

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 7

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра
боты без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 9261. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^7)}, \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 16.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 5| + |y - x + 5| = 10, \\ (|x| - 12)^2 + (|y| - 5)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 10 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 12$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

① $9261 = 3^3 \cdot 7^3$

2 варианта произведения 8-ми однозначных чисел:

$$9261 = 1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \quad (1)$$

или

$$9261 = 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 9 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \quad (2)$$

Рассмотрим вариант (1). Количество перестановок 8-ми элементов равно $P_8 = 8!$, но каждая расстановка (из-за 2-х единиц, 3-х троек и 3-х семерок) будет учтена $2! \cdot 3! \cdot 3!$ раз, так как много кол-во различных вариантов, то оно будет равно:

$$\frac{8!}{2! \cdot 3! \cdot 3!} = \frac{\cancel{1} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{5} \cdot \cancel{6} \cdot \cancel{7} \cdot \cancel{8}}{\cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{3}} = \frac{8}{16} \cdot \frac{80}{5} \cdot \frac{80}{7} =$$

$$= \frac{8 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 8 \cdot 7}{2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3} = 16 \cdot 5 \cdot 7 = 80 \cdot 7 = 560$$

Рассмотрим вариант (2). В нем единица встречается 3 раза, как и 7-ка $\Rightarrow$ каждая перестановка будет повторена $3! \cdot 3!$ раз $\Rightarrow$ кол-во различных вариантов равно

$$\frac{8!}{3! \cdot 3!} = 2 \cdot \frac{8!}{3! \cdot 3! \cdot 2!} = 2 \cdot 560 = 1120$$

Кол-во различных чисел равно $1120 + 560 = 1680$

Ответ: 1680

$$(2) \cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$$

$$-2 \sin 7x \sin 2x - \sqrt{2} \cos 4x + 2 \sin 7x \cos 2x = 0$$

$$2 \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2} \cos 4x = 0 \quad (1)$$

~~$x = -\frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2}n, n \in \mathbb{Z}$ не является решением данного уравнения $\Rightarrow \cos 2x + \sin 2x \neq 0$~~

$$(1) \times (\cos 2x + \sin 2x)$$

$$2 \sin 7x (\cos^2 2x - \sin^2 2x) - \sqrt{2} \cos 4x (\cos 2x + \sin 2x) = 0$$

$$2 \sin 7x \cos 4x - \sqrt{2} \cos 4x (\cos 2x + \sin 2x) = 0$$

$$\begin{cases} \cos 4x = \cos^2 2x - \sin^2 2x = (\cos 2x - \sin 2x)(\cos 2x + \sin 2x) \end{cases}$$

$$2 \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x)(\cos 2x + \sin 2x) = 0$$

$$(\cos 2x - \sin 2x) (2 \sin 7x - \sqrt{2} (\cos 2x + \sin 2x)) = 0$$

$$(\cos 2x - \sin 2x) (2 \sin 7x - 2 (\sin 2x \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} \cos 2x)) = 0$$

$$(\cos 2x - \sin 2x) (\sin 7x - \sin (2x + \frac{\pi}{4})) = 0$$

$$(\cos 2x - \sin 2x) \cdot \sin \left(\frac{5}{2}x - \frac{\pi}{8} \right) \cdot 2 \cdot \cos \left(\frac{9}{2}x + \frac{\pi}{8} \right) = 0$$

$$\begin{cases} \tan 2x = 1 \\ \sin \left(\frac{5}{2}x - \frac{\pi}{8} \right) = 0 \\ \cos \left(\frac{9}{2}x + \frac{\pi}{8} \right) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{\pi}{4} + \pi n \\ \frac{5}{2}x - \frac{\pi}{8} = \pi k \\ \frac{9}{2}x + \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2}n, n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{20} + \frac{2}{5}\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{12} + \frac{2}{9}\pi d, d \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2}n; \frac{\pi}{20} + \frac{2}{5}\pi k; \frac{\pi}{12} + \frac{2}{9}\pi d; n, k, d \in \mathbb{Z}$$

$$(3) \int (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^2)} \quad (1)$$

$$\begin{cases} y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0 \end{cases} \quad (2)$$

$$(1) x^{-2 \ln x} \cdot y^{-4 \ln x} = y^{\ln \frac{y}{x^2}} = \left(\frac{y}{x^2} \right)^{\ln y}$$

$$x^{-2 \ln x} \cdot y^{-4 \ln x} = y^{\ln y} \cdot x^{-7 \ln y} = \frac{y^{\ln y}}{x^{7 \ln y}}$$

$$x^{-2 \ln x} \cdot x^{-4 \ln y} = y^{\ln y} \cdot x^{-2 \ln y}$$

ОДЗ:

$$\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

Продолжение на стр. № 3

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3 (продолжение)

$$x^{-2\ln x} \cdot x^{3\ln y} = y^{\ln y}$$

$$x^{3\ln y - 2\ln x} = y^{\ln y}$$

$$x^{2(\ln y - \ln x)} = \left(\frac{y}{x}\right)^{\ln y}$$

$$x^{2\ln \frac{y}{x}} = \left(\frac{y}{x}\right)^{\ln y}$$

$$\left(\frac{y}{x}\right)^{2\ln x} = \left(\frac{y}{x}\right)^{\ln y}$$

$$\left(\frac{y}{x}\right)^{2\ln x - \ln y} = 1 \Rightarrow \begin{cases} \frac{y}{x} = 1 \\ 2\ln x - \ln y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x \\ 2\ln x = \ln y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x \\ \ln \frac{x^2}{y} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x \\ y = x^2 \end{cases}$$

(2): $y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0$

$$y^2 - (4+x) \cdot y - (2x^2 - 8x) = 0$$

$$D = 16 + 8x + x^2 + 8x^2 - 32x = 9x^2 - 24x + 16 = (3x - 4)^2$$

$$y = \frac{4+x \pm (3x-4)}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x \\ y = 4-x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases} : A$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases} : B$$

C: $x^2 = 4 - x$

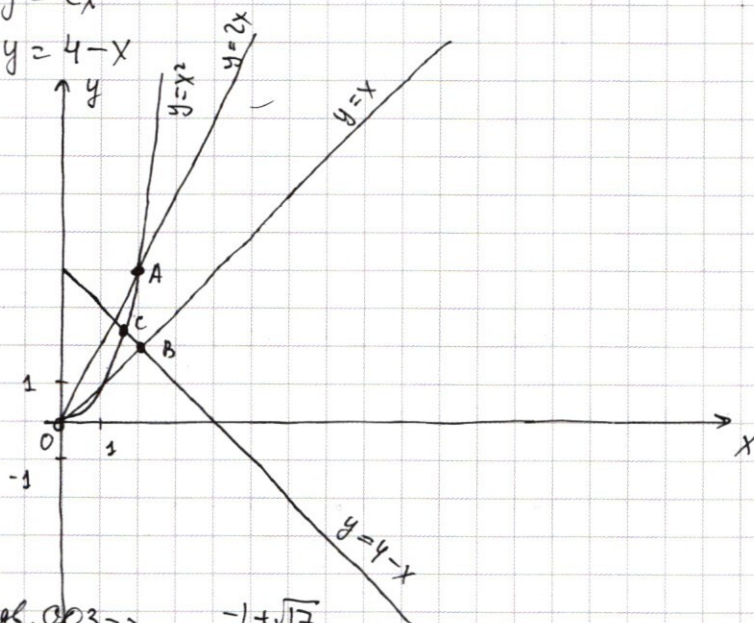
$$x^2 + x - 4 = 0$$

$$D = 1 + 16 = 17$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}; x = \frac{-1 - \sqrt{17}}{2} \text{ не год.}$$

$$\begin{cases} x = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2} \\ y = \frac{9 - \sqrt{17}}{2} \end{cases}$$

Отв: $(2, 4); (2, 2); \left(\frac{-1 + \sqrt{17}}{2}; \frac{9 - \sqrt{17}}{2}\right)$



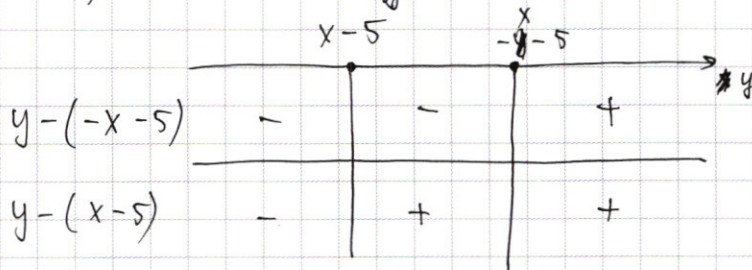
5) При $a = ?$ Система

$$\begin{cases} |x+y+5| + |y-x+5| = 10 & (1) \\ ((x)-12)^2 + ((y)-5)^2 = a & (2) \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения?

(1) $|x - (-x-5)| + |y - (x-5)| = 10$

I) $x \neq 0 \Rightarrow -x-5 < x-5$



a) $y \leq x-5$

$$-y - x - 5 - y + x - 5 = 10$$

$$-2y = 20 \Rightarrow y = -10$$

b) $x-5 < y \leq -x-5$

$$-y - x - 5 + y - x + 5 = 10$$

$$x = -5$$

c) $y > -x-5$

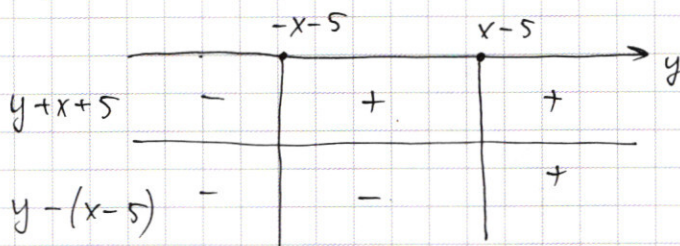
$$y + x + 5 + y - x + 5 = 10$$

$$y = 0$$

II) $x = 0$

$$2|y+5| = 10 \Leftrightarrow y+5 = \pm 5 \Rightarrow \begin{cases} y = -10 \\ y = 0 \end{cases}$$

III) $x > 0 \Rightarrow -x-5 < x-5$



Продолжение на стр. № 5

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

5 (продолжение)

a) $y \leq -x - 5$

$y = -10$

b) $-x - 5 < y \leq x - 5$

$y + x + 5 - y + x - 5 = 10$

$x = 5$

c) $y > x - 5$

$y = 0$

(2): $(|x| - 12)^2 + (|y| - 5)^2 = a, a \geq 0$

I) $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} : (x - 12)^2 + (y - 5)^2 = a$
Рокр = $\sqrt{a}$

III) $\begin{cases} x \leq 0 \\ y \leq 0 \end{cases} : (x + 12)^2 + (y + 5)^2 = a$
Рокр = $\sqrt{a}$

II) $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \leq 0 \end{cases} : (x - 12)^2 + (y + 5)^2 = a$
Рокр = $\sqrt{a}$

IV) $\begin{cases} x \leq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} : (x + 12)^2 + (y - 5)^2 = a$
Рокр = $\sqrt{a}$

Построим график (см. стр. № 6)

При $\sqrt{a} = 7 \rightarrow a^2 = 49$ - 2 решение.

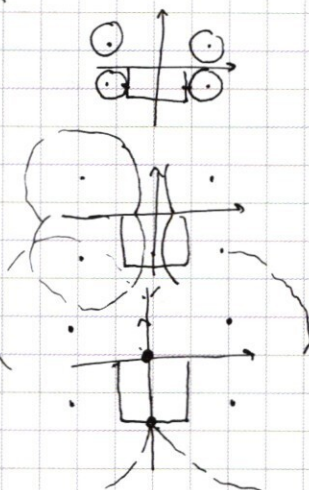
При $\sqrt{a} < 7$ - 0 решений

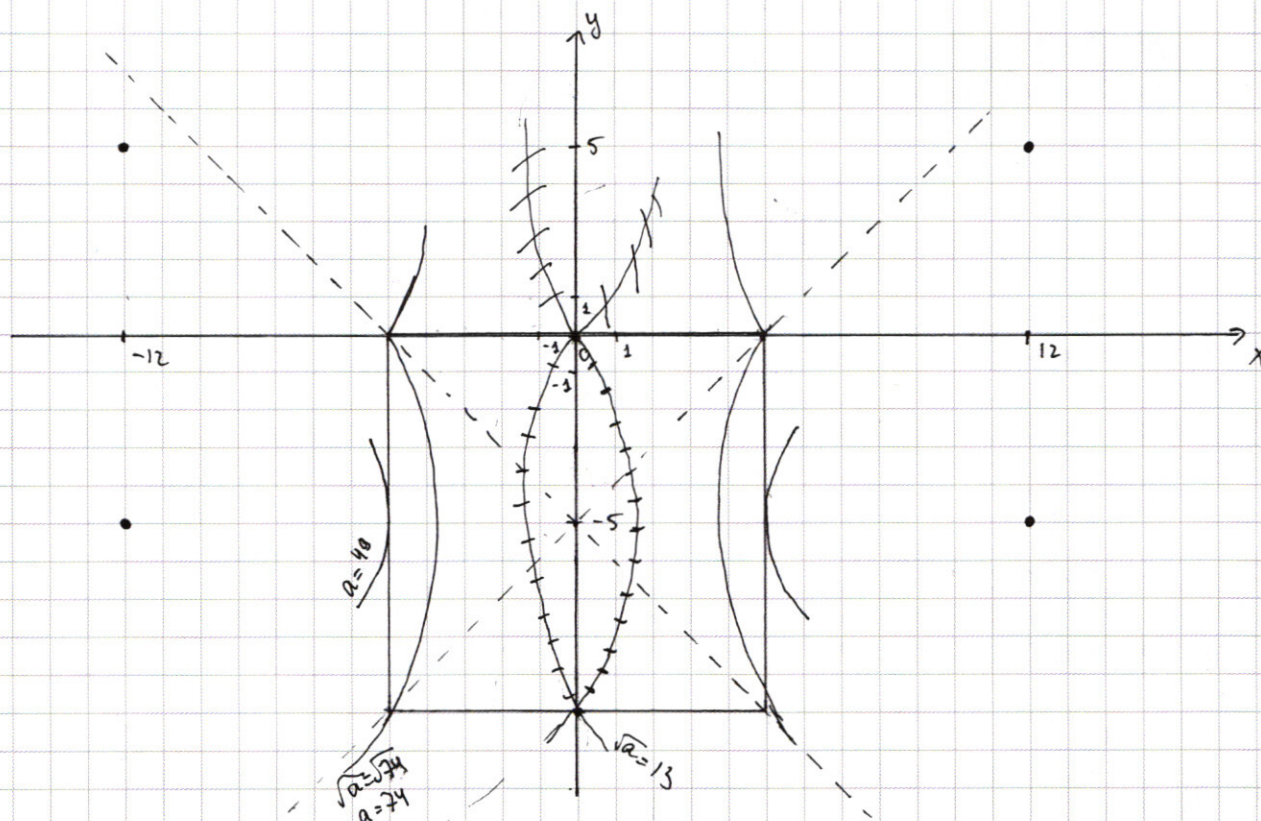
При $7 < \sqrt{a} \leq \sqrt{474}$ - 4 решение

При $\sqrt{474} < \sqrt{a} < 13$ - 4 решение

При $\sqrt{a} = 13 \Rightarrow a = 169$ - 2 решение
(0, 0); (0, -10)

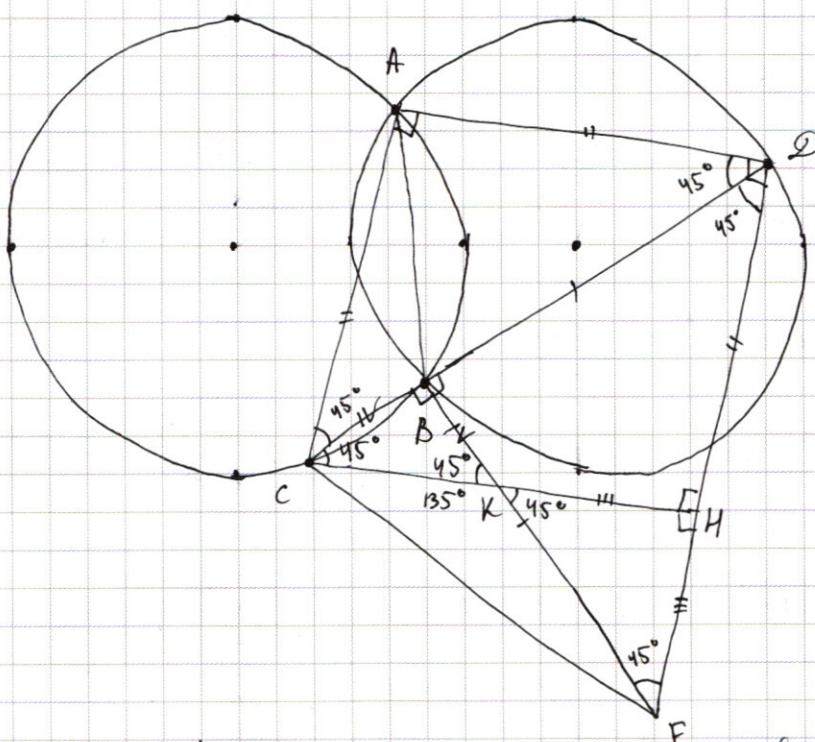
При $\sqrt{a} > 13$ - 0 решений.





Отв: 7; 13

6



1) $\angle ADC$ и $\angle ACB$ опираются на одинаковые дуги

Г. синусов: $\frac{AB}{\sin \angle ACB} = 2R_{\text{окл.} ABC}$; $\frac{AB}{\sin \angle ADB} = 2R_{\text{окл.} ABD} \Rightarrow \angle ACB = \angle ADC = 45^\circ$

Продолжение на стр 7

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

6 (продолжение)

2) Т.к. BF — высота, и $BF = BD \Rightarrow \angle BDF = \angle BFD = 45^\circ \Rightarrow \angle ADF = 90^\circ$

3) Пусть $CH \parallel AD$ ($CH \perp FD$). Тогда $HD = \sqrt{CD}$

($\angle CAD + \angle ADF = 180^\circ \Rightarrow AC \parallel FD \Rightarrow CFDA$ — прав. трапеция)

$CH \cap BF = K$

$\angle CKF = 180^\circ - \angle HKF = 135^\circ$

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 6 \cdot 2^{33} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)x = 76 + (2^{33} - 2)x \end{cases}$$

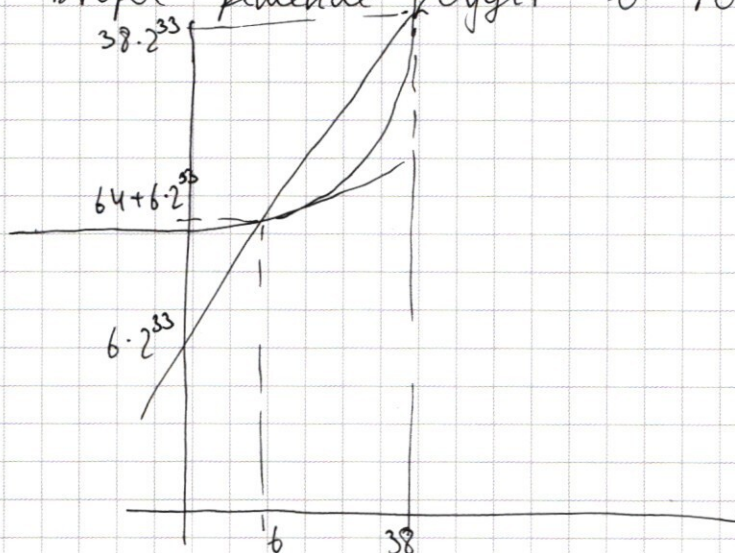
Пусть $f(x) = 2^x + 6 \cdot 2^{33}$; $g(x) = 76 + (2^{33} - 2)x$

$$f(6) = 64 + 6 \cdot 2^{33}$$

$$g(6) = 76 + 6 \cdot 2^{33} - 12 = 64 + 6 \cdot 2^{33} = f(6) \Rightarrow \text{Они пересекаются}$$

в точке $(6; 64 + 6 \cdot 2^{33})$

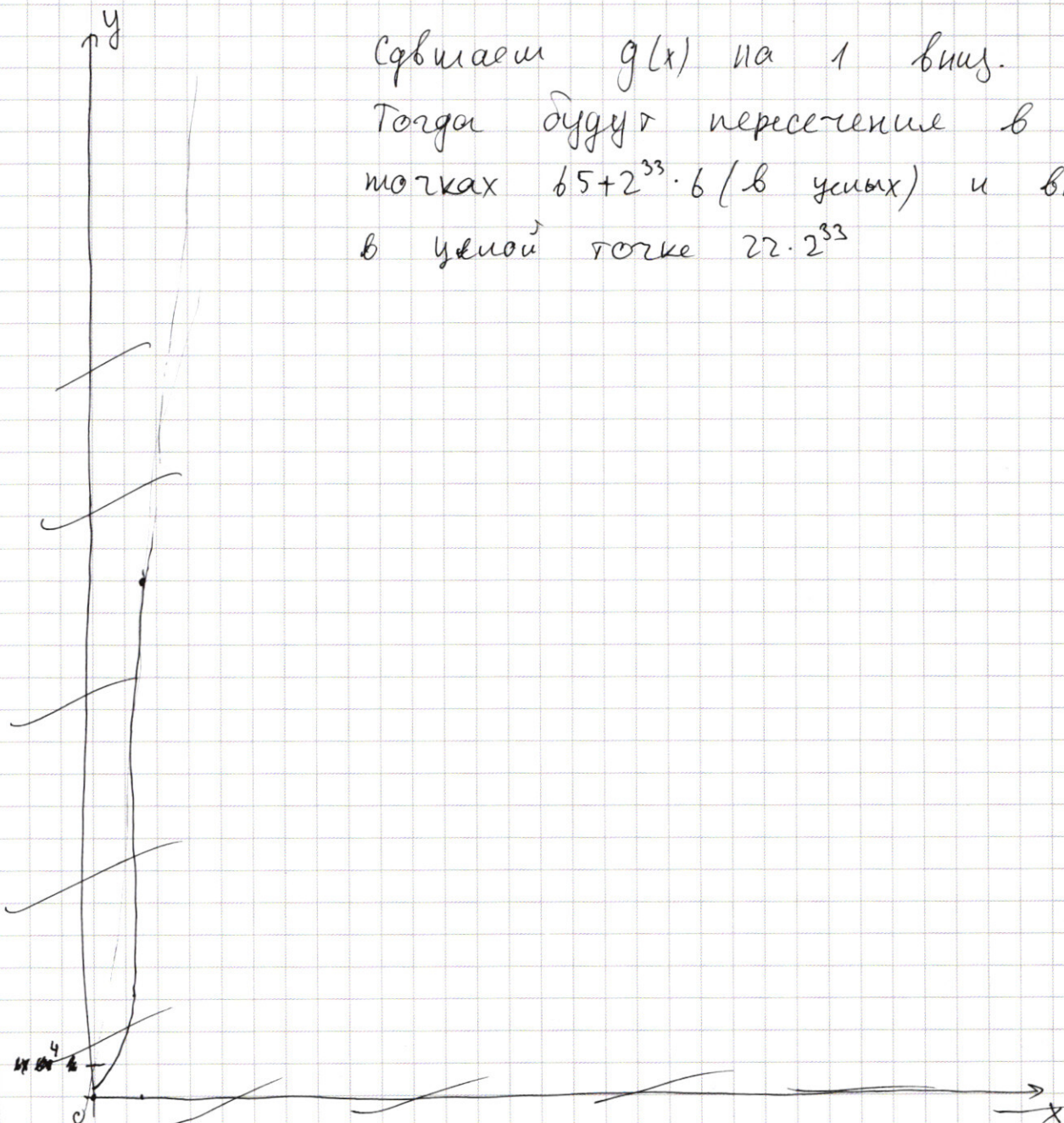
Второе ^{перес.} решение будет в точке $(38; 38 \cdot 2^{33})$



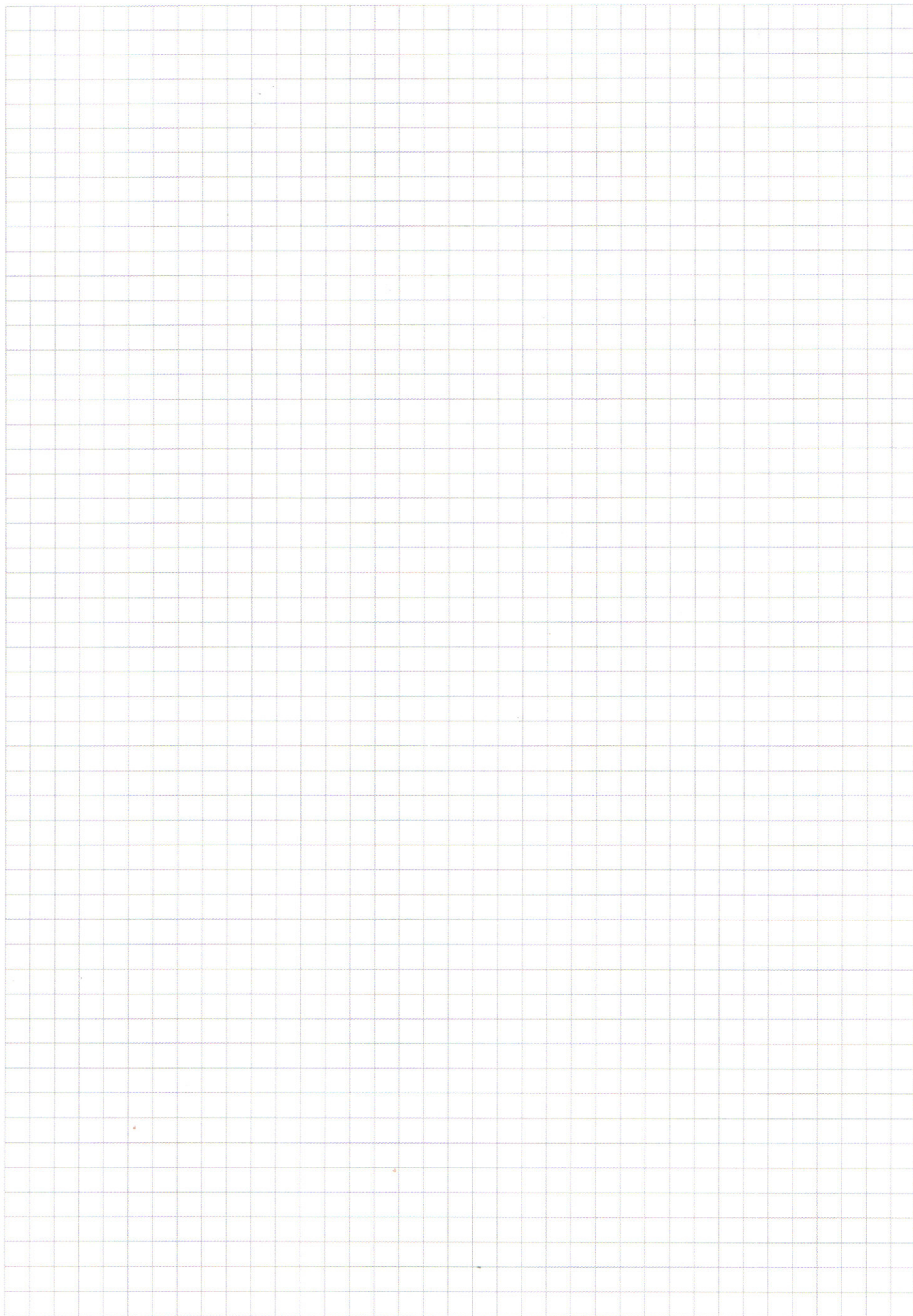
Перенесем графики
на $2 \cdot 6 \cdot 2^{33}$ вниз.

Продолжение на стр. 18.

сравниваем $g(x)$ на 1 вниз.
 Тогда будут пересечения в
 точках $65 + 2^{33} \cdot 6$ (в узлах) и второе
 в узловой точке $22 \cdot 2^{33}$



Отв: $14 \cdot 2^{33} - 65$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

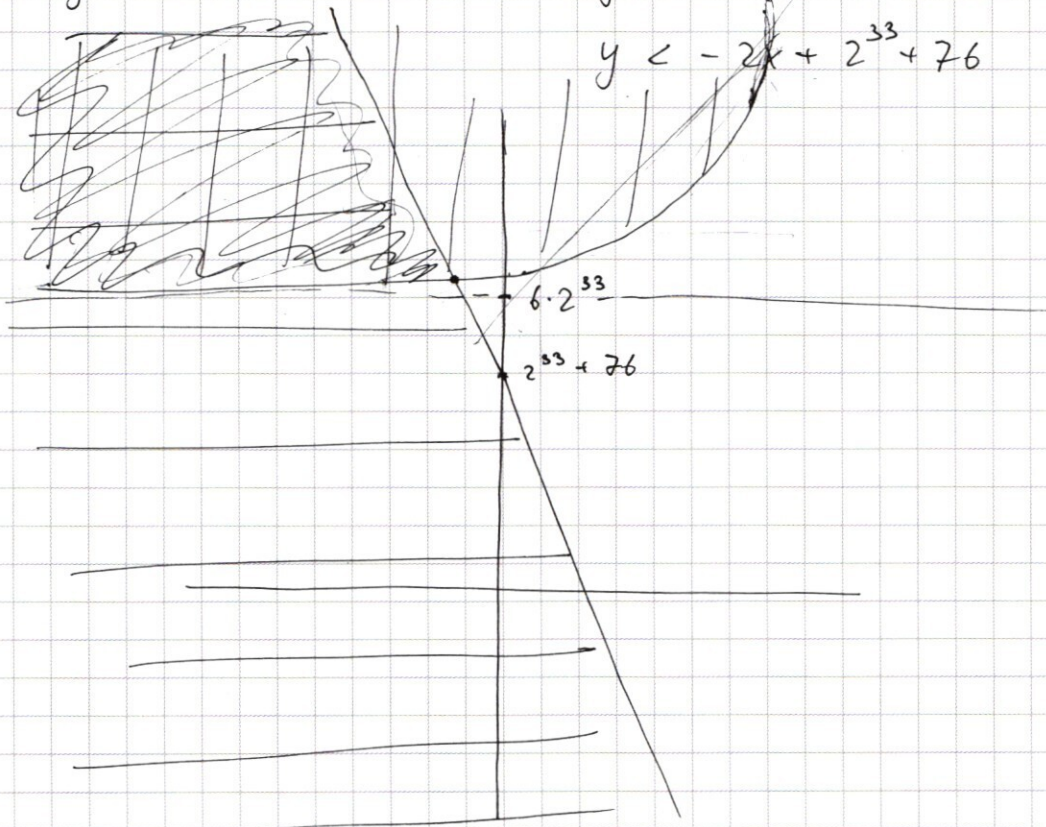
1) $y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34}$

$y \geq 2^x + 6 \cdot 2^{33}$

2) $y < 76 + 2 \cdot 2^{32} - 2x$

$y < 2^{33} + 76 - 2x$

$y < -2x + 2^{33} + 76$

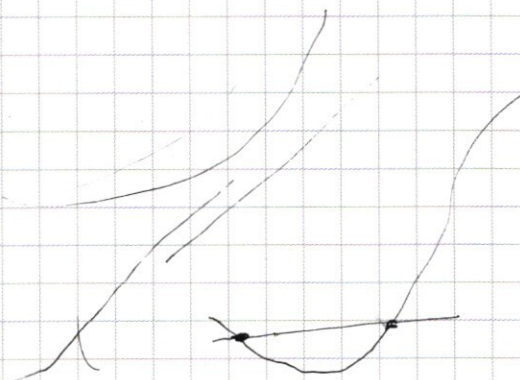


$$2^x + 6 \cdot 2^{33} = 76 + 2^{33} - 2x$$

$$2^x + 5 \cdot 2^{33} - 76 = 2x$$

$$2^{x-1} - x = 38 - 5 \cdot 2^{32} = a$$

$$\frac{2^x}{2} - x = a \quad 2^x - 2x = 2a = b$$



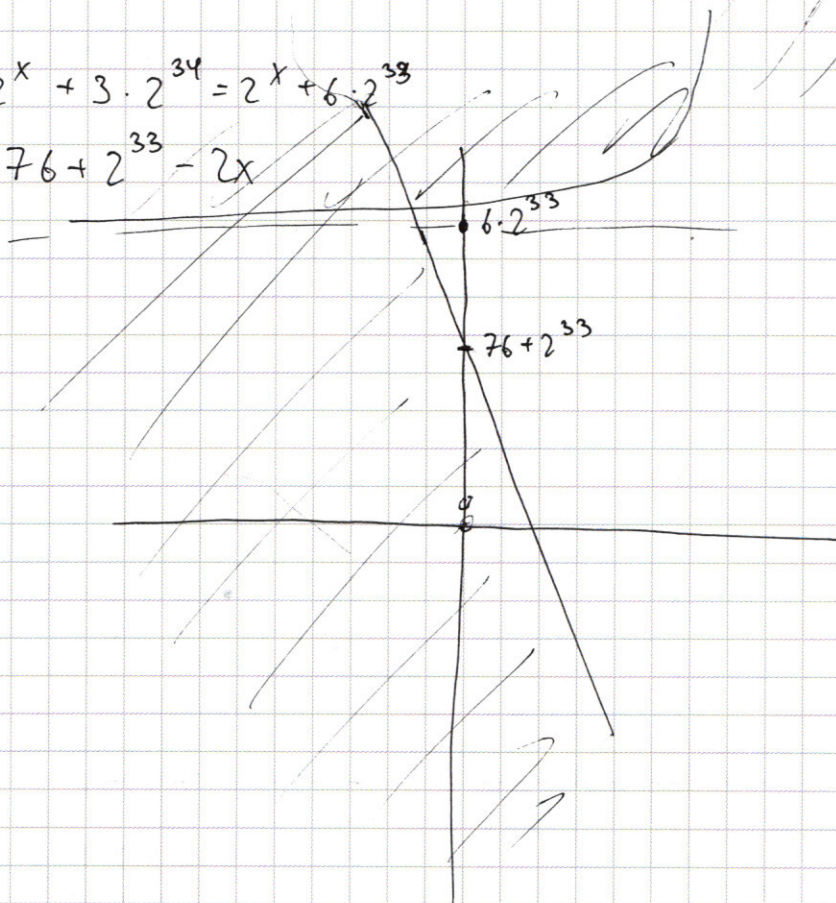
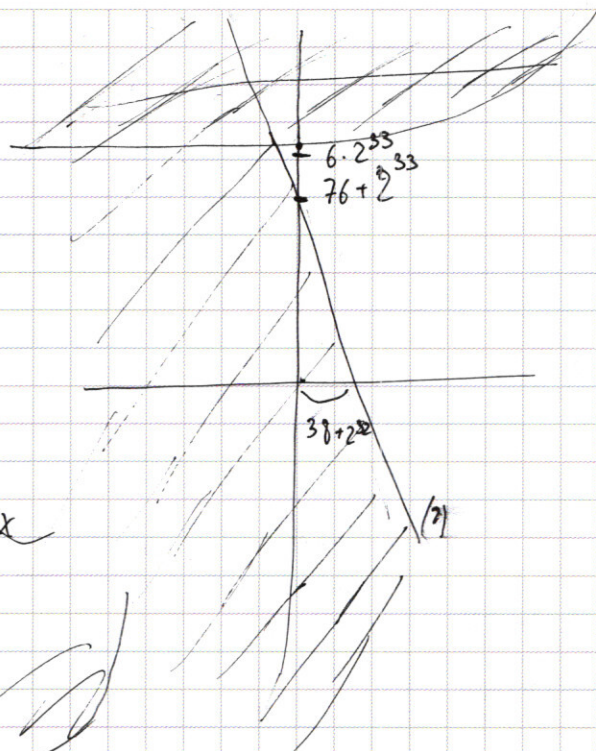
$$7) \begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} = 2^x + 6 \cdot 2^{33} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)x \end{cases}$$

$$y < 76 + 2^{33} - 2x$$

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 6 \cdot 2^{33} \\ y < 76 + 2^{33} - 2x \end{cases}$$

$$2^x + 6 \cdot 2^{33} \leq y < 76 + 2^{33} - 2x$$

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} = 2^x + 6 \cdot 2^{33} \\ y < 76 + 2^{33} - 2x \end{cases}$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3) $x > 0$

$$x - 5 > -x - 5$$

	$-x - 5$	$x - 5$	
$y + (x + 5)$	-	+	+
$y - (x - 5)$	-	+	+

а) $y \leq -x - 5$

$$y = -16$$

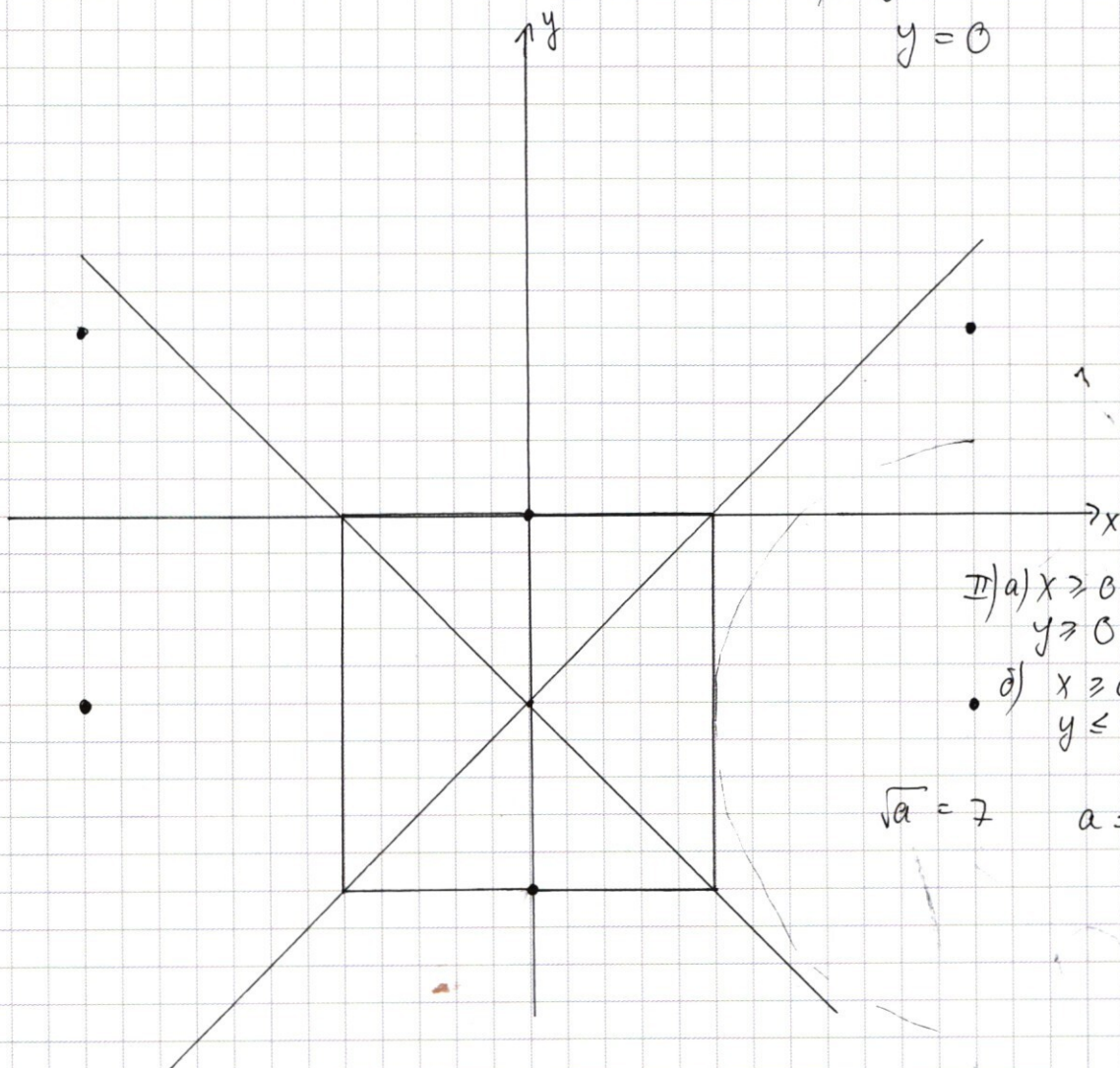
б) $-x - 5 < y \leq x - 5$

$$y + x + 5 - y + x - 5 = 10$$

$$x = 5$$

в) $y > x - 5$

$$y = 0$$



II) а) $x \geq 0$

$$y \geq 0$$

б) $x \geq 0$
 $y \leq 0$

$$\sqrt{a} = 7 \quad a = 49$$

$$2) \cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$$

$$-2 \sin 2x \sin 7x + 2 \sin 7x \cos 2x - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

Проверка

$$2 \sin 7x \cos 4x - \sqrt{2} \cos 4x (\sin 2x + \cos 2x) = 0$$

$$\cos 4x = 0$$

$$2x = \frac{\pi}{2} + \pi n$$

$$x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}$$

$$2 \sin 7x - \sqrt{2} (\sin 2x + \cos 2x) = 0$$

$$2 \sin 7x - 2 \left(\sin \left(2x + \frac{\pi}{4} \right) \right) = 0$$

$$\sin 7x = \sin \left(2x + \frac{\pi}{4} \right)$$

$$\sin 7x - \sin \left(2x + \frac{\pi}{4} \right) = 0$$

$$\cos 2x = -\sin 2x$$

$$\tan 2x = -1$$

$$2x = -\frac{\pi}{4} + \pi n$$

$$x = -\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}$$

$$2 \sin \left(\frac{5}{2}x - \frac{\pi}{8} \right) \cos \left(\frac{9}{2}x + \frac{\pi}{8} \right) = 0$$

$$\sin \left(\frac{5}{2}x - \frac{\pi}{8} \right) = 0$$

$$\cos \left(\frac{9}{2}x + \frac{\pi}{8} \right) = 0$$

$$x > 0, y > 0$$

$$3) \int (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln \left(\frac{y}{x^2} \right)}$$

$$y^{\ln \frac{y}{x^2}} = y^{\ln y - 2 \ln x}$$

$$= \frac{y^{\ln y}}{y^{2 \ln x}} = y^{\ln y} \cdot y^{-2 \ln x}$$

$$\begin{cases} y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$x^{-2 \ln x} \cdot y^{-4 \ln x} = y^{\ln y} \cdot y^{-2 \ln x}$$

$$x^{-2 \ln x} \cdot y^{3 \ln x} = y^{\ln y}$$

$$x^{-2 \ln x}$$

$$x^{-2 \ln x} \cdot y^{\ln y - 3 \ln x}$$

$$y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0$$

$$-\frac{7}{8}\pi + \frac{7\pi}{2}n$$

$$y^2 - 4y + 4 + x^2 + 8x + 16 - 20 - 3x^2 - xy = 0$$

$$(y-2)^2 + (x+4)^2 = 3x^2 + xy + 20$$

$$-\frac{7}{8}\pi + \frac{7}{2}\pi n = \frac{4\pi}{8} + \pi d \quad \frac{11}{8} = \frac{7}{2}n - d$$

$$11 = 28n - 8d$$

$$-\frac{\pi}{2} + 2\pi n$$

$$8d = 28n - 11$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$9261 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$$

$$3 \text{ "3" и } 3 \text{ "7"}$$

$$1 \text{ "3", } 1 \text{ "9" и } 3 \text{ "7"}$$

$$\begin{array}{r} 9261 \div 3 = 3087 \\ 3087 \div 3 = 1029 \\ 1029 \div 3 = 343 \\ 343 \div 7 = 49 \\ 49 \div 7 = 7 \\ 7 \div 7 = 1 \end{array}$$

Всё

$$-\frac{\pi}{4} + \pi n$$

$$\begin{array}{r} 49 \\ \times 7 \\ \hline 343 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 343 \\ \times 2 \\ \hline 686 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc} 3 & 3 & 3 & 7 & 7 & 7 & 1 & 1 \\ 9 & 3 & 7 & 7 & 7 & 1 & 1 & 1 \end{array}$$

$$-\frac{\pi}{2}$$

на всех

$$\begin{array}{r} 2401 \\ \times 4 \\ \hline 9261 \end{array}$$

$$1) 8! - 2 \cdot 3! =$$

$$= 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 - 2 \cdot 2 \cdot 3 =$$

$$= 2 \cdot 6 (4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 - 2) =$$

$$= 12 (10 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 - 1) = 12 \cdot 3359 = 40308$$

$$2x = -\frac{7\pi}{4} + 7\pi n$$

$$= -\frac{\pi}{4} + \pi n$$

$$\sin 7x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\begin{array}{ccc} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ \times 56 & 3 & 3 \\ \hline 3360 \end{array}$$

$$4x = -\pi + \pi n$$

$$3! \cdot 3! \cdot 2!$$

$$\sqrt{2} \cdot (-1) =$$

$$3359$$

$$-\sqrt{2} \cdot (-1) = -\sqrt{2} + \sqrt{2} = 0$$

$$1) \frac{8!}{3! \cdot 3! \cdot 2!} =$$

$$= \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2} = 16 \cdot 5 \cdot 7 = 560$$

$$2) \frac{8!}{3! \cdot 3!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3} = 160 \cdot 7 = 1120$$

$$\begin{array}{r} \times 560 \\ 33 \\ \hline 1680 \end{array}$$

Отв: 1680

$$\cos 4x = (\cos 2x - \sin 2x)(\cos 2x + \sin 2x)$$

$$\frac{4\pi}{8} - \frac{\pi}{8} = \left(\frac{3\pi}{8} + \pi d\right) \cdot \frac{2}{83} = \frac{\pi}{12} + \frac{2}{9}\pi n$$

$$\frac{\pi}{84} \cdot \frac{2}{5} = \frac{\pi}{20}$$

$$a^{\ln b} =$$

$$\ln b = k \quad a^k$$

$$e^k = b$$

$$b^{\ln a} = e^{k \ln a} = e^{\ln a^k} = a^k = \underline{\underline{a^{\ln b}}}$$

$$5) |x+y+5| + |y-x+5| = 10$$

$$|y+(x+5)| + |y-(x-5)| = 10.$$

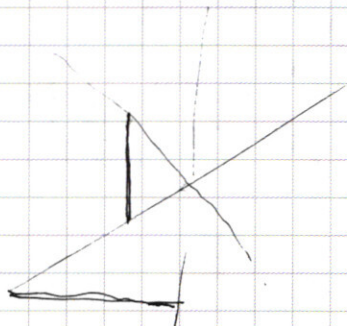
$$-x-5$$

$$x-5$$

$$x \leq 0$$

$$-x-5 \geq x-5$$

	$x-5$	$-x-5$	
$y+(x+5)$	-	-	+
$y-(x-5)$	-	+	+



$$2) x = 0$$

$$|y+5| + |y+5| = 10$$

$$|y+5| = 5$$

$$\begin{cases} y+5=5 \\ y+5=-5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=0 \\ y=-10 \end{cases}$$

$$a < 0 \text{ op.}$$

$$\cancel{x-5} \leq \cancel{x-5}$$

$$1) x < 0$$

$$a) y \leq x-5$$

$$-y - \cancel{x-5} - y + \cancel{x-5} = 10$$

$$-2y = 20$$

$$y = -10$$

$$b) x-5 < y \leq -x-5$$

$$-y - \cancel{x-5} + y - \cancel{x+5} = 10$$

$$-2x = 10$$

$$x = -5$$

$$b) y > -x-5$$

$$y + \cancel{x+5} + y - \cancel{x+5} = 10$$

$$y = 0.$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$3) \quad y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0$$

$$y^2 - (y+x)y - (2x^2 - 8x) = 0$$

$$0 = x^2 + 8x + 16 + 8x^2 - 32x = 9x^2 - 24x + 16 = (3x - 4)^2$$

$$y = \frac{4+x \pm (3x-4)}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x \\ y = 4-x \end{cases}$$

$$x^{-2\ln x} \cdot y^{3\ln x} = y^{\ln y}$$

$$x^{3\ln y}$$

$$x^{3\ln y}$$

$$x^2 = 4 - x$$

$$x^2 + x - 4 = 0$$

$$0 = 1 + 16 = 17$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$x = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}$$

$$x = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}$$

$$x = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}$$

$$x = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}$$

$$x = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}$$

$$x = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}$$

$$x = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}$$

$$x = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}$$

$$x = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}$$

$$x = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}$$

$$x = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}$$

$$x = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}$$

$$x = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}$$

$$x = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}$$

$$x = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}$$

$$\times \frac{16}{9} = 160 - 16 = 144$$

$$D/y = 144 - 9 \times 16 = 0$$

$$(x^2 \cdot x^y)^{-\ln x} = x^{-6\ln x}$$

$$x^{\ln(\frac{x}{x^2})} = x^{-6\ln x}$$

$$\log_y x^{2\ln x} = 3\ln x - \ln y$$

$$2\ln x \log_y x = 3\ln x - \ln y \Rightarrow x^{2\ln x} = x^{-10\ln x}$$

$$\frac{y^{3\ln x}}{x^{2\ln x}} = \frac{y^2}{x^2}$$

$$\frac{y^{2\ln x} \cdot y^{\ln x}}{x^{2\ln x}} = \left(\frac{y}{x}\right)^{2\ln x} \cdot y^{\ln x}$$

$$\left(\frac{y}{x}\right)^{2\ln x} \cdot y^{\ln x} = y^{\ln y} \Rightarrow 17 + 1 - 2\sqrt{17} =$$

$$\left(\frac{y}{x}\right)^{2\ln x} = y^{\ln y - \ln x} = y^{\ln \frac{y}{x}} \Rightarrow \frac{18 - 2\sqrt{17}}{4} \left(\frac{y}{x}\right)^{2\ln x} = y^{\ln \frac{y}{x}}$$

$$\left(\frac{y}{x}\right)^{\ln y} = (x^2 \cdot y^4)^{-\ln x} \Rightarrow \frac{9 - \sqrt{17}}{2}$$

$$\frac{y^{\ln y}}{x^{2\ln y}} = x^{-2\ln x} \cdot y^{-4\ln x} \cdot x^{3\ln y}$$

$$x^{5\ln y} \cdot y^{-4\ln x} = y^{\ln y}$$

$$x^{5\ln y} \cdot x^{-4\ln y} = y^{\ln y}$$

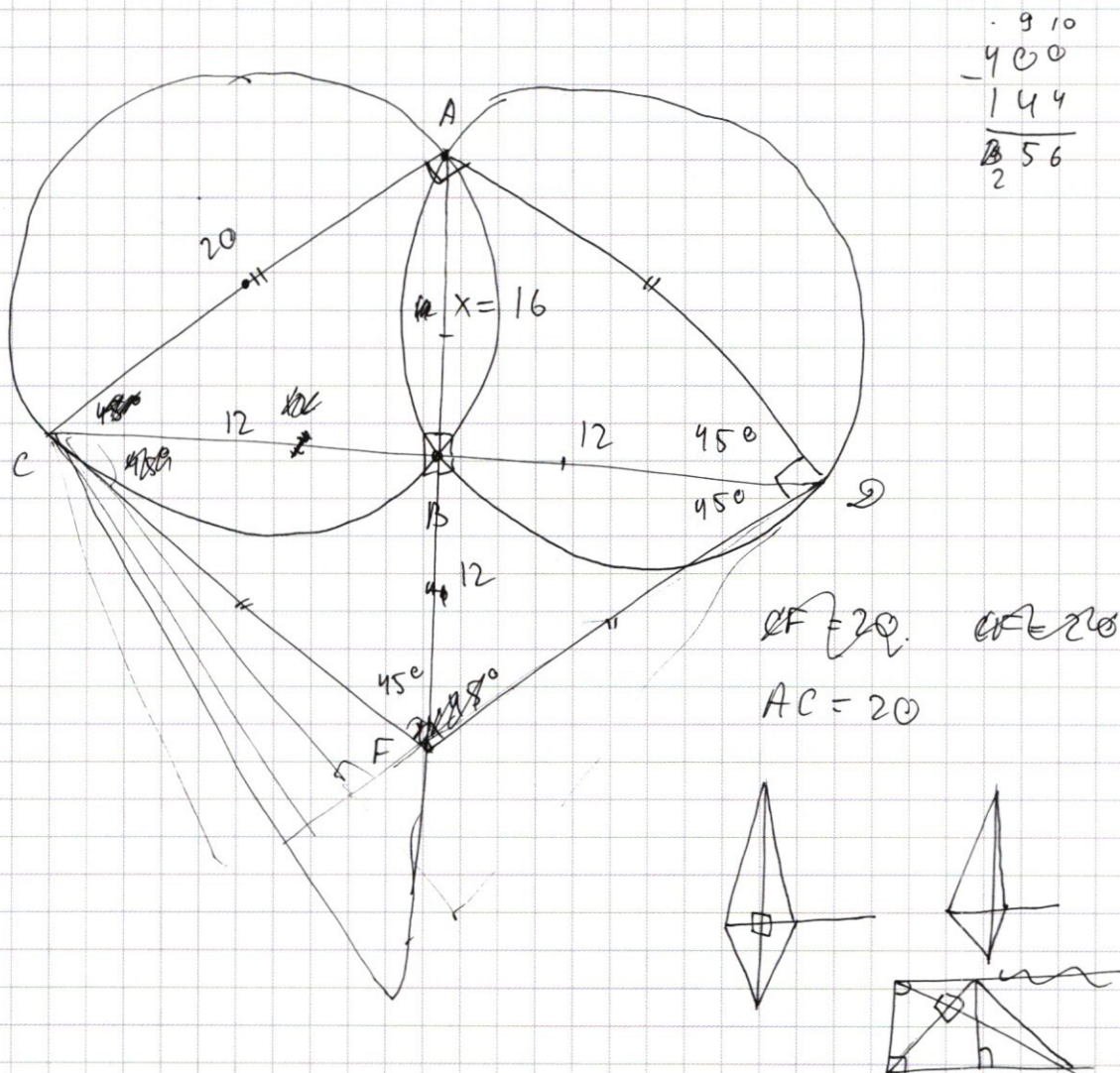
$$x^{\ln y} = y^{\ln y} \Rightarrow x^{3\ln y - 2\ln x}$$

$$x^{25+49} = 5+69 = 74$$

$$\begin{cases} y = x \\ \text{ок} \\ y = 1 \end{cases}$$

$$a^{k\ln b} = b^{k\ln a} \Rightarrow (a^k)^{\ln b} = (b^k)^{\ln a}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

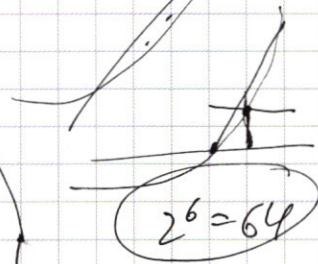
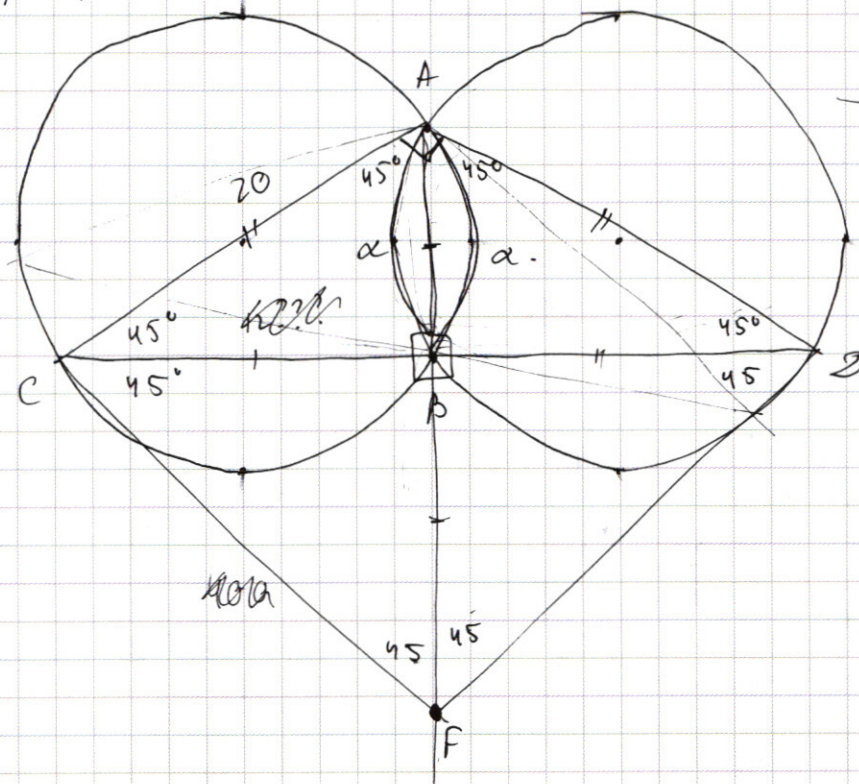


$$f(3) \quad f(x) = 76 + (2^{33} - 2)x$$

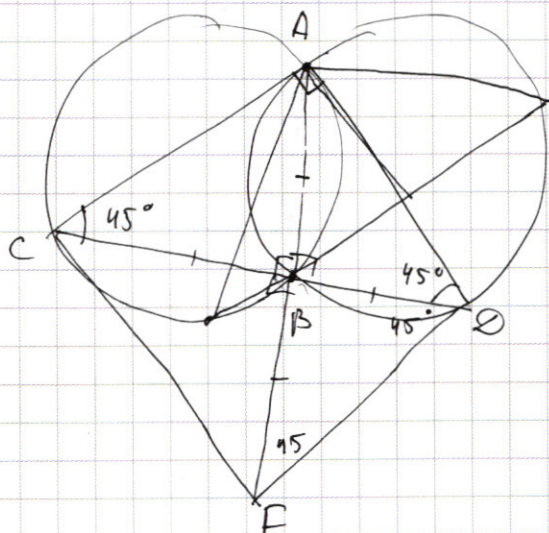
$$f(6)$$

$$(2^x + 6 \cdot 2^{33})$$

$$f(6) = 76 + 6 \cdot 2^{33} - 12 = 6 \cdot 2^{33} + 64$$



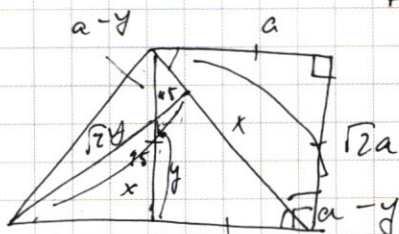
$$6; 2^6 + 6 \cdot 2^{33}$$



$$\frac{AB}{\sin C} = \frac{AB}{\sin C}$$

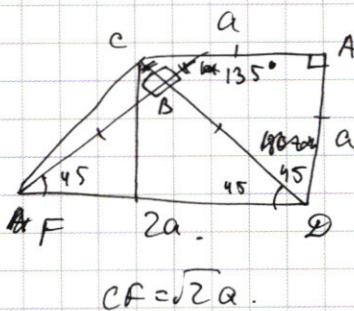
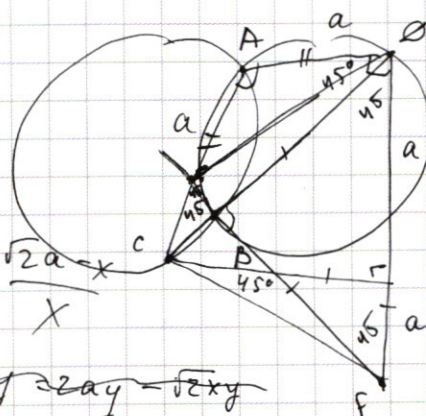
$$AC = 20. = CF$$

$$\text{Если } BC = 12, \text{ то } AC = 12\sqrt{2} \neq 20.$$



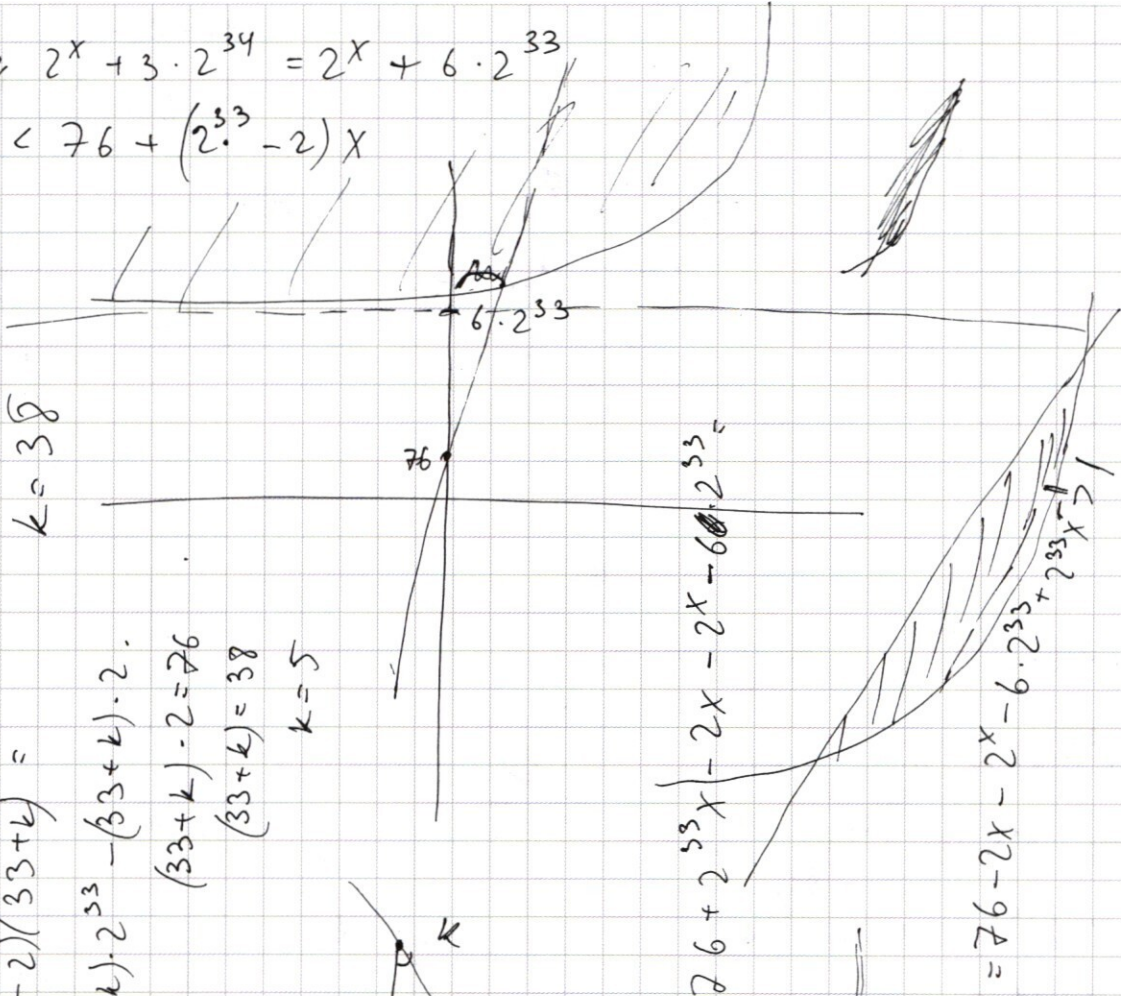
$$\sqrt{2}y = \frac{\sqrt{2}a - x}{x}$$

$$ax + xy = 2ay - \sqrt{2}xy$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

⑦
$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} = 2^x + 6 \cdot 2^{33} \\ y < 76 + (2^{33} - 2)x \end{cases}$$



$$2^{33} \cdot 38$$

$$33 + 5 = 38$$

$$k = 38$$

$$f(x) = 2^{33} \cdot 2^k + 6 \cdot 2^{33} = 2^{33} / (2^k + 6)$$

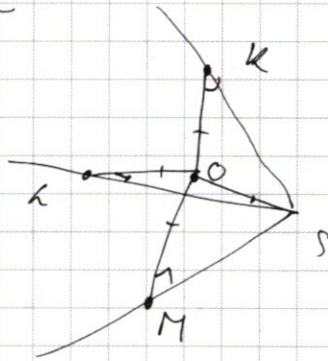
$$g(x) = 76 + (2^{33} - 2) / (33 + k) =$$

$$= 76 + (33 + k) \cdot 2^{33} - (33 + k) \cdot 2$$

$$(33 + k) \cdot 2 = 76$$

$$(33 + k) = 38$$

$$k = 5$$



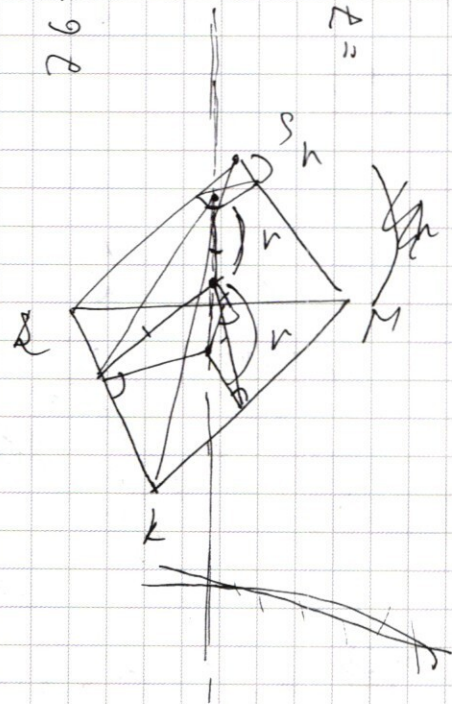
$$\left(\frac{h}{h+2v} \right)^2 = \frac{1}{16}$$

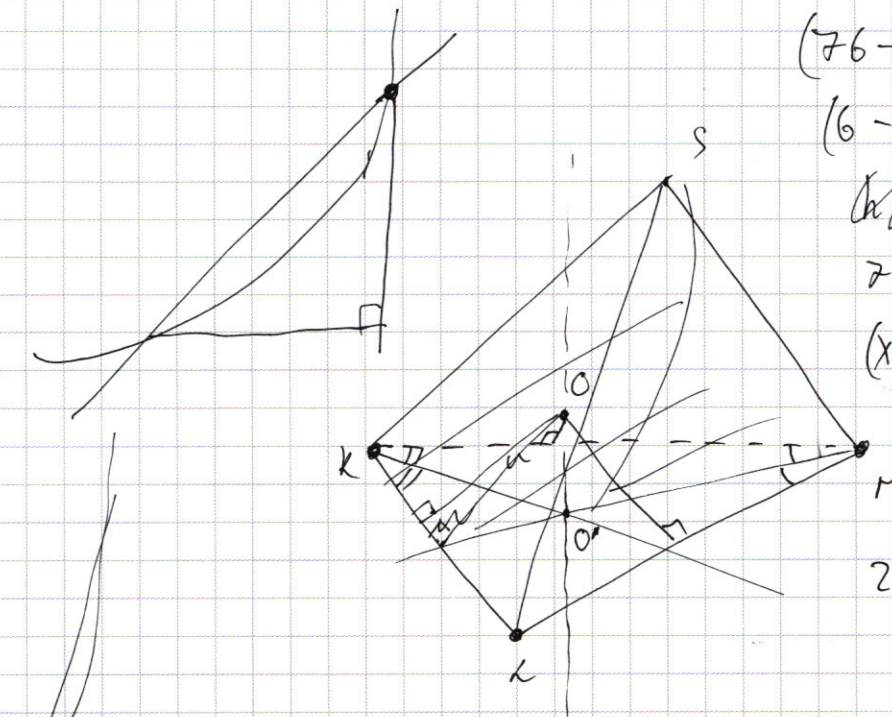
$$4h = h + 2v$$

$$3h = 2v \quad h = \frac{2}{3}v$$

$$2^{38} \rightarrow 2^{37}$$

$$2^{37} = 2 \cdot \frac{16}{82} \cdot 2^{33}$$





$$(76 - 2x) + x \cdot 2^{33} = 2^x + 6 \cdot 2^{33}$$

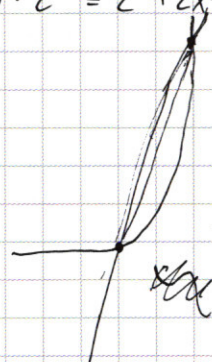
$$(6 - x) \cdot 2^{33} =$$

h/2up

$$76 - 2x - 2^x$$

$$(x - 6) \cdot 2^{33} = 2^x + 2x - 76$$

$$2^{34} =$$



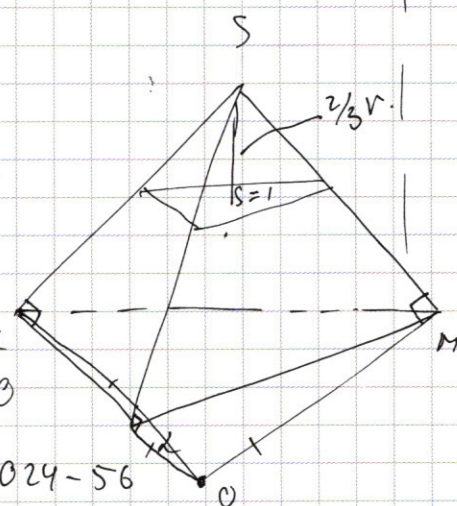
$$1024 + 6 \cdot 2^{33}$$

$$76 + (2^{33} - 2) \cdot 10$$

$$56 + 2^{33} \cdot 10$$

$$4 \cdot 2^{33} = 1024 - 56$$

$$2 \cdot 2^{33} =$$



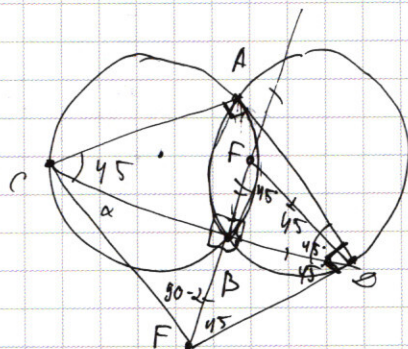
x_{кр} 6

(12)

$$2^{12} + 6 \cdot 2^{33}$$

$$76 + 12 \cdot 2^{33} - 24 =$$

$$r = 10 = 52 + 12 \cdot 2^{33}$$



$$45 + 2 + 45 + (90 - \alpha) = 180 = 180^\circ$$

33 ???

$$2^{33+k} + 6 \cdot 2^{33} = 7 \cdot 2^{33}$$

33k.

33+k

66+k

2⁶⁶.

$$2^{33+k} = 2^{33} \cdot 2^k + 6 \cdot 2^{33} = 2^{33} (2^k + 6)$$

$$76 + (2^{33} - 2) \cdot 2^{33+k} = 76 + 2^{66} \cdot 2^k - 2^{33} \cdot 2^k \cdot 2$$