

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 7

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 9261. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^7)}, \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 16.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 5| + |y - x + 5| = 10, \\ (|x| - 12)^2 + (|y| - 5)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 10 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 12$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1 $9261 = 3^3 \cdot 7^3$. Так как произведение цифр равно $3^3 \cdot 7^3$, то цифры, которые войдут: 1; 3; 7; 9. Разберем 2 случая:

1) Цифра „9“ в числе чет $\Rightarrow$ числ должно быть 3 цифры „3“, 3 „7“ и 2 „1“.

Кол-во способов: $C_8^3 \cdot C_5^3$ (сначала выбираем 3 места для „3“, затем 3 места для „7“) =
 $= \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{6} \cdot \frac{5 \cdot 4}{2} = 56 \cdot 10 = 560$

2) Цифра „9“ есть $\Rightarrow$ остается произведение $3 \cdot 7^3 \Rightarrow$ должно быть одна „3“, три „7“ и три „1“. Кол-во способов: $C_8^3 \cdot C_5^3 \cdot C_2^1$ (выбираем 3 места для „7“, далее 3 места для „1“, далее 1 место для 3) = $2 \cdot (C_8^3 \cdot C_5^3) = 2 \cdot 560$

Всего вариантов: $560 + 2 \cdot 560 = 3 \cdot 560 = 1680$

Ответ: 1680

№5. $\begin{cases} |x+y+5| + |y-x+5| = 10 \\ (|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = a \end{cases}$

- равно 2 решение. Построим первое ур-е

Можно обратиться в 0 при $\begin{cases} y = -x-5 \\ y = x-5 \end{cases}$

0. 1) Оба модуля с плюсом - нижняя часть:
 $-x-y-5 - y+x-5 = 10$
 $y = -10$

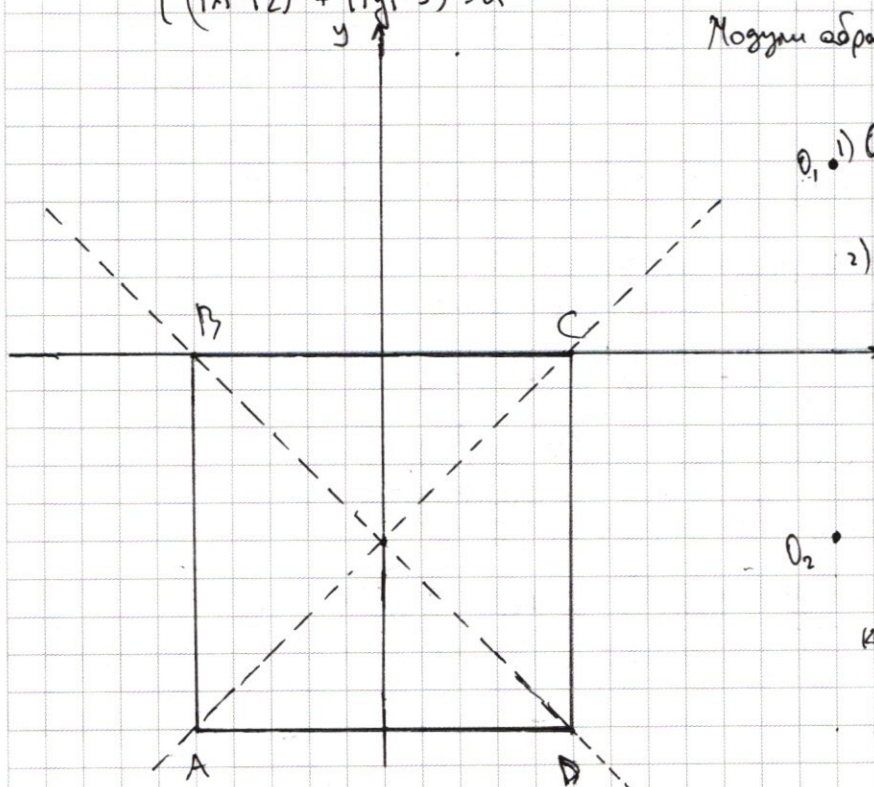
2) Оба модуля с „+“ - верхняя часть:
 $x+y+5 + y-x+5 = 10$
 $y = 0$

3) 1-й модуль с „+“, 2-й с „-“ - правая часть:
 $x+y+5 - y+x-5 = 10$
 $x = 5$

4) 1-й с „-“, 2-й с „+“:
 $-x-y-5 + y-x+5 = 10$; $x = -5$

0. 2.

Второе ур-е: 4 окружности с координатами $O_1(12;5)$; $O_2(12;-5)$; $O_3(-12;5)$; $O_4(-12;-5)$ и радиусом $\sqrt{a}$.



2 решение: 1) когда $w_2(O_2; \sqrt{a})$ и $w_1(O_1; \sqrt{a})$ касаются квадрата, а w_1 и w_3 не пересекаются с ним

2) Картичка симметричная $\Rightarrow$ 2 решения только, когда w_2 и w_1 уже не пересекаются, а w_1 и w_3 пересекают квадрат в 1 точке каждая. Это возможно, когда w_1 пересекает в A, w_3 пересекает в D

1 случай, когда w_2 касается квадрата: $R = 12 - 5 = 7 \Rightarrow a = 49$ ($a = R^2$)

2 случай, когда $R = \sqrt{(12+5)^2 + (10+5)^2} = \sqrt{289+225} = \sqrt{514} \Rightarrow a = 514$

Ответ: $a = 49; 514$

3.
$$\begin{cases} (x^2 y)^{-\ln x} = y^{\ln(\frac{y}{x^2})} \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0 \end{cases}$$

Решим 1-ое: $\frac{1}{x^{2\ln x} \cdot y^{\ln x}} = \frac{y^{\ln y}}{y^{2\ln x}} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{1}{x^{2\ln x}} = \frac{y^{\ln y}}{y^{2\ln x}} \Rightarrow x^{2\ln x} = y^{2\ln x - \ln y}$; $x^{\ln x^2} = y^{\ln(\frac{x^2}{y})}$; ~~$\log_x x^{\ln x^2} = \log_x y^{\ln(\frac{x^2}{y})}$~~

~~$\ln x^2 = \ln(\frac{x^2}{y}) \cdot \log_x y$~~ ; $x^{\ln x^2} \cdot y^{\ln y} = y^{\ln x^2}$; $\log_y(x^{\ln x^2} \cdot y^{\ln y}) = \log_y(y^{\ln x^2})$;

$\log_y x^{2\ln x} + \ln y = 3\ln x$; $2\ln x \cdot \log_y x + \ln y = 3\ln x \Rightarrow$
 $\Rightarrow \ln x(3 - 2\log_y x) = \ln y \Rightarrow 3 - 2\log_y x = \frac{\ln y}{\ln x} \Rightarrow 3 - 2\log_y x = \log_x y$

Пусть $\log_x y = t \Rightarrow 3 - \frac{2}{t} = t \Rightarrow 3t - 2 - t^2 = 0 \Rightarrow t^2 - 3t + 2 = 0 \Rightarrow$
 $\Rightarrow t_1 = 1 \quad t_2 = 2$

1) $t_1 = 1 \Rightarrow \log_x y = \log_x x \Rightarrow x = y \Rightarrow x^2 - x^2 - 2x^2 + 8x - 4x = 0$; $2x^2 = 4x$;

$x(x-2) = 0$ а) $x=0$ - не подходит, т.к. у-го $\ln x \quad x > 0$
 б) $x=2$ - подходит $\Rightarrow (2; 2)$ - первое решение

2) $t_2 = 2 \Rightarrow \log_x y = \log_x x^2 \Rightarrow y = x^2 \Rightarrow x^4 - x^3 - 2x^2 + 8x - 4x^2 = 0$

$x^4 - x^3 - 6x^2 + 8x = 0 \quad x(x^3 - x^2 - 6x + 8) = 0 \Rightarrow x(x-2)(x^2 + x - 4) = 0$

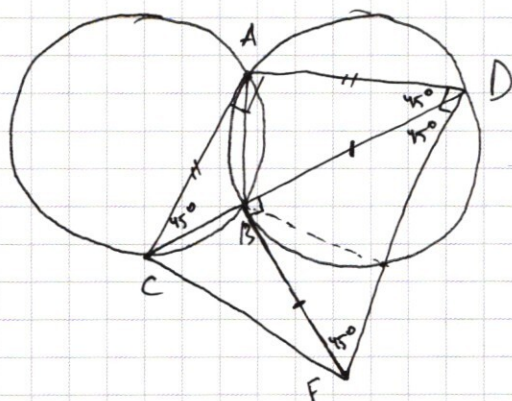
$x=0$ - не подходит ; $x = 2$; $\frac{-1-\sqrt{17}}{2}$; $\frac{-1+\sqrt{17}}{2} \Rightarrow y = 4$; $\frac{18+2\sqrt{17}}{4}$; $\frac{18-2\sqrt{17}}{4}$

Ответ: $(2; 2)$; $(2; 4)$; $(\frac{-1-\sqrt{17}}{2} ; \frac{9+\sqrt{17}}{2})$; $(\frac{-1+\sqrt{17}}{2} ; \frac{9-\sqrt{17}}{2})$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№6

а)



Дано: W_1, W_2 ; пер. в т. A, B
 $C \in W_1, D \in W_2$; $C-B-D$
 $\angle CAD = 90^\circ$; $FB \perp CD$; $CF = BD$
 $R = 10$ б) $BC = 12$

Найти: ACF
б) S_{ACF}

Решение:

Т.к. $R_1 = R_2 = 10$, то

$\triangle AO_1B = \triangle AO_2B \Rightarrow$

$$\Rightarrow \angle AO_1B = \angle AO_2B \Rightarrow \angle ACB = \frac{1}{2} \overset{\vee}{\angle AOB} = \frac{1}{2} \angle AO_1B = \frac{1}{2} \angle AO_2B = \frac{1}{2} \overset{\vee}{\angle AOB} = \angle ADB \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{т.к. } \angle CAD = 90^\circ, \text{ то } \angle ACD = \angle ADC = 45^\circ \Rightarrow AC = AD$$

$$\text{т.к. } \angle DBF = 90^\circ \text{ и } BD = BF, \text{ то } \angle BDF = \angle DBF = 45^\circ \Rightarrow \angle ADF = 2 \angle ADB = 90^\circ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AC \parallel DF \quad \angle AO_1B = 2 \angle ACB = 2 \cdot 45^\circ = 90^\circ \Rightarrow AB = \sqrt{r^2 + r^2} = r\sqrt{2} = 10\sqrt{2}$$

$$\text{Пусть } BD = BF = x; AC = AD = y \Rightarrow FD = x\sqrt{2}; CD = y\sqrt{2}; CB = y\sqrt{2} - x$$

$$CF = \sqrt{CB^2 + BF^2} = \sqrt{2y^2 - 2\sqrt{2}xy + x^2} = \sqrt{2(x^2 - \sqrt{2}xy + y^2)}$$

$$\text{По теор. кос в } \triangle ADB: AB^2 = AD^2 + BD^2 - 2AD \cdot BD \cdot \cos 45^\circ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 200 = y^2 + x^2 - 2xy \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow x^2 - \sqrt{2}xy + y^2 = 200 \Rightarrow CF = \sqrt{2 \cdot 200} = 20$$

$$\text{б) } BC = y\sqrt{2} - x = 12; BF = \sqrt{CF^2 - BC^2} = \sqrt{400 - 144} = \sqrt{256} = 16 = x$$

$$\text{Пусть } \angle BCF = \alpha \Rightarrow \sin \alpha = \frac{BF}{CF} = \frac{16}{20} = \frac{4}{5}; \cos \alpha = \frac{BC}{CF} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$$

$$\sin \angle ACF = \sin(45^\circ + \alpha) = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{3}{5} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{4}{5} = \frac{7\sqrt{2}}{10}$$

$$\text{б) } BC = y\sqrt{2} - x = 12 \Rightarrow y\sqrt{2} - 12 + x = 12 + 16 = 28 \Rightarrow y = \frac{28}{\sqrt{2}}$$

$$S_{ACF} = \frac{1}{2} \sin \angle ACF \cdot AC \cdot CF = \frac{1}{2} \cdot \frac{28}{\sqrt{2}} \cdot 20 \cdot \frac{7\sqrt{2}}{10} = 7 \cdot 28 = 196$$

Ответ: а) $CF = 20$ б) $S = 196$

$$\sqrt{2} \cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$$

$$(\sin 5x - \cos 5x) + (\sin 9x + \cos 9x) - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\sqrt{2} \sin(5x - \frac{\pi}{4}) + \sqrt{2} \sin(9x + \frac{\pi}{4}) - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\sin(5x - \frac{\pi}{4}) + \sin(9x + \frac{\pi}{4}) - \cos 4x = 0$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cancel{\sin(5x - \frac{\pi}{4})} - \cancel{\sin(\frac{\pi}{2} - 4x)} + \cancel{\sin(9x + \frac{\pi}{4})} = 0$$

$$\cancel{\sin(5x - \frac{\pi}{4})} + \cancel{\sin(\frac{\pi}{2} - 4x)}$$

$$\sin(5x - \frac{\pi}{4}) - \sin(\frac{\pi}{2} - 4x) + \sin(9x + \frac{\pi}{4}) = 0$$

$$2 \cos(x + \frac{\pi}{4}) \sin(9x - \frac{3\pi}{4}) + \sin(9x + \frac{\pi}{4}) = 0$$

$$\sin(9x - \frac{3\pi}{4}) = -\sin(\pi + (9x - \frac{3\pi}{4})) = -\sin(9x + \frac{\pi}{4})$$

$$-2 \cos(x + \frac{\pi}{4}) \sin(9x + \frac{\pi}{4}) + \sin(9x + \frac{\pi}{4}) = 0$$

$$\sin(9x + \frac{\pi}{4}) (1 - 2 \cos(x + \frac{\pi}{4})) = 0$$

$$\begin{cases} \sin(9x + \frac{\pi}{4}) = 0 \\ \cos(x + \frac{\pi}{4}) = \frac{1}{2} \end{cases} \begin{cases} 9x + \frac{\pi}{4} = \pi n, n \in \mathbb{Z} \\ x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ x + \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{3} + 2\pi l, l \in \mathbb{Z} \end{cases} \begin{cases} x = -\frac{\pi}{36} + \frac{\pi n}{9}, n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{12} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ x = -\frac{7\pi}{12} + 2\pi l, l \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } \begin{cases} x = -\frac{\pi}{36} + \frac{\pi n}{9}, n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{12} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ x = -\frac{7\pi}{12} + 2\pi l, l \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)x \end{cases} \Rightarrow 2^x + 3 \cdot 2^{34} \leq y < 76 + 2(2^{32} - 1)x$$

Для каждого целого x необходимо найти кол-во целых чисел в промежутке

$$[2^x + 3 \cdot 2^{34}; 76 + 2(2^{32} - 1)x]$$

для всех x $2^x + 3 \cdot 2^{34} > 0$. для отрицательных x $76 + 2(2^{32} - 1)x < 0$,

т.к. $x < -\frac{76}{2(2^{32} - 1)}$ - верно для всех целых $x < 0$

$\Rightarrow$ Решение могут быть только при неотрицательных x .

$$\text{Пусть } f(x) = 2^x + 3 \cdot 2^{34} - 76 - 2(2^{32} - 1)x$$

Найдем, когда $f(x) \leq 0$, то есть когда нет ни одного целого на интервале

$$f'(x) = 2^x \ln 2 - 2(2^{32} - 1) \quad \text{т.к. } \ln 2 < 0, \text{ то } f'(x) < 0 \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ функция $f(x)$ убывает $\Rightarrow$ достаточно найти $x_{\max}$ функции

~~на этом промежутке нет целых чисел. Найдем $x_{\max}$~~

$$2^x + 3 \cdot 2^{34} - 76 - 2(2^{32} - 1)x = 0$$

$$\text{При } x=1: f(1) = 2 + 3 \cdot 2^{34} - 76 - 2(2^{32} - 1) \cdot 1 = 2 + 3 \cdot 2^{34} - 76 - 2 \cdot 2^{32} + 2 = 2 + 3 \cdot 2^{34} - 76 - 2 \cdot 2^{32} + 2$$

~~т.к. $f(x) < 0$~~ Найдем, когда $f(x) < 0$

$$2^x + 3 \cdot 2^{34} - 76 - 2(2^{32} - 1)x < 0$$

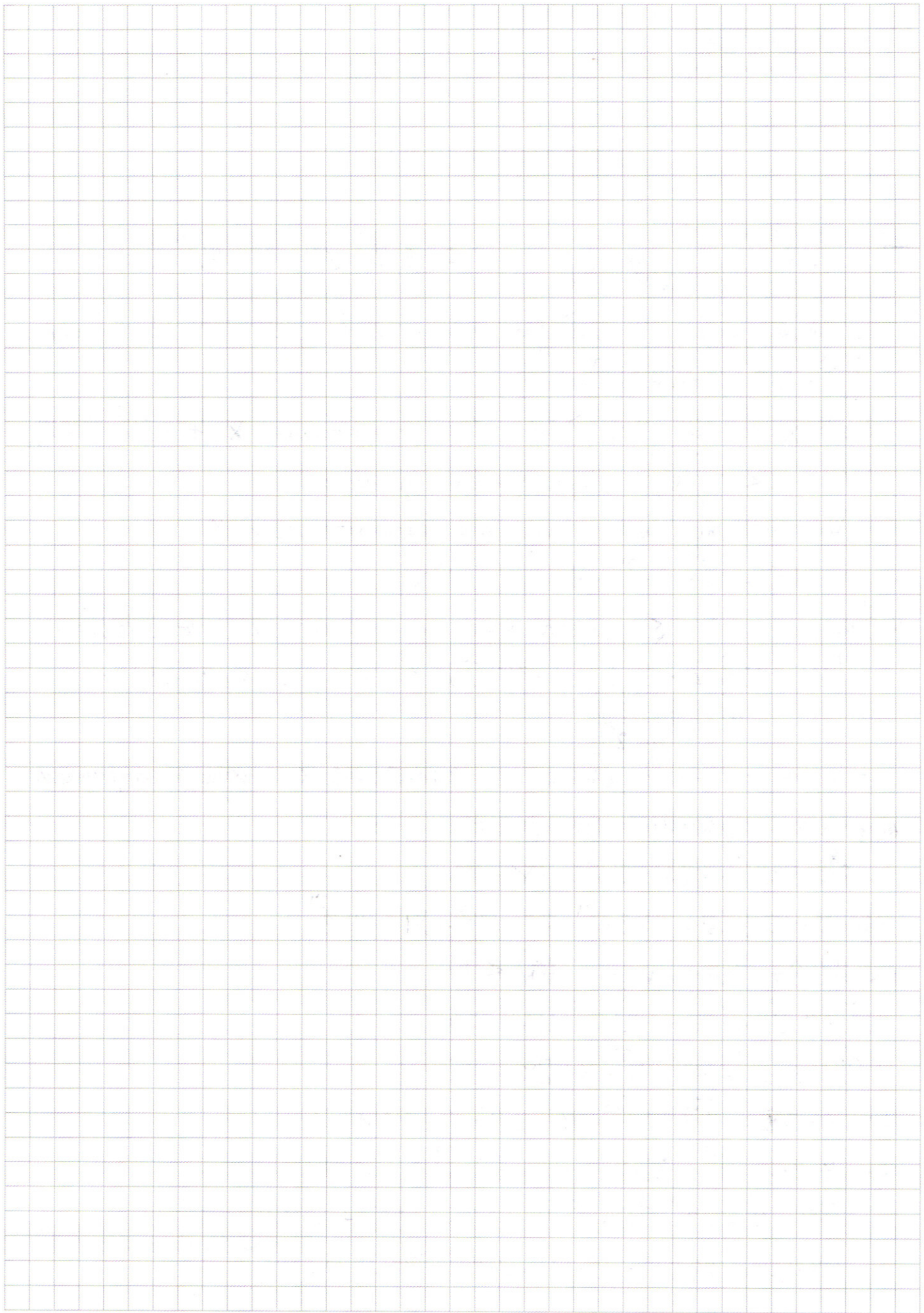
$$2^x + 3 \cdot 2^{34} - 76 - 2^{33} \cdot x + 2x < 0$$

$$\text{при } x=32: 2^{32} + 12 \cdot 2^{32} - 76 - 2 \cdot 2^{32} \cdot 32 + 64 < 0$$

$$\text{при } x=30: 2^{30} + 32 \cdot 2^{30} - 76 - 8 \cdot 30 \cdot 2^{10} + 60 < 0$$

$$f(36) = 2^{36} + 3 \cdot 2^{34} - 76 - 2^{33} \cdot 36 + 2 \cdot 36 = 2^{36} + 3 \cdot 2^{34} - 76 - 2^{33} \cdot 36 + 72 < 0$$

$$f(40) = 2^{40} + 3 \cdot 2^{34} - 2^{37} \cdot 40 + 2 \cdot 40 > 0 \Rightarrow \text{решение есть при } x=0 \text{ до } x=40$$



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$9261 = 3 \cdot 3087 = 3 \cdot 3 \cdot 1029 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 343 =$$

$$= 3^3 \cdot 7^3$$

$$\begin{array}{r} 9261 \overline{) 127} \\ \underline{81} \\ 116 \\ \underline{72} \\ 44 \\ \underline{42} \\ 2 \end{array}$$

$$3; 7; 9; 1$$

$$\boxed{7 \quad 7 \quad 7}$$

$$2 \text{ путь: } C_8^2 \cdot C_6^3 = \frac{8 \cdot 7}{2} \cdot \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{6} = 28 \cdot 4 = 112$$

$$9 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7$$

$$\alpha + \beta = x$$

$$\alpha - \beta = y$$

$$\alpha = \frac{x+y}{2} \quad \beta = \frac{x-y}{2}$$

$$3 \text{ путь: } C_8^3 \cdot C_5^3 \cdot C_2^1 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{6} \cdot \frac{5 \cdot 4}{6} \cdot 2 = 560 \cdot 2$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$C_8^3 \cdot (C_5^3 + C_5^2 \cdot C_2^1) = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{6} \left(\frac{5 \cdot 4}{2} + 5 \cdot 2 \right) = \sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

$$= 8 \cdot 7 (10 + 2) = 56 \cdot 30$$

$$\sin(x) + \sin(y) = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$$

$$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$$

$$\cos x - \cos y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{y-x}{2}$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta) = 2 \sin \alpha \sin \beta$$

$$\alpha - \beta = x$$

$$\alpha + \beta = y$$

$$\alpha = \frac{x+y}{2}$$

$$\beta = \frac{y-x}{2}$$

$$-2 \sin 7x \cdot \sin 2x + 2 \sin 7x \cdot \cos 2x - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\cos 4x = 2 \cos^2 2x - 1$$

$$\sqrt{2} \sin(5x - \frac{\pi}{4}) + \sqrt{2} \sin(9x + \frac{\pi}{4}) - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\sin(5x - \frac{\pi}{4}) + \sin(9x + \frac{\pi}{4}) - \cos 4x = 0$$

$$2 \sin 7x \cdot \cos(2x + \frac{\pi}{4}) - \cos 4x = 0$$

$$4x + 2x = \sqrt{74}$$

$$r = 560$$

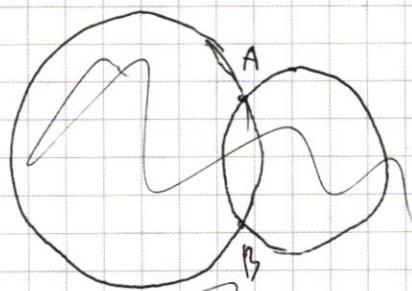
$$(xy)^{\ln x} = y$$

$$-\ln x \cdot \ln y (x^2 y^4) = \ln(\frac{y}{x^2})$$

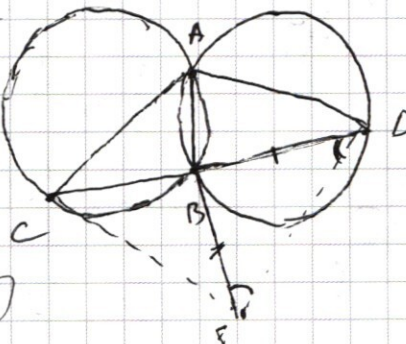
$$y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0$$

$$-(\ln y x^2 + \ln y^4) \ln x = \ln y - 2 \ln x \quad \ln y^{\ln y} = \ln y^{\ln y}$$

$$-\ln x \left(\frac{2 \ln x}{\ln y} + 4 \right) = \ln y - 2 \ln x; \quad 3 \ln x - \frac{2 \ln x}{\ln y} - \ln y = 0$$

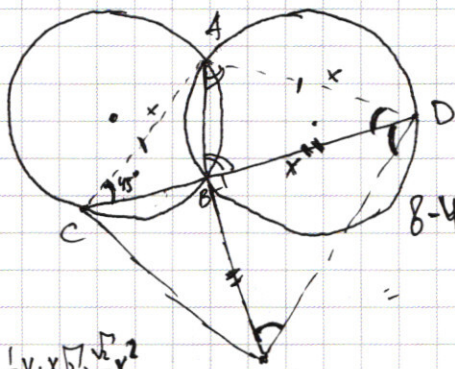


$$\begin{array}{r} 17 \\ 17 \\ \hline 15 \\ 15 \\ \hline 9 \\ 9 \\ \hline 285 \end{array}$$



$$\frac{1}{\ln y} = \frac{1}{y^{\ln y}}$$

$$\sqrt{2x+68} = \sqrt{51n} = \sqrt{2 \cdot 25}$$



$$\triangle CAD = \triangle FBD$$

$$CD = 20$$

$$CB = 20 - x$$

$$90 - \beta + \alpha = \beta$$

$$8 - 4 - 12 + 8 = \beta = \frac{90 + \alpha}{2}$$

$$\frac{90 + \alpha}{2} = 180 - \alpha$$

$$\alpha = 45^\circ$$

$$\beta = 90 - \frac{\alpha}{2}$$

$$\frac{80 - 45}{2} = \frac{135}{2} = 67.5$$

$$\frac{360 - 135}{2} = \frac{225}{2}$$



$$AB = 10\sqrt{2}$$

$$S_{CFD} = \frac{1}{2} \cdot x \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot x$$

$$\sin(180 - \frac{180 - \alpha}{2}) = \sin(\frac{180 + \alpha}{2}) = \sin(90 + \frac{\alpha}{2}) = \cos \frac{\alpha}{2}$$

$$\frac{2x}{\sqrt{2} + \sqrt{2}} = 1$$

$$\sin(90 - \frac{180 - \alpha}{2}) = \sin(\frac{\alpha}{2})$$

$$\frac{2x}{\sqrt{2} + \sqrt{2}} = 20; x = 10\sqrt{2} + \sqrt{2}$$

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)x \end{cases}$$

$$CB = \frac{x^3 - x^2 - 6x + 8}{x^2 - 2x - 4}$$

$$2^x + 3 \cdot 2^{34} < 76 + 2^3 x - 2x$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$2(2^{32} - 1)x - 2^x + (76 - 3 \cdot 2^{34}) > 0$$

$$2(2^{32} - 1) - 2^x \cdot \ln 2 = 2(2^{32} - 1 - 2^{x-1} \ln 2)$$

$$2 \sin 7x \cos 2x - 2 \sin 7x \sin 2x - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\sin(5x - \frac{\pi}{4}) + \sin(9x + \frac{\pi}{4}) + \cos 4x = 0$$

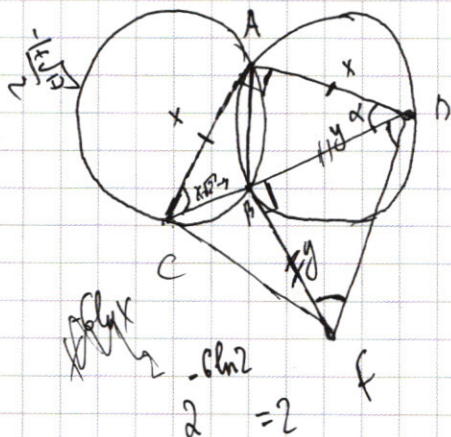
$$\cos 5x - \cos 5x + \sin 5x + \sin 5x - \sqrt{2}(\cos 5x \cdot \cos 5x + \sin 5x \cdot \sin 5x) = 0$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} x^2 \pm \frac{1}{2} x^2 + \frac{1}{2} x \cdot CB; \frac{\sqrt{2}}{2} x = \frac{1}{2} x - \frac{1}{2} CB; CB = x\sqrt{2} - x$$

$$CF = (x(\sqrt{2} - 1))^2 + x^2 = x^2(2 + 1 - 2\sqrt{2} + 1) = x^2(4 - 2\sqrt{2})$$

$$x^2 = 100(2 + \sqrt{2})$$

$$CF = 100(2 + \sqrt{2}) \cdot 2(2 - \sqrt{2}) = 200 \cdot 2 = 400$$



$$AB = 10\sqrt{2}$$

$$CB = x\sqrt{2} - y$$

$$S_{CFD} = \frac{1}{2} \cdot y \cdot x\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot xy$$

$$200 = x^2 + y^2 - 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} xy$$

$$x^2 + y^2 - \sqrt{2} xy = 200$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} xy + \frac{1}{2} x^2 = \frac{x + y\sqrt{2}}{2} \cdot x$$

$$3 \ln x = \ln y + 2 \ln x \log_3 x$$

$$\ln x(3 - 2 \log_3 x) = \ln y$$

$$\frac{x}{\sin \theta} = 20$$

$$\sin \theta = \frac{x}{20}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$$

$$\sin(5x - \frac{\pi}{4}) + \sin(9x + \frac{\pi}{4}) = \cos 4x = 0$$

$$2 \sin 7x \cos 2x - 2 \sin 7x \sin 2x = \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \sin 7x \cos 2x - \sqrt{2} \cos 2x + \sqrt{2} = 0$$

$$\sqrt{2} \cos 4x + 2 \sin 7x \cdot \sqrt{2} \sin(2x - \frac{\pi}{4}) = 0$$

$$\cos 4x + 2 \sin 7x \sin(2x - \frac{\pi}{4}) = 0$$

$$\cos(9x - 5x) = \cos 9x \cos 5x + \sin 9x \sin 5x$$

$$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 9x \cos 5x - \sqrt{2} \sin 9x \sin 5x + \sin 9x + \sin 5x = 0$$

$$\sqrt{2} \cos 9x (\frac{\sqrt{2}}{2} - \cos 5x) + (\frac{\sqrt{2}}{2} - \cos 5x) \cdot \sqrt{2} \sin 9x (\sin 5x - \frac{\sqrt{2}}{2}) + (\sin 5x - \frac{\sqrt{2}}{2}) = 0$$

$$(\frac{\sqrt{2}}{2} - \cos 5x)(\sqrt{2} \cos 9x + 1) + (\sin 5x - \frac{\sqrt{2}}{2})(1 - \sqrt{2} \sin 9x) = 0$$

$$\cos 4x \cos 5x - \sin 4x \sin 5x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 4x \cos 5x + \sin 5x \cos 4x + \sin 5x = 0$$

$$\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta - \cos \beta - \sqrt{2} \cos \alpha + \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha + \sin \beta = 0$$

$$(\sin \beta - \cos \beta)(1 - \sin \alpha)$$

$$\sin 4x - \sqrt{2} \cos 4x$$

$$\cos \alpha - \cos \beta - \sqrt{2} \cos(\alpha - \beta) + \sin \alpha + \sin \beta = 0$$

$$\cos \alpha - \cos \beta - \sqrt{2} \cos \alpha \cos \beta + \sqrt{2} \sin \alpha \sin \beta + \sin \alpha + \sin \beta = 0$$

$$\sin(5x - \frac{\pi}{4}) = \cos(\frac{\pi}{4} - 5x)$$

$$\cos(\frac{\pi}{2} + (5x - \frac{\pi}{4})) = \sin(5x - \frac{\pi}{4})$$

$$-\cos(\frac{\pi}{4} + 5x) = -\sin(5x - \frac{\pi}{4})$$

$$\cos(4x) + \cos(\frac{\pi}{4} + 5x) =$$

$$CF = \sqrt{2y^2 + x^2 - 2\sqrt{2}xy}$$

$$2^{33} + 6 \cdot 2^{33} - 33 \cdot 2^{33}$$

$$\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta) = 2 \cos \alpha \cos \beta$$

$$\alpha + \beta = x \quad \alpha = \frac{x+y}{2}$$

$$\alpha - \beta = y \quad \beta = \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$$

$$2^{10} + 3 \cdot 2^{34} - 7 \cdot 2^{33} - 2^{33} \cdot 10$$

$$\sin(5x - \frac{\pi}{4}) + \sin(\frac{\pi}{2} + 4x) = 4 \cdot 2^{34} - 5 \cdot 2^{34}$$

$$2 \sin(x + \frac{\pi}{4}) \cdot \cos \frac{\pi}{4}$$

$$\sin(5x - \frac{\pi}{4}) - \sin(\frac{\pi}{2} - 4x) =$$

$$2 \cos(x + \frac{\pi}{4}) \cdot \sin(9x - \frac{3\pi}{4})$$

$$\sin(5x - \frac{\pi}{4}) + \sin(\frac{\pi}{2} + 4x) =$$

$$2 \sin(9x + \frac{\pi}{4}) \cdot \cos \frac{\pi}{4}$$

$$\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta) = 2 \cos \alpha \sin \beta$$

$$\sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cdot \sin \frac{x-y}{2}$$

$$2^x + 3 \cdot 2^{34} < 76 + 2(2^{32} - 1)x$$

$$76 \leq 2(2^{32} - 1)x$$

$$x > \frac{38}{2^{32} - 1} - 1$$

$$x = 0:$$

$$3 \cdot 2^{34} + 1 \leq y < 76$$

$$2 + 3 \cdot 2^{34} \leq y < 76 + 2^{33} - 2$$

$$2 + 3 \cdot 2^{34} \leq y < 74 + 2^{33}$$

$$2^x + 3 \cdot 2^{34} - 76 - 2(2^{32} - 1)x$$

$$3 \cdot 2^{34} + 2 - 2^{33} - 74 = 2^{33} \cdot 5 - 72$$