \pm 1$

Реш: $0 = \pm 1$ — неверно $\Rightarrow \cos 2x \neq 0$

Реш: $\cos 2x = 1 \Rightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \Rightarrow x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} n, n \in \mathbb{Z}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2) Задача 12 (продолжение)

$$2\sin 7x - 5\cos 2x + 5\sin 2x = 0$$

$$2\sin 7x - 2 \cdot 5 \cdot \sin(2x + \frac{\pi}{4}) = 0$$

(по формуле
вспомогательного угла)

$$\sin 7x - \sin(2x + \frac{\pi}{4}) = 0$$

$$2 \cdot \sin(\frac{5x - \frac{\pi}{4}}{2}) \cdot \sin \cos(\frac{5x + \frac{\pi}{4}}{2}) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin(\frac{5x - \frac{\pi}{4}}{2}) = 0 \\ \cos(\frac{5x + \frac{\pi}{4}}{2}) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{5x - \frac{\pi}{4}}{2} = \pi n, n \in \mathbb{Z} \\ \frac{5x + \frac{\pi}{4}}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 5x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ 5x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{20} + \frac{2\pi}{5}n, n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi}{9}k, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Ответ: $x = \frac{\pi}{20} + \frac{2\pi}{5}n, n \in \mathbb{Z}$
 $x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi}{9}k, k \in \mathbb{Z}$
 $x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2}m, m \in \mathbb{Z}$

Задача №3

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^2)} & (*) \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0 & (1) \end{cases}$$

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

1) $y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0$

$$y^2 - y(x+4) - 2x^2 + 8x = 0$$

$$\begin{aligned} D &= (x+4)^2 + 8x^2 - 32x = x^2 + 8x^2 + 8x + 16 = 32x = \\ &= 9x^2 - 24x + 16 = (3x-4)^2 \end{aligned}$$

$$y = \frac{(x+4) \pm (3x-4)}{2} \Rightarrow \begin{cases} y = 2x \\ y = -x+4 \end{cases}$$

Вернемся к системе:

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^2)} \\ y = 2x \\ y = -x+4 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \begin{cases} y = 2x \\ (16x^6)^{-\ln x} = (2x)^{\ln(2x^5)} & (2) \end{cases} \\ \begin{cases} y = -x+4 \\ (x^2 \cdot (-x+4)^4)^{-\ln x} = (-x+4)^{\ln \frac{-x+4}{x^2} (3)} \end{cases} \end{cases}$$

(2): $(16x^6)^{-\ln x} = (2x)^{\ln(2x^5)}$

Логарифмируем по основанию e:

$$\begin{pmatrix} \text{т.к. } 16x^6 > 0 \Rightarrow (16x^6)^{-\ln x} > 0 \\ 2x > 0 \Rightarrow (2x)^{\ln(2x^5)} > 0 \end{pmatrix}$$

$$-\ln x \cdot (4 \ln 2 + 6 \ln x) = (\ln 2 + 5 \ln x) (\ln 2 + \ln x)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №3 (программная)

$$-4 \ln 2 \cdot \ln x + 6 \ln^2 x = \ln^2 2 - 6 \ln 2 \cdot \ln x + \ln^2 \ln x - 6 \ln^2 x$$

$$\ln x \cdot \ln 2 = \ln^2 2 \quad | : \ln 2 \Rightarrow \ln 2 > 0$$

$$\ln x = \ln 2 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow y = 9 \in D_{23}$$

(2; 4)

(3) ¹⁾ Исходную систему сводим к одной:

$$-\ln x \cdot (\ln^2 x + 4 \ln(-x+4)) = \ln^2(-x+4) - 7 \ln x \ln(-x+4)$$

$$= \ln(-x+4) (\ln^2(x+4) - 7 \ln x)$$

$$-2 \ln^2 x - 4 \ln x \cdot \ln(-x+4) = \ln^2(-x+4) - 7 \ln x \ln(-x+4)$$

$$\ln^2(-x+4) - 3 \ln x \cdot \ln(-x+4) + 2 \ln^2 x = 0$$

$$2 = 3 \ln^2 x - 2 \ln^2 x = \ln x$$

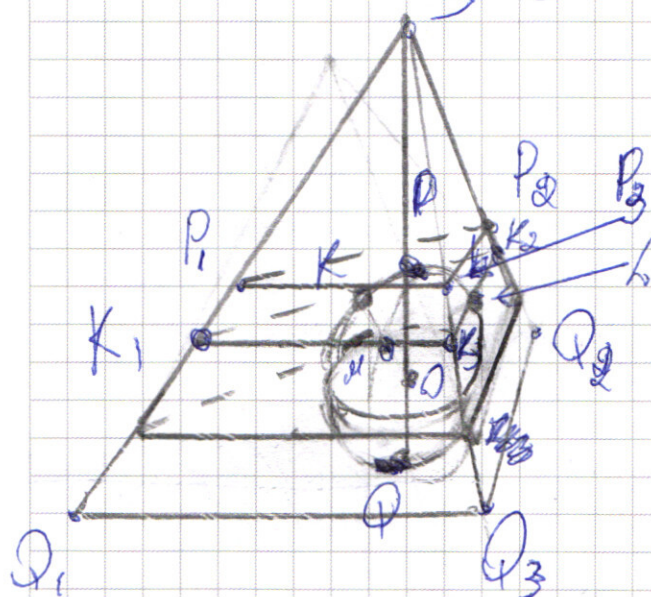
$$\ln(-x+4) = \frac{3 \ln \pm \ln x}{2} \Rightarrow \begin{cases} \ln(-x+4) = \ln x \\ \ln(-x+4) = \ln x^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -x+4 = x \\ x^2+x-4=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ x = \frac{-1+\sqrt{17}}{2} \\ x = \frac{-1-\sqrt{17}}{2} < 0 \notin D_{23} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ x = \frac{-1+\sqrt{17}}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=2 \in \mathbb{Q}^3 \\ y=2 \in \mathbb{Q}^3 \\ x = \frac{-1+\sqrt{17}}{2} > 0 \\ y = \frac{9-\sqrt{17}}{2} > 0 \end{cases} \in \mathbb{Q}^3$$

Ответ: $(2; 2), (2; 4), \left(\frac{-1+\sqrt{17}}{2}; \frac{9-\sqrt{17}}{2}\right)$

Задача №9



Дано: (продолжение)

$$S_{P_1P_2P_3} = 1, S_{Q_1Q_2Q_3} = 16$$

$K_1K_2K_3$ — сечение (KLM) угла

Найти: $\angle KSO$

или $S_{K_1K_2K_3}$

Дано: трехгранный угол с вершиной S

сфера $(O; R)$ вписана в трехгранный угол

K_1, K_2, K_3 — точки касания

~~(P_1, P_2, P_3) — сечение~~

α -плоскость, $\alpha \perp SO$

P_1, P_2, P_3 — сечение α трехгр. угла

α касается сферы, P_2 — точка касания

β -пл., $\beta \perp SO$

Q_1, Q_2, Q_3 — сечение β

трехгр. угла, β касается сферы, Q_1 — точка касания

$$SP < SQ, \alpha \neq \beta$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №54 (продолжение)

Решение:

①

~~$SO_1O_2O_3$~~ — прямая

$$\Delta SO_1O_2 = \Delta SO_1O_3 = \Delta SO_2O_3$$

(т.к. $SO_1O_2O_3$ — прямая, $\angle O_1SO_2 = \angle O_1SO_3 = \angle O_2SO_3 = 90^\circ$ (т.к. O_1O_2, O_1O_3, O_2O_3 — радиусы, пров. в точке касания),
 $O_1O_2 = O_1O_3 = O_2O_3$)

SO — биссектриса

(по катету и гипотенузе)

Тогда их высоты AM_1, LN_2 и KN_3 попадают в одну точку $H \in SO$ (т.к. $SA_1 = SA_2 = SA_3$)

Тогда AM, LN и KN принадлежат плоскости $\perp SO$ и проходящей через $H \Rightarrow \{L, M, K, N\}$ — лежат в одной плоскости $\Rightarrow H \in (LMK), (LMK) \perp SO \Rightarrow$
 $\Rightarrow (LMK) \parallel (P_1P_2P_3) \parallel (Q_1Q_2Q_3)$

② Сл-во: $P_1P_2 \parallel Q_1Q_2 \parallel K_1K_2$

Сл-во: $P_1P_2 \parallel Q_1Q_2 \parallel K_1K_2, P_2P_3 \parallel Q_2Q_3 \parallel K_2K_3,$

$$P_3 P_1 \parallel Q_3 Q_1 \parallel K_3 K_1$$

$$\text{Сг-то, } \triangle S P_1 P_2 \sim \triangle K K_2 \sim \triangle S Q_2 Q_3$$

(покажем по 2-м углам)

(покажем $\angle S$ и равные, как соответств)
при $P_1 P_2 \parallel K K_2 \parallel Q_2 Q_3$

$$\text{Аналогично: } \triangle S P_2 P_3 \sim \triangle K K_2 K_3 \sim \triangle S Q_3 Q_1 \Rightarrow$$

$$\triangle S P_1 P_2 \sim \triangle K K_2 K_3 \sim \triangle S Q_3 Q_1$$

$$\Rightarrow \text{т.к. } \triangle S P_1 P_2 \sim \triangle K K_2 K_3 \sim \triangle S Q_3 Q_1$$

(покажем) $\angle S$

Сг-то: трапеции $S P_1 P_2 P_3$, $S Q_1 Q_2 Q_3$, $S K_1 K_2 K_3$

$$S P_1 P_2 P_3 \sim S Q_1 Q_2 Q_3 \sim S K_1 K_2 K_3$$

по 2-м углам

③ Т.к. $(P_1 P_2 P_3) \perp OS$, $(P_2 P_3)$ касательная к сфере в точке P , то $OP \perp (P_2 P_3)$

③ Т.к. $(P_2 P_3)$ касательная к сфере в точке P , то:

$$OP \perp (P_2 P_3)$$

$$\text{Т.к. } OS \perp (P_2 P_3) \Rightarrow P \in OS$$

Аналогично: $Q \in OS$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №4

См. 40. SQ — высота SQ, QD

SP — высота SP, P_1P_2

SH — высота SK, K_2K_3

④ Так $SP, P_1P_2 \sim SQ, QD$, то

$$\begin{cases} \triangle SP, P_1P_2 \sim \triangle SQ, QD \\ \frac{SP}{SQ} = K_1 \end{cases} \Rightarrow \frac{SP}{SQ} = K_1 = \frac{SP}{SQ} = K_1$$

$$\Rightarrow SQ = 4SP$$

$$\text{Пусть } SP = x \Rightarrow SQ = 4x$$

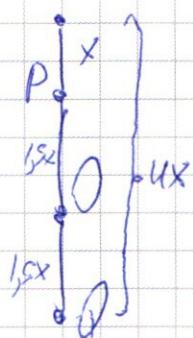
$$\Rightarrow PQ = 3x$$

Так $PQ = OQ$ (радиусы), то $PQ = OQ = \frac{PQ}{2} = 1,5x$

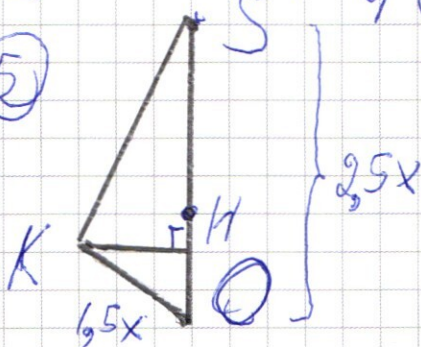
$$OK = OP = 1,5x; B$$

$$\sin \angle KSD = \frac{1,5x}{2,5x} = \frac{3}{5} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle KSD = \arcsin \frac{3}{5}$$



⑤



⑥ В $\triangle SOK$:

Это угол в высоте, пров. из верш. прямоу. уга:

$$\triangle OK^2 = OH \cdot SO \Rightarrow$$

$$\Rightarrow OH = \frac{OK^2}{SO} = \frac{(15x)^2}{25x} = \frac{225}{250} \cdot x = \frac{9}{10}x = 0,9x$$

$$SH = SO - OH = 1,6x$$

⑦ $\triangle SK_2K_3 \sim \triangle P_1P_2P_3$, то

$$\left\{ \begin{array}{l} \triangle K_2K_3 \sim \triangle P_1P_2P_3 \\ \frac{SK_2}{SP_1} = K_2 \end{array} \right. \Rightarrow \frac{SK_2K_3}{SP_1P_2P_3} = K_2^2 = \left(\frac{SH}{SP} \right)^2$$

$$\Rightarrow SK_2K_3 = SP_1P_2P_3 \cdot \left(\frac{1,6x}{x} \right)^2 = 16^2 = 256$$

Ответ: $\arcsin \frac{1}{5}$;
256

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 25

$$|(x-y+5)| + |y-x+5| = 10 \quad (2)$$

$$(|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = 0 \quad (1)$$

$$(|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = 0$$

При $x \geq 0, y \geq 0$

$$(x-12)^2 + (y-5)^2 = 0$$

Окружность радиуса 0 с центром в
точке $(12, 5)$

При $x > 0, y < 0$; $x < 0, y > 0$; $x < 0, y < 0$

получаем при окружности, смещенные
первой относительно осей Ox и Oy
(с центрами в $(12, -5)$, $(-12, 5)$, $(-12, -5)$)

(определенные в своих полуокружностях
четвертях)
даны координаты)

$$② \quad |x+y+5| + |y-x+5| = 10$$

$$1) \quad x+y+5 \geq 0, y-x+5 \geq 0$$

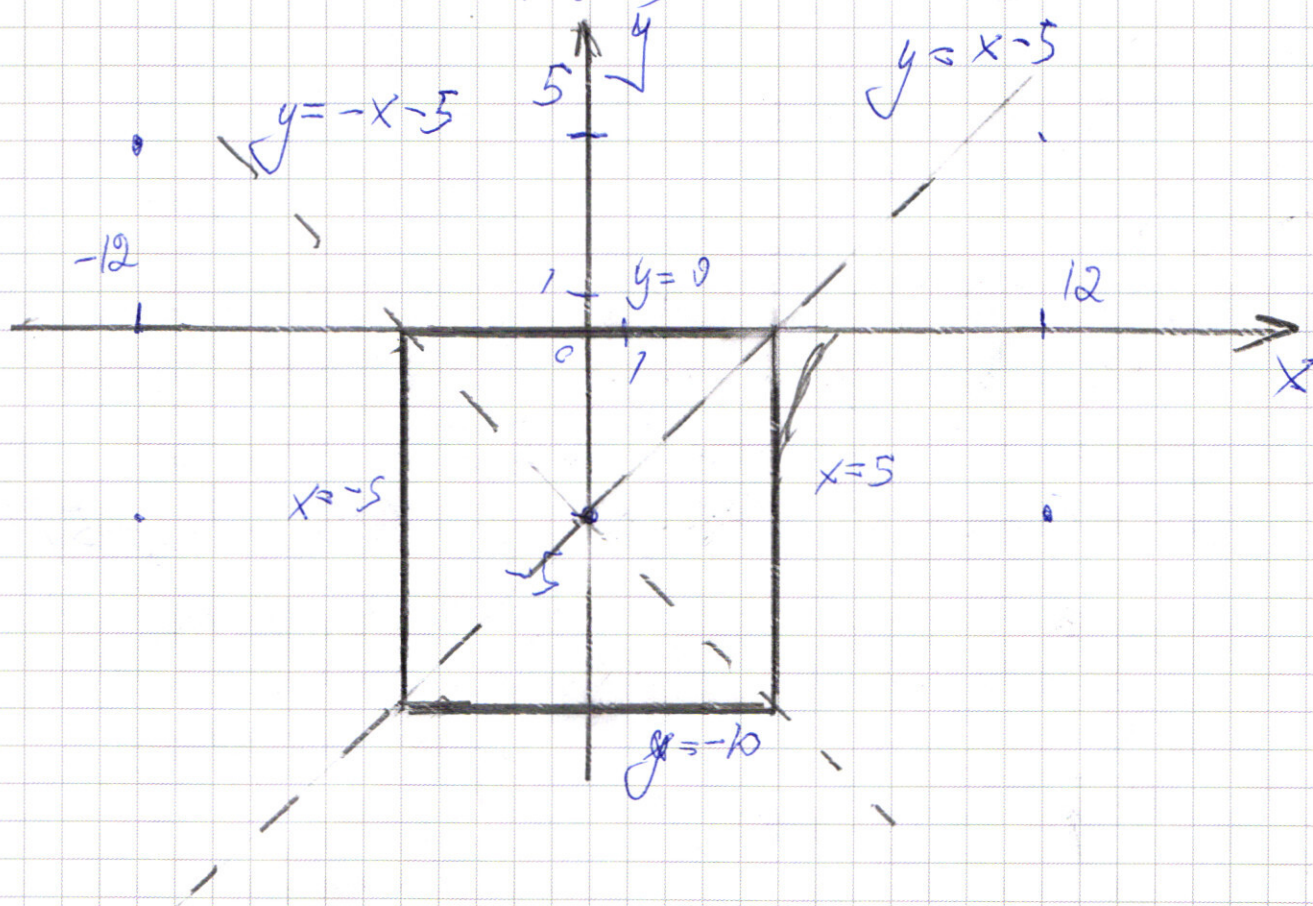
$$y \geq -x-5, y \geq x-5$$

$$x+y+5 + y-x+5 = 10$$

$$y=0$$

~~$$2) \quad x+y+5 \geq 0, y-x+5 \leq 0$$~~

Аналогично раскрывая модули, получаем
квадрат со стороной 10 и центром в
точке $(0, -5)$



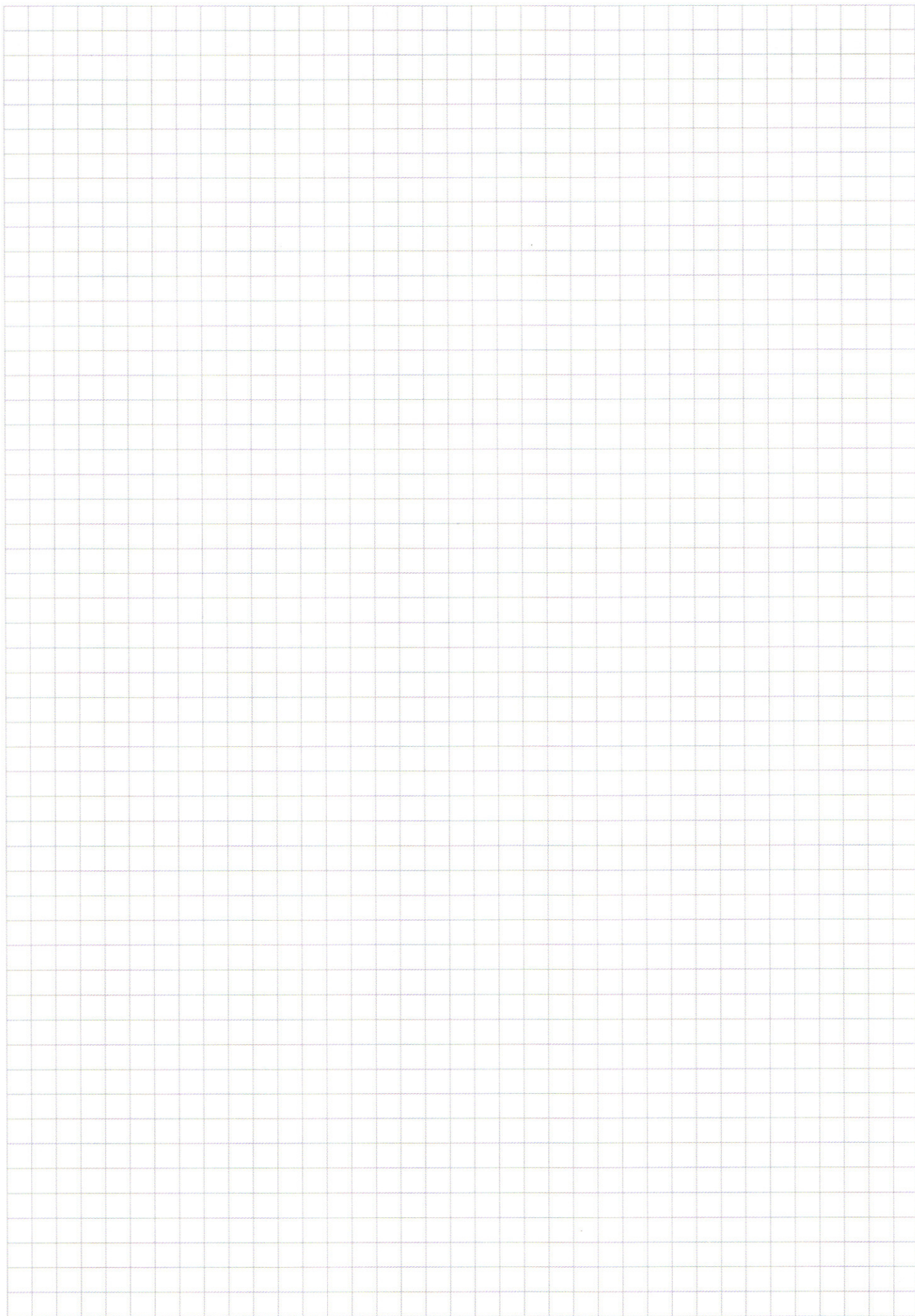
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Система будет иметь 2 режима,
когда при $x > 0$ — трещ
(из сильной трещи)

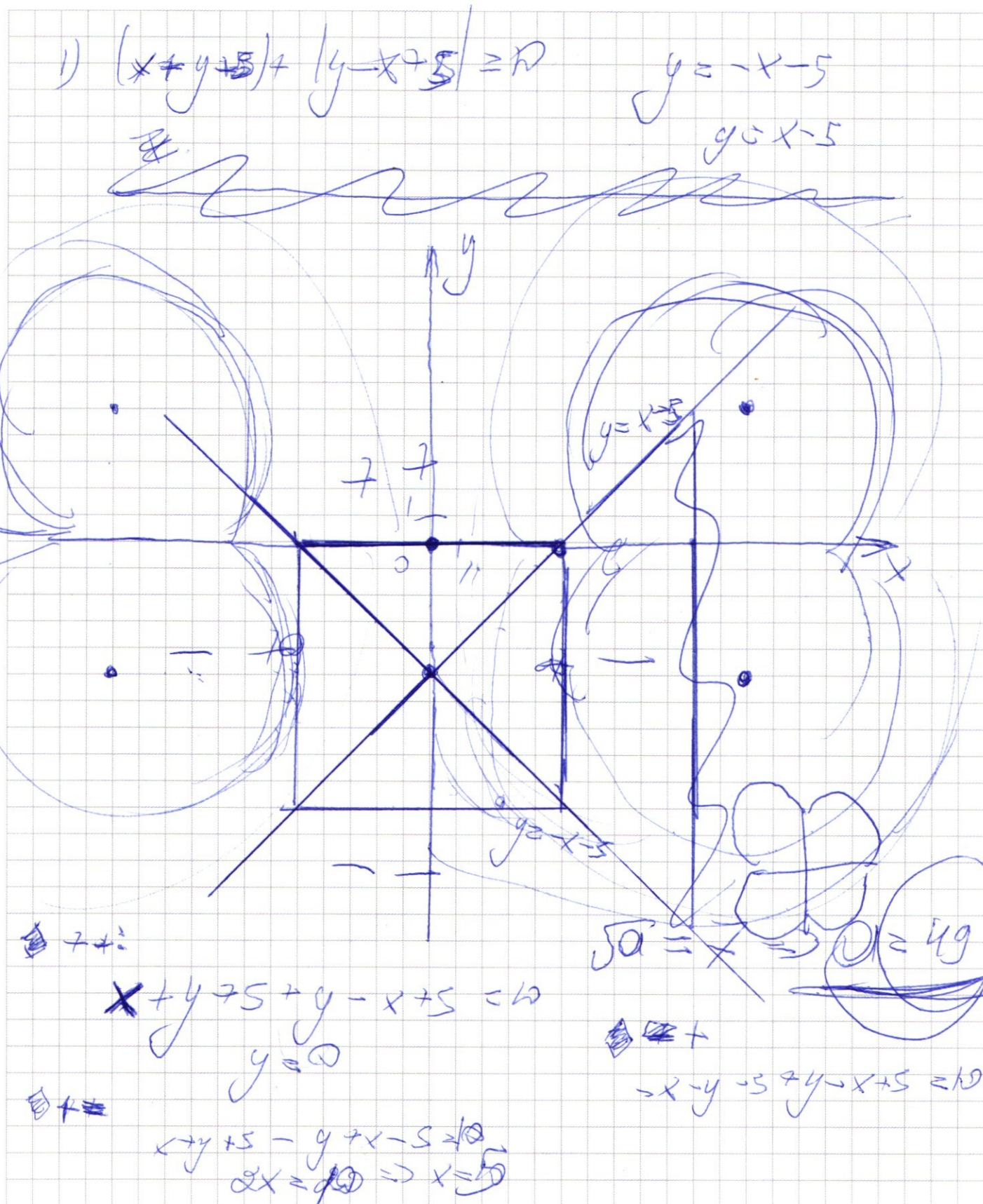
В-во, сур качает,

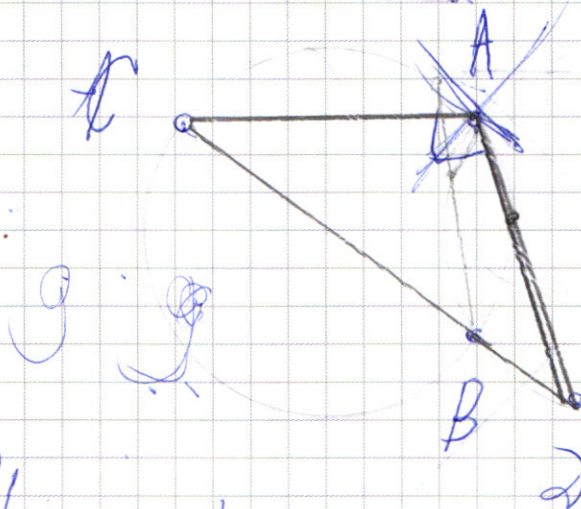
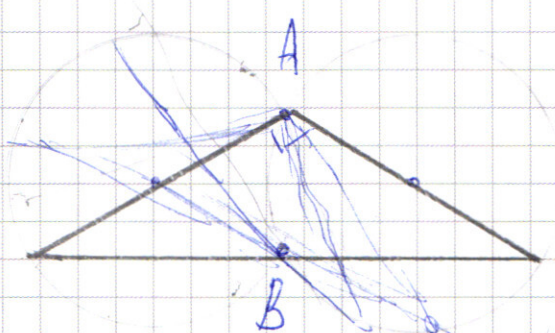
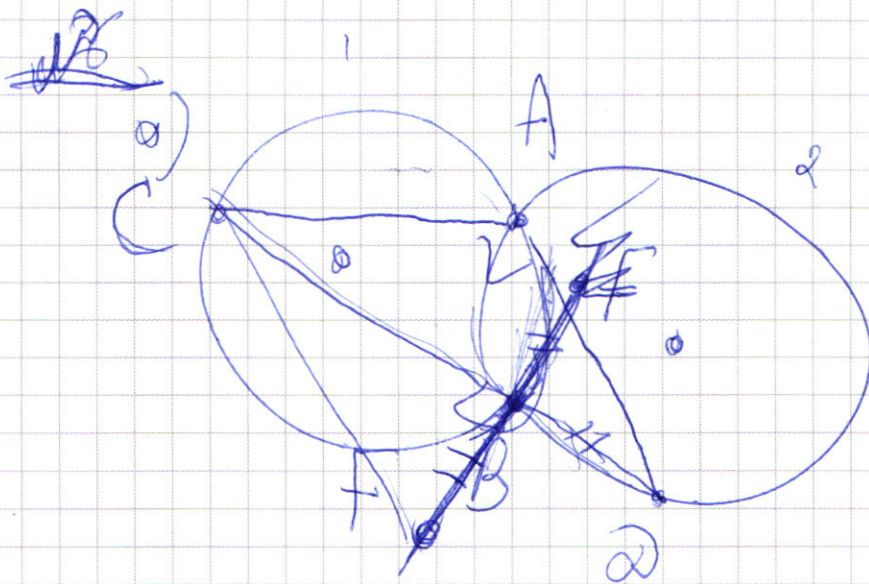
Задан, $\mu \geq 7 \Rightarrow 0 \geq 49$

Ответ: 49



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА





$$\begin{array}{r}
 9261 \\
 3087 \\
 1029 \\
 \hline
 343 \\
 49 \\
 7 \\
 1
 \end{array}$$

$$9261 = 3^3 \cdot 7^3 = 21^3$$

$$\begin{array}{r}
 21 \\
 21 \\
 \hline
 21 \\
 42 \\
 \hline
 63
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 1 \quad 9261 \quad 3087 \quad 9 \\
 880 \quad 27 \quad 343 \\
 \hline
 9261 \quad 38 \quad 36 \\
 \hline
 27
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 22 \\
 3087 \\
 3 \\
 \hline
 9261
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 9261 \quad 3 \\
 3 \quad 3087 \\
 \hline
 27
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 343 \quad 7 \\
 28 \quad 49 \\
 \hline
 63
 \end{array}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2)

$$y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0$$

~~$y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0$~~

$$2y^2 - 2xy - 4x^2 + 8x - 4y = 0$$

$$(y-x)^2 + y^2 - 4y + 4 - 5x^2 + 8x = 4$$

$$(y-x)^2 + y^2 - 4y$$

$$-2(x^2 - 4x + 2y) = 0$$

$$y^2 - xy - 2(x^2 - 4x + 4) + 8 - 4y = 0$$

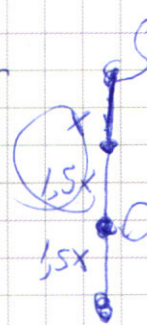
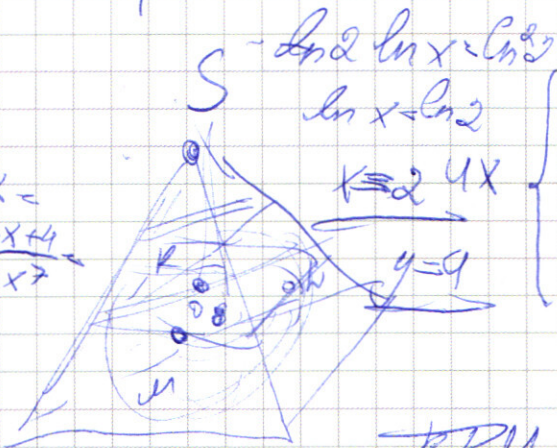
$$(y^2 - 4y + 4) - xy + 4 - 2(x-2)^2 = 0$$

$$(y-2)^2 - 2(x-2)^2$$

19

$$- \ln x \cdot \ln x - 4 \ln 2 \cdot \ln x - 6 \ln^2 x = \ln 2 - 6 \ln 2 \cdot \ln x + 4 \ln 2 \ln x - 6 \ln^2 x$$

$$\ln(x^2(x-y)^4) \cdot \ln x = \ln(x+y) \cdot \ln \frac{-x+y}{x^2}$$



$$2.5^2 = 6.25$$

$$1.6^2 = 2.56$$

$$2.56$$

2

$$- \ln x (2 \ln x + 4 \ln(x-y)) = \ln(-x+y) (\ln(-x+y) - 7 \ln x)$$

$$= -2 \ln^2 x - 4 \ln x \cdot \ln(x-y) = -2 \ln x \ln(x-y) + \ln^2(x-y)$$

$$\frac{(1.5x)^2}{25x} = x \cdot \frac{2.25}{250} = \frac{9}{10} = 0.9x$$

$$\frac{1.5}{25x} \sin \alpha = \frac{1.5}{2.5} = \frac{3}{5} = 0.6$$

$$\alpha = \arcsin 0.6$$

3

$$\ln^2(-x+y) - 3 \ln x \cdot \ln(x-y) + 2 \ln^2 x = 0$$

$$2 = 9 \ln^2 x - 8 \ln x = \ln x$$

$$\ln(x+y) = \frac{3 \pm \ln x}{2}$$

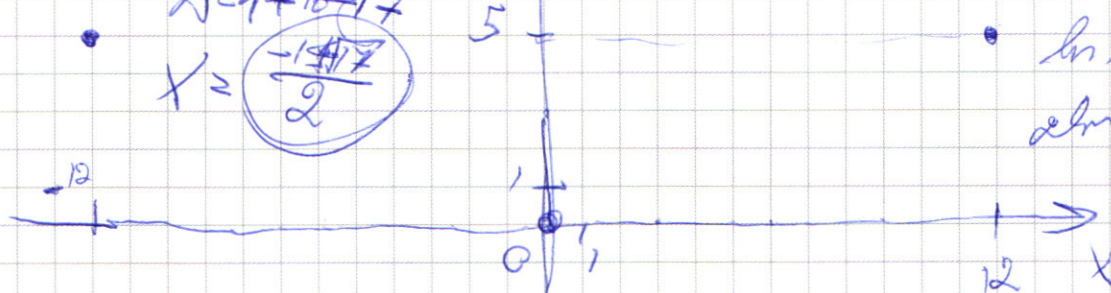
$$15$$

$$\begin{cases} |x+y+5| = |y-x+5| = 10 & (1) \\ (|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = 0 & (2) \end{cases}$$

$$(2) \quad 2 = 9 \ln^2(-x+y) - 8 \ln^2(-y+y) = \ln^2(-x+y) \quad \ln x = \frac{3 \ln(x+y) - 9 \ln(x-y)}{4}$$

$$2 = 14.16 - 17$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$$



$$-\frac{1+\sqrt{17}}{2} + 4$$

$$\frac{1-\sqrt{17}}{2} + 4 = \frac{9-\sqrt{17}}{2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{33377710}{8!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3! \cdot 3! \cdot 2!} = 8 \cdot 7 \cdot 10 = 560$$

$$\frac{8!}{3! \cdot 3!} = 1120$$

$$560 + 1120 = 1680$$

$$\frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3! \cdot 3! \cdot 2!} = 8 \cdot 7 \cdot 10 = 560$$

$$560 + 1120 = 1680$$

$$x^2 - 5x + 2x^2 + 7 - 4x = 0$$

Р3 $\int (x^2 y^4)^{\ln x} = y^{\ln(y/x^2)} \quad (a) \quad 2) \quad x^{-6 \ln x} = x^{-6 \ln x}$

$y^2 x y = 2x^2 + 8x - 4y = 0 \quad (1)$

$-\ln x (4 \ln 2 + 6 \ln x) =$
 $-(\ln 2 + 6 \ln x)$
 $=(\ln 2 + \ln x)$

1) $y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0$

$y^2 = y(xy) - 2x^2 + 8x \Rightarrow$

$2x^2 + 8x + 4y^2 + 8x^2 - 32x =$

$= x^2 + 8x^2 + 8x + 16 - 32x =$

$= 9x^2 - 24x + 16 = (y - 2x)(y + x - 4) =$
 $= y^2 - 2xy + xy - 4y - 2x^2 + 8x$

$= (3x - 4)^2$

$y = \frac{-(x-4) \pm (3x-4)}{2}$

$\frac{d}{dx} = \frac{d}{dx} \ln x$
 $= \frac{1}{x}$

$y = \frac{-x-4-3x-4}{2} = \frac{-4x-8}{2} = -2x-4$
 $y = \frac{-x-4+3x-4}{2} = x$

$-x-4 \Rightarrow x < -4 \Rightarrow x \in (-\infty; -4)$

$-x \in (-4; 0) \quad (-2-4)y \in (0; 4)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

11

$$\begin{array}{r} 9261 \\ 3087 \\ 1029 \\ 343 \end{array} \Bigg| \begin{array}{l} 3 \\ 3 \\ 3 \\ 3 \end{array}$$

Задачи		
	u_0	u_1
1	+	+
2	+	+
3	+	+
4	+	+
5	+	+
6	+	+
7	+	+

$$\begin{array}{r} 9261 \Big| 3 \\ 3 \overline{) 3087} \Big| 3 \\ 26 \quad 3 \quad 1029 \Big| 3 \\ \underline{24} \quad 08 \quad 9 \quad 343 \\ \quad 6 \quad 12 \\ \quad \underline{27} \quad 18 \\ \quad \quad 9 \end{array}$$

$$\sin 63^\circ + \sin 27^\circ = 2 \sin \frac{63^\circ + 27^\circ}{2} \cos \frac{63^\circ - 27^\circ}{2} = 2 \sin 45^\circ \cos 18^\circ$$

$$\sin 50^\circ + \sin 10^\circ = 2 \sin \frac{50^\circ + 10^\circ}{2} \cos \frac{50^\circ - 10^\circ}{2} = 2 \sin 30^\circ \cos 20^\circ = 1 \cdot \cos 20^\circ$$

$$\cos 9x - \cos 5x = \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta) = 2 \sin \alpha \cos \beta$$

$$\gamma = \alpha + \beta$$

$$\alpha = \frac{\gamma + \beta}{2}, \quad \beta = \frac{\gamma - \alpha}{2}$$

$$\sin \gamma + \sin \alpha = 2 \sin \frac{\gamma + \alpha}{2} \cos \frac{\gamma - \alpha}{2}$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta \quad \sin \gamma + \sin \alpha = 2 \sin \frac{\gamma + \alpha}{2} \cos \frac{\gamma - \alpha}{2}$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta) = 2 \cos \alpha \cos \beta$$

$$\gamma = \alpha - \beta$$

$$\alpha = \frac{\gamma + \beta}{2}, \quad \beta = \frac{\gamma - \alpha}{2}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

3) ~~cos~~

$$-2 \sin 2x \sin 7x - \sqrt{2} \cos 4x + 2 \sin 7x \cos 2x = 0$$

$$2 \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) = \sqrt{2} \cos 4x$$

$$2 \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x) (\cos 2x + \sin 2x) = 0$$

$$(\cos 2x - \sin 2x) (2 \sin 7x - \sqrt{2} (\cos 2x + \sin 2x)) = 0$$

№3

$$\int (x^2 y^4)^{-\ln x} = \int y^{\ln(y/x^7)} (1)$$

$$y^2 - xy - 2x^2 + 7x - 4y = 0 (2)$$

023: $x > 0$
 $y > 0$

1)

$$(x^{\ln x})^2 \cdot y^{-4 \ln x} = y^{\ln y - 7 \ln x}$$

$$x^{-2 \ln x} = y^{-4 \ln x} \Rightarrow y^{\ln y - 7 \ln x}$$

$$x^{-2 \ln x} = y^{-3 \ln x} \Rightarrow y^{\ln y - 3 \ln x}$$

$$-2 \ln x = \ln y (\ln y - 3 \ln x)$$

$$a^x = b$$

$$x = \log_a b$$