

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МА

11 класс

ВАРИАНТ 7

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 9261. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$.

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^7)}, \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 16.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 5| + |y - x + 5| = 10, \\ (|x| - 12)^2 + (|y| - 5)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 10 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .

б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 12$. Найдите площадь треугольника ACF .

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

Разложите число 9261 на простые множители.

$9261 = 3^3 \cdot 7^3$, так как у нас получается максимальное
возможное количество комбинаций в числе либо: $\{3, 3, 3, 7, 7, 7, 1, 1\}$

или $\{9, 3, 7, 7, 7, 1, 1, 1\}$. Проверяя варианты для первого набора:
~~раздел на 3! и 4! = 8! / (3! * 4!) = 8! / (3! * 2! * 2!) = 8! / (3! * 2! * 2!)~~

$$\frac{8!}{3! \cdot 3! \cdot 2!} + \frac{8!}{3! \cdot 3!} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 2 \cdot 2} + \frac{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 3} =$$

$$= 560 + 1220 = 1780$$

Ответ: 1780.

№6

Дано

$$R = 10$$

$$BF = BD$$

CF = ?

Решение

а) 1) Рассмотрим $\triangle CAD$, его углы $\angle ACB$ и $\angle ADB$ опираются на равные дуги, т.к. окружности одинаковы и имеют общий хорд. Т.к. $\triangle CAD$ равнобедренный $\Rightarrow \triangle CAD$ - равнобедренный $\Rightarrow \angle ACB = \angle ADB = 45^\circ$

2) т.к. $BF \perp CD \Rightarrow \angle FBD = 90^\circ$, т.к. $BF = BD \Rightarrow \triangle BFD$ - равнобедренный $\Rightarrow \angle BFD = \angle BDF = 45^\circ$

3) Запишем теорему синусов для $\triangle CAB$ и $\triangle ABD$ (вписаны в окружности с радиусом R)
 $2R = \frac{CB}{\sin \alpha}$, $2R = \frac{BD}{\sin(90^\circ - \alpha)} \Rightarrow \frac{CB}{\sin \alpha} = \frac{BD}{\cos \alpha} \Rightarrow \frac{CB}{BD} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \tan \alpha$

4) Т.к. $BF \perp CD \Rightarrow \angle CBF = 90^\circ \Rightarrow \triangle CBF$ - прямоу.

Запишем теорему Пифагора $CF^2 = CB^2 + BF^2$, т.к. $BF = BD \Rightarrow$

$$\Rightarrow CF^2 = CB^2 + BD^2$$

5) подставим и получим $CF^2 = 4R^2 \sin^2 \alpha + 4R^2 \cos^2 \alpha =$
 $= 4R^2 (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) = 4R^2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} CF = 2R \\ CF = -2R - \text{не удовл. усл.} \end{cases}$$

$$\Rightarrow CF = 20.$$

6) 1) По Теореме Пифагора $BF = \sqrt{CF^2 - BC^2} = 16 = BD$

2) $\triangle ADB \sim \triangle CAD \sim \triangle FBD \Rightarrow \frac{AD}{BD} = \frac{CD}{FD} \Rightarrow$
 (по условию) $\Rightarrow \frac{AD}{BD} = \frac{CD}{FD} \Rightarrow$
 $\Rightarrow \frac{AD}{CD} = \frac{BD}{FD} = \frac{1}{2}$

2) $\frac{AB}{\sin \angle ACB} = 2R \Rightarrow AB = 10\sqrt{2}$

$$CD = CB + BD = 12 + 16 = 28$$

3) По Теореме синусов найдем $AC = AD = \sin \angle CDA \cdot CD \Rightarrow$
 $\Rightarrow AC = AD = 14\sqrt{2}$

4) $S_{\triangle ACF} = \frac{CA \cdot CF \cdot \sin \angle ACF}{2}$

$$\sin \angle DCF = \frac{16}{20} = \frac{4}{5} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle DCF = \arcsin\left(\frac{4}{5}\right)$$

$$\angle ACF = \angle ACF + \angle DCF =$$

$$= 45^\circ + \arcsin\left(\frac{4}{5}\right)$$

$$\Rightarrow \sin \angle ACF =$$

$$= \sin(45^\circ + \arcsin(\frac{4}{5})) =$$

$$= \sin 45^\circ \cdot \cos(\arcsin(\frac{4}{5})) + \sin(\arcsin \frac{4}{5}) \cdot \cos 45^\circ =$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{1 - (\frac{4}{5})^2} + \frac{4}{5} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} =$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{3}{5} + \frac{4}{5} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} =$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{7}{5} = \frac{7\sqrt{2}}{10}$$

$$S_{\triangle ACF} = \frac{14\sqrt{2} \cdot 20 \cdot \frac{7\sqrt{2}}{10}}{2} =$$

$$= 14 \cdot 7 \cdot 2 = 196$$

Ответ: а) $CF = 20$

б) $S_{\triangle ACF} = 196$

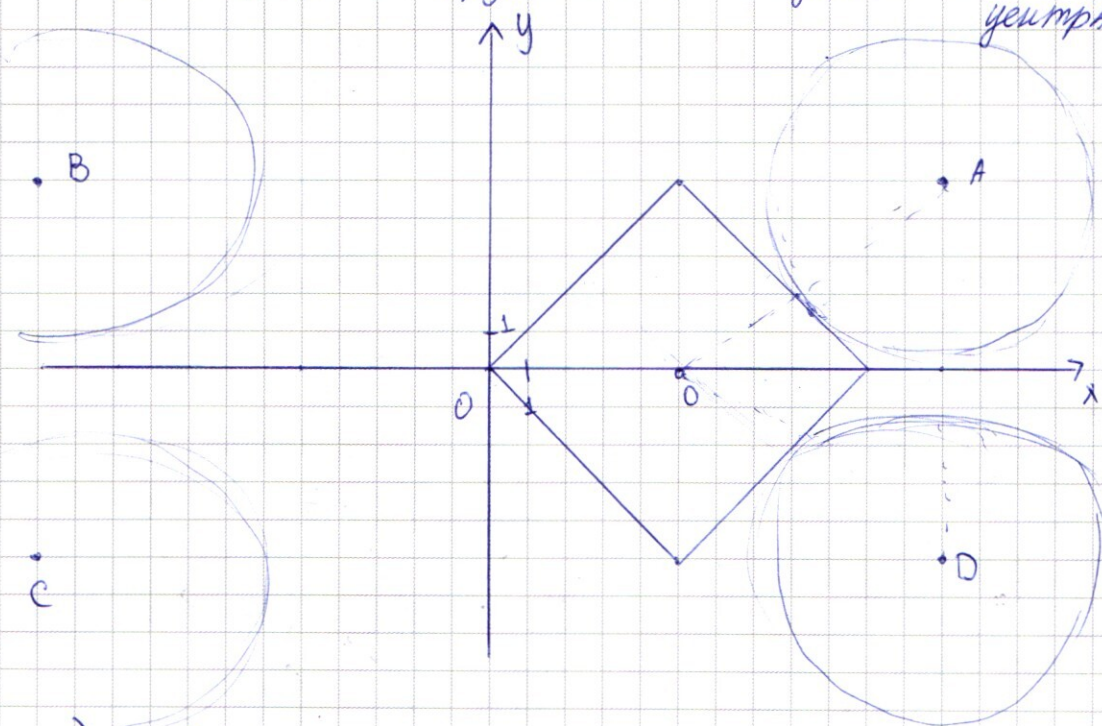
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5

$$\begin{cases} |x+y+5| + |y-x+5| = 10 & (1) \\ (|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = a & (2) \end{cases}$$

(1) является графиком квадрата с центром $O(5;0)$ и диагональю длиной 10.

(2) график окружностей в случае $|a| \neq 0$ — это четыре окружности с центрами $A(12;5)$, $B(-12;-5)$, $C(-12;5)$, $D(12;-5)$ с радиусом $r = |a|$.



1) Решения будут когда окружности с центрами A и D будут касаться квадрата.

$$\left(|a| + \frac{5\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 5^2 + 7^2$$

$$a^2 + 5\sqrt{2}|a| + \frac{25 \cdot 2}{4} = 25 + 49$$

$$a^2 + 5\sqrt{2}|a| + \frac{123}{2} = 0$$

$$|a_1| = \frac{-5\sqrt{2} \pm \sqrt{356}}{2} = \frac{2\sqrt{89} - 5\sqrt{2}}{2}$$

$$|a_2| = \frac{-5\sqrt{2} - \sqrt{356}}{2} \text{ — не подходит, модуль } > 0$$

Ответ: $\sqrt{89} - 2,5\sqrt{2}$

N2.

ОДЗ
 $x > 0, y > 0$

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y \ln\left(\frac{y}{x^2}\right) & (1) \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0 & (2) \end{cases}$$

1) Рассмотрим (2)

$$y^2 - y(x+4) + 8x - 2x^2 = 0.$$

$$y_1 = \frac{x+4 + \sqrt{3x-4}}{2}$$

$$y_2 = \frac{x+4 - \sqrt{3x-4}}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y_1 = 2x \\ y_2 = -x \end{cases} \quad \begin{array}{l} y_1 = 2x \\ y_2 = 2-x, \text{ т.к. } x > 0 \end{array}$$

$\Rightarrow$ решим
 $y_2 = -x$ - не подходит
 $y_1 = 2x$ - подходит

2) Подставим $y_1 = 2x$ в (1)

$$\begin{aligned} (x^2 \cdot 2^4 \cdot x^4)^{-\ln x} &= (2x)^{\ln\left(\frac{2x}{x^2}\right)} \\ (16x^6)^{-\ln x} &= (2x)^{\ln\left(\frac{2}{x}\right)} \end{aligned} \quad (x > 0)$$

3) Рассмотрим (1)

$$\begin{aligned} (xy^2)^{-2\ln x} &= y \ln\left(\frac{y}{x^2}\right) \\ y^{-4\ln x} &= \frac{1}{x^2} \ln x^2 \\ \frac{y \ln\left(\frac{y}{x^2}\right)}{y^{-4\ln x}} &= x^2 \ln x^2 \\ y - \ln\left(\frac{y}{x^2}\right) &= x^2 \ln x^2 \\ y - \ln y + \ln x^3 &= x^2 \ln x^2 \\ y &= \ln 2x + \ln x^3 - x^2 \ln x^2 = 0. \end{aligned}$$

подставим $y_1 = 2x$

$$(2x)^{\ln \frac{x^3}{2x}} = x^2 \ln x^2$$

приведем к логарифмам

$$\log_x (2x)^{\ln \frac{x^3}{2x}} = \log_x x^2 \ln x^2$$

$$\ln \frac{x^2}{2} \log_x 2x = \ln x^2$$

$$\log_x 2x = \frac{\ln x^2}{\ln \frac{x^2}{2}}$$

$$\log_x 2x = \log_x \frac{x^2}{\sqrt{2}}$$

$$\log_x 2x = \log_x \frac{x}{\sqrt{2}}$$

$$2x = \frac{x}{\sqrt{2}}$$

$$\begin{aligned} 2x \cdot 3\ln x - \ln 2 - \ln x - x^2 \ln x &= 0 \\ x^2 \ln x (2 \cdot 2\ln x - \ln 2 - 1) &= 0 \\ x^2 \ln x (2 \cdot 2\ln x - \ln 2 - 1) &= 0 \\ x^2 \ln x (2 \cdot 2\ln x - \ln 2 - 1) &= 0 \\ x^2 \ln x (2 \cdot 2\ln x - \ln 2 - 1) &= 0 \\ x^2 \ln x (2 \cdot 2\ln x - \ln 2 - 1) &= 0 \end{aligned}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$2^{2 \ln x - \ln 2} \cdot x^{-\ln 2} = 1$$

$$2^{2 \ln x} \cdot (2x)^{-\ln 2} = 1$$

$$4^{\ln x} \cdot (2x)^{-\ln 2} = 1$$

$$(2x)^{-\ln 2} = 4^{-\ln x}$$

$$\Downarrow$$

$$x = 2 \quad \Rightarrow y = 4$$

Ответ. (2; 4)

1/2

$$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0.$$

$$-2 \sin 7x \cos 2x - \sqrt{2} \cos 4x + 2 \sin 7x \cos 2x = 0.$$

$$-2 \sin 7x \sin 2x - \sqrt{2} (\cos^2 2x - \sin^2 2x) + 2 \sin 7x \cos 2x = 0.$$

$$-2 \sin 7x \sin 2x + \sqrt{2} \sin^2 2x - \sqrt{2} \cos^2 2x + 2 \sin 7x \cos 2x = 0$$

$$\sin 2x (-2 \sin 7x + \sqrt{2} \sin 2x) - \cos 2x (\sqrt{2} \cos 2x - 2 \sin 7x) = 0$$

$$-2 \sin 7x (\sin 2x - \cos 2x) + \sqrt{2} (\sin 2x + \cos 2x) (\sin 2x - \cos 2x) = 0$$

$$\sqrt{2} \sin 7x (\sin 2x - \cos 2x) (-2 \sin 7x + \sqrt{2} \sin 2x + \sqrt{2} \cos 2x) = 0$$

i) $\sin 2x = \cos 2x$

$\sin 2x = \cos 2x \quad (1)$

$$2x = \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

$$-2 \sin 7x + \sqrt{2} \sin 2x + \sqrt{2} \cos 2x = 0 \quad (2)$$

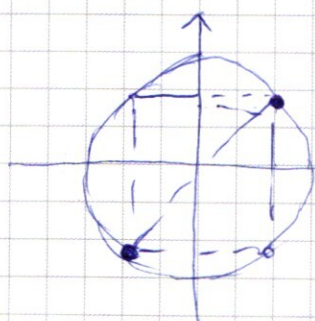
$$-2 \sin 7x + \sqrt{2} \sin 2x + \sqrt{2} \cos 2x = 0 \quad | : \sqrt{2}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \sin 2x + \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 2x = \sin 7x$$

$$\cos \frac{\pi}{4} \sin 2x + \sin \frac{\pi}{4} \cos 2x = \sin 7x$$

$$\sin \left(\frac{\pi}{4} + 2x \right) = \sin 7x$$

$$\sin \left(\frac{\pi}{4} + 2x \right) - \sin 7x = 0$$



$$2 \sin \frac{2x + \frac{\pi}{4} - 7x}{2} \cos \frac{2x + \frac{\pi}{4} + 7x}{2} = 0$$

$$2 \sin \frac{-5x + \frac{\pi}{4}}{2} \cos \frac{9x + \frac{\pi}{4}}{2} = 0$$

$$\begin{cases} \sin \frac{-5x + \frac{\pi}{4}}{2} = 0 \\ \cos \frac{9x + \frac{\pi}{4}}{2} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -\frac{5x + \frac{\pi}{4}}{2} = 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ \frac{9x + \frac{\pi}{4}}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} -5x = 4\pi k + \frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z} \\ 9x = \pi + 2\pi k - \frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z} \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{\pi}{20} - \frac{4}{5}\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{12} + \frac{2}{9}\pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Ответ: $x = \frac{\pi}{20} - \frac{4}{5}\pi k, k \in \mathbb{Z};$

$$x = \frac{\pi}{12} + \frac{2}{9}\pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z};$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} |x+y+5| + |y-x+5| = 10 \\ (|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = a \end{cases}$$

$$\begin{aligned} |x+y| + |y-x| &= 10 \\ x+y &= 5 \\ y-x &= 5 \end{aligned}$$

$$|x+y| = 2$$

$$y+10+y=10$$

$$15+y+y-5=10$$

$$10+y+y=10$$

$$y+15+y-5=0$$

$$\log_x 2x^{\ln \frac{x^3}{y}} = \log_x x^{2 \ln x}$$

$$\ln \frac{x^3}{y} \log_x 2x = \log_x x \cdot x \cdot 2 \ln x$$

$$\ln \frac{x^3}{y} \log_x 2x = 2 \ln x$$

$$\log_x 2x = \frac{\ln x^2}{\ln \frac{x^3}{y}}$$

$$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$$

$$\cos 9x - \cos 5x + \sin 9x + \sin 5x = \sqrt{2} \cos 4x$$

$$-2 \sin 7x \sin 2x + 2 \sin 7x \cos 2x = \sqrt{2} \cos 4x$$

$$-2 \sin 7x (\sin 2x - \cos 2x) = \sqrt{2} \cos 4x$$

$$-2 \sin 7x (2 \cos x \sin x - 1 + 2 \sin^2 x) = \sqrt{2} \cos 4x$$

$$-2 \sin 7x (2 \sin^2 x + 2 \cos x \sin x - 1)$$

$$\sqrt{2} \cos(9x + \frac{\pi}{4}) + \sqrt{2} \cos 4x - \sqrt{2} \cos(5x + \frac{\pi}{4}) = 0$$

$$-2 \sin 7x \cdot 2 \sin x \cdot \cos x + 2 \sin 7x (1 - 2 \sin^2 x) = \sqrt{2} \cos 4x$$

$$\frac{25}{2} + 74$$

$$100 - 2 \cdot 173$$

$$100 + 2 \cdot 123$$

$$346$$

$$246$$

$$\begin{array}{r} 25 \\ + 49 \\ \hline 74 \\ \times 2 \\ \hline 148 \\ + 25 \\ \hline 173 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 25 \\ - 148 \\ \hline -123 \end{array}$$

$$18 \quad 16$$

$$\begin{array}{r} 356 \\ \times 4 \\ \hline 1424 \end{array}$$

$$-\ln x^4 - \ln \frac{y}{x^2}$$

log_x

ln x²

log_x 2x³

-2 sin

$$\log_a b = \frac{\log_e b}{\log_e a}$$

$$4 \cos^2 x - 8$$

$$2 > x > 0$$

$$a^x = b$$

$$\log_x 2x$$

$$-\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$c^y = b$$

$$c^z = a$$

$$\sin 7x = \sin 1x \cos 6x +$$

$$+ \sin 6x \cos 1x =$$

$$= \sin 1x (2 \cos^2 3x - 1)$$

$$+ 2 \sin 3x \cos 3x \cos x$$

$$\ln x = \frac{a}{x} \Rightarrow e^{\frac{a}{x}} = x$$

$$e^{a \ln x} = x$$

$$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0.$$

$$(x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(\frac{y}{x^4})}$$

$$y^2 - xy + 2x^2 + 8x - 4y = 0$$

$$(xy^2)^{-2\ln x} = y^{\ln y - 2\ln x}$$

$$x > 0$$

$$(y^2 - 4y + 4) - 4 + 2(x^2 - 4x + 4) + 8 - xy = 0.$$

$$(y-2)^2 + (2-x)^2 = xy - 4.$$

$$(2x)^{-\ln(\frac{y}{x^4})} = x^{2\ln x}$$

$$3x > 4$$

$$x > \frac{4}{3}$$

$$3x <$$

$$y^2 - y(x+4) + 8x - 2x^2 = 0.$$

$$\frac{2x^{-\ln \frac{y}{x^4}}}{x^{2\ln x}}$$

$$D = x^2 + 8x + 16 - 32x + 8x^2 = \log_x$$

$$= 9x^2 - 24x + 16 =$$

$$= (3x-4)^2$$

$$y = \frac{(x+4) + (3x-4)}{2}$$

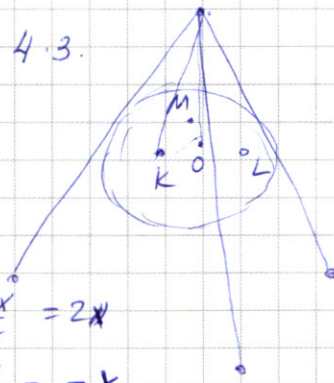
$$y = \frac{x+4 - (3x-4)}{2} = -x$$

$$4 \cdot 3.$$

$$KSO - ?$$

$$SKLM$$

$$\perp 416^\circ$$



$$S = \frac{16^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$(xy^2)^{-2\ln x} = y^{\ln y - 2\ln x}$$

$$y^{-4\ln x} = \frac{y^{\ln y - 2\ln x}}{x}$$

$$\log_a b = x$$

$$a^x = b.$$

$$\frac{16^2 \sqrt{3}}{4 \cdot \frac{16 \cdot 3}{2}} =$$

$$\frac{y^{-4\ln x}}{y^{\ln y - 2\ln x}} \cdot \frac{1}{x}$$

$$a^{\log_a b} = b.$$

$$b^{\log_a b} = b^x$$

$$= \frac{256}{16} \cdot \frac{16 \sqrt{3}}{3} =$$

$$\frac{16}{\sqrt{3}} = \frac{16\sqrt{3}}{3}$$

$$-4\ln x + \ln y + 2\ln x.$$

$$y^{-\ln x^4 y + 2\ln x} = \frac{x^7}{x^4 y} = \frac{x^3}{y}.$$

$$\ln \frac{x^3}{y} = \frac{1}{x}$$

$$2x.$$

$$(2x)^{-\ln \frac{2}{x^5}} = x^{2\ln x}.$$

$$\log_x - \ln \frac{2}{x^5} = \log_x 2 \ln x$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0.$$

$$\cos(4x+5x) = \cos 4x \cos 5x - \sin 4x \sin 5x$$

$$\sin(4x+5x) = \sin 4x \cos 5x + \cos 4x \sin 5x.$$

$$\cos 4x \cos 5x - \sin 4x \sin 5x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x +$$

$$+ \sin 4x \cos 5x + \cos 4x \sin 5x$$

$$\sin 4x (\cos 5x - \sin 5x) + \cos 4x (\cos 5x + \sin 5x) + \sin 5x = 0.$$

$$\sin 4x + \cos 4x$$

$$(\sin 4x - 1)(\cos 5x + \sin 5x)$$

$$\sqrt{1 - \sin 4x}$$

$$- \cos 5x + \sin 5x = \sqrt{2} \cos 4x.$$

$$+ \cos 4x (\cos 5x + \sin 5x + \sqrt{2}) = 0$$

$$\sin 5x (-\sin 4x + \cos 4x) + \cos 5x (\cos 4x + \sin 4x)$$

$$= \sqrt{2} \cos 4x$$

$$\cos 4x \cos 5x - \sin 4x \sin 5x - \cos 5x + \sin 5x + \sin 4x \cos 5x +$$

$$+ \cos 4x \sin 5x$$

$$(\sin 5x - \cos 5x) - \sin 4x (\sin 5x - \cos 5x)$$

$$- \sqrt{2} \cos 4x = 0.$$

$$+ \cos 4x (\cos 5x + \sin 5x - \sqrt{2}) = 0.$$

$$(1 - \sin 4x)(\sin 5x - \cos 5x) + \cos 4x (\cos 5x + \sin 5x - \sqrt{2}) = 0.$$

$$\cos 5x - \operatorname{tg} 4x \sin 5x - \sqrt{2} + \operatorname{tg} 4x \cos 5x + \sin 5x$$

$$(\cos 5x + \sin 5x) - \operatorname{tg} 4x (\sin 5x - \cos 5x) + \frac{\sin 5x + \cos 5x}{\cos 4x} = 0$$

$$y - \ln y + \ln x^3 - x^{\ln x^2} = 0.$$

$$(2x) \quad \ln x^3 - \ln 2x - x^{\ln x^2} = 0$$

$$(2x) \quad 3\ln x - \ln 2 - \ln x - x^{\ln x^2} = 0.$$

$$(2x) \quad 2\ln x - \ln 2 - x^{2\ln x} = 0.$$

$$x^{2\ln x} (2^{2\ln x - \ln 2} \cdot x^{-\ln 2} - 1) = 0.$$

$$\left[\begin{array}{l} x^{2\ln x} = 0 \quad - \text{решений нет} \\ 2^{2\ln x - \ln 2} \cdot x^{-\ln 2} = 1. \end{array} \right.$$

$$2\ln x = 1$$

$$\sin(2x+5x) = \sin 2x \cos 5x + \sin 5x \cos 2x.$$

$$\sin 2x (-2\cos 5x + \sqrt{2}) + \cos 2x (-2\sin 5x + \sqrt{2}) = 0.$$

$$\sqrt{2}\sin 2x - \sin 7x + \sqrt{2}\cos 2x - \sin 7x$$

$$= \sin 7x =$$

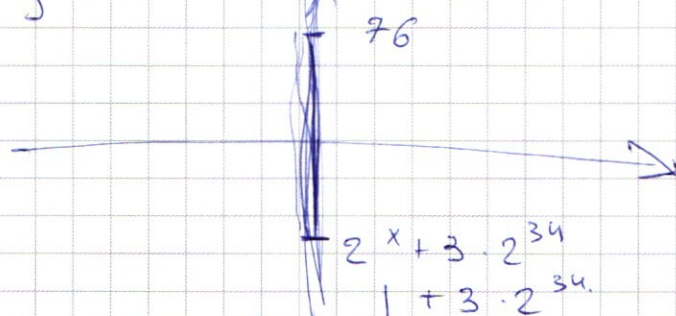
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N1

~~check~~ $\pi = 9261 = 3^3 \cdot 7^3 \cdot 1 \cdot 1$

$$y > 2^x + 3 \cdot 2^{34}$$

$$y < 76 + 2(2^{32} - 1)x$$



$$\begin{array}{r|l} 9261 & 3 \\ \hline 3087 & 3 \\ \hline 1029 & 3 \\ \hline 343 & 7 \\ \hline 49 & 7 \\ \hline 7 & 7 \end{array}$$

$$\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\sin 9x + \sin 5x = 2 \sin \frac{9x+5x}{2} \cos \frac{9x-5x}{2}$$

$$\sin 7x \cos 2x$$

N2

$$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$$

$$-2 \sin 7x \sin 2x - \sqrt{2} \cos 4x + 2 \sin 7x \cos 2x = 0$$

$$-2 \sin 7x \cdot 2 \cos x \sin x - \sqrt{2} \cos 4x + 2 \sin 7x \cos 2x = 0$$

$$-4 \sin 7x \cos x \sin x - \sqrt{2} (1 - 2 \cos^2 2x) + 2 \sin 7x (\cos 2x \cos^2 x - 1) = 0$$

$$-4 \sin 7x \cos x \sin x - 2\sqrt{2} \cos^2 2x + 4 \sin 7x \cos 2x = 0$$

N3

$$(x^2 y^4)^{-\ln x} = y \ln \left(\frac{y}{x^2} \right)$$

$$y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0$$

$$x^{\ln x} = \ln x \cdot \ln x$$

$$(y-2)^2 - 2(x-2)^2$$

$$(2-x) - \ln(2-x)$$

$$(x^2 y^4)^{-\ln x} = y \ln y - \ln x^7$$

$$(y^2 - 4y + 4) - 1 = 2(x^2 - 8x + 4) + 4 = 0$$

$$(y-2)^2 - 2(x-2)^2 = xy$$

$$x^{2-\ln x} \cdot y^{-\ln x}$$

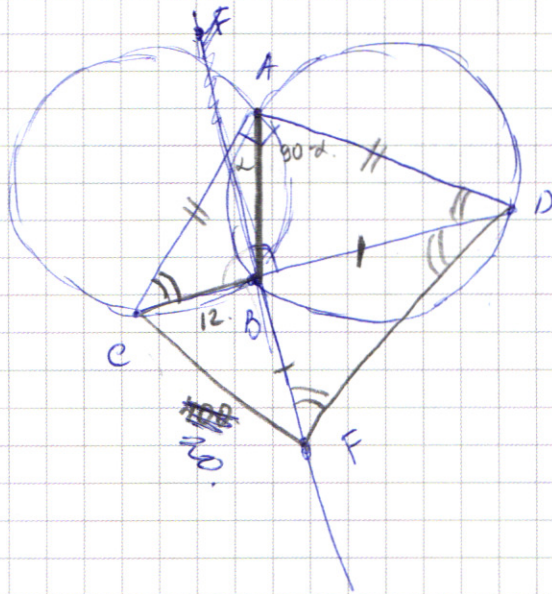
$$x^{-2\ln x} \cdot y^{-4\ln x} = y^{\ln y}$$

$$x^{-2\ln x} \cdot y^{3\ln x} = y^{\ln y} - y^{\ln y}$$

$$x^{2\ln x} = y^{\ln y} - 3\ln x$$

333 777 11

8.

$$AB = 10\sqrt{2}$$


CF - ?

$$CB^2 = CA^2 + AD^2$$

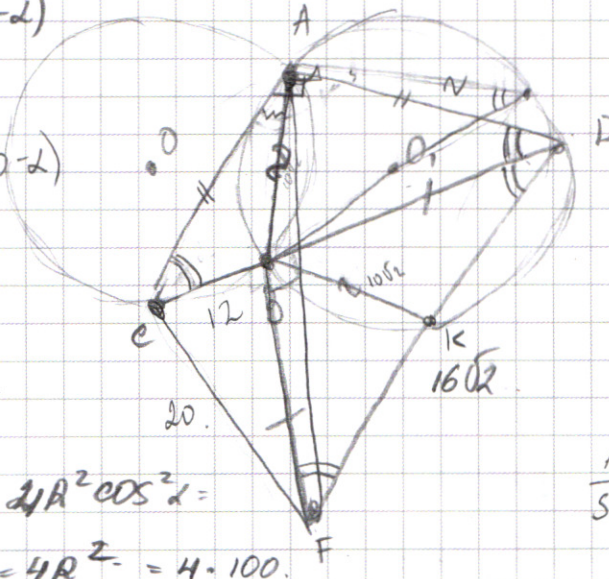
$$\frac{CF \cdot h \cdot \sin \alpha}{2} + \frac{AE \cdot h \cdot \sin \beta}{2} =$$

$$CF^2 = CB^2 + BF^2 = CB^2 + BD^2$$

$$2R = \frac{AB}{\sin C}$$

$$AB = 2R \sin C :$$

$$= 2 \cdot 10 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 10\sqrt{2}.$$



$$\triangle CAD \sim \triangle FBD$$

$$\frac{BD}{AC}$$

$$\frac{AB}{\sin \angle D}$$

$$\frac{AD}{BD} = \frac{CD}{FD}$$

$$\frac{AD}{16} = \frac{CD}{16\sqrt{2}} \Rightarrow$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{BD}{FD}$$

$$\Rightarrow \frac{AD}{CD} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$1 - \frac{16}{25}$$

$$= 4 \frac{9}{25} = \frac{3}{5} \times 56 =$$

$$\begin{aligned}\cos(\arcsin x) &= \sqrt{1 - \sin^2(\arcsin x)} \\ &= \sqrt{1 - x^2}\end{aligned}$$

$$AD^2 - 16\sqrt{2} \cdot AD + 56 = 0.$$

$$D = 512 - 224 = 288$$

$$= 2\sqrt{72} = 4\sqrt{18} = 12\sqrt{2}$$

$$AD = \frac{16\sqrt{2} - 12\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$$

$$AD = \frac{16\sqrt{2} + 12\sqrt{2}}{2} = 14\sqrt{2}$$

2RL-VCH

$$2R = \frac{CB}{\sin \alpha}$$

$$2R = \frac{BD}{\sin(90^\circ - \alpha)}$$

$$\frac{CB}{\sin d} = \frac{BD}{\sin(90 - \alpha)}$$

$$CB = 2R \sin \alpha$$

$$BD = 2R \cos \alpha.$$

$$4R^2 \sin^2 \alpha + 4R^2 \cos^2 \alpha =$$
$$= 4R^2 = 4 \cdot 100$$

$$BF = \sqrt{400 - 144} = 16. = BD$$

$$AB = 100\sqrt{2} \sin 45^\circ +$$

$$100 = AD^2 + 256 - 16 \cdot AD \cdot \frac{2 \cdot \sqrt{2}}{2} \Rightarrow$$

$$\begin{array}{r} \times 256 \\ \hline 512 \\ - 224 \\ \hline 288 \end{array}$$

$$\cos \angle BCF = \frac{12}{20} =$$

$$\sin = \frac{16}{20} = \frac{4}{5}$$

$$\sin \alpha + \sin \beta$$

$$\sin \left(\arcsin \left(\frac{4}{5} \right) + 45^\circ \right)$$