

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 7

ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в р.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 9261. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^7)}, \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 16.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 5| + |y - x + 5| = 10, \\ (|x| - 12)^2 + (|y| - 5)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 10 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 12$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{array}{r} 9267 \overline{) 9} \\ \underline{- 18} \\ 87 \end{array}$$

9. 3-7-7

3 3 3 7 7 ~~7~~ 7 7
9 3 7 7 7 7 7 7

$\frac{4}{8} \times \frac{2}{6} = \frac{8}{48}$
 $\frac{8}{48} = \frac{1}{6}$
 $\frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$
 $\frac{1}{36} \times \frac{1}{36} = \frac{1}{1296}$
 $\frac{1}{1296} \times \frac{1}{1296} = \frac{1}{1679616}$

$$\begin{array}{r} 27 \\ + 27 \\ + 447 \\ \hline 501 \end{array}$$

$$\cos 9\pi - \cos 5\pi - \sqrt{2} \cos 4\pi + \sin 9\pi + \sin 5\pi = 0$$

$$C_3^5 \cdot C_3^8 + C_3^6 \cdot C_2^8 C_1^3$$

$$\frac{5!}{3!2!}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$(xy)^{-\ln x} = y^{\ln(\frac{y}{x})} = y^{\ln y / \ln x}$$

$$y^2 - xy - 2x^2 - 8x - 4y = 0$$

$$y^2 - y(n+4) - 2n^2 - 8n = 0$$

$$D = n^2 + 8n + 16 + 8n^2 + 32n$$

$$9x^2 + 40x + 76$$

$$7600 - 576 =$$

$$= 7024$$

$$(y+a)(y-b)z^2$$

$$\underline{-40 \pm 32}$$

10. 7. 8, 3

$$\begin{array}{r} 56 \\ + 3 \\ \hline 76 \end{array}$$

$$24 = 10 \quad \rightarrow$$

$$24 = -10 <$$

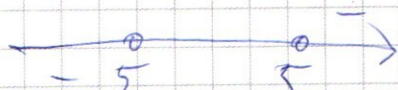
$$2\mu = 0$$

$$\begin{array}{r} 2n - 70 = 70 \\ -2n = 20 \end{array}$$

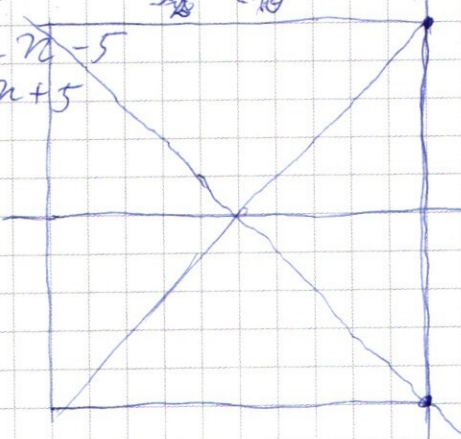
$$\begin{array}{r} -2x = -20 \\ \hline x = -10 \end{array}$$

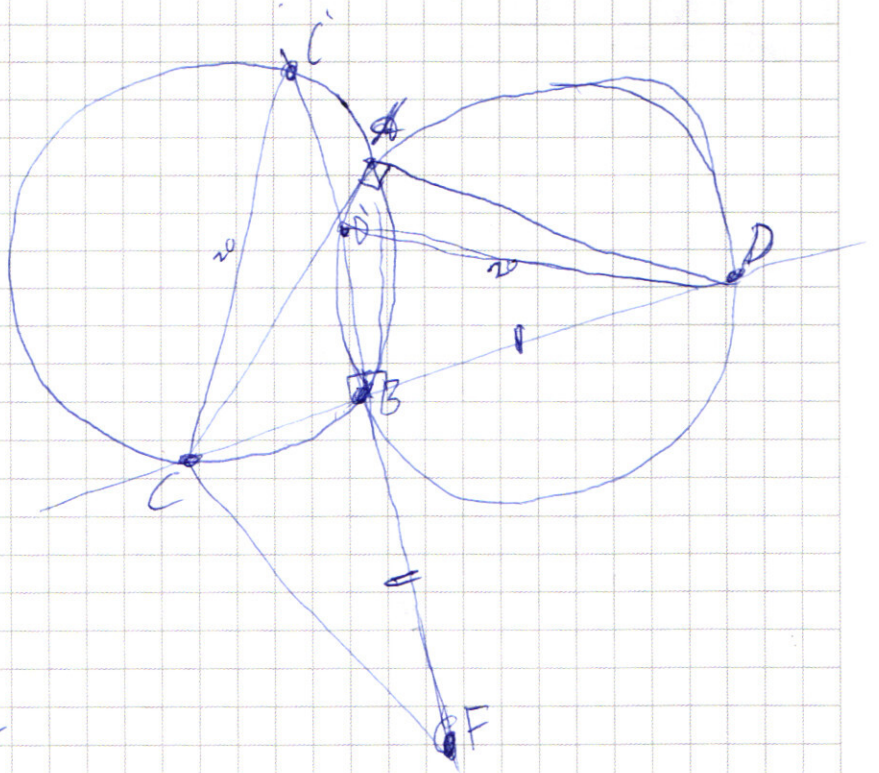
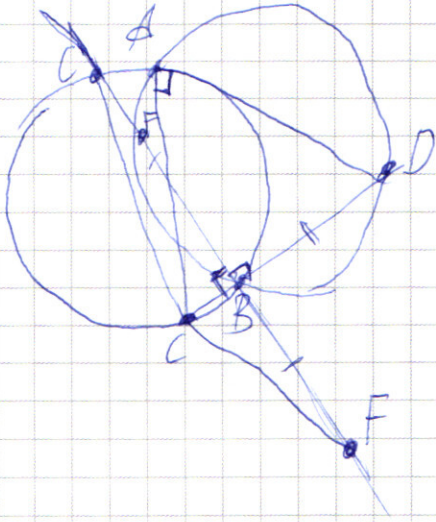
$$y = 5$$

$$|y-5| + |y+5| = 10.$$



$y = -n - 5$ $y = n + 5$
 $|n + y + 5| + |y - n - 5| = 10$
 $y = -n - 5$
 $y = n + 5$





$$y \geq 2^n + 3 \cdot 2^{34}$$

$$y < 76 + 2(2^{32} - 1)n$$

$$2^n + 3 \cdot 2^{34} \leq y < 76 + 2 \cdot n - 2n$$

$$2^n + 3 \cdot 2^{34} < 76 + 2(2^{32} - 1)n$$

$$2^n - 2^{33}n + 2n - 6 \cdot 2^{34} < 0$$

$$n - 2^{34} + 2 \cdot 2^{34} - 3 \cdot 2^{34}$$

$$-31 \quad n$$

$$n + 2 - 4 - 3 \cdot 2^{34}$$

$$-6$$

$$2^{-6} + 3 \cdot 2^{34} - 18 - 3 \cdot 2^{34}$$

$$-4$$

$$32 \cdot 31 \cdot 2^{32} + 32 \cdot 31 + 2^{32} - 64 \cdot 2^{32}$$

$$31 \cdot 2^{37} - 2 \cdot 2^{37}$$

$$29 \cdot 2^{37} + 728 + 32 \cdot 31$$

$$29 \cdot 2^{37} + 7720$$

$$2^n + 2n - 2^{33}(n+6) < 0$$

$$n - 7 - 6 - 5 - 4$$

$$2^n - 6 \cdot 2^{33} - 2^{33}n + 2n$$

$$2^n - 2^{33}(n+6) + 2n$$

$$34 \quad 35 \quad 36 \quad 37 \quad 38 \quad 39 \quad 40 \quad 41$$

$$64 \cdot 2^{32} - 2^{33} \cdot 45$$

$$-6 \quad ; \quad 38$$

$$\begin{array}{r} +32 \\ +31 \\ \hline 32 \\ +96 \\ \hline 128 \\ +728 \\ \hline \end{array}$$

$$7720$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$y^{\ln \frac{y}{2^5}} \cdot x^{2/\ln 2} = (2 \cdot 4^4)^{-\ln 2} = y^{\ln(\frac{7}{2^5})} \quad \boxed{a=4}$$

$$(2\pi)^{\ln \frac{2}{\pi x}} \cdot x^{2/\ln x} = 1$$

$$(x-7)^2 + (y-5)^2 = 10$$

$$22^2 + 10^2 = a$$

$$284 + 100 = 384$$

$$D = 64 - 86y + y^2 + 8y^2 \cdot \frac{(x+12)^2}{-32y-70} + (y-5)^2 = 0$$

$$\boxed{10 = 9}$$

$$-2x^2 + x(8-y) + y^2 - 4y$$

$$y = -x + 4$$
$$\frac{\ln 2}{2} = \frac{\ln 2}{x}$$
$$\boxed{x=2} \mid \boxed{y=4}$$

$$a^{\log a} \quad a^{\frac{1}{\log a}}$$

$$n > 0; \frac{y}{n^2} > 0$$

$$y^2 - 2y - 4y - 2n^2 - 8n - 0$$

$$y^2 - y(x+y) - 2x(x+y) = 0.$$

$$u_{1,2} = -2u(u+y)$$

$$7 = y^{\ln y - \ln x} \cdot x^{2 \ln x} \cdot y^{4 \ln y} = y^{\ln y - \frac{1}{4} \ln x} \cdot x^{\frac{1}{2} \ln x}$$

$$n_1 + n_2 = n + 4$$

$$y^{\ln y - 8/\ln^3} \cdot x^{2/\ln^2} = 1$$

$$y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0$$

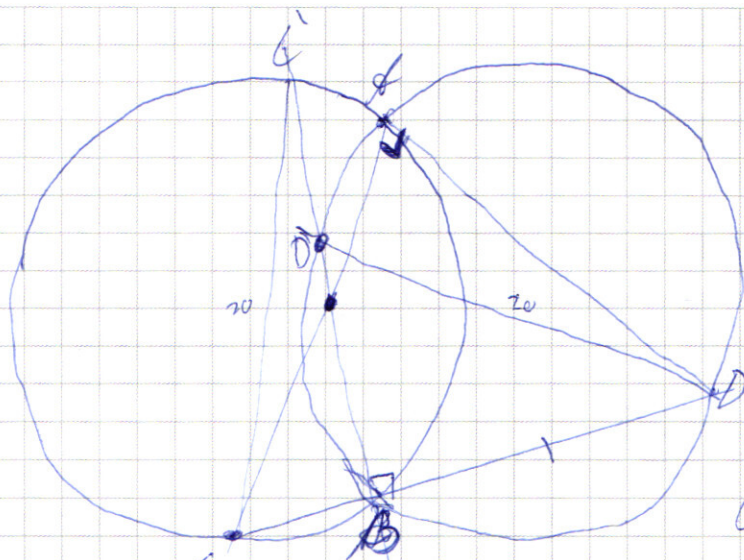
$$y^2 - y(x+4) - 2x^2 + 8x = 0$$

$$\begin{aligned} D &= n^2 + 8n + 16 + 8n^2 - 32n = \\ &= 9n^2 - 24n + 16 = 0 \end{aligned}$$

$$y_7 = \frac{2n+4 \pm (3n-4)}{2}$$

$$(y - 2x)(y + x - 4) = 0.$$

$$|2u; -u+y$$



$$2 \quad 4 \quad 8 \quad 16 \quad 32 \quad 64$$

$$q=2$$

$$a=2$$

$$\frac{a(1-q^n)}{1-q}$$

$$2 \quad 4 \quad 6 \quad 8 \quad 10$$

$$\frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

$$CB^2 + BC^{12} = BF^2 + BD^{12}$$

$$\frac{2+31}{2} \cdot 31$$

$$8 \quad 7$$

$$76 \cdot 31 + \dots$$

$$+ 2^{33} (1 + 2 + \dots + 31) - 2 \cdot 2^8 \cdot 2^9$$

$$- 2^{10} \dots - 2^{37} - 2(7 + 8 + \dots + 32)$$

$$\frac{2^7 (1 - 2^{31})}{-1}$$

$$(2^{31} - 1) 2^7$$

$$2^n + 6 \cdot 2^{33} \leq y < 76 + 2^n \cdot 2 - 2^n$$

$$2^n + 6 \cdot 2^{33} - n \cdot 2^{33} - 76 + 2^n < 0$$

$$2^n + (6 - n) \cdot 2^{33} - 76 + 2^n \leq 0$$

$$32 \cdot 2^{33} - 76 + 2^n$$

$$-6 \dots 38$$

$$2^{-5} + 3 \cdot 2^{34} \leq y < 76 + 2(2^{32} - 1) \cdot 6$$

$$64 + 32^{34} - 72 \cdot 32^2 + 6 \cdot 2^{33} \leq y < 76 + 2 \cdot 38$$

$$64 \leq y < 64$$

$$76 + 2(2^{32} - 1) \cdot 2 - 6 \cdot 2^{33} \geq 0$$

$$76 + 2^{33} \cdot 2 - 2^n - 6 \cdot 2^{33}$$

$$(1 - 2^{31}) \cdot 2^2 + 76 \cdot 31 + 2 \cdot 16 \cdot 31 - 2 \cdot 44 \cdot 31$$

$$32 \cdot 31 \cdot (2^{32} + 1) + 2 - 2^{38}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$y = -x + 4$$

$$y^{\ln y - 3 \ln x} \cdot x^{2 \ln y}$$

$$(-x + 4)^{\frac{\ln(-x + 4)}{x^3}} \cdot x^{2 \ln(-x + 4)} = 0$$

$$\cos 9x - \cos 5x$$

$$-2 \sin 2x \cdot \sin 7x - \sqrt{2} (\cos 4x + 2 \sin 7x - \cos 2x)$$

$$2 \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2} (\cos^2 2x - \sin^2 2x)$$

$$2 \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x) (\cos 2x + \sin 2x) = 0$$

$$(\cos 2x - \sin 2x) (2 \sin 7x - \sqrt{2} \cos 2x - \sqrt{2} \sin 2x) = 0$$

$$\cos x - \sin 2x = 0 \quad \sqrt{2} \sin 7x - (\cos 2x - \sin 2x)$$

$$\operatorname{ctg} 2x = -1$$

$$x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}$$

$$\cos 2x + \sin 2x$$

$$\sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin(x + \frac{\pi}{4})$$

$$\sqrt{2} \sin 7x - \sqrt{2} \sin(2x + \frac{\pi}{4}) = 0$$

$$\sin 7x - \sin(2x + \frac{\pi}{4}) = 0$$

$$x \frac{\sin \alpha - \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\sin \frac{7x - 2x - \frac{\pi}{4}}{2} \cdot \cos \frac{7x + 2x + \frac{\pi}{4}}{2} = 0$$

$$(x+2)^2 + (y-5)^2$$

$$744 + 700$$

$$(x-72)(x-5)^2$$

$$4(22)^2 + 70^2$$

$$484 + 700$$

$$\sin(2,5x - \frac{\pi}{8}) \cdot \cos(4,5x + \frac{\pi}{8}) = 0$$

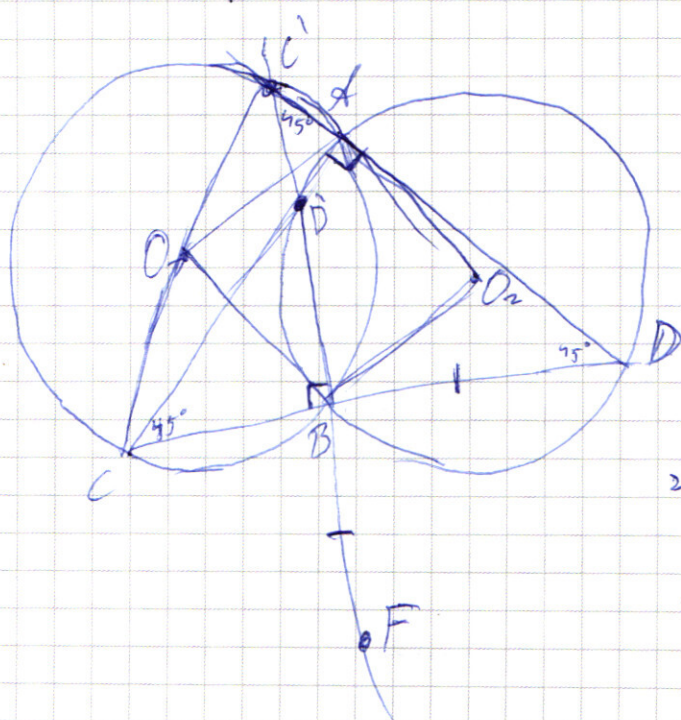
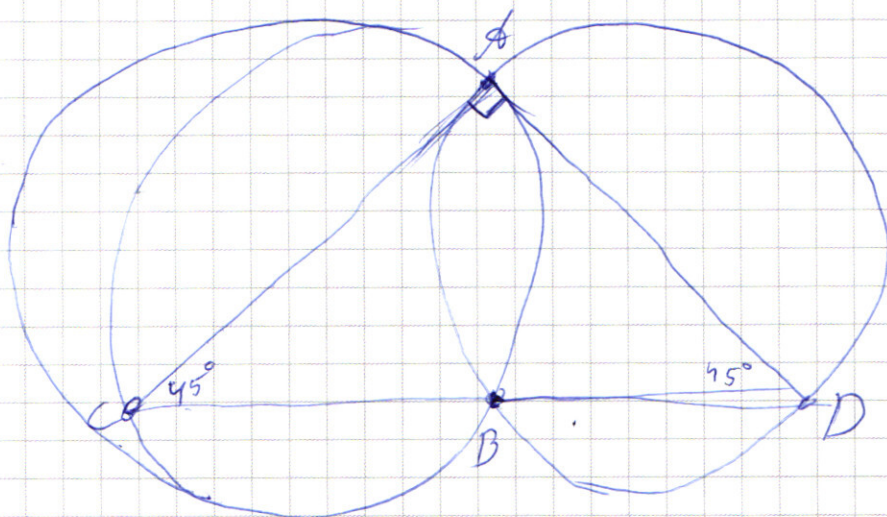
$$2,5x - \frac{\pi}{8} = \pi k \quad 4,5x + \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi k$$

$$\frac{5x}{2} = \pi k + \frac{\pi}{8} \quad \frac{9x}{2} = \frac{3\pi}{8} + \pi k$$

$$x = \frac{2\pi k + \frac{\pi}{4}}{5} \quad 9x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k$$

$$x = \frac{2\pi}{20} + \frac{2\pi k}{5} \quad x = \frac{3\pi}{36} + \frac{2\pi k}{9}$$

$$\begin{aligned}
 CA^2 + AD^2 &= CD^2; & AC'^2 + BD^2 &= C'D^2; & BC'^2 + BD^2 &= C'D^2 \\
 CA^2 + AC'^2 &= 400 & AD'^2 + BD^2 &= 400 & BD'^2 + BD^2 &= 400 \\
 CB^2 + BD^2 &= & & & BD'^2 + BC^2 &= CD'^2 \\
 & & & & AC'^2 + BC^2 &= 400
 \end{aligned}$$



$$\frac{y^{\ln y} \cdot n^{\ln n}}{y^{3/4n}}$$

$$\begin{aligned}
 & 200 \cdot y^{\ln y} \cdot \left(\frac{n^2}{y^3} \right)^{\ln n} \\
 & y^{\ln y} \cdot n^{\ln \frac{n^2}{y^3}} \\
 & y^{\ln y} \cdot n^{2/\ln n - 3/\ln y} \\
 & (-n+4) \cdot n^{2/\ln n + 3/\ln y} = 57
 \end{aligned}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\sqrt{7}$

$9261 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$. Как нужны 8-значные. Дополняем 1. Таким образом

получаем 2 набора чисел 93777111 ;

33377711 . ② набор можно получить

числом сочетаний 3 по 5, умноженное на сочетания 3 по 8. $\frac{8!}{5!3!} \cdot \frac{5!}{3!2!} = \frac{8!}{3!3!2!}$.

① набор: сочетания 3 по 6, умноженное на сочетания 2 по 8, факторы. $\frac{6!}{3!3!} \cdot \frac{8!}{6!2!} \cdot 2 = \frac{8!}{3!3!2!} \cdot 2$

$$\text{Всего чисел } \frac{8! \cdot 3}{6 \cdot 6 \cdot 2} = \frac{3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{12} =$$

$$= 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 = 10 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 8 = 30 \cdot 56 = 1680$$

Ответ: 1680 чисел

$\sqrt{2}$

$$\cos 9\pi - \cos 5\pi - \sqrt{2} \cos 4\pi + \sin 9\pi + \sin 5\pi = 0$$

$$-2 \sin 2\pi \cdot \sin 7\pi - \sqrt{2} \cos 4\pi + 2 \sin 7\pi \cdot \cos 2\pi = 0.$$

$$2 \sin 7\pi (\cos 2\pi - \sin 2\pi) - \sqrt{2} (\cos 2\pi - \sin 2\pi) (\cos 2\pi + \sin 2\pi) = 0$$

$$(\cos 2\pi - \sin 2\pi) (\sqrt{2} \sin 7\pi - \cos 2\pi - \sin 2\pi) = 0.$$

①

②

$$\textcircled{1} \cos 2\pi - \sin 2\pi = 0 \quad \sqrt{2} \sin 7\pi - \sqrt{2} (\sin(2\pi + \frac{\pi}{4})) = 0$$

$$\operatorname{ctg} 2\pi = 1$$

$$2\pi = \frac{\pi}{4} + \pi n$$

$$\boxed{n = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}}$$

$$\sin 7\pi - \sin(2\pi + \frac{\pi}{4}) = 0$$

$$\sin \frac{7\pi + 2\pi + \frac{\pi}{4}}{2} \cdot \cos \frac{9\pi + \frac{\pi}{4}}{2} = 0$$

$$\sin(3,5\pi - \frac{\pi}{8}) \cdot \cos(4,5\pi + \frac{\pi}{8}) = 0$$

$$\sin(2,5\pi - \frac{\pi}{8}) \cdot \cos(4,5\pi + \frac{\pi}{8}) = 0.$$

$$2,5\pi - \frac{\pi}{8} = \pi h$$

$$2,5\pi = \pi h + \frac{\pi}{8}$$

$$\boxed{n = \frac{2\pi h}{5} + \frac{\pi}{20}}; h \in \mathbb{Z}$$

$$4,5\pi + \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi k.$$

$$4,5\pi = \frac{3\pi}{8} + \pi k.$$

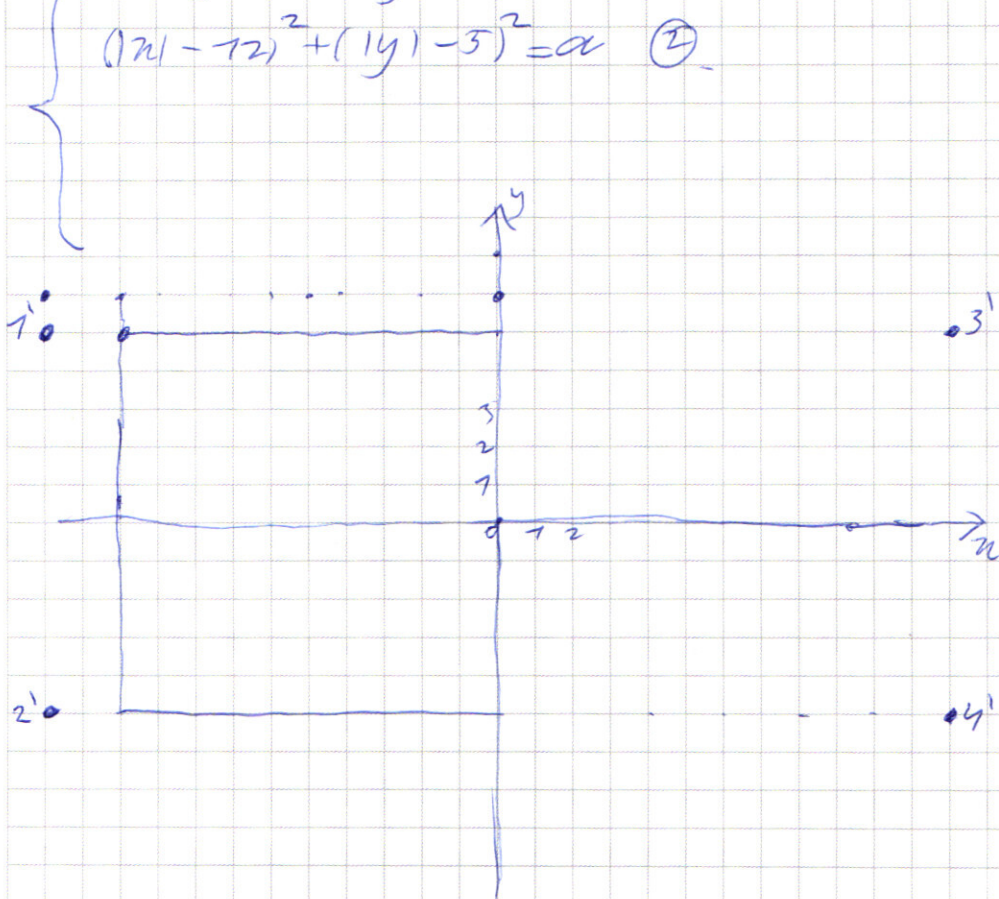
$$\boxed{n = \frac{3\pi}{32} + \frac{2\pi k}{9}}; k \in \mathbb{Z}$$

On bem: $n = \frac{\pi}{20} + \frac{2\pi h}{5}; h \in \mathbb{Z}; n = \frac{3\pi}{32} + \frac{2\pi k}{9}; k \in \mathbb{Z}.$

$$n = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi m}{2}; m \in \mathbb{Z}.$$

$\sqrt{5}$

$$\begin{cases} |n+y+5| + |y-n+5| = 10. & \textcircled{1} \\ (n-12)^2 + (y-5)^2 = a & \textcircled{2} \end{cases}$$



① - квадрат со сторонами $\parallel O_n$ и O_y и стороной 10.

② - окружности с центрами в $(12; 5)$ $(-12; 5)$ $(12; -5)$ $(-12; -5)$.

График относительно O_n - симметричен.

Поэтому надо надо по 1 точке в верхней и нижней половинах. либо 2 точки на O_n .

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2. точки на Ох быть не может. Тогда 2 варианта. Окружности должны касаться квадрата. Если касаются $1'$ и $2'$ (см. рисунок), то либо $\boxed{a=4}$, либо $a=244$, но при $a=244$ $3'$ и $4'$ пересекают квадрат. Если касаются $3'$ и $4'$, то либо $a=144$ ($1'$ и $2'$ пересекают (не подходят)), либо $\boxed{a=584}$. Остаётся 2 варианта

Ответ: $a=4$, $a=584$.

$\sqrt{7}$

$$\begin{cases} y \geq 2^n + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)k. \end{cases}$$

$$2^n + 3 \cdot 2^{34} \leq y < 76 + 2(2^{32} - 1)k.$$

Найдем количество y , для конкр. $k =$

$$76 + 2(2^{32} - 1)k - 2^n - 3 \cdot 2^{34}. \text{ Оно должно быть } > 0.$$

$$76 + 2^{33}k - 2k - 2^n - 6 \cdot 2^{33} > 0$$

$$76 + 2^{33}(k - 6) - 2k - 2^n > 0.$$

Обозначается в $k=6$ и $k=37$, тогда всё, что между, подходит.

Находим количество y , для всех k от 7 до 37.

$$76 \cdot 31 + 2^{33}(1+2+\dots+37) - 2 \cdot (7+8+\dots+37) - 2^7 - 2^8 - 2^9 - 2^{32}$$

$$\begin{aligned}
 & 76 \cdot 37 + 2^{33} (1+2+\dots+37) - 2(7+8+\dots+37) - 2^7 - 2^8 - \dots - 2^{37} = \\
 & = 76 \cdot 37 + 2^{33} \cdot 76 \cdot 37 - 2 \cdot 22 \cdot 37 + 2^7 (1 - 2^{37}) = \\
 & = 32 \cdot 37 + 2^{32} \cdot 32 \cdot 37 + 2^7 - 2^{32} \cdot 64 = 32 \cdot 37 + 32 \cdot 4 + \\
 & + 2^{37} \cdot 37 - 2^{37} \cdot 2 = 32 \cdot 35 + 2^{37} \cdot 29 = 70 \cdot 76 + 2^{37} \cdot 29 = \\
 & = 2^{37} \cdot 29 + 7720.
 \end{aligned}$$

Ответ: $2^{37} \cdot 29 + 7720$.

✓ 68

Дано.

Решение.

а) $\text{окр}(O_1, 10) = w_1$

$\text{окр}(O_2, 10) = w_2$

$w_1 \cap w_2 = A, B$

$C \in w_1$

$D \in w_2$

$B \in CD$

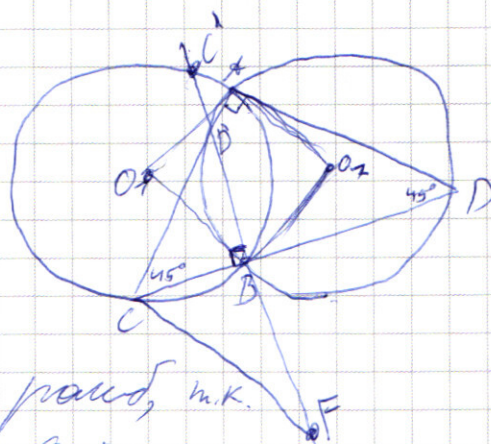
$\angle CAD = 90^\circ$

$BF \perp CD$

$BF = DB$

Найти

CF



Рассмотрим

$O_1 \neq O_2 \neq B$. Они равноб. т.к.

$O_1A = O_2A = O_1B = O_2B$ т.к. радиусы равны окружностей, тогда $\angle A O_1 B = \angle A O_2 B$.

$\angle ACB = \frac{\angle A O_1 B}{2}$; т.к. вписанный угол

$\angle ADB = \frac{\angle A O_2 B}{2}$ т.к. вписанный угол.

тогда $\angle ACB = \angle ADB$

$\angle CAD = \angle ACB + \angle ADB = 90^\circ$ (по теореме о сумме углов треугольника) $\angle ACB + \angle ADB = 90^\circ$

$\angle ACB = \angle ADB = 45^\circ$. Проведем диаметры

CC' и DD' , тогда BF и CC' будут перпендикулярны, т.к. $\angle BCC' = 90^\circ$ и CC' - диаметр.

Проведем BF , т. пересеч. с w_1 и w_2 - C' и D' соответственно.

CC' и DD' - диаметры. т.к. $\angle BCC' = 90^\circ = \angle BDD'$. Также $\angle D'DD = 90^\circ$ т.к. $D'D$ - диаметр.



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

Тогда D' лежит на AC . Аналогично C' на AD . Тогда
 $\angle C'BD = 180^\circ - 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$ (по теореме о сумме углов треугольника).

$\triangle C'BD$ - равнобедренный $C'B = BD = BF$ (по условию).

$$CF^2 = CB^2 + BF^2 \quad (\text{по теореме Пифагора})$$

$$\text{Тогда } CF^2 = CB^2 + C'B^2 = 400 \quad (\text{т.к. } C'B^2 + CB^2 = 400); \quad (F=20)$$

$$\text{Ответ: } CF=20.$$

$$\begin{cases} (n^2 y)^{-1/n} = y^{\ln(y/n^2)} \\ y^2 - ny - 2n^2 + 8n - 4y = 0 \end{cases} \quad \sqrt{3} \quad \text{OD3; } n > 0$$

$$\frac{y}{n^2} > 0 \Rightarrow y > 0$$

$$y^2 - ny - 2n^2 + 8n - 4y = 0.$$

$$D = n^2 + 8n + 16 + 8n^2 - 32n = 9n^2 - 24n + 16 = (3n - 4)^2$$

$$y_1 = \frac{n+4 + 3n-4}{2} = 2n. \quad \textcircled{1}$$

$$y_2 = \frac{n+4 - 3n+4}{2} = -n+4. \quad \textcircled{2}$$

Подставим $\textcircled{1}$ в 1-е уравнение.

$$(n^2 y)^{-1/n} = y^{\ln(y/n^2)}$$

$$1 = y^{\ln y - 7/n} \cdot n^{2/n} \cdot y^{2/n} = y^{\ln y - 3/n} \cdot n^{2/n}$$

$$1 = (2n)^{\ln 2n - 3/n} \cdot n^{2/n}$$

$$1 = (2n)^{\ln \frac{2}{n^2}} \cdot n^{\frac{2}{n^2}}$$

$$1 = 2^{\ln 2 - \ln n^2} \cdot n^{\ln \frac{2}{n^2} + \frac{1}{n^2}} = 2^{\ln 2 - \ln n^2} \cdot n^{\frac{\ln 2}{n^2}} = \frac{2^{\ln 2} \cdot n^{\frac{\ln 2}{n^2}}}{n^{\ln 2}} = \frac{2^{\ln 2}}{n^{\ln 2}}$$

$$n^{\ln 2} = 2^{\ln 2}; \quad n=2, y=4. \quad \text{Ответ: } (2; 4)$$