

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 7

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раф
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 9261. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^7)}, \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 16.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 5| + |y - x + 5| = 10, \\ (|x| - 12)^2 + (|y| - 5)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 10 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 12$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1

$9261 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \Rightarrow$ Наборы цифр для ~~каждого~~ восьмизначного числа произведение цифр которого равно 9261 таковы: $\{9, 7, 7, 7, 3, 1, 1, 1\}$ и $\{7, 7, 7, 3, 3, 3, 1, 1\}$

В каждом из наборов имеются цифры 7 $\Rightarrow$ Начнем с них:

При цифре ~~7~~ 7 можно распределить в восьмизначном числе $\frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{2 \cdot 3} = 56$ способами $\Rightarrow$ Остаются еще 5 ячеек. Далее разберем 2 единицы, которые такие имеются в 2 наборах

~~2~~ Все цифры можно распределить в 5 ячеек $\frac{5 \cdot 4}{2} = 10$ способами. В первом наборе остались ~~еще~~ 9, 3 и 1, которые можно поставить 6 способами. Во втором остались 3, 3, 3, которые можно поставить 1 способом $\Rightarrow$ Кол-во

В первом наборе остались $\{9, 3, 1, 1, 1\}$, которые можно поставить

$$\frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{3 \cdot 2} = 20 \text{ способов}$$

Во втором наборе остались $\{3, 3, 3, 1, 1\}$, которые можно поставить

$$\frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{3 \cdot 2 \cdot 2} = 10 \text{ способов}$$

Максимум образом, кол-во чисел равно $56 \cdot (20 + 10) = 1680$

Ответ: 1680

№ 5 Дано: $\omega(O, R)$ - сфера, $\omega(O, \nu)$ вписана в 3-угловой угол и касается его сторон в K, L, M , $(ABC) \perp SO$, $\omega(O, \nu)$ касается (ABC) в Q , $(A, B, C) \perp SO$, $\omega(O, \nu)$ касается (A, B, C) в Q_1 ; $S_{ABC} = 16$; $S_{ABQ_1} = 1$

Найти: $\angle KSO$, Сечение угла плоскостью KLM

Решение: 1) Фигура образованная трехгранным углом и плоскостью (ABC_1) - пирамида

$$\begin{aligned} (ABC) \perp SO \\ (A_1B_1C_1) \perp SO \end{aligned} \Rightarrow (ABC) \parallel (A_1B_1C_1) \Rightarrow \text{сечения}$$

трехгранного угла $\neq$ эти две плоскости подобны $\Rightarrow$

$$k^2 = \frac{16}{1} \Rightarrow k = 4, \text{ где } k - \text{коэффициент подобия}$$

$$\begin{aligned} A_1B_1 \in (SAB) \\ AB \in (SAB) \end{aligned} \Rightarrow AB \parallel A_1B_1 \quad \text{Аналогично } BC \parallel B_1C_1; AC \parallel A_1C_1$$

$$AB \parallel A_1B_1 \Rightarrow \triangle SAB \sim \triangle SA_1B_1 \Rightarrow \frac{SA_1}{SA} = \frac{SB_1}{SB} = \frac{B_1A_1}{BA}$$

$$BC \parallel B_1C_1 \Rightarrow \triangle SBC \sim \triangle SB_1C_1 \Rightarrow \frac{SB_1}{SB} = \frac{SC_1}{SC} = \frac{B_1C_1}{BC} \Rightarrow \frac{B_1A_1}{BA} = \frac{B_1C_1}{BC} = \frac{A_1C_1}{AC} \Rightarrow$$

$$AC \parallel A_1C_1 \Rightarrow \triangle SAC \sim \triangle SA_1C_1 \Rightarrow \frac{SA_1}{SA} = \frac{SC_1}{SC} = \frac{A_1C_1}{AC}$$

$$\Rightarrow \triangle A_1B_1C_1 \sim \triangle ABC \Rightarrow k^2 = \frac{S_{A_1B_1C_1}}{S_{ABC}} = 16 \Rightarrow k = 4, \text{ где } k - \text{коэффициент подобия}$$

$$\begin{aligned} 2) (ABC) \parallel (A_1B_1C_1) \\ \text{Трехгранный угол общий} \end{aligned} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1 \Rightarrow \frac{H}{h} = k, \text{ где } H - \text{высота } SAB, C, \quad h - \text{высота } SA, B, C, \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow H = k h = 4h$$

$$OQ \perp (ABC_1)$$

$$OQ \perp (ABC)$$

$$(ABC) \parallel (A_1B_1C_1)$$

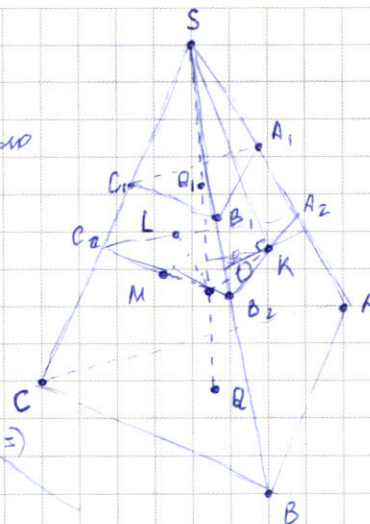
$$\Rightarrow OQ \perp (ABC), OQ \perp (A_1B_1C_1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow H = h + OQ = h + 2R \Rightarrow 4h = h + 2R \Rightarrow h = \frac{2}{3}R$$

$$\sin \angle KSO = \frac{OK}{SO} = \frac{R}{h+R} = \frac{R}{\frac{2}{3}R + R} = \frac{R}{\frac{5}{3}R} = \frac{3}{5} \Rightarrow \angle KSO = \arcsin \frac{3}{5}, \text{ так } OK \perp (SAB) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle KSO = \arcsin 0,6$$

$$\begin{aligned} 4) OK \perp (SAB) \\ OQ \perp (SAC) \\ OM \perp (SBC) \end{aligned} \Rightarrow \text{Очевидно что сечение } (KLM) \text{ треугольник}$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

4) ~~OK ⊥ SAB~~ $OK ⊥ (SAB)$

$OL ⊥ (SAC)$

$OM ⊥ (SBC)$

3) Нетрудно доказать, что $(KML) || (ABC) ⇒$ Сечение ^{пирамиды} $γ$ —

плоскостью ~~γ~~ $(KML) ∼ Δ_{222} ∼ Δ_{ABC} ∼ Δ_{A_1B_1C_1} ⇒ \frac{S_{ABC_{222}}}{S_{ABC_1}} = \left(\frac{h_2}{h}\right)^2, 2go$

h_2 — высота пирамиды $SABC_{222}$

Пусть ~~$Q_2 ∈ SO$ и $Q_2 ∈ SAB$~~ $Q_2 ∈ SO ∩ (ABC_{222}) = Q_2$ ~~и $Q_2 ∈ SQ ⊥ (ABC_{222})$~~

Рассмотрим $ΔSOK$:

$∠SKO = 90°$

KQ — высота $ΔSKO ⇒ SQ ⊥ SK$

$⇒ \frac{SQ_2}{SK} = \frac{KQ_2O}{SKO} ⇒ ∠Q_2KO = ∠KSO ⇒ OQ_2 =$
 $= OK \cdot \sin ∠OKQ_2 = OK \cdot \sin ∠KSO = 0,6R ⇒$

$h_2 = SQ_2 = SO - OQ_2 = h + R - 0,6R = 0,4R + h = \frac{2}{5}R + \frac{2}{3}R = \frac{16}{15}R ⇒$

$⇒ \frac{S_{ABC_{222}}}{S_{ABC_1}} = \left(\frac{h_2}{h}\right)^2 = \left(\frac{\frac{16}{15}R}{\frac{8}{3}R}\right)^2 = \frac{64}{25} ⇒ S_{ABC_{222}} = \frac{64}{25}$

Ответ: $∠KSO = \arcsin 0,6$; $S_{сечения} = \frac{64}{25}$

и 2

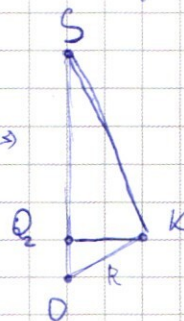
$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$

$-2 \sin 7x \cdot \sin 2x + \sqrt{2} \sin^2 2x - \sqrt{2} \cos^2 2x + 2 \sin 7x \cdot \cos 2x = 0$

$(2 \sin 7x - \sqrt{2} \sin 2x - \sqrt{2} \cos 2x)(\cos 2x - \sin 2x) = 0$

$(2 \sin 7x - 2 \sin(2x + \frac{\pi}{4}))(\cos 2x - \sin 2x) = 0$

$4 \sin(5x + \frac{\pi}{4}) \cdot \cos(9x + \frac{\pi}{4})(\cos 2x - \sin 2x) = 0$

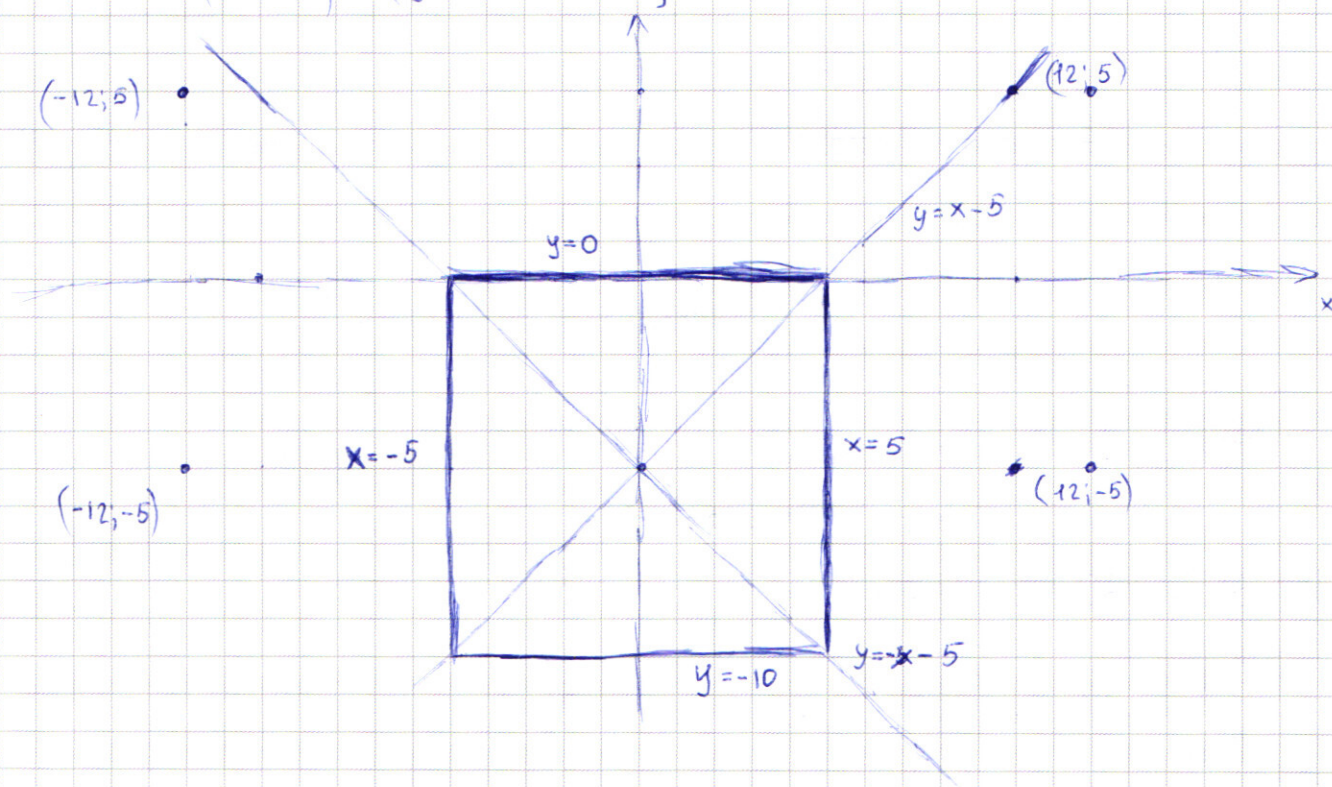


$$\begin{cases} \sin 5x - \frac{\pi}{4} = 0 \\ \cos 9x + \frac{\pi}{4} = 0 \\ \operatorname{tg} 2x = 1 \end{cases} \begin{cases} 5x - \frac{\pi}{4} = \pi k, k \in \mathbb{Z} \\ 9x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \\ 2x = \frac{\pi}{4} + \pi m, m \in \mathbb{Z} \end{cases} \begin{cases} x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi k}{5}, k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{36} + \frac{\pi n}{9}, n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi m}{2}, m \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Объедини: $\frac{\pi}{20} + \frac{\pi k}{5}; \frac{\pi}{36} + \frac{\pi n}{9}; \frac{\pi}{8} + \frac{\pi m}{2}; k, n, m \in \mathbb{Z}$

№ 5

$$\begin{cases} |x+y+5| + |y-x+5| = 10 & \text{I} \\ (|x|-1)^2 + (|y|-5)^2 = 0 & \text{II} \end{cases}$$



Для начала изображения I уравнение ~~уравнение~~, раскрыв модули:

$$\begin{cases} y \geq -x-5 \\ y \geq x-5 \\ y = 0 \\ y \geq -5-x \\ y \leq x-5 \\ x = 5 \\ y \leq -5-x \\ y \leq x-5 \\ y = -10 \\ y \leq -5-x \\ y \geq x-5 \\ x = -5 \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Раскрыв модуль интерпретируем, полученную информацию на график.

II уравнение - это уравнение 4 окружностей с центрами в $(12; 5); (-12; 5); (12; -5); (-12; -5)$ и радиусами $\sqrt{\alpha}$

Нам нужно только 2 решения $\Rightarrow$ либо какие-то 2 окружности касаются ~~графика I~~, либо одна окружность пересекает график I

Но как "стенки" графика I симметричны относительно

Но как "противоположные стенки" графика I симметричны относительно OY , а центры окружностей $(12; 5), (-12; 5)$ и $(12; -5), (-12; -5)$ симметричны относительно OY , то если одна окружность пересекает график I, то как минимум еще одна делает это тоже $\Rightarrow$ Второй случай нам не подходит

Нетрудно найти что окружности $(12; 5)$ и $(-12; 5)$ касаются ~~графика I~~ при $\sqrt{\alpha} = \sqrt{12^2 + 5^2} = \sqrt{169}$, а окружности с центрами $(12; -5)$ и $(-12; -5)$ при $\sqrt{\alpha} = 13 \Rightarrow$

($13 < \sqrt{169}$)

Если первая пара касается графика I то вторая пара его пересекает

$$\Rightarrow \sqrt{\alpha} = 13 \Rightarrow \alpha = 169$$

Ответ: $\alpha = 169$

$$3 \quad \begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(\frac{y}{x})} \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \\ x^{-2\ln x} = y^{\ln y} \cdot y^{3\ln x} \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x, y > 0 \\ e^{-2\ln^2 x} = e^{\ln^2 y - 3\ln x} \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x, y > 0 \\ -2\ln^2 x = \ln^2 y - 3\ln x \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y \end{cases}$$

$$\begin{cases} y^2 - xy + 2x^2 + 3x - 4y \\ 3\ln x - \ln^2 x = \ln^2 y \end{cases}$$

$$\begin{cases} y^2 - xy + 2x^2 + 3x - 4y \\ x^{3-\ln x} = y^{\ln y} \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$9261 \times 3 = 8087 \cdot 3 = 1029 \cdot 3 \cdot 3 = 343 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$$

Есть 8 3-ссылки поско

$$\frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{2 \cdot 3} = 56$$

$$\frac{21}{21} \cdot \frac{441}{21} = \frac{441}{9261}$$

• • • • •

$$9 \cdot 3$$

$$[3 \cdot 3 \cdot 3]$$

$$\begin{array}{ccccccc} 3 & 3 & 3 & & & & \\ 3 & 3 & & 3 & & & \\ 3 & 3 & & & 3 & & \\ 3 & & 3 & 3 & & & \\ 3 & & & 3 & 3 & & \\ 3 & & & & 3 & 3 & \\ & 3 & & 3 & 3 & & \\ & & 3 & 3 & 3 & & \\ & & & 3 & 3 & 3 & \\ & & & & 3 & 3 & 3 \end{array}$$

$$\frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{2 \cdot 3} = 10 \text{ вариантов}$$

$$10 \cdot 8 \cdot 8$$

$$5 \cdot 4 \cdot 9 \cdot 9 = 20 \cdot 9 \cdot 9$$

$$56 \cdot (10 \cdot 8 \cdot 8 + 20 \cdot 9 \cdot 9) = \text{корр. } 60 \cdot 1 \cdot 1$$

$$2 \cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$$

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{24} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)x \end{cases}$$

$$y > 3 \cdot 2^{24}$$

$$y < 76$$

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{24} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 2)x \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x &= 0 \\ \cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + 2 \sin 2x \cdot \cos 2x &= 0 \end{aligned}$$

$$\sin 7x \cdot \cos 2x$$

$$2 \sin \left(\frac{x}{2} + \frac{y}{2} \right) \cdot \cos \left(\frac{x}{2} - \frac{y}{2} \right)$$

$$\cos 9x = \cos 5x \cdot \cos 4x - \sin 5x \cdot \sin 4x$$

$$\sin 7x \cdot \cos 2x$$

$$\begin{aligned} \cos x \cdot \cos 2x - \sin x \cdot \sin 2x &= \\ \cos(1 - 2\sin^2 x) - 2\cos x \cdot \sin^2 x &= \\ 2\cos^3 x - \cos x - 2\cos x \cdot \sin^2 x &= \end{aligned}$$

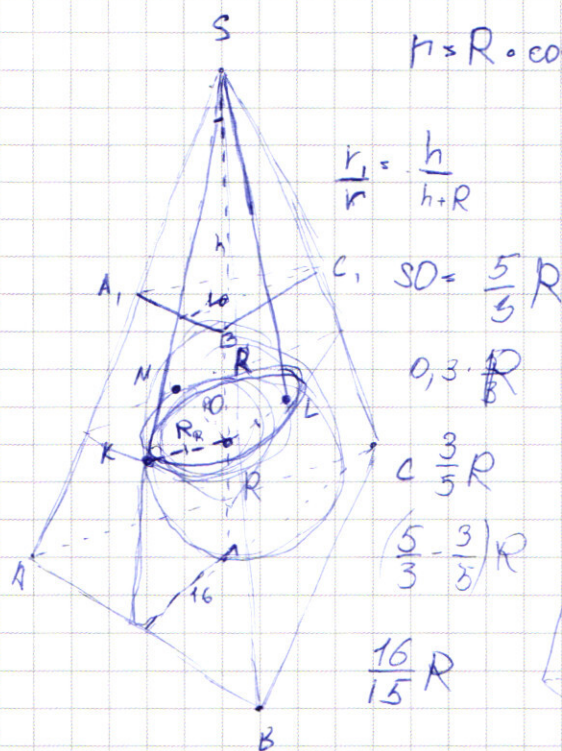
$$2\cos^3 x (\cos^2 x - \sin^2 x) - \cos x$$

$$\cos x (1 - 2\sin^2 x - 2\sin^2 x) = \cos x - 4\sin^4 x \cdot \cos x$$

$$2 \left(\sin \frac{x}{2} \cdot \cos \frac{y}{2} + \cos \frac{x}{2} \cdot \sin \frac{y}{2} \right) \left(\cos \frac{x}{2} \cdot \cos \frac{y}{2} + \sin \frac{x}{2} \cdot \sin \frac{y}{2} \right)$$

$$\begin{aligned} 2 \left(\frac{\sin \frac{x}{2} \cdot \cos \frac{y}{2}}{2} + \frac{\sin \frac{x}{2} \cdot \sin \frac{y}{2}}{2} + \frac{\cos \frac{x}{2} \cdot \cos \frac{y}{2}}{2} + \frac{\cos \frac{x}{2} \cdot \sin \frac{y}{2}}{2} \right) &= \\ \sin x + \sin y &= \end{aligned}$$

$$\frac{56}{3} = 16.8$$



$$h = R \cdot \cos \angle KSO = 0,4R$$

$$\frac{r_1}{r} = \frac{h}{h+R}$$

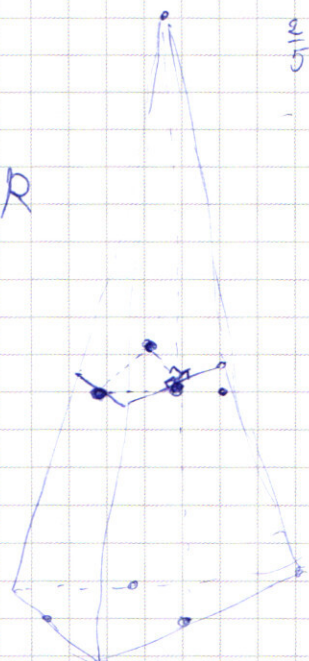
$$SO = \frac{5}{3}R$$

$$0,3 \cdot R$$

$$\frac{3}{5}R$$

$$\left(\frac{5-3}{3-5}\right)R$$

$$\frac{16}{15}R$$



$$\frac{2}{5}$$

$$H = h + 2R$$

$$64(3h) = 3H \cdot 16$$

$$4h = h + 2R$$

$$h = \frac{2}{3}R$$

$$\frac{h}{h+R} = \frac{x}{R}$$

$$H \cdot x = \frac{hR}{h+R} = \frac{\frac{2}{3}R^2}{\frac{5}{3}R} = \frac{2}{5}R$$

$$\frac{16}{15}R$$

$$\frac{2}{3}R$$

$$\frac{K}{h} = \frac{16R}{15R} = k$$

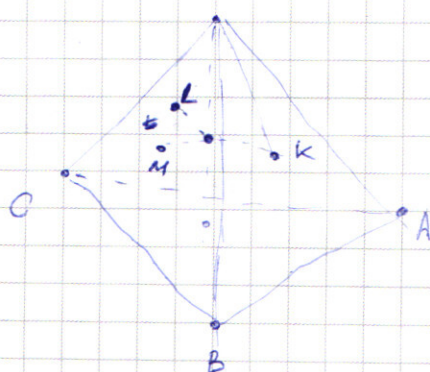
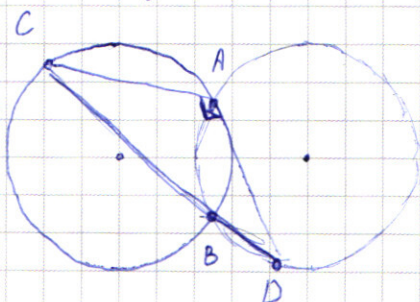
$$\frac{4}{8} = \frac{5}{8} = k$$

$$\frac{\frac{2}{5}R \cdot P_{A,B,C}}{2} = 1$$

$$\frac{25}{4} = 6,25$$

$$\frac{\frac{4}{5}R \cdot P_{A_1B_1C_1}}{2} = R \cdot \frac{5}{2}A$$

$$\frac{64}{25} \cdot 1 = \frac{64}{25} - \text{площадь сечения}$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

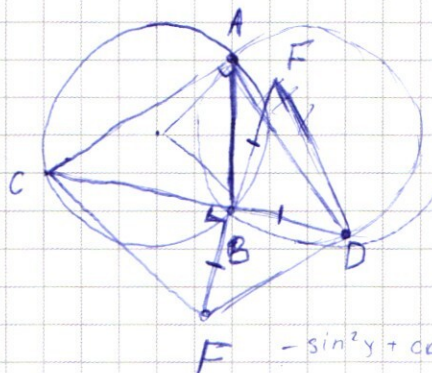
$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(x/x^7)} \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0 \end{cases}$$

$$(y^2 - 2)^2 - 2(x - 2)^2 - xy = 0$$

$$y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0$$

$$y^2 - 4y$$

$$-2x^2 + 8x$$



$$F = -\sin^2 y + \cos^2 x - \sin^2 y$$

$$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$$

$$\cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y$$

$$\cos^2 x - \cos^2 y - \sin^2 x \cdot \sin^2 y$$

$$\cos^2 x + \cos^2 y - \sin^2 y + \sin^2 x \cdot \sin^2 y$$

$$\cos^2 x - \sin^2 y$$

$$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x \quad \frac{\cos 2x + 1}{2} - \frac{1 - \cos 2y}{2}$$

$$\cos x + \cos y =$$

$$= 2 \cos \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2}$$

$$2 \left(\cos x \right.$$

$$\sin^2 \frac{x}{2} + \cos^2 \frac{y}{2} - \cos^2 \frac{x}{2} + \sin^2 \frac{y}{2}$$

$$\cos^2 y - \cos^2 x$$

$$\cos^2 \frac{y}{2} - \cos^2 \frac{x}{2}$$

$$-2 \sin^2 x \cdot \sin^2 y - \sqrt{2} \cos 4x + 2 \cos 2x + \cos 2y$$

$$\frac{1 + \cos y}{2} - \frac{1 + \cos x}{2}$$

$$\sqrt{2} \sin^2 x - \sqrt{2} \cos^2 x$$

$$\cos = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cdot \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\sqrt{2} \sin^2 x$$

$$2$$

$$-2 \sin^2 x \cdot \cos^2 y = -2 \left(\sin^2 \frac{x}{2} \cdot \cos^2 \frac{y}{2} + \sin^2 \frac{x}{2} \cdot \cos^2 \frac{y}{2} \right)$$

$$\sin^2 \frac{x}{2} \cdot \cos^2 \frac{y}{2} - \sin^2 \frac{y}{2} \cdot \cos^2 \frac{x}{2}$$

$$(2 \sin 7x - \sqrt{2} \sin 2x - \sqrt{2} \cos 2x) = 0$$

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln y} \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0 \end{cases}$$

$$\sin 7x = \sin 5x \cdot \cos 2x$$

$$x^{-2 \ln x} \cdot y^{-\ln y} = y^{\ln y} \cdot y^{-3 \ln x}$$

$$2 \sin 5x \cdot \cos 2x + 2 \cos 5x \cdot \sin 2x$$

$$(2 \sin 5x - \sqrt{2}) \cos 2x + (2 \cos 5x - \sqrt{2}) \sin 2x = 0$$

$$\sin 5x = \sin 2x \cdot \cos 3x + \sin 3x \cdot \cos 2x$$

$$x^{-2 \ln x} = y^{\ln y} \cdot y^{-3 \ln x}$$

$$\cos 3x =$$

$$\cos 5x = \cos 2x$$

$$\begin{cases} |x+y+5| + |y-x+5| = 10 \\ (x-12)^2 + (y-5)^2 = x \end{cases}$$

$$\cos 2x - \sin 2x = 0$$

$$\cos 2x = \sin 2x \quad | : \sin 2x$$

$$|x+y+5| + |y-x+5| = 10$$

$$\cot 2x = 1$$

$$\begin{cases} x+y+5 > 0 & -2 \ln^2 x = \ln^2 y - 3 \ln x \\ y-x+5 = 0 \end{cases}$$

$$2x = \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

$$(x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln y - 3 \ln x} \\ \ln y = \sqrt{3 \ln x - 2 \ln^2 x}$$

$$e^{-2 \ln^2 x + 3 \ln x} \ln y \\ \ln^2 x (\ln x - 1.5) = \ln^2 y$$

$$2 \sin 7x - \sqrt{2} \sin 2x - \sqrt{2} \cos 2x = 0$$

$$2 \sin 2x \cdot \cos 2x \cdot \cos 3x + 2 \sin 2x \cdot \cos^2 2x + 2 \cos 3x \cdot \sin 2x \cdot \cos 2x -$$

$$\cos 5x = -2 \sin 3x \cdot \sin 2x$$

$$x^{\ln x} = y^{\ln \frac{y}{x^3}}$$

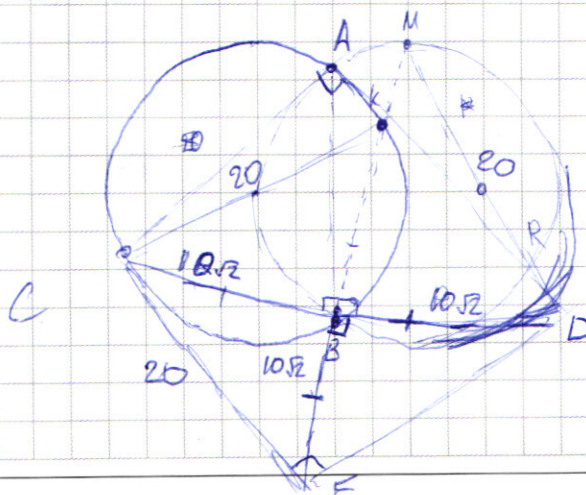
$$2 \sin 3x \cdot \sin 4x + 2 \cos 3x \cdot \sin 4x$$

$$2 \sin 4x (\sin 3x + \cos 3x)$$

$$BM^2 + BD^2 = 400$$

$$BK^2 + BC^2 = 400$$

$$2 \sin 7x - 2 \sin 2x$$



$$x^{\ln x - 3} = y^{\ln y}$$