

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 7

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в рабс
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 9261. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$.

$$\sin x + \sin y = \frac{1}{2} \sin 2x \quad \cos x + \cos y = \frac{1}{2} \cos 2x$$

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^7)}, \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 16.

✓

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 5| + |y - x + 5| = 10, \\ (|x| - 12)^2 + (|y| - 5)^2 = a \end{cases} \quad \checkmark$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 10 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .

б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 12$. Найдите площадь треугольника ACF .

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{aligned} & \begin{array}{c} 333 \\ 3108 \end{array} \quad \begin{array}{c} 777 \\ 3105 \end{array} \quad (11) \\ & \frac{8!}{3! \cdot 5!} + \frac{8!}{3! \cdot 5!} \\ & \frac{6 \cdot 7 \cdot 8}{1 \cdot 2} + \frac{6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 3} = \\ & = \frac{2 \cdot 7 \cdot 2}{1} = 112 \end{aligned}$$

$$\frac{8!}{3! \cdot 5!} \cdot \frac{8!}{3! \cdot 5!}$$

$$\begin{aligned} & \frac{8!}{3! \cdot 5!} \cdot \frac{5!}{3! \cdot 2!} = \\ & = \frac{6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 4 \cdot 5}{2 \cdot 3 \cdot 2} = 2 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 5 = 10 \cdot 56 = 560 \end{aligned}$$

$$1, 3, 7, 7, 7, 1, 1, 1$$

$$\frac{8!}{3! \cdot 5!} \cdot \frac{5!}{3! \cdot 2!} \cdot 2$$

$$\frac{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 2}{2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2} = 2 \cdot 56 = 504$$

$$\frac{6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 3} \cdot \frac{4 \cdot 5}{2}$$

$$\frac{6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 3} \cdot \frac{4 \cdot 5}{2} = 1120$$

$$\begin{aligned} & \begin{array}{c} 11 \\ 2108 \end{array} \quad \begin{array}{c} 333 \\ 3108 \end{array} \quad \begin{array}{c} 777 \\ 3105 \end{array} \\ & \frac{8!}{2! \cdot 6!} + \frac{6!}{3! \cdot 3!} = \end{aligned}$$

$$= \frac{2 \cdot 8}{2} + \frac{4 \cdot 5 \cdot 6}{2 \cdot 3} =$$

$$= 20 + 40 = 60$$

$$\frac{8!}{2! \cdot 6!} \cdot \frac{6!}{3! \cdot 3!} =$$

$$= \frac{2 \cdot 8 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 2}{2 \cdot 3} = 560$$

$$\frac{2!}{1! \cdot 1!} = 2$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2

$$\cos 2x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 2x + \sin 5x = 0$$

$$-2 \sin 2x \sin 2x + 2 \sin 2x \cos 2x - \sqrt{2} (\cos^2 2x - \sin^2 2x) = 0$$

$$2 \sin 2x (\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x) (\cos 2x + \sin 2x) = 0$$

$$(\cos 2x - \sin 2x) (2 \sin 2x - \sqrt{2} \cos 2x - \sqrt{2} \sin 2x) = 0$$

$$\cos 2x = \sin 2x$$

$$\operatorname{tg} 2x = 1$$

$$2x = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}$$

$$\sin 2x = \sqrt{2} \cos 2x - \sqrt{2} \sin 2x$$

$$\sqrt{2} \sin 2x = \cos 2x - \sin 2x : \sqrt{2}$$

$$\sin 2x = \frac{1}{\sqrt{2}} \cos 2x - \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 2x$$

$$\sin(2x - \frac{\pi}{4}) = \sin 2x$$

$$2x - \frac{\pi}{4} = 2x + 2\pi k \quad \text{или} \quad 2x - \frac{\pi}{4} = \pi - 2x + 2\pi m$$

$$5x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi k$$

$$x = -\frac{\pi}{20} + \frac{2\pi k}{5}, k \in \mathbb{Z}$$

$$2x - \frac{\pi}{4} = \pi - 2x + 2\pi m$$

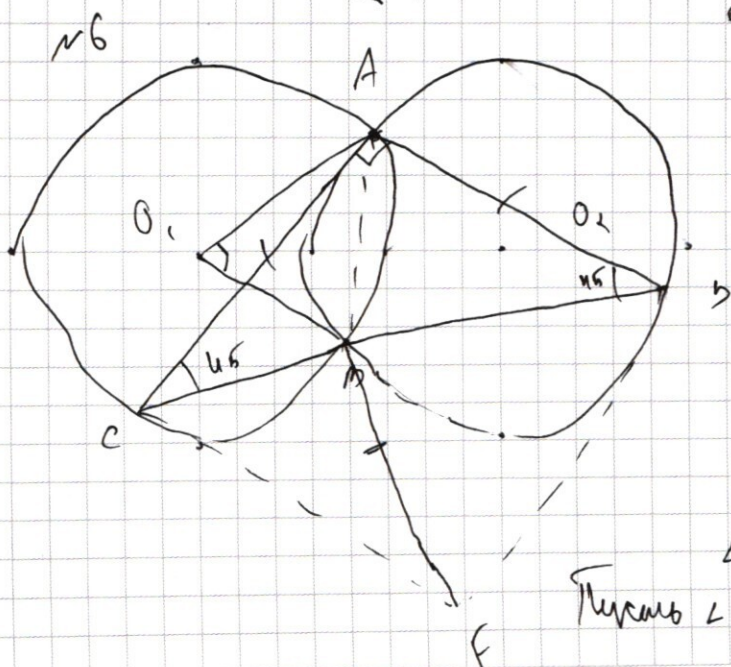
$$4x = \frac{5\pi}{4} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{5\pi}{16} + \frac{\pi m}{2}, m \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}$

$$x = -\frac{\pi}{20} + \frac{2\pi k}{5}, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{5\pi}{16} + \frac{\pi m}{2}, m \in \mathbb{Z}.$$



№6

№7 (F=?)

BF = BD

$\angle CAD = 90^\circ$

$R_1 = R_2 = 10$

$\angle A$ — вписанный, опирается на AB

$\angle ADB$ — вписанный, опирается на AB

т.к. $R_1 = R_2$, то $\angle ACD = \angle ABC$

т.к. $\triangle CAD$ — прямоугольный, то $\angle ACD = 45^\circ$

и $AC = AD$

$\angle ACB$ — вписанный $\angle ACB = 45^\circ$

$\angle AOB$ — центральный $= 2 \angle ACB$

$\angle AOB = 90^\circ \Rightarrow AB = R\sqrt{2} = 10\sqrt{2}$

Пусть $\angle CAM = x \Rightarrow \angle OAB = 90^\circ$

$\triangle ABC$ $BM \perp AC$ $2h = \frac{CB}{\sin A}$ $\triangle ABM$ $2R = \frac{AB}{\sin(90^\circ - A)}$
 $\sin A = \frac{CB}{2h}$ $\cos A = \frac{AB}{2R}$
 $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$

$$\frac{CB^2 + AB^2}{4h^2} = 1$$

$$4h^2 = CB^2 + AB^2$$

$$\sqrt{CB^2 + AB^2} = 2h = 20$$

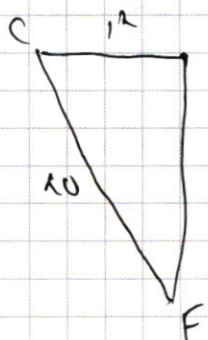
$\triangle CF$ (в $\triangle CF$ - прямоугольный)

$$CF^2 = CB^2 - BM^2 = CB^2 + BF^2$$

$$CF^2 = 4h^2$$

$$CF = 2h$$

$$CF = 2R = 20$$



в $\triangle BCF$

$$BF = \sqrt{400 - 144}$$

$$BF = \sqrt{256}$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot \sqrt{256} = 6\sqrt{256} = 6 \cdot 16 = 96$$

в $\triangle BCF$

$$BF = \sqrt{400 - 144} = \sqrt{256}$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot \sqrt{256} = 6\sqrt{256}$$

Ответ: $CF = 20$

$$S = 6\sqrt{256}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ 400 \\ - 144 \\ \hline 256 \end{array} = 16 \cdot 16 = 256$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Площади оснований относятся, как $k^2 \Rightarrow$
 $\Rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{abc}} = \frac{1}{16} = k^2 \Rightarrow k = \frac{1}{4}$.

Кроме того высоты относятся как k
 (параллельно)

$$\frac{SH_1}{SH_1 + h_1} = k, \text{ где } h_1, h_2 = 2r$$

$$\frac{SH_1}{2r + SH_1} = \frac{1}{4}$$

$$4SH_1 = 2r + SH_1$$

$$SH_1 = \frac{2}{3}r$$

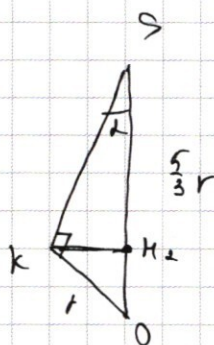
• В прямоугольном $\triangle SKO$ ($\angle K = 90^\circ$)

$$KO = r$$

$$SO = SH_1 + r = \frac{5}{3}r \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sin \angle KSO = \frac{3r}{5r} = \frac{3}{5} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle KSO = \arcsin \frac{3}{5}$$



В этом же $\triangle SKO$ SH_2 — высота прилежащая $\angle K$ к SO соединяющая K с SO . Найдем высоту. $\angle 2 = \angle KSO$
 $\sin \angle 2 = \frac{3}{5} \quad \cos \angle 2 = \frac{4}{5}$

• В $\triangle KSO$ $\cos \angle 2 = \frac{KS}{SO}$

$$\cos \angle 2 = \frac{KS}{\frac{5}{3}r} \Rightarrow \frac{4}{5} = \frac{3}{5} \frac{KS}{r}$$

$$KS = \frac{4}{3}r$$

• Тогда $KS \cdot SH_2 = KS \cdot KH_2$

$$KH_2 = \frac{4}{3}r \cdot \frac{3}{5} = \frac{4}{5}r$$

$$SH_2 = KS \cdot \cos \angle 2 = \frac{4}{3}r \cdot \frac{4}{5} = \frac{16}{15}r$$

• П.к. пирамиды подобны, то

$$\frac{S_{ABC}}{S_{abm}} = \left(\frac{SH_1}{SH_2} \right)^2$$

$$\frac{S_{ABC}}{S_{abm}} = \left(\frac{\frac{2}{3}r \cdot 15}{\frac{16}{15}r} \right)^2 = \left(\frac{5}{8} \right)^2$$

$$S_{abm} = \frac{64}{25} S_{ABC} = 2,56$$

Ответ: $\angle KSO = \arcsin \frac{3}{5}$;
 $S_{abm} = 2,56$.

нб

$$\begin{cases} |x+y+5| + |y-x+5| = 10 \\ (|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = 9 \end{cases}$$

• Второе уравнение на координатной плоскости представляет из себя 4 окружности, которые "лежат" каждая в своей четверти координатных по центрам $(12; 5)$ $(12; -5)$ $(-12; 5)$ $(-12; -5)$ соответственно име радиус $-\sqrt{9}$.

• Рассмотрим график первого уравнения:

1) оба модуля раскрыты с "+" $\Rightarrow$

$$\begin{cases} x+y+5 \geq 0 \\ y-x+5 \geq 0 \\ x+y+5+y-x+5=10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y \geq -x-5 \\ y \geq x-5 \\ y=0 \end{cases}$$

2) I мод - "+" II мод - "-"

$$\begin{cases} x+y+5 \geq 0 \\ y-x+5 < 0 \\ x+y+5-y+x-5=10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y \geq -x-5 \\ y < x-5 \\ x=5 \end{cases}$$

3) I мод - "-" II мод - "+"

$$\begin{cases} x+y+5 < 0 \\ y-x+5 \geq 0 \\ -x-y-5+y+x+5=10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y < -x-5 \\ y \geq x-5 \\ x=-5 \end{cases}$$

~~и~~ $x=-5$

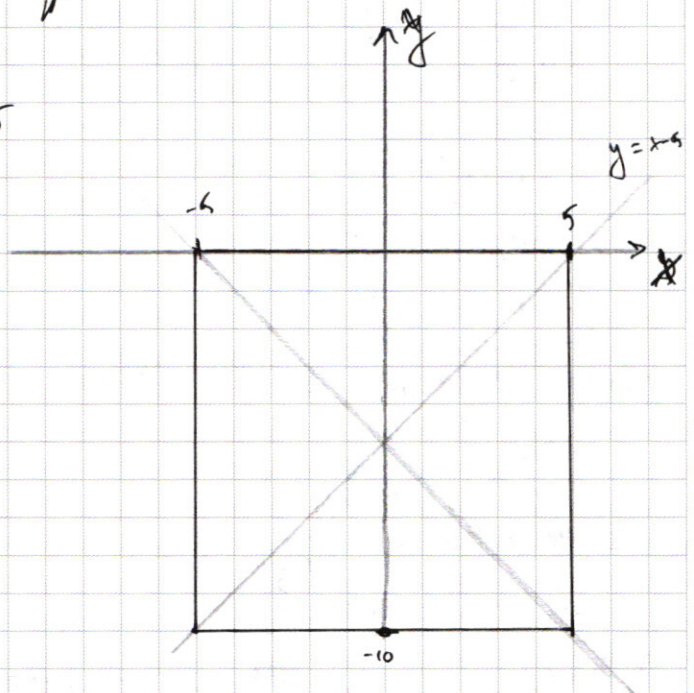
4) оба мод с "-"

$$\begin{cases} x+y+5 < 0 \\ y-x+5 < 0 \\ -x-y-5-y+x-5=10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y < -x-5 \\ y < x-5 \\ y=-10 \end{cases}$$

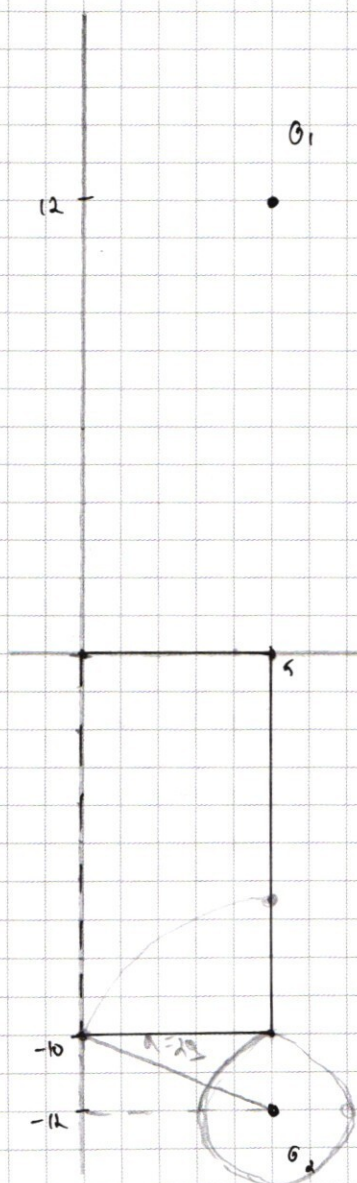
Нарисуем одну картинку на

Смодуль

Математика.



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



- Будем рассматривать $x > 0$ и искать a , при котором будет одно решение, т.к. ~~все~~ „сарава“ все симметрично.
- При увеличении a , радиусы окр. увеличиваются
- 1 решение будет, когда радиус окр. O_2 станет равным 2 ~~но радиус равен 2~~
 $\sqrt{a} = 2$ $a = 4$
- 2-го решения будет 2 до $\sqrt{a} = \sqrt{2^2 + 5^2}$ включительно
при $a = 29$ будет 2 решения
до $\sqrt{a} = \sqrt{12^2} = 12$ — 1 решение
• при $\sqrt{a} = 12$ 2 окр. O_1 и O_2 будут tangent, но все равно будет одно решение.
• решение также будет до $\sqrt{a} = \sqrt{13}$, но оно нам не подходит, т.к. у нас есть эти решения совпадают

Итого 2 решения системы при
 $a = \{4\} \cup (29; 169)$.

Ответ: $a = \{4\} \cup (29; 169)$.

$$(1) \quad |x^2 y^4|^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^2)} \quad (1)$$

$$y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0 \quad (2)$$

$$(2) \quad y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0$$

$$-2x^2 + 8x - 2xy = -y^2 + 4y - xy$$

$$2(x^2 - 4x + 2y) = y^2 - 4y + xy$$

$$x + y + 4 = 0$$

$$2x = y$$

$$\frac{1}{x^{2\ln x} y^{4\ln x}} = \frac{y^{\ln y}}{y^{\ln x}}$$

$$y = x^{2\ln x} y^{4\ln x + \ln y}$$

$$3\ln x - \ln y = 2\ln x$$

$$\begin{aligned} y^a &= x^b \\ (3\ln x - \ln y) \ln y &= 2\ln x \ln x^a \\ (3a - b)b &= 2a^2 \end{aligned}$$

$$1a^2 - 3ab + b^2 = 0$$

$$D = 9b^2 - 4b^2 = b^2$$

$$\sqrt{D} = b$$

$$a = \frac{3b \pm b}{4} = b, \frac{b}{2}$$

$$\ln x = \ln y$$

$$\ln x = \frac{\ln y}{2}$$

$$x + y + 4 = 0$$

$$\ln y > 0$$

$$\ln x = \ln y$$

$$\ln x = \ln x$$

$$x = 2x$$

$$x = 0$$

$$\ln x = \frac{3\ln y + 1\ln y}{4}$$

$$\ln x = \frac{\ln y}{2}$$

$$2\ln x = \ln y$$

$$\ln x^2 = \ln y$$

$$x^2 - 2x = 0$$

$$x = 0 \quad x = 2$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$2x(x-y+4) = y(y-x+4)$$

$$(x+y-4)(2x-y) = 0$$

$$x+y-4=0$$

$$2x-y=0$$

$$(1) \frac{1}{x^{2\ln x} \cdot y^{\ln y}} = \frac{\ln y}{y^{\ln y}}$$

$$x > 0$$

$$y > 0$$

$$y^{2\ln x} = y^{\ln x \ln y} \cdot x^{2\ln x}$$

$$y^{2\ln x - \ln y} = x^{2\ln x} \quad \ln$$

$$(3\ln x - \ln y) \ln y = 2\ln x \ln x$$

$$\text{поскольку } \ln x = a, \ln y = b$$

$$(3a - b)b = 2a^2$$

$$2a^2 - 3ab + b^2 = 0$$

$$D = 9b^2 - 8b^2 = b^2$$

$$a = \frac{3b \pm b}{4}$$

$$\ln x = \frac{\ln y}{2} \quad \text{или} \quad \ln x = \ln y$$

$$1) \ln x = \frac{\ln y}{2}$$

$$y = 2x$$

$$2\ln x = \ln 2x$$

$$x^2 = 2x$$

$$x = 2 \quad x = 0 \text{ не подходит}$$

$$y = 4$$

$$2) \ln x = \frac{\ln y}{2}$$

$$x+y-4=0$$

$$y = 4-x$$

$$2\ln x = \ln(4-x)$$

$$x^2 = -x+4$$

$$x^2+x-4=0$$

$$D = 17$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$y = \frac{9 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$3) \ln x = \ln y$$

$$y = 2x$$

$$\ln x = \ln 2x$$

$$x = 2x$$

$$-x = 0$$

$$x = 0$$

$$\text{не подходит}$$

$$4) \ln x = \ln y$$

$$x+y-4=0$$

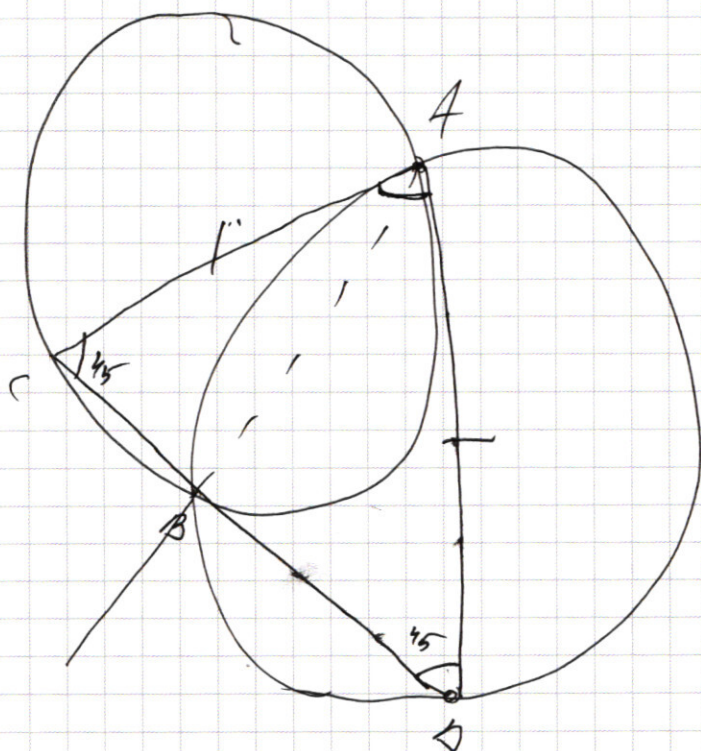
$$\ln x = \ln(4-x)$$

$$x = 4-x$$

$$x = 2$$

$$y = 2$$

$$\text{Ответ: } (2; 4), \left(\frac{-1+\sqrt{17}}{2}, \frac{9-\sqrt{17}}{2} \right), \left(\frac{-1-\sqrt{17}}{2}, \frac{9+\sqrt{17}}{2} \right), (2; 2).$$



$$\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} = -2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sin \frac{45-30}{2}$$

$$\frac{1-\sqrt{3}}{2} = -\sqrt{2} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{2} \right)$$

$$\begin{aligned} \cos 4x &= \cos^2 2x - \sin^2 2x = \\ &= 2\cos^2 2x - 1 = \\ &= 1 - 2\sin^2 2x \end{aligned}$$

$$-2 \sin 2x \sin 2x + 2 \sin 2x \cos 2x - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

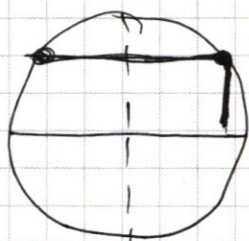
$$-2 \sin 2x \sin 2x + \sqrt{2} \sin^2 2x + 2 \sin 2x \cos 2x - \sqrt{2} \cos^2 2x = 0$$

$$\sqrt{2} \sin 2x (-\sqrt{2} \sin 2x + \sin 2x) + \sqrt{2} \cos 2x (\sqrt{2} \sin 2x - \cos 2x) = 0$$

$$\sin 2x (\sin 2x - \sqrt{2} \sin 2x) - \cos 2x (\cos 2x - \sqrt{2} \sin 2x) = 0$$

$$\sqrt{2} \sin^2 2x - \sqrt{2} \cos^2 2x + 2 \sin 2x \cos 2x$$

$$2 \sin 2x (\cos 2x - \sin 2x) + \sqrt{2} (\sin^2 2x - \cos^2 2x) = 0$$



$$\frac{5\pi}{18} - \frac{\pi}{4} =$$

$$= \frac{10\pi}{36} - \frac{9\pi}{36} = \frac{\pi}{36}$$

$$\frac{-2}{10} - \frac{5}{20} = -\frac{7}{20}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{array}{r} 9261 \overline{) 3} \\ \underline{1852} \\ 14 \\ \underline{21} \end{array}$$

$$9261 = 3 \cdot 3087$$

$$9261 = 3 \cdot 3 \cdot 1047$$

$$9261 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 343$$

$$9261 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$$

$$\begin{array}{l} 9261 \\ 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 14 6 \\ \times 3 4 3 2 \\ \hline 2 7 3 0 \\ 1 4 3 6 0 \\ 4 2 9 8 2 0 \\ \hline 4 2 9 8 2 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3087 \overline{) 3} \\ \underline{1029} \\ 9 2 6 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 343 \overline{) 7} \\ \underline{28} \\ 63 \end{array}$$

$$1) 9, 3, 7, 7, 7, 1, 1, 1$$

$$2) 3, 3, 3, 7, 7, 7, 1, 1$$

$$3) \frac{8!}{0! \cdot 3!} = \frac{6! \cdot 2! \cdot 6}{2! \cdot 3!} = \dots$$

$$\square \square \square \square \square \square \square \square$$

$$8 \cdot 7.$$

$$\cos x + \cos y = \frac{1}{2} \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\frac{\sqrt{3}+1}{2} = \frac{1}{2} \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{1+\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sin 15$$

$$\frac{1+\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2} \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sin(60-45)$$

$$\frac{1+\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{4} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2} \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$$

$$\frac{1+\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{4} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{4} \right)$$

$$\frac{1+\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{4} \left(\frac{\sqrt{3}-1}{2} \right)$$

$$\cos 2x - \cos 2x$$

$$\frac{a+b}{x}$$

$$-2 \sin 2x \sin 2x \cdot \sqrt{2} \cos 2x + 2 \sin 2x \cos 2x = 0$$

$$\sin 2x (2 \cos 2x - 2 \sin 2x) - \sqrt{2} \cos 2x = 0$$

$$\ln x = \ln(u-x)$$

$$x^2 = u-x$$

$$x^2 + x - u = 0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+4u}}{2}$$

$$D = \sqrt{1+4u}$$

$$x+y+5-y+x-5=10 \quad y-x+5=0$$

$$x=5 \quad y=x-5$$

$$x+y+5-y-x+5=10$$

$$y=0$$

$$x+y+5 \geq 0$$

$$y \geq -x-5$$

$$y-x+5 \geq 0$$

$$y \leq x-5$$

$$-x-y-5-y+x-5=10$$

$$-2y=20$$

$$y=-10$$

$$x+y+5 \geq 0$$

$$y \geq -x-5$$

$$a=12$$

$$a=13$$

$$a=13$$

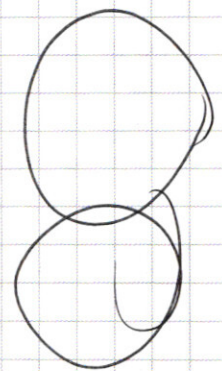
$$y=x-5$$

$$\begin{array}{r} x \ 13 \\ 15 \\ \hline 39 \\ 13 \\ \hline 169 \\ 25 \\ \hline 194 \end{array}$$

$$a=12$$

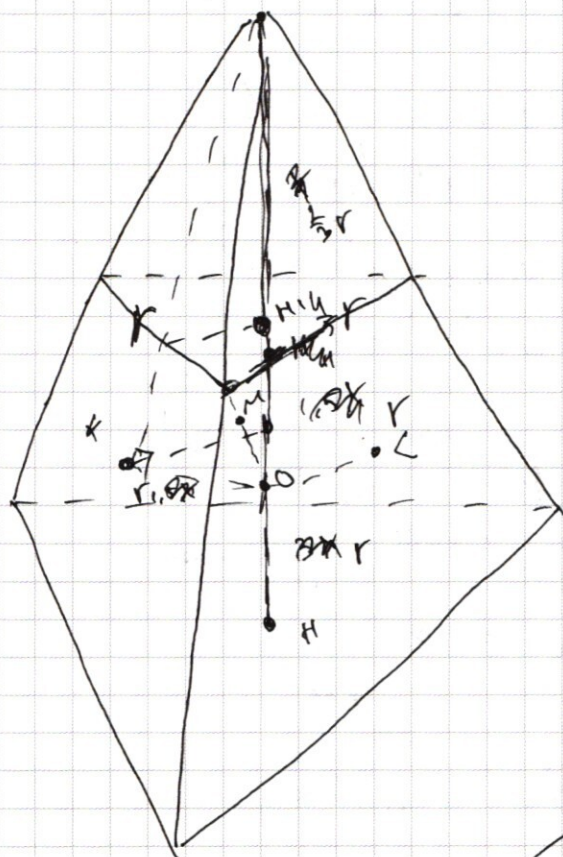
$$2 \sqrt{28} \sqrt{12} [12, 13]$$

$$a=12$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{x \cdot 64}{256} \Rightarrow$$



$$k = 4$$

$$\frac{x}{x+2r} = \frac{1}{4}$$

$$4x = x + 2r$$

$$x = \frac{2}{3}r$$

$$2R = 2X$$

$$\sin \alpha = \frac{1,5x}{2,5x} = \frac{3}{5}$$

$$\cos \alpha = \frac{4}{5}$$

$$\frac{5}{3}r \cdot \frac{3}{5} = r$$

$$\frac{x}{\sin \alpha} = 20$$

$$\frac{x}{\cos \alpha} = 20$$

$$\frac{2,5x}{2,5x} = \frac{1}{x}$$

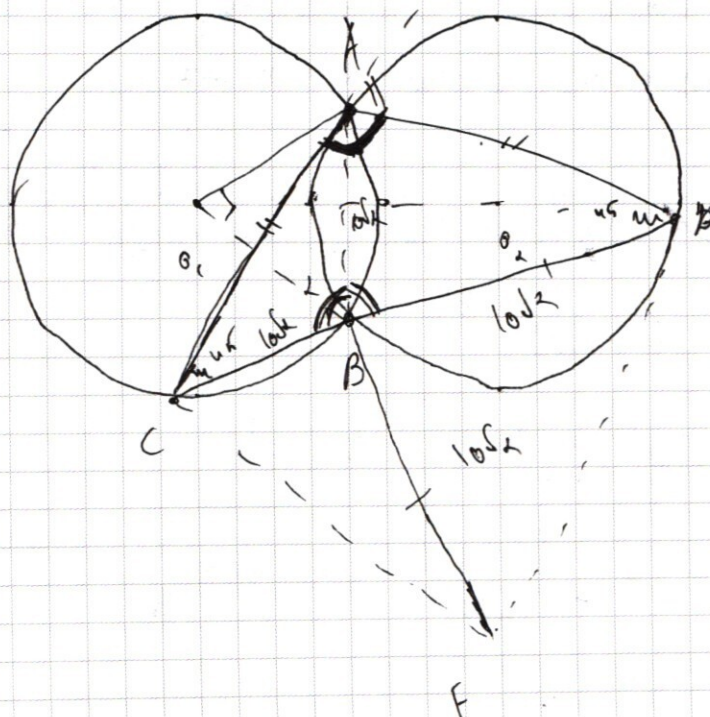
$$x = \frac{9 \cdot 4}{25} = \frac{36}{25}$$

$$CA^2 = CD \cdot CB$$

$$AD^2 = CD \cdot DB$$

$$y = 276 + 2x \cdot 2x$$

$$R^2 \ln 2$$



$$\frac{1}{x^{2\ln x} \cdot y^{\ln x}} = \frac{y^{\ln y}}{x^{2\ln x}}$$

$$\frac{1}{x^{2\ln x}} = \frac{y^{\ln y}}{x^{2\ln x} \cdot y^{\ln x}} = \frac{y^{\ln y + \ln x}}{x^{2\ln x}}$$

$$\ln x^{2\ln x} = \ln y^{\ln y + \ln x}$$

$$2\ln x = (\ln y + \ln x) \ln y$$

$$\sin\left(\frac{x+y}{2}\right) \cos\left(\frac{x-y}{2}\right)$$

$$\frac{1}{x^{2\ln x} \cdot y^{\ln x}} = \frac{y^{\ln y}}{y^{2\ln x}}$$

$$\frac{1}{x^{2\ln x}} = \frac{y^{\ln y}}{y^{2\ln x} \cdot y^{\ln x}} = \frac{y^{\ln y + \ln x}}{y^{2\ln x}}$$

$$\ln x^{2\ln x} = \ln y^{\ln y + \ln x}$$

$$2\ln x = (\ln y + \ln x) \ln y$$

$$2\ln x - \ln y = \ln y$$

$$(2\ln x - \ln y) / \ln y = 2\ln x \ln x$$

$$2\ln^2 x = 2\ln x \ln y - \ln^2 y$$

$$2\ln^2 x = 2\ln x \ln x - \ln^2 x$$

$$\ln(xy) = \ln x + \ln y$$

$$y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0$$

$$-2x^2 - 8x - 4xy = -y^2 + 4y - 4xy$$

$$2(x^2 + 4x + xy) = y^2 + 4y + 4xy$$

$$2x(x + y + 4) = y(y + x + 4)$$

$$x + y + 4 = 0 \quad 2x - y = 0$$

$$y = 2x$$

$$\left(x^2 \cdot \frac{1}{x^4}\right)^{-\ln x} = \left(\frac{1}{x^2}\right)^{-\ln x}$$

$$\left(\frac{1}{\sqrt{16}x}\right)^{-6\ln x} = \left(\frac{1}{2x}\right)^{-6\ln x}$$

$$\sqrt[6]{16x} = 2x$$

$$-\ln \sin 2x \sin 2x - \sqrt{2} \cos 2x + 2 \sin 2x \cos 2x = 0$$

$$-\ln \sin 2x \sin 2x - \sqrt{2} \cos 2x + 2 \sin 2x \cos 2x = 0$$

$$\sin 2x (\sqrt{2} \sin 2x - \ln \sin 2x) + \cos 2x (2 \sin 2x - \sqrt{2}) = 0$$

$$\ln x \ln(16x^6) = (2\ln x - \ln x) / \ln 2x$$

$$\ln x \ln(16x^6) = \ln\left(\frac{2}{x^6}\right) \ln(2x)$$

$$\frac{\ln 16x^6}{\ln\left(\frac{2}{x^6}\right)} = -\frac{\ln(2x)}{\ln(x)}$$

$$\log_{\left(\frac{2}{x^6}\right)} 16x^6 = -\log_x 2x$$