

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 7

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 9261. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^7)}, \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 16.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 5| + |y - x + 5| = 10, \\ (|x| - 12)^2 + (|y| - 5)^2 = a \end{cases}$$

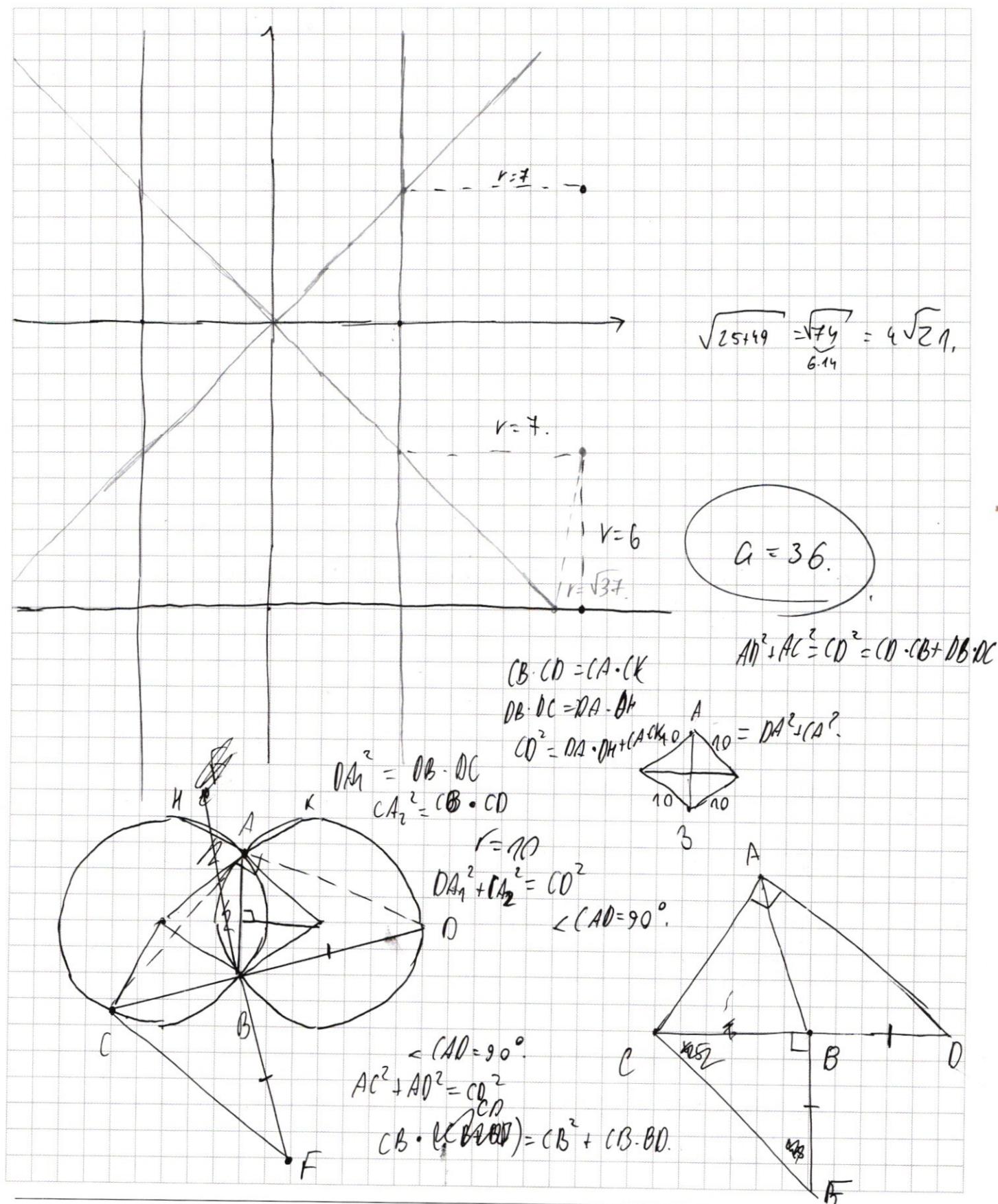
имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 10 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 12$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

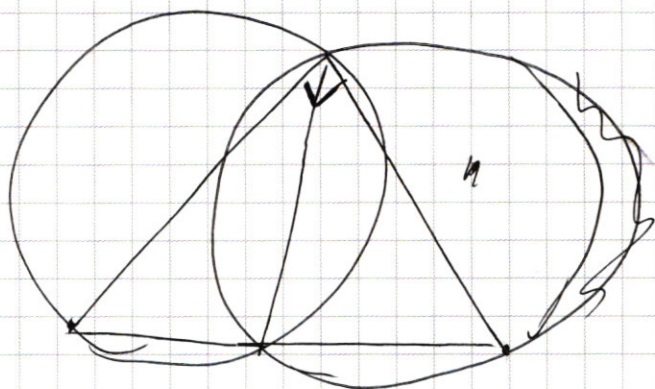
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$DA^2 + CA^2 = DA \cdot DH + CA \cdot CK.$$

$$DA(DA - DH) = CA(CA - CK)$$

$$DA = DH \quad CA = CK.$$



$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)x \end{cases} \quad y \geq 1$$

$$76 + 2(2^{32} - 1)y = 2^x + 3 \cdot 2^{34}$$

$$76 + 2^{33}x - 2x = 2^x + 3 \cdot 2^{34}$$

$$\cos 5x \cdot \cos 4x - \sin 5x \sin 4x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 4x \cos 5x + \cos 4x \sin 5x - \cos 5x + \sin 4x = 0.$$

$$(\cos 4x + \sin 4x - 1) \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cos 5x - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 5x \right) = \sqrt{2} \cos 4x.$$

$$(\cos 4x + \sin 4x - 1) \cos\left(\frac{\pi}{4} + 5x\right) = \cos 4x$$

$$\left(1 + \frac{\sin 4x}{\cos 4x} - \frac{1}{\cos 4x}\right) \cos\left(\frac{\pi}{4} + 5x\right) = 1$$

$$\cos 4x \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4} + 5x\right) + \sin 4x \cos\left(\frac{\pi}{4} + 5x\right) - \cos\left(\frac{\pi}{4} + 5x\right) - \cos 4x = 0.$$

$$\cos(4x) \left(\cos\left(\frac{\pi}{4} + 5x\right) - 1 \right) + \cos\left(\frac{\pi}{4} + 5x\right) (\sin 4x - 1) = 0.$$

$$\left(\frac{\sin(4x + \frac{\pi}{4})}{\frac{\sqrt{2}}{2}} - \frac{1}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \right) \cos\left(\frac{\pi}{4} + 5x\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 4x.$$

$$\sin\left(4x + \frac{\pi}{4}\right) \cos\left(5x + \frac{\pi}{4}\right) - \cos\left(\frac{\pi}{4} + 5x\right) = \frac{1}{2} \cos 4x.$$

$$\frac{\sin\left(9x + \frac{\pi}{2}\right) + \sin(-x)}{2} - 2 \cos\left(\frac{\pi}{4} + 5x\right) = \frac{1}{2} \cos 4x.$$

$$2 \cos(9x) - \sin x - 2 \cos\left(\frac{\pi}{4} + 5x\right) - \cos 4x = 0.$$

$$- \cos 4x \cos 5x + \sin 4x \sin 5x - \sin x - 2 \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 5x + 2 \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 5x - \sin 4x = 0.$$

$$- \cos 4x \cos 5x + \cos 4x \sin 5x - \sin 4x \sin 5x$$

$$\sin \frac{30}{60} \cdot \cos \frac{60}{60} = \frac{\sin(2+B) + \cos(2-B)}{2}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1 + \frac{\sqrt{3}}{2}}{2}$$

$$\sin(2+B) + \cos(2+B) = \sin 2 (\cos B + \sin B) + \cos 2 (\sin B + \cos B) =$$

$$\sin 2 \cos B + \sin B \cos 2 + \cos 2 \cos B + \sin 2 \sin B$$

$$(\sin 2 + \cos 2) (\cos B + \sin B)$$

$$\sin 2 + \cos 2 = \frac{\sin 2 + \sin 2}{2}$$

$$2 \sin 2 \cos B$$

$$\sin(2+B) + \sin(2-B)$$

$$\sin \frac{30}{60} \cdot \cos \frac{60}{60} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{\sin 2 + \sin 2}{4} = \frac{\cos 2 + \cos 2}{4}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\int (x^2 y^7)^{-1/\ln x} = y^{1/\ln(y/x^7)}$$

$$y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0$$

$$1(y-2x)(y+x-4) = 0$$

$$x^{-2/\ln x} = y^{\ln(y/x^2)}$$

$$X^{-2 \ln x} = (2X)^{\ln \frac{1}{2}} - \ln x^2$$

$$1 = 2^{\ln 2 - \ln x^2} \cdot x^{\ln 2}$$

$$2^{\ln x^2 - \ln 2} = x^{\ln 2}$$

$$\ln x^2 - \ln 2 = \ln 2$$

$$\ln x^2 = 2 \ln x$$

[Handwritten signature]

$$\frac{\log_2(x-2)}{\log_2 e} = \log_e(x-2)$$

10/20

$$\log_2(x^2 - x - 2)$$

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$x^2 - x = 20$$

$$x(x-1) = 20$$

$$D = 1 + 8 +$$

$$1 \pm \sqrt{1}$$

$$x = \frac{\quad}{2}$$

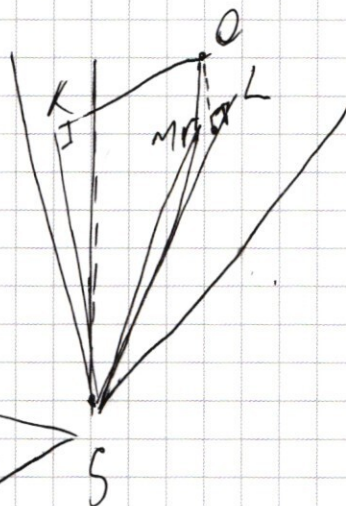
$$y = -x + 4$$

$$x^{-1} = (-x)$$

$$X^{-2 \ln X} = (-1)$$

$$\ln x \cdot \frac{1}{x} = -3$$

$$\frac{214x}{14(-x+4)} = -$$



$$2a = 15x$$

$$a = 7,5 \times$$

$$\frac{7,5X}{(7,5+1)X} = \frac{7,5}{8,5} = \sin(KSO)$$

$$\angle KSD = \arcsin \frac{13}{17} \cdot \frac{2}{5}$$

$$1,5 - 0,4 + 1 = \frac{1}{2,1} = \frac{10}{21}$$

$$\frac{S}{S} = \frac{100}{441} = \frac{441}{441}$$

$$S = \frac{441}{100} \cdot 1$$

$$-2a^2 = -306 + b^2$$

$$2a^2 - 3ab + b^2 = 0$$

$$\text{b) } (a-b)/(2a-b)=0$$

$$\ln x = \ln(-x+4)$$

$$2 \ln x = \ln(-x+4)$$

$$\begin{cases} v = -x+4 \\ x^2 = -x+4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=2 \\ x^2+x-4=0 \end{cases}$$

$$D = 1 + 16 = 17$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\sin(30^\circ) + \sin(60^\circ) = 2 \sin\left(\frac{30^\circ+60^\circ}{2}\right) \cos\left(\frac{30^\circ-60^\circ}{2}\right)$$

$$\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} = 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$9261 = \cancel{3087} - 3 =$$

$$1029 - 9 = \quad -102$$

$$\begin{array}{r} 1029 \overline{) 3} \\ \underline{9} \\ 12 \\ \underline{18} \\ 09 \end{array}$$

$$3^3 \cdot 543 = 3^3 \cdot 7 \cdot 49 = 3^3 \cdot 7^3$$

$3^3 \cdot 7^3 \cdot 1^{\dots}$ ✓✓

I 3×3 3×7 2×1

II 1×2 1×3 1×7 $= 14$

III $\frac{80}{3 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}$

IV $\frac{13 \cdot 9 \cdot 7}{8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 2} = \frac{110}{560}$

$$i) 1 \times 9 \quad 1 \times 3 \quad 5 \times 7 \quad 3 \times 1 \quad = \frac{8!}{3! \cdot 3!} = 1120 \quad /4 = 1680$$

$\sqrt{2}$

$$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0.$$

~~$$\cos 5x \cdot \cos 4x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x - \sin 4x \cos 5x - \cos 4x \sin 5x + \sin 5x = 0$$~~

~~$$\cos 5x (\cos 4x - 1) - \sin 5x (\cos 4x - 1) - \sqrt{2} \cos 4x - \sin 4x \cos 5x = 0.$$~~

$$a_2 b_3 - a_2 - \sqrt{2} b_2 - b_1 a_2 - b_2 a_1 + a_1 = 0$$

~~$$d_2(b_2 - 1 - a_2) - b_2(a_1 + \sqrt{2}) + a_1$$~~

$$-a_2(1-b_2) + a_1(1-b_2) = (a_1 - a_2)(1-b_2) = 1-b_2 - b_2a_1$$

$$\cos 5x \cos 4x - \sin 5x \sin 4x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 4x \cos 5x + \cos 4x \sin 5x + \sin 5x = 0$$

$$a_2 b_2 - a_1 b_1 - a_2 - \sqrt{2} b_2 + b_1 a_2 + b_2 a_1 + a_1 = 0$$

$$u_2(b_2 - 1 + b_1) - a_1(b_1 + b_2) - \sqrt{2}b_2 = 0.$$

$$(b_1 + b_2 - 1)(a_2 - a_1) = \sqrt{2}b_c)$$

$$(\cos 4x + \sin 4x - 1)(\cos 5x - \sin 5x) = \sqrt{2} \cos 4x.$$

$$b_2(a_2 - \sqrt{2} a_1)$$

$$1 - \cancel{\lg 5x} \cancel{\lg 4x} - \frac{1}{\cos 4x} - \frac{\sqrt{2}}{\cos 5x} + \cancel{\lg 4x} + \cancel{\lg 5x} + \frac{\lg 5x}{\cancel{\cos 4x}} = 0.$$

$$\frac{\tan 5x - 1}{\cos 4x} - \tan 4x (\tan 5x - 1) + 1 - \frac{\sqrt{2}}{\cos 5x} + \tan 5x = 0.$$

$$(\tan 5x - 1) \left(\frac{1}{\cos 4x} - \tan 4x \right) + 1 - \frac{\sqrt{2}}{\cos 5x} + \tan 5x = 0.$$

$$(\tan 5x - 1) (\cos 5x - \sin 4x \cos 5x) + \cos 4x \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x \sin 5x \cos 4x = 0.$$

$$(\sin 5x - \cos 5x) (1 - \sin 4x) + \cos 4x (\cos 5x - \sqrt{2} + \sin 5x) = 0.$$

$$\sin^2 t = 1 - \cos^2 t \quad \frac{1 - \cos 2t}{2} \quad \cos^2 t = \frac{1 + \cos 2t}{2} =$$

$$2 \sin^2 t = 1 - \cos 2t = 1 - \cos^2 t + \sin^2 t.$$

$$\frac{1}{2} (1 - \cos 2t) = \frac{1}{2} (1 + \cos 2t)$$

$$x > 0 \quad y > 0.$$

$$(x^2 y)^{\ln x} = y^{\ln(y/x^2)}$$

$$\begin{cases} x^{-2 \ln x} = y^{\ln(y/x^2)} \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0. \end{cases}$$

$$(y - 2x)(y + x) + 4(2x - y) = 0$$

$$(y - 2x)(y + x - 4) = 0$$

$$I \quad y = 2x$$

$$x^{-2 \ln x} = (2x)^{\ln \frac{2}{x}} = 2^{\ln 2 - 2 \ln x} \cdot 2^{\ln 2 - 2 \ln x}$$

$$x^{-\ln 2} = 2^{\ln 2 - 2 \ln x} \cdot \ln \frac{2}{x}$$

$$x^{-\ln 2} = 2^{-2 \ln x} \cdot 2^{\ln 2}$$

$$x^{\ln 2} = 2^{\ln \frac{2}{x^2}}$$

$$x^{\ln 2} = 2^{2 \ln x} \cdot 2^{-\ln 2}$$

$$2^{2 \ln x - \ln 2} = 2^{-\frac{2}{x} - 1}$$

$$\ln \frac{x^2}{2} = -\frac{2}{x} - 1$$

$$\begin{cases} x^{\ln x^2} = y^{\ln(y/x^2)} = y^{\ln y - \ln x^2} \\ ((y - 2x)^2 - 2(y - 2x)^2) = xy - 4(y - 2x)(y + x - 4) = 0. \end{cases}$$

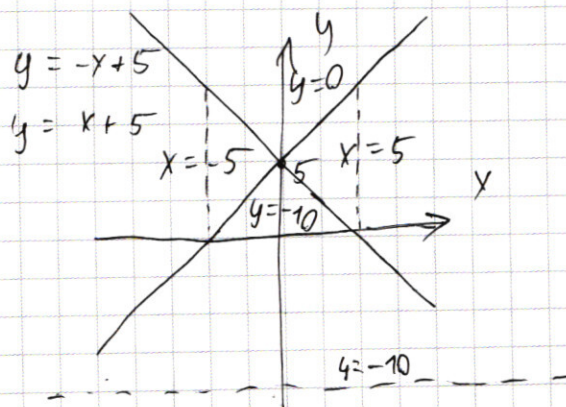
$$\frac{y}{2} \ln \frac{y}{y^2} = y^{\ln \frac{y}{y^2}}$$

$$y^{\ln \frac{y}{y^2}} = 2^{\frac{y}{2}} \cdot y^{\ln 2} \cdot y^{\frac{y}{y^2}}$$

$$y^{\ln 2} = 2^{-\frac{y}{2}}$$

$$2x^{\ln 2} = 2^{-\frac{2}{x}}$$

$$x^{\ln 2} = 2^{-\frac{2+x}{x}}$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

✓1.

$9261 = 3^3 \cdot 7^3$ значит в 8-знач. числе будут только
3, 7, 9 и 1, т.к. на остальные цифры число не дел.
Всего 2 случая: I одна 3, одна 9, три семерки
и три 1.

II три 3, три 7 и три 1.

8! (кол-во перестановок цифр)

I: Всего вариантов $\frac{8!}{3! \cdot 3! \cdot 2!} = 1120$ (перестановки единиц и семерок).

II: ~~Всего вариантов~~ $\frac{8!}{3! \cdot 2! \cdot 3!} = 560$ (перестановки троек, семерок и единиц).

$$1120 + 560 = 1680.$$

Ответ: 1680.

✓3.

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^2)} \\ y^2 - x y - 2x^2 + 8x - 4y = 0 \end{cases}$$

I $y = 2x$

$$x^{-2/\ln x} = (2x)^{\ln(2/x^3)}$$

$$x^{-2/\ln x} = 2^{\ln 2 - 2/\ln x} \cdot x^{\ln 2 - 2/\ln x}$$

$$2^{2/\ln x - \ln 2} = x^{\ln 2}$$

$$(2/\ln x - \ln 2) \ln 2 = \ln 2 \cdot \log_2 x$$

$$\ln \frac{x^2}{2} = \ln 2 \cdot \frac{\ln x}{\ln 2}$$

$$\ln \frac{x^2}{2} = \ln 2 \cdot \frac{\ln x}{\ln 2}$$

$$\begin{cases} x^{-2/\ln x} = y^{\ln(y/x^3)} \\ (y-2x)(y+x-4) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

$$\ln \frac{y^2}{2} = \ln x$$

$$\frac{y^2}{2} = x$$

$$x(x-2)=0$$

$$\begin{cases} x=0 \\ x=2 \\ x>0, y>0 \end{cases} \quad \begin{matrix} x=2 \\ y=4. \end{matrix}$$

$$\text{II} \quad y = -x+4$$

$$x^{-2 \ln x} = (-x+4)^{\ln \left(\frac{-x+4}{x^2} \right)}$$

$$-2 \ln x \cdot \lg_{x+4} x = -3 \ln x + \ln(-x+4)$$

$$-2 \ln x \cdot \frac{\ln x}{\ln(-x+4)} = -3 \ln x + \ln(-x+4)$$

$$2 \ln^2 x - 3 \ln x \ln(-x+4) + \ln^2(-x+4) = 0$$

$$(\ln x - \ln(-x+4))(2 \ln x - \ln(-x+4)) = 0$$

$$\begin{cases} \ln x = \ln(-x+4) \\ \ln x^2 = \ln(-x+4) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > 0, y > 0 \Rightarrow -x+4 > 0 \\ x \in (0; 4) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -x+4 \\ x^2 = -x+4 \\ x \in (0; 4) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=2, y=2 \\ x^2+x-4=0 \quad \textcircled{1} \\ x \in (0; 4) \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \quad D = 1+16 = 17$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$0 < \sqrt{17} < 5$$

$$\sqrt{17} > 4$$

$$0 < \frac{-1+\sqrt{17}}{2} < 2$$

$$\frac{-1-\sqrt{17}}{2} < 0$$

$$\text{I+II} \quad \begin{cases} x=2; y=4 \\ x=2; y=2 \\ x=\frac{-1+\sqrt{17}}{2}; y=\frac{9-\sqrt{17}}{2} \end{cases}$$

$$\text{ОТВЕТ: } \left\{ (2; 4); (2; 2); \left(\frac{-1+\sqrt{17}}{2}; \frac{9-\sqrt{17}}{2} \right) \right\}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

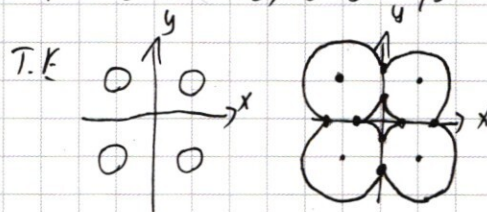
$$\begin{cases} |x+5| + |y-x+5| = 10 \\ ((|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = R^2) \end{cases}$$

✓5.

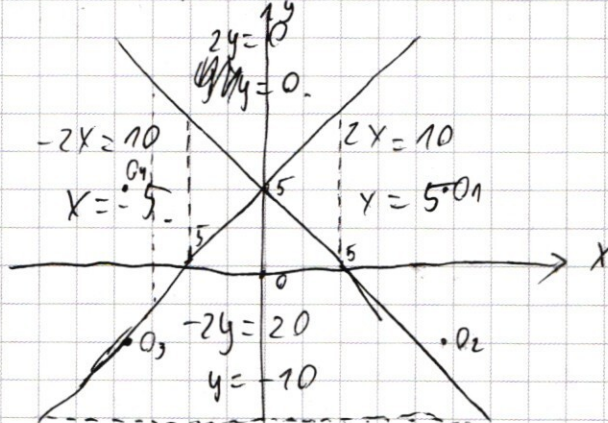
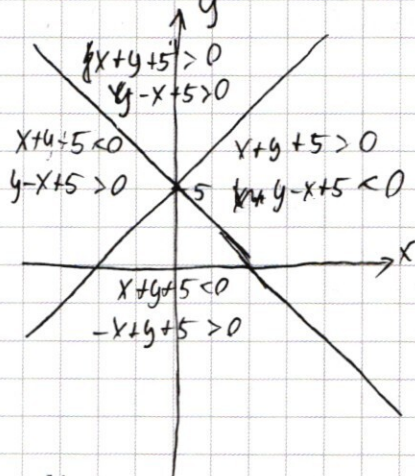
— ОН ОКРУЖНОСТИ С ЦЕНТРАМИ $(\pm 12; \pm 5)$
НЕ ЗАХОДЯЩИЕ ЗА ЧЕТВЕРТЬ КООРДИНАТ

РАЗДЕЛИМ ПЛОСКОСТЬ КООРДИНАТ

ПРЯМЫМИ $y = -x+5$; $y = x+5$.



И РАСКРОЕМ МОДУЛИ 1 УРАВНЕНИЯ В КАЖДОЙ ЧАСТИ ПЛОСКОСТИ



НАРИСУЕМ ГРАФИКИ

Заметим, что Пусть O_1, O_2, O_3, O_4 —

ЦЕНТРЫ ОКРУЖНОСТЕЙ В I, II, III и IV ЧЕТВЕРТЯХ СООТВ.

$$\rho_{\min}(O_1; x=5) = \rho(O_1; x=5) = \rho((12; 5); (5; 5)) = 7.$$

$$\rho_{\min}(O_4; x=-5) = \rho(O_4; x=-5) = \rho((-12; 5); (-5; 5)) = 7$$

$$\rho_{\min}(O_1; x=-10) = \rho(O_3; y=-10) = \rho(O_2; y=-10) = \rho((12; -5); (12; -10)) = 5$$

Заметим, что Если $R_{\text{окр.}} > 5$, то окружности O_2 и O_3

А $y = -10$ по 2 раза ~~на~~ в разн. точках. Т.К. ≥ 2 раз.

Восста при $R_{\text{окр.}}$ Если $R_{\text{окр.}} > \rho(O_3; (0; -10)) = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13$

Рассмотрим ~~на~~ Если $R < 5$, то окр. не $\cap$ прямых, т.к.

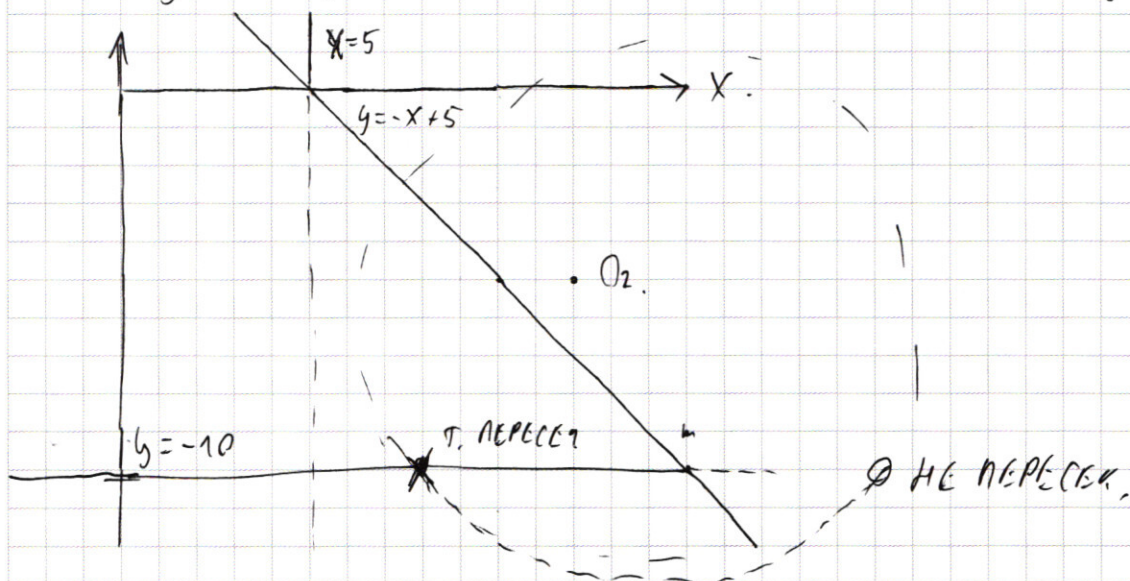
КО РНЕ $\bar{}$ НЕ-Т.

Если $r = 5$, то O_2 и O_3 касаются $y = -10$, корней 2.

Если $5 < r \leq \sqrt{34}$, то O_2 и O_3 $\cap y = -10$ в 4 точках.

Найдём $R > 5$ при котором O_2 и O_3 $\cap y = -10$ в 2 точках

$$R > \rho(O_2; (0; -10)) = \sqrt{9+25} = \sqrt{34} < 6 \quad R < \rho(O_2; (0; -10)) = \sqrt{13}$$



т.е. при $R \in (\sqrt{34}; 7)$ ур.е имеет 2 решения.

при $R \rho(O_1; (5; 0)) = \sqrt{\frac{7^2}{49} + \frac{5^2}{25}} = \sqrt{74} < 13$.

Также при $R > (\sqrt{74}; \sqrt{169})$ ур.е имеет 2 корня
(т.к. O_2 и $O_3 \cap y = -10$).

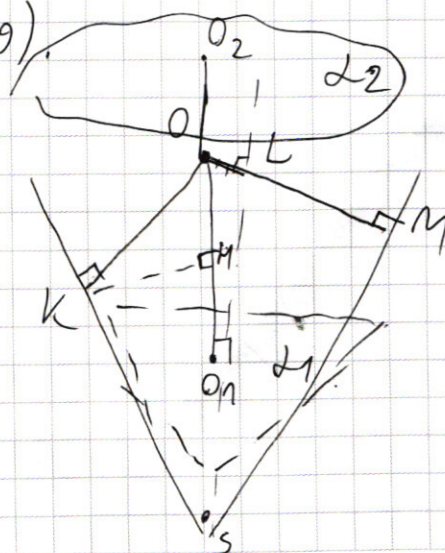
Отв $a = r^2$ $a \in \{5\} \cup (34; 49) \cup (74; 169)$.

Ответ: $\{5\} \cup (34; 49) \cup (74; 169)$.

Вано: ...

Найти: $\angle KSO$

Стороны (КСК) (КВМ).



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

РЕШЕНИЕ: Пусть L_1 — м.х.м. сеч.

$$S_{L_1} = 1.$$

L_2 — втор. сеч.

$$S_{L_2} = 16.$$

$L_1 \sim L_2$, т.к. $L_1 \perp SO_1$ ~~$L_2 \perp SO_2$~~

Пусть $L_2 \cap OPEPY = O_2$

$L_1 \cap OPEPY = O_1$

$O_1 \in SO$ $O_2 \in SO$.

$OO_2 = OK = OL = OM = OO_1$ как R .

$$\frac{S_{L_1}}{S_{L_2}} = k^2 = \frac{1}{16}, \text{ т.к.}$$

$$\frac{SO_1}{SO_2} = \sqrt{k^2} = \frac{1}{4}, \text{ по простр. т. Палласа.}$$

Пусть $OO_1 = x$

$$O_1O_2 = 2x$$

$$SO_2 = \frac{4}{3} \cdot 2x = \frac{8}{3}x$$

~~$\triangle KOS$~~ $\triangle KOS$ $\angle K = 90^\circ$.

$$KO = x$$

$$SO = \frac{8}{3}x - x = \frac{5}{3}x$$

$$\sin \angle KSO = \frac{KO}{SO} = \frac{x}{\frac{5}{3}x} = \frac{3}{5}$$

$$\angle KSO = \arcsin \frac{3}{5}$$

б) Д.н. KM — в.в.с в $\triangle OKS$ $KM \parallel L_1 \parallel L_2$,
 $\angle OKM = \angle KSO$ $\sin \angle OKM = \frac{3}{5}$.

$$OM = \frac{3}{5} \cdot OK = \frac{3}{5} X.$$

$$SM = \frac{8}{3} X - \frac{3}{5} X - X = \left(\frac{8}{3} - \frac{8}{5} \right) X = \frac{16}{15} X.$$

$$d_3 = \text{сег (KML)}$$

$$\frac{d_3}{d_2} = \left(\frac{SM}{SO_2} \right)^2 = \left(\frac{\frac{16}{15} X}{\frac{8}{3} X} \right)^2 = \left(\frac{2}{5} \right)^2 = \frac{4}{25}.$$

$$S_{22} = 16.$$

$$S_{23} = \frac{4 - 16}{25} = -\frac{12}{25}$$

$$\text{ОТВЕТ: а) } \arcsin \frac{2}{5} \quad \text{б) } \frac{64}{25}.$$