

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 7

ШИФ]

Бланк задания должен быть вложен в рз
Работы без вложенного задания не проверяются.

† ①. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 9261. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

⊗ ②. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$.

③. [5 баллов] Решите систему уравнений $(2^{1010})^{\ln 2} = 4^{\ln}$

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = (y^{\ln(y/x^2)}) \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0. \end{cases}$$

† ④. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 16.

† ⑤. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 5| + |y - x + 5| = 10, \\ (|x| - 12)^2 + (|y| - 5)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

† ⑥. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 10 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .

б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 12$. Найдите площадь треугольника ACF .

† ⑦. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

1) $7621 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 777 \Rightarrow$ {есть 2 варианта:

• 3 семерки, ^{тройки} 3 ~~единицы~~, 2 единицы.

$$\Rightarrow C_8^3 \cdot C_5^3 = \frac{8!}{5! \cdot 3!} \cdot \frac{5!}{3! \cdot 2!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{8} = 560.$$

• 3 семерки, тройка, девятка и остальные единицы.

$$C_8^3 \cdot C_5^1 \cdot C_4^1 = \frac{8!}{5! \cdot 3!} \cdot 5 \cdot 4 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{6} = 56 \cdot 20 = 560 \cdot 2$$

Ответ: $560 \cdot 3 = 1680$.

№3.

$$\begin{cases} (x+y)^{-\ln x} = y^{\ln(\frac{y}{x})} & (1) \\ y^2 - xy - 2x^2 + 3x - 4y = 0 & (2) \end{cases}$$

$$y^2 - y(x+y) - 2x^2 + 3x = 0.$$

$$D = \frac{x^2 + 8x + 16 + 3x^2 - 32x}{4} = 3x^2 - 24x + 16 =$$

$$= (3x-4)^2.$$

$$y = \frac{x+4 \pm (3x-4)}{2} = 2x \text{ и } 4-x.$$

1) $y = 2x$

$$\begin{aligned} (16x^6)^{-\ln x} &= 2x^{\ln(\frac{2}{x^6})} \\ (16 \cdot x^6)^{-\ln x} &= (2x)^6 \cdot \ln \frac{2}{x} \\ \frac{1}{(16x^6)^{\ln x}} &= (2x)^6 \cdot \ln \frac{2}{x} \end{aligned}$$

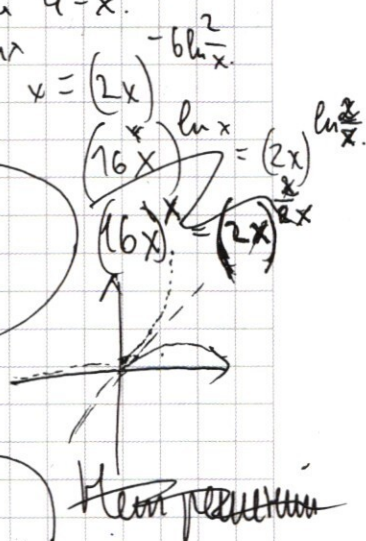
$$\frac{1}{(2x)^6 \cdot 8 \cdot \ln \frac{2}{x}} \cdot (16 \cdot x^6)^{\ln x} = (2x)^6 \cdot \ln \frac{2}{x} \cdot \frac{2}{x}$$

$$(16 \cdot x^6)^{\ln x} = (64 \cdot x^6)^{\ln \frac{2}{x}}$$

$$x^6 \left(16^{\ln x} \cdot 2^{\ln x} - 64^{\ln \frac{2}{x}} \cdot x^{\ln \frac{2}{x}} \right) = 0.$$

$x = 0$ либо

2) $y = 4-x$ Вла другой странице.



Нет решений

№ 4.

N, P - T. касания

$$\frac{S_2}{S_1} = \left(\frac{SN}{SP} \right)^2 \Rightarrow$$

$$\frac{SN}{SP} = \frac{1}{4} \Rightarrow SN = h, SP = 3h.$$

$$\Rightarrow R \text{ сферы} = 1,5h.$$

$$\angle KSO = \arcsin\left(\frac{3}{5}\right).$$

2 - T. на OS (основ. +)

Пусть $OZ = a$.

$$KO^2 - OZ^2 = KS^2 - SZ^2 \Rightarrow$$

$$(1,5h)^2 - a^2 = (2h)^2 - (2,5h - a)^2.$$

$$0,5h \cdot 3,5h = (2a - 2,5h) \cdot 2,5h \Rightarrow$$

$$\frac{7}{5}h = (2a - 2,5h) \cdot \frac{5}{2}.$$

$$0,7h = 2a - 2,5h \Rightarrow a = 1,6h. \Rightarrow SZ = 1,6h$$

$$\Rightarrow \text{Получаем } \frac{S_{KLM}}{S} = \left(\frac{SZ}{SP} \right)^2 \Rightarrow S(KLM) = \left(\frac{16}{40} \right)^2 \cdot 16 = \boxed{2,56}$$

$$\text{Ответ: } \arcsin \frac{3}{5}; S = 2,56.$$

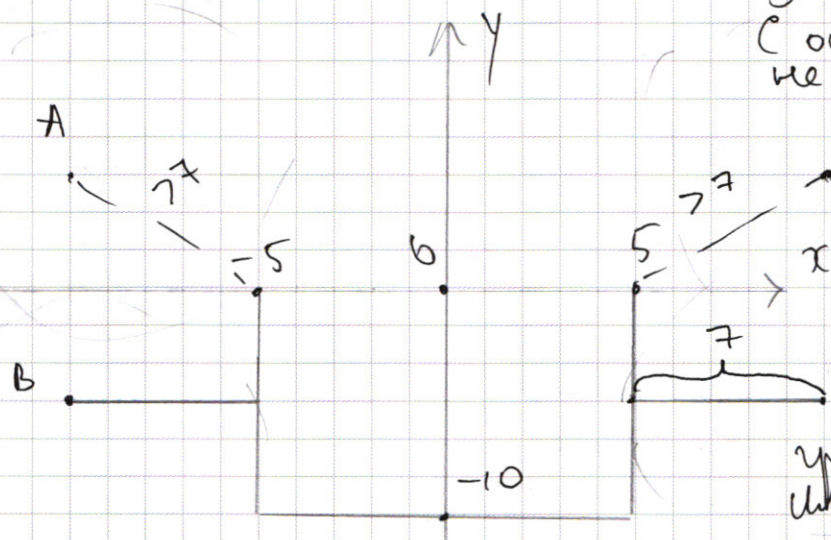
№ 5.

Раскроем все модули 4 способами получим

$$x+y+5+y-x+5=10; \quad x+y+5+x-y-5=10; \quad -x-y-5+x-y-5=10$$

$$\text{и } -x-y-5+y+5-x=10 \text{ Получаем } x=-10; x=-5; y=0; x=5.$$

С оракиением, что модули не превосходят 10.



точки ABCD удовл. 2 уравн. (это окружн. с тем же центром и радиус 7a).

$$\Rightarrow a = (\sqrt{5a})^2 = (7)^2 = 49.$$

При других знач. a. уравн. либо не П, либо имеют > 2 общих точки.

☐ черновик

☒ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № 2

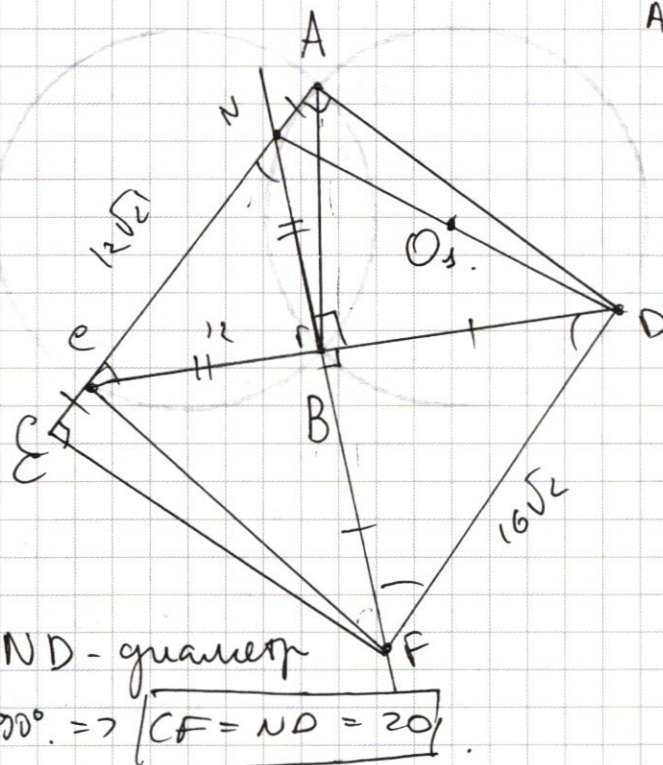
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№6.

$AN = CE = t$.

$\angle CAD = 90^\circ$.
 $\angle ACB = \angle ADB = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ$,
 т.к. ортос. центр
 а) $\odot$ окр. к ортос. центр
 радиусам.
 $\angle DBF = \angle CBN = 90^\circ \Rightarrow$
 $\Rightarrow \angle BDF = \angle BFD = 45^\circ$.
 $\Rightarrow CNDF$ — параллелограмм.
 $\Rightarrow ND = CF$.



В окружности (O_1) ND — диаметр
 $\angle NBD = 180^\circ - \angle CBN = 90^\circ \Rightarrow CF = ND = 20$.

б) $CB = 12 \Rightarrow BF = 16$

$ACFD$ — параллелограмм $\Rightarrow CA = FD = NC + 2t = FD$

$12\sqrt{2} + 2t = 16\sqrt{2} \Rightarrow t = 2\sqrt{2} \Rightarrow AC = 14\sqrt{2}, CF = 20$.

$\angle ACF = \arcsin \frac{4}{5} + 45^\circ \Rightarrow \sin(\angle ACF) = \frac{4}{5} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{3}{5} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{7}{5} \right)$.

$S = \frac{20 \cdot 14\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{7\sqrt{2}}{14} = (14)^2 = 196$.

Ответ: $20; 196 = S$

№7.

$$y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} = A(x)$$

$$y < 76 + 2x(2^{32} - 1) = B(x)$$

При $x < 6$ $A = B$.

При $x = 38$ $A = B$

Подходящий $x \in [7; 37]$ нужно посчитать $A(7) + \dots + A(37)$
 $- B(7) - B(8) - \dots$
 $\dots - B(37)$

№8.

($Z < 0$ не работает.

$$\cancel{2^7 + 3 \cdot 2^{34} + 2^8 + 3 \cdot 2^{34}}$$

46 + (ошибка) всегда меньше $3 \cdot 2^{34}$.

$$46 + 2 \cdot 14(2^{32} - 1) + 76 + 16(2^{32} - 1) + \dots + 76 + 44(2^{32} - 1) - (2^7 + 3 \cdot 2^{34} + 2^8 + 3 \cdot 2^{34} + \dots + 2^{37} + 3 \cdot 2^{39}) =$$

$$= 46 \cdot 31 + (2^{32} - 1) \cdot 44 \cdot 31 - (2^7(2^{31} - 1) + 3 \cdot 2^{34} \cdot 31) =$$

Пожалуйста мы получаем простое неравенство потому нужно вычесть не все члены суммы из 31.

$$75 \cdot 31 + (2^{32} - 1) \cdot 44 \cdot 31 - 31 \cdot 3 \cdot 2^{34} - 2^7(2^{31} - 1) =$$

$$= 2 \cdot 31^2 + 2^{32} \cdot 44 \cdot 31 - 31 \cdot 3 \cdot 2^{34} - 2^7(2^{31} - 1) =$$

$$= 31(31 + 2^{34}(11 - 3)) - 2^7(2^{31} - 1) =$$

$$= 31(31 + 2^{37}) - 2^7(2^{31} - 1) = 31^2 + 128 + 2^{37} \cdot 37 - 2 \cdot 2^{37} =$$

$$= 31^2 + 128 + 2^{37} \cdot 35 = 33^2 + 2 \cdot 35 =$$

Ответ: $33 + 2^{37} \cdot 35$ (кон-во пар).

$$\begin{array}{r} \times 31 \\ 31 \\ \hline 31 \\ 93 \\ \hline 961 \\ 1089 \end{array}$$

№2.

$$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$$

$$2 \sin 7x \cos 2x - 2 \cos 7x \cos 2x - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\cos 2 + \sin 2 = \sqrt{1 + \sin 4x}$$

$$\sqrt{2 - \sin 10x} =$$

$$2 \cos 2x (\sin 7x - \cos 7x) = \sqrt{2} \cos 4x$$

$$4 \cos^2 2x (1 - \sin 14x) = 2 \cos^2 4x$$

$$4 \cos^2 2x - 4 \cos^2 2x \cdot \sin 14x = 2 \cos^2 4x$$

$$\sqrt{1 + \sin 18x} + \sqrt{1 - \sin 10x} = \sqrt{2} \cos 4x$$

$$2 + \sin 18x - \sin 10x + 2\sqrt{\dots} = 2 \cos^2 4x$$

$$1 + \sin 18x - \sin 10x + 2\sqrt{\dots} = \cos 8x$$



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

№3.

~~Второй случай~~ $y = 4 - x$. $y = 2x$.

$$(x^2 y^4)^x = y^{7 \frac{y}{x}}$$

$$(x^2 y^4)^x \cdot y (x^2 y^4) \ln x = y^{7 \ln \frac{y}{x}}$$

$$y = 2x \quad \frac{7 \ln 2}{y} = \frac{(2x)^{7 \ln 2}}{(2x)^{7 \ln 2}} = (16x^6)^{\ln x}$$

$$(16x^6)^{-\ln x} = (2x)^{\ln \left(\frac{2}{x^6} \right)}$$

$$\frac{2x}{2x \ln x^6} = (16x^6)^{-\ln x}$$

$$\frac{(2x)^{\ln 2}}{(2x)^{6 \ln x}} = \frac{1}{(16x^6)^{\ln x}} \Rightarrow \frac{(2x)^{\ln 2}}{64 \ln x \cdot x^{6 \ln x}} = \frac{1}{16 \ln x \cdot x^{6 \ln x}}$$

$$\frac{(2x)^{\ln 2}}{4 \ln x} \Rightarrow \boxed{x=2} \quad \boxed{\begin{matrix} x=2 \\ y=4 \end{matrix}}$$

$y = 4 - x$. Нет решений.

№2.

$$\begin{cases} \cos 4x = a \\ \cos 5x = b \end{cases}$$

$$\cos 4x \cos 5x - \sin 4x \sin 5x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1.

$$9261 \sqrt[3]{}$$

$$\begin{aligned} 9261 &= 3 \cdot 3087 = 3 \cdot 3 \cdot 1029 = \\ &= 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 343 = 457 \\ &= 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7. \end{aligned}$$

В 7 тысяче или 3 семёрки 3 ^{тысячи} единицы и 2 единицы

2) 3 семёрки, девятка / тысяча, 3 единицы.

$$\binom{8}{3} = \frac{8!}{5!3!} = \frac{6 \cdot 7 \cdot 8}{8} = 56. \quad \text{в } x \text{ (log } x)$$

$$1) \binom{5}{3} = \frac{5!}{3!2!} = 10. \quad \text{и } \boxed{560}$$

$$2) \binom{8}{3} = 56 \cdot 5 \cdot 4 = 56 \cdot 20 + 56 \cdot 10 = 56 \cdot 30 = \boxed{1680}$$

Итого: 1680.

$$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0.$$

$$\cos \alpha + \beta = \cos \alpha \cos \beta -$$

$$\cos 5x \cos 4x - \sin 5x \sin 4x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x.$$

$$+ \sin 5x \cos 4x + \sin 4x \cos 5x + \sin 5x = 0. \quad \cos 5x (\sin 4x + \cos 4x).$$

$$\begin{aligned} (\cos 5x \cdot \cos 4x) + \sin 5x \sin 4x - \sqrt{2} \cos 4x - \cos 5x (\sin 5x \cos 4x + \sin 4x \cos 5x) \\ + \sin 5x = 0. \end{aligned}$$

$$\sin 5x + \sin 9x = \cos 9x + \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x.$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \frac{\sin 7x}{2} \cos 2\alpha.$$

$$2 \cos 7x \cos 2x - 2 \sin 7x \sin$$

$$\cos 9x + \cos 5x = 2 \cos 7x \cos 2\alpha.$$

$$\sin \frac{\pi}{6} + \sin \frac{\pi}{6} = 2 \cdot \frac{1}{2}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{6}}{4}$$

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{6} = 2 \cdot \frac{1}{2}$$

$$2 \cos 2x (\sin 7x + \cos 7x)$$

$$2 \frac{\sin \alpha + \sin \beta}{\sin 30 + \sin 30} = 2$$

$$2 \cos 2x (\sin 7x - \cos 7x) = \sqrt{2} \cos$$

$$\cos \alpha + \cos \beta.$$

$$\cos \frac{\pi}{3} + \cos \frac{\pi}{3} = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cos$$

$$\sqrt{3}.$$

$$\sin \alpha - \cos \beta.$$

$$\sin \frac{\pi}{6} - \cos \frac{\pi}{3}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0$$

$$\sin \frac{\pi}{3} - \cos \frac{\pi}{3} = 2$$

$$2 \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}}{2} = \frac{1}{2} \cos$$

no3.

$$(x^2 y^4)^{\ln x} = y^{\ln \left(\frac{y}{x^2} \right)}$$

$$x^2 - 2x^2 + 6x + 4y = 0.$$

y

x^2

2 + \beta = 1.

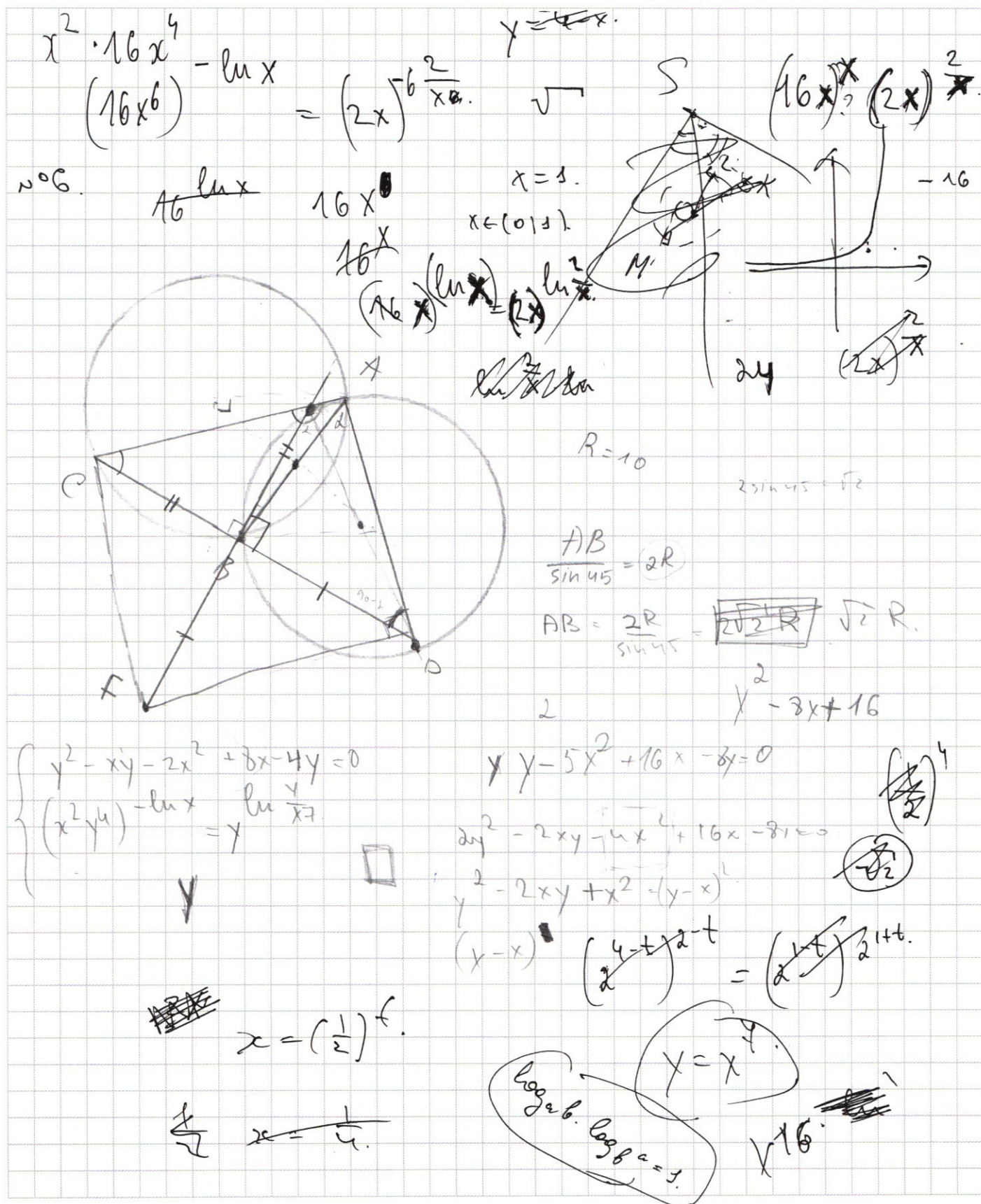
$$\beta = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

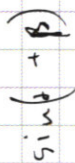
$$2 + \frac{1}{\sqrt{2}} = 1.$$

$$\sqrt{2} + 1 = \sqrt{2}$$

$$\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА





$$\frac{20.44\sqrt{2}}{2} \left| \begin{array}{cc} \sqrt{2} & 2 \\ 5 & 4 \end{array} + \begin{array}{cc} \sqrt{2} & 4 \\ 5 & 4 \end{array} \right|$$

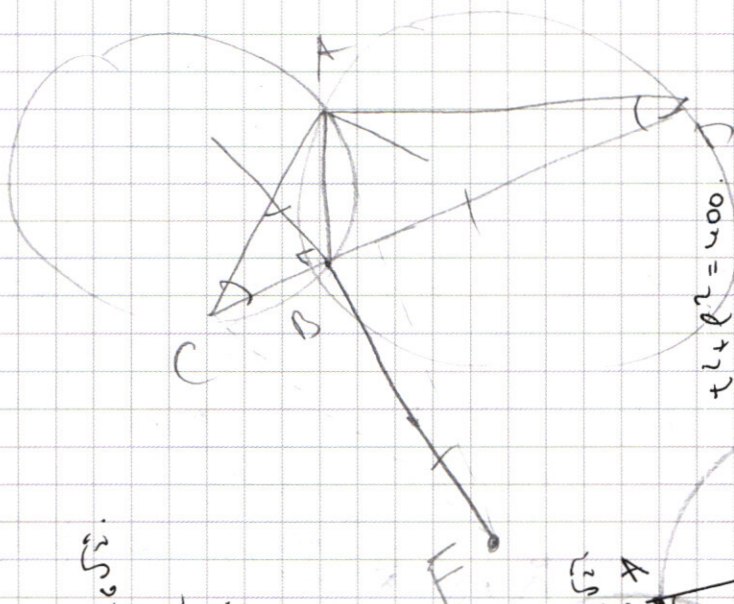
$$\frac{20 \cdot 14\sqrt{2}}{2 \cdot 10} = 7 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{196}$$

$$\sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha =$$

$$1251 + 2 + 1 = 1254$$

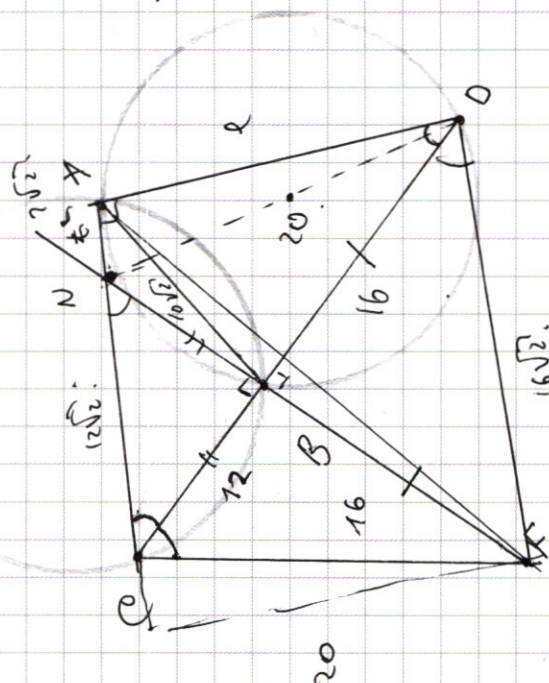
25-5-22

$$t = 2\sqrt{2}.$$

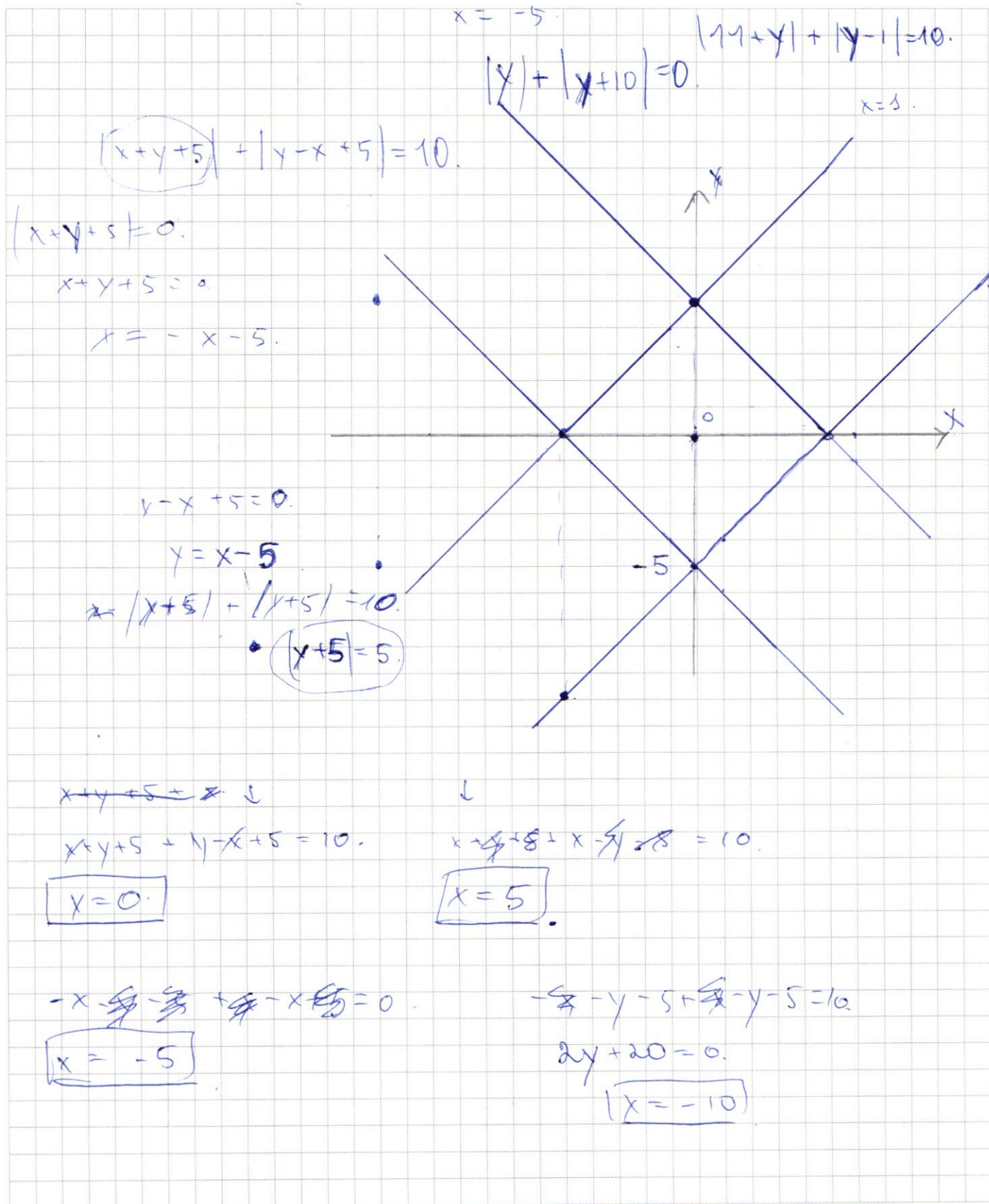


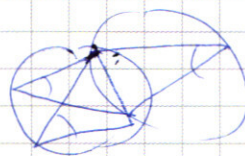
$$t^2 + 0^2 = 100$$

$$\sqrt{2+2}$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА





$$x \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \quad \text{or} \quad 2^{34} \cdot 2 + 1$$

$$x < 76 + 2^{33} \times \frac{1}{2}$$

$x = 0,$

$$2^x + 3 \cdot 2^{\overbrace{34}^{33}} < 76 + 2^{\overbrace{33}^{33}} - 2^x$$

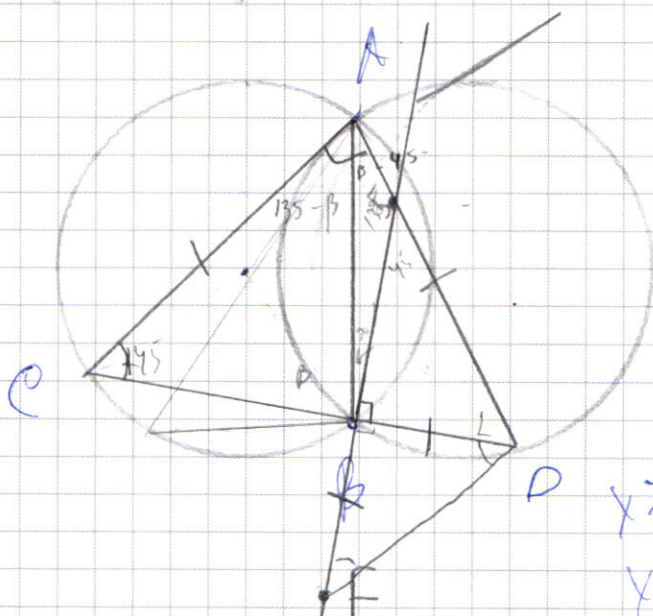
$$2^{33}(\underline{x-6}) - 2x - 2^x + 768$$

$$x \geq 7$$

$$x = \frac{7}{3.3} \quad 2^{33} - 14 - 128 + 64$$

$$x = 6$$

$$x = 10, \quad x = 8$$



$x \geq 1$ ~~2~~ $(2^6 + 3 \cdot 2^{34})$

$$Y < \cancel{2^6} + \cancel{3 \cdot 2^2} + \cancel{2 \cdot 2^{34}} - \cancel{12}$$

$$y = \frac{2}{33} (x-6)^3 - 2x - 2^x + 76$$

Her $x = y$.

$x = 0$ не пав

$$x = 16$$

$$x \rightarrow 2 + 3 \cdot 2^{34}$$

$$x \geq 3.2 \quad 34 \quad 7$$

$$x \leq 76 + 7 \cdot 2^{33} - 14 \quad x \leq 2^7 + 3 \cdot 2^{34}$$

8. 2 34 283

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№7.

$$y < 2^6 + 3 \cdot 2^2 + 2 \times (2^{32} - 1).$$

$$y > 2^x + 3 \cdot 2^{34}$$

$$2^6 + 3 \cdot 2^2 + 2 \times (2^{32} - 1) - 2^x - 3 \cdot 2^{34} > 0$$

$$2^6 + 3 \cdot 2^2 + 2^{33} (x - 6) + 2^{33} - 2^x - 2^{34} > 0.$$

$x = 6$ не подходит.

$$x = 9.$$

$$2^9 + 3 \cdot 2^{34}$$

$$46 + 18 \cdot 2^{32} = 18.$$

$$2^9 + 3 \cdot 2^{34}$$

$$9 \cdot 2^{33}$$

8

$$x = 2^{34}$$

$$x = 100.$$

$$x = 16.$$

$$x \in [7; 38].$$

$$2^{100} + 2 \cdot 2^{34}$$

$$46 + 200 (2^{32} - 1).$$

$$2^{16} + 3 \cdot 2^{34}$$

$$46 - 32 + 2^{34}$$

$$2^{14} + 3 \cdot 2^{34}$$

$$16 \cdot 2^{18} - 3 \cdot 2^{34}$$

$$46 - 36 + 29 \cdot 2^{34}$$

$$9 \cdot 2^{38} + 3 \cdot 2^{34}$$

$$46 + 46 (2^{32} - 1).$$

$$= 2^{34} (19) \text{ Равно.}$$

$$76 + 2 \cdot (2^{32} - 1)$$

$$76 + 2 \cdot 8 (2^{32} - 1)$$

$$76 + 2 \cdot 38 (2^{32} - 1)$$

$$76 + 2 (2^{32} - 1) 22 \cdot 31$$

$$\left(\frac{7+37}{2} \right) \cdot 31$$

$$22 \cdot 31$$

$$76 + 44 \cdot 31 (2^{32} - 1)$$

$$2^{38} - 1 + 3 \cdot 2^{34}$$

14

$$76 + 44 \cdot 31 (2^{32} - 1)$$

$$46 + 44 \cdot 31 (2^{32} - 1)$$

$$- 2^{38} - 3 \cdot 2^{34}$$

$$- 2^{34} \left(\frac{19}{13} \right)$$

19

$$76 + 44 \cdot 31 (2^{32} - 1) - 2^{34} \cdot 19$$

$$- 19 (2^{34} - 4)$$

$$- 46 (2^{32} - 1)$$

$$(2^{32} - 1) (44 \cdot 31 - 76)$$

$$+ t$$

$$(2^{32} - 1) (1288) + t$$

$$\begin{array}{r} 44 \cdot 3 \\ \times 31 \\ \hline 44 \\ 132 \\ \hline 1364 \\ \hline 76 \\ \hline 1288 \end{array}$$

$$2^7 + 3 \cdot 2^{34}$$

$$2^8 - 1 + 3 \cdot 2^{34}$$

$$2^{37} + 3 \cdot 2^{34}$$

$$2^{38} - 1 + 3 \cdot 2^{34}$$

$$2^7 + 2^8$$

$$2^7 (1 + 2 + 4 + \dots + 2^{30})$$

$$1 + 2 + \dots + 2^{30} = A$$

$$2 + \dots + 2^{31} = 2A$$

$$A = 2^{31} - 1$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\cos 9x - \cos 5x = \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0.$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$2 \sin 7x \cos 2x - 2 \cos 7x \cos 2x - \sqrt{2} \cos 4x = 0 \quad \cos \frac{\pi}{4} \cos \frac{\pi}{3}$$

$$2 \cos 2x (\sin 7x - \cos 7x) - \sqrt{2} \cos 4x = 0.$$

$$-2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos 5x \cos 4x - \sin 5x \sin 4x$$

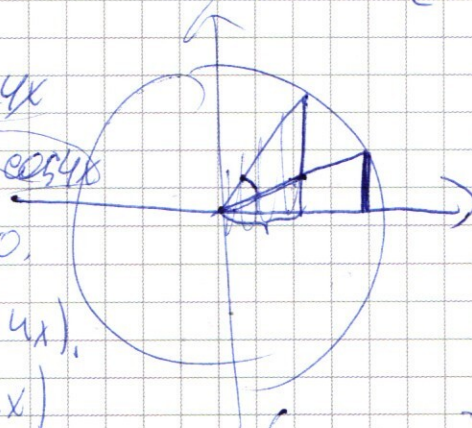
$$= \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 5x \cos 4x$$

$$+ \sin 4x \cos 5x + \sin 5x = 0.$$

$$\cos 5x (\sin 4x + \cos 4x)$$

$$+ \sin 5x (\cos 4x - \sin 4x)$$

$$\sin 5x$$



$$(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = t.$$

$$1 + \sin 2\alpha = t^2.$$

$$x^2 y^4 (\ln x) = y \left(\ln \frac{y}{x^2} \right)$$

№3.

$$(x^2 y^4) (-\ln x) = y \ln \left(\frac{y}{x^2} \right) \cdot \ln x.$$

$$y^2 - 4y - 2x^2 + 8x - 4y = 0$$

$$x=0, \quad x=1.$$

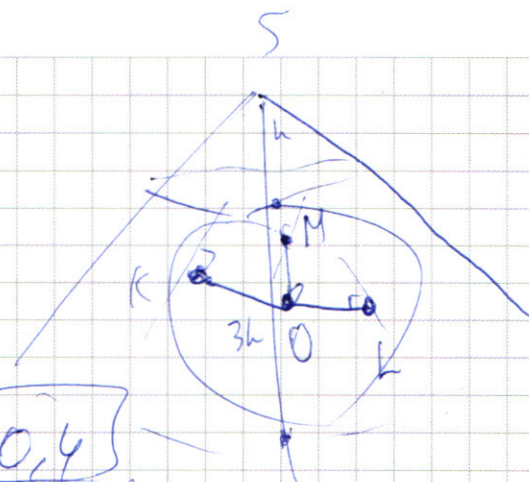
$$y^2 - 4y + 4 = -2(x^2 - 4x + 4)$$

$$(x^2 y^4)$$

$$x^2 y^4 = y \cdot \ln \frac{y}{x^2} = \frac{1}{\ln x}.$$

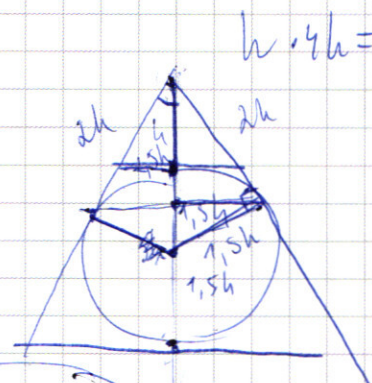
$$\frac{16}{5} = [0,8]$$

$$\frac{16}{10} = [0,4]$$



$$\left(\frac{1,6}{4}\right)^2 = 0,16 \cdot 16 = 2,56$$

$$\frac{h}{H} = \frac{1}{4} \Rightarrow$$



$$\arcsin \frac{3}{4}$$

$$\arcsin \frac{3}{5}$$

$$(1,5h)^2 - a^2 = 2,5h(2h)^2 - (2,5h - a)^2$$

$$0,5h + 3,5h = 2,5h(2a - 2,5h)$$

$$\frac{4}{2}h = \frac{5}{2} \cdot (2a - 2,5h)$$

$$h \cdot 3,5 = 5(2a - 2,5h)$$

$$3,5 = 5(2a - 2,5)$$

$$2a - 2,5 = \frac{4}{5}$$

$$h = \frac{2}{10} \quad 0,7 + 2,5 = 3,2$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$(x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln y - \ln x^7}$$

$$(x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln y - 7 \ln x}$$

$$\frac{x^2 y^4}{x^2 x} = -2 \ln x \cdot y^{-4 \ln x} \cdot y^{7 \ln x} = y^{\ln y}$$

$$x^{-2 \ln x} \cdot y^{3 \ln x} = y^{\ln y}$$

$$\frac{\ln y}{x \ln x} = \frac{1}{p}$$

$$p = \frac{1}{p^2}$$

$$e^x = y$$

$$x^{-2 \ln x} = y^{\ln \frac{y}{x^3}}$$

$$2x^2 + xy - 3x + 4y - x^2$$

$$2(x^2 - 4x) =$$

$$D = (y - 8)^2 + 8y^2 - 32y =$$

$$= y^2 - 16y + 64 + 8y^2 - 32y =$$

$$x = \frac{8 - y \pm (3y - 8)}{4} = \frac{9y^2 - 48y + 64}{(3y - 8)^2} \geq 0$$

$$x = \boxed{x = \frac{y}{2}} \rightarrow y \neq 4 \quad (4 - y)$$

1. первое $x = \frac{y}{2}$ $y = 2x$

$$\frac{16}{4} \left(\frac{16x^6}{4} \right)^{-\ln x} = 2x$$

$$\boxed{\begin{aligned} x &= \frac{y}{2} \\ x &= -y + 4 \end{aligned}}$$

$$\left(\frac{y^6}{4}\right) - \ln x = \left(\frac{128}{y^6}\right)$$

$$\left(\frac{y^6}{4}\right) - \ln \frac{y}{2} = \frac{128}{y^6}$$

$$\boxed{y > 0}$$

$$\left(\frac{y^6}{4}\right) - \ln \left(\frac{y}{2}\right) = \frac{128}{y^6}$$

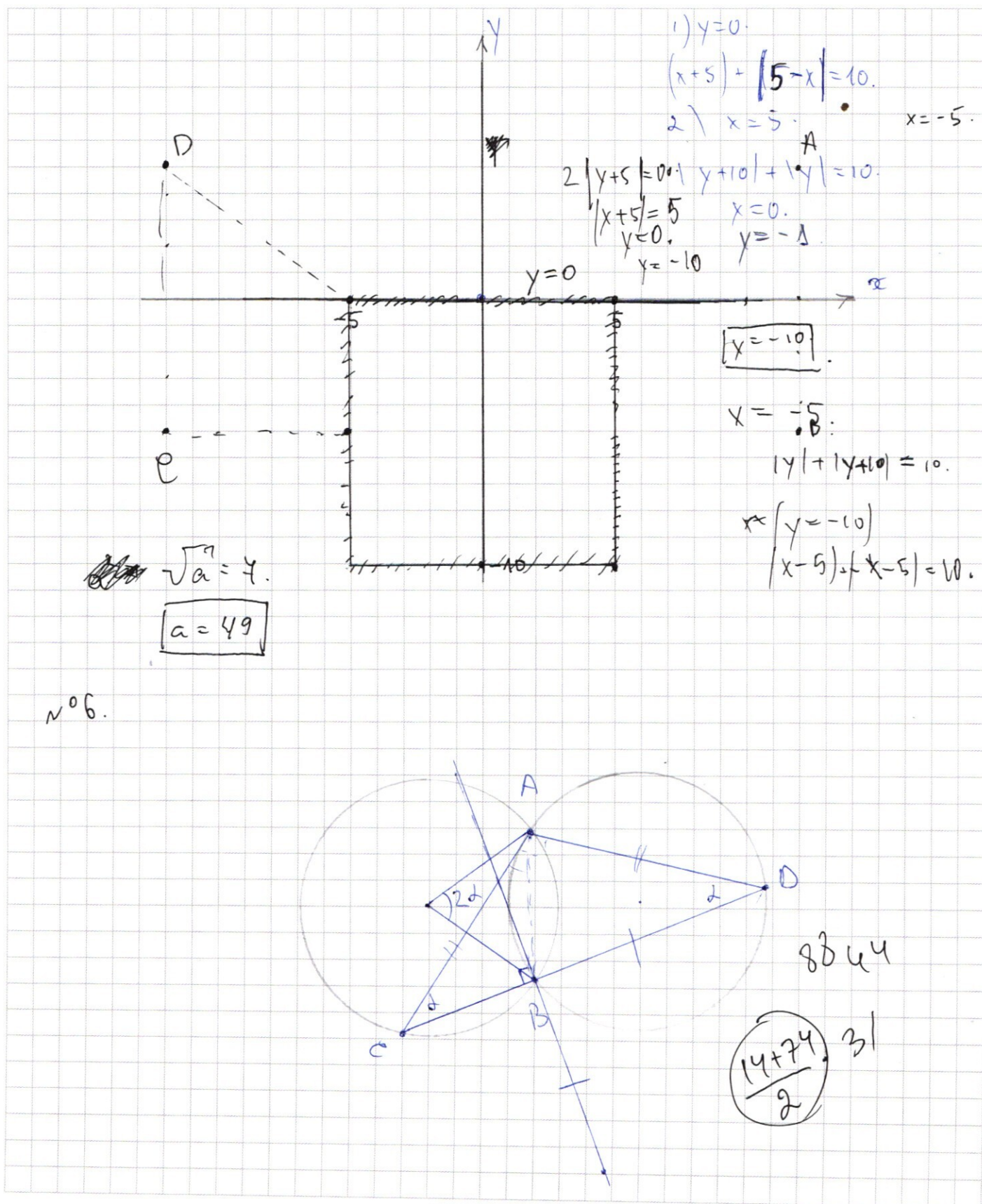
~~$$\frac{4}{y}$$~~

$$4 \ln \frac{y}{2} = \frac{\ln 128}{y^6} - y^6 \ln \frac{y}{2}$$

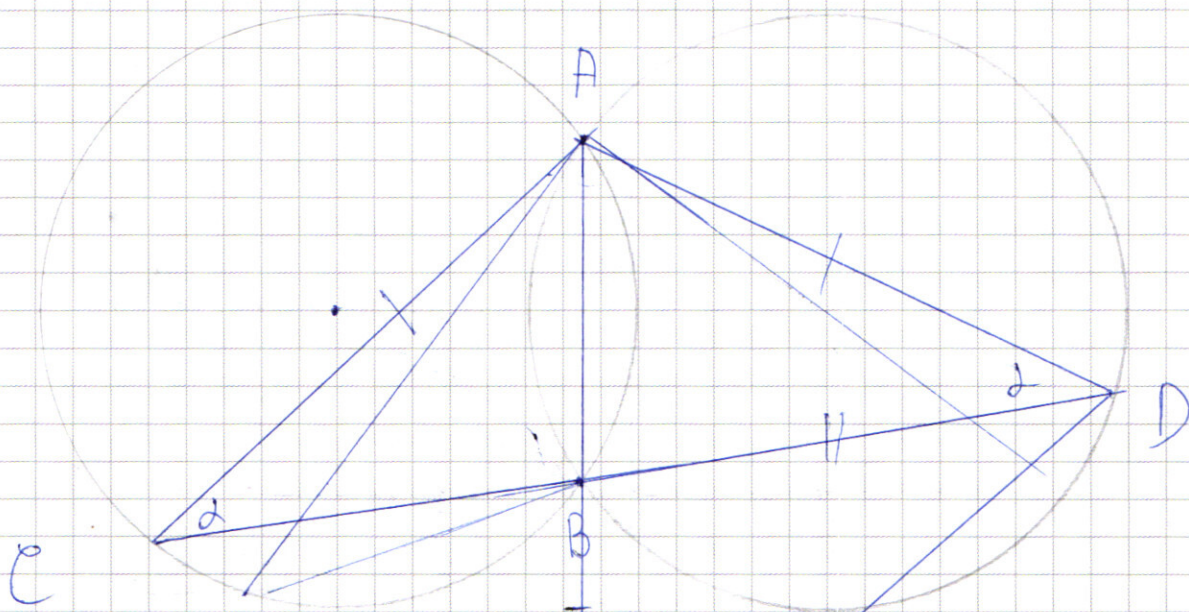
$$4 \ln \frac{y}{2} = \frac{7}{6} \ln \frac{2}{y} \cdot y^6 \ln \frac{y}{2}$$

$$4 \ln \frac{y}{2} = y^6 \ln \frac{2}{y} \left(\frac{7}{6} - 6\right)$$

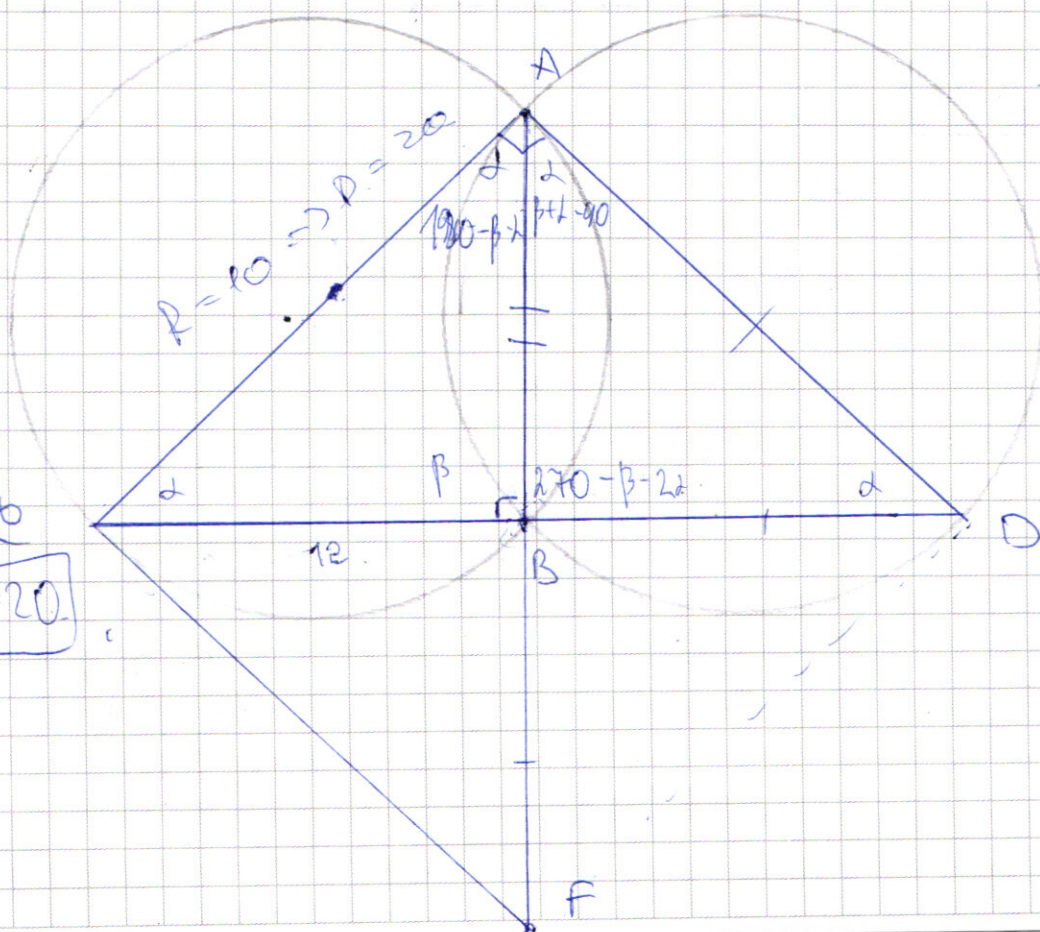
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\angle \alpha = 90^\circ$$



$\angle ACD = \angle ADC = \frac{90}{2} = 45^\circ$
 в силу того, что на равные хорды равны углы



$$270 - \beta - 2\alpha$$

$$\beta + 2\alpha - 90 = \beta$$

$$\alpha = 45^\circ$$

$$CF = 20$$