

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО М

11 класс

ВАРИАНТ 7

ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 9261. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^7)}, \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 16.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 5| + |y - x + 5| = 10, \\ (|x| - 12)^2 + (|y| - 5)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 10 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 12$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

①

Решение

Заметим, что $9261 = 3^3 \cdot 7^3$

В таком случае число должно содержать 3 шестёрки.

Способов расположить эти 3 шестёрки на 8 мест =

$$= \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{6} \text{ (из стандартной формулы комбинаторики)} = 56$$

Тогда остаётся 5 свободных мест.

Остаётся 2 случая на рассмотрение.

1) В эти места вписывается 9 и 3 т.к. $9 \cdot 3 = 3^3$

И количество способов $5 \cdot 4 = 20$

2) В эти места вписывается 3 тройки.

И количество способов

$$\frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{6} = 10$$

Итого количество всех способов $= 56 \cdot 20 + 56 \cdot 10 = 56 \cdot 30 =$
1680

Ответ: 1680

②

$$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$$

Решение.

Преобразуем к

$$-2 \sin 7x \sin 2x - \sqrt{2} \cos 4x + 2 \sin 7x \cos 2x = 0$$

$$\Leftrightarrow 2 \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\Leftrightarrow 2\sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2} (\cos^2 2x - \sin^2 2x) = 0$$

$\Leftrightarrow$

$$(\cos 2x - \sin 2x) (2\sin 7x - \sqrt{2}\cos 2x - \sqrt{2}\sin 2x) = 0$$

$$(\cos 2x - \sin 2x) (2\sin 7x - 2(\frac{\sqrt{2}}{2}\cos 2x + \frac{\sqrt{2}}{2}\sin 2x)) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2(\cos 2x - \sin 2x) (\sin 7x - \sin(\frac{\pi}{4} + 2x)) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2/2(\cos$$

$$\Leftrightarrow 2(\cos 2x - \cos(\frac{\pi}{4} - 2x)) (2\sin(\frac{7x - \frac{\pi}{4} - 2x}{2}) \cos(\frac{7x + \frac{\pi}{4} + 2x}{2})) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2\sin(\frac{\pi}{4})\sin(\frac{\pi}{4} - 2x) \cdot 2\sin(\frac{5x - \frac{\pi}{4}}{2}) \cos(\frac{9x + \frac{\pi}{4}}{2}) = 0$$

$$1) \sin(\frac{\pi}{4} - 2x) = 0 \quad \frac{\pi}{4} - 2x = \pi k \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{8} - \frac{\pi k}{2}$$

$$2) \sin(\frac{5x}{2} - \frac{\pi}{8}) = 0 \quad \frac{5x}{2} - \frac{\pi}{8} = \pi k \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{2}{5}(\pi k + \frac{\pi}{8})$$

$$3) \cos(\frac{9x}{2} + \frac{\pi}{8}) = 0 \quad \frac{9x}{2} + \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi k \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{2}{9}(\frac{3}{8}\pi + \pi k)$$

$$\text{Answer: } x = \frac{\pi}{8} - \frac{\pi k}{2}; \quad x = \frac{2}{5}(\pi k + \frac{\pi}{8}); \quad x = \frac{2}{9}(\frac{3}{8}\pi + \pi k) \quad k \in \mathbb{Z}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

③ Решение.

Рассмотрим верную строгую систему.

$$(x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^7)}$$

Тогда, из-за ОДЗ $x > 0 \Rightarrow \ln y/x^7 > 0$ то и $y > 0$

пока преобразуем эту верную строгую

$$e^{\ln(x^2 y^4) \cdot (-\ln x)} = e^{\ln y (\ln(y/x^7))}$$

$$\Leftrightarrow \ln(x^2 y^4) \cdot (-\ln x) = \ln y (\ln(y/x^7)) \Leftrightarrow$$

$$(\ln x^2 + \ln y^4) \cdot (-\ln x) = \ln y (\ln y - \ln x^7) \Leftrightarrow$$

$$(2 \ln x + 4 \ln y) \cdot (-\ln x) = \ln y (\ln y - 7 \ln x) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -2 \ln^2 x + 4 \ln y \ln x = \ln^2 y - 7 \ln y \ln x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \ln^2 y + 2 \ln^2 x - 3 \ln y \ln x = 0$$

$$\Leftrightarrow \ln^2 y + 2 \ln y \ln x + (\ln^2 x + \ln^2 x - \ln y \ln x) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (\ln x - \ln y)^2 + \ln x (\ln x - \ln y) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (\ln x - \ln y) (\ln x - \ln y + \ln x) = 0$$

$$\Leftrightarrow (\ln x - \ln y) (2 \ln x - \ln y) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (\ln x - \ln y) (\ln x^2 - \ln y) = 0$$

откуда либо $x = y$ либо $x^2 = y$

1) $x=y$ тогда подставим во второе

$$y^2 - y^2 - 2y^2 + 8y - 4y = 0 \Leftrightarrow$$

$$-2y^2 + 4y = 0 \Leftrightarrow y^2 - 2y = 0 \Leftrightarrow y(y-2) = 0 \quad y > 0 \Rightarrow y = 2$$

$x = 2$ Итого если $x=y$ то удовлетворяет пара $(2, 2)$

2) $x^2 = y$

Подставим, что

$$x^4 - x^3 - 2x^2 + 8x - 4x^2 = 0 \Leftrightarrow$$

$$x^4 - x^3 - 6x^2 + 8x = 0 \quad x \neq 0 \text{ и-знач ОК 3 степени}$$

$$\Leftrightarrow x^3 - x^2 - 6x + 8 = 0$$

Подберем значение, что $x=2 \quad y=4 = x^2$

По схеме Горнера

	1	-1	-6	8
2	1	1	-4	0

$$\text{Т.е. } x^3 - x^2 - 6x + 8 = (x-2)(x^2 + x - 4) \quad \text{Если } x \neq 2$$

тогда $x^2 + x - 4$ имеет корни.

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2} \quad x > 0 \Rightarrow x = \frac{\sqrt{17} - 1}{2} \quad \text{а } y = x^2 =$$

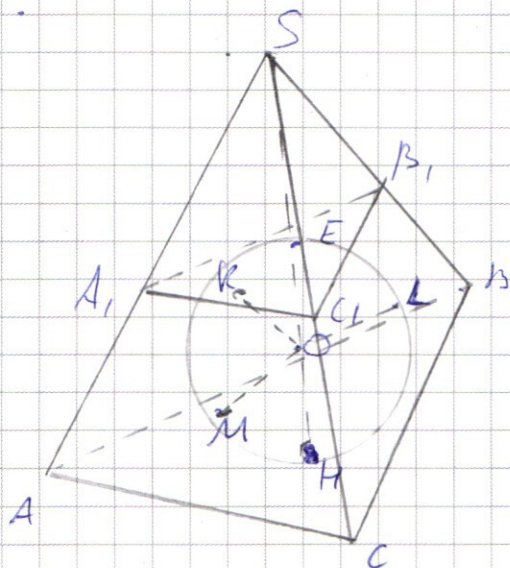
$$= \left(\frac{\sqrt{17} - 1}{2} \right)^2 = \frac{17 + 1 - 2\sqrt{17}}{4} = \frac{9 - \sqrt{17}}{2}$$

$$\text{Ответ: } x_1 = 2, y_1 = 2; \quad x_2 = 2, y_2 = 4; \quad x_3 = \frac{\sqrt{17} - 1}{2}, \quad y_3 = \frac{9 - \sqrt{17}}{2}$$

Эти 3 пары удовлетворяют условию

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

4.



Дано
Сфера O вписана
в трехгранный угол
с вершиной S
 A, B, C и $AB \perp AC$ - сечения
этого угла.
при этом
 AB, BC и $AC \perp SO$
и $A, B, C, AB \perp AC$ касаются O
(сферы)
 $AB = 16$ $SA, B, C = 1$
Найти
 $\angle KSO$ и найти $S_{\text{сечения}}$
 KLM

Решение.

Сечения ABC и A, B, C образуют пирамиду (сечение
ну) с высотой $2r$. * тогда заметим что $A, C \parallel AC$; $B, C \parallel BC$;
 $A, B \parallel AB$ потому что $\triangle SA, C \sim \triangle SAC$; $\triangle SC, B \sim \triangle SCB$; $\triangle SA, B \sim \triangle SAB$
тогда имеем подобие равносторонней
отношения площадей ABC и $AB \perp AC$ $1:4$

тогда рассмотрим сечение (какое сечение пирамиды $AB \perp AC$
 SA, B, C перпендикулярно SO

* r - радиус сферы



II- точка второй **ABC** касается
сферы O . SH -высота пирамиды $SABC$
 E - точка касания сферы O с плоскостью
 $A_1B_1C_1$

где $K_2 \in KSO, AB$ и $K_1 \in KSO$ и A_1B_1

тогда. SK_1 и $SK_2 = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{SE}{SH} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{SE}{EH} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{SE}{2r} = \frac{1}{3} \Rightarrow SE =$

$= \frac{2}{3}r \Rightarrow OS = \frac{5}{3}r$ тогда $\sin \angle KSO = \frac{r}{\frac{5}{3}r} = \frac{3}{5} \Rightarrow \angle KSO =$

$= \arcsin \frac{3}{5}$. тогда найдем отношение $\frac{SK}{SK_2}$

$SK = SO \cdot \cos \angle KSO = \frac{5}{3}r \cdot \sqrt{1 - \frac{9}{25}} = \frac{5}{3}r \cdot \frac{4}{5} = \frac{4}{3}r$; $\cos \angle KSO = \frac{4}{5}$

$SH = \frac{2}{3}r + r + r = \frac{8}{3}r$

$SK_2 = \frac{SH \cdot \cos \angle KSO}{\cos \angle KSO} = \frac{8}{3} \cdot \frac{5}{4}r = \frac{10}{3}r \Rightarrow \frac{SK}{SK_2} = \frac{\frac{4}{3}}{\frac{10}{3}} = \frac{2}{5}$

По аналогии найдем отношение и для SM и для SL

Тогда докажем, что KLM параллельно ABC и $A_1B_1C_1$
и действительно так SO -общая высота для $\triangle SKO$,
 $\triangle SMO$, $\triangle SLO$ и $OM = OL = OK$ потому $\angle SOK = \angle SOM = \angle SOL$
поэтому можно сказать, что $OKLM$ пирамида высотой SO
(с вершиной O) лежит на $SO \Rightarrow$ она перпендикулярна KLM
и ABC и $A_1B_1C_1$ и KLM, ABC и $A_1B_1C_1$.

Поэтому $\frac{SKLM}{SABC} = \left(\frac{SK}{SK_2}\right)^2 \Rightarrow SKLM = \left(\frac{SK}{SK_2}\right)^2 \cdot SABC = \frac{16 \cdot 2 \cdot 2}{25}$

$= \frac{64}{25}$ Ответ: $\angle KSO = \arcsin \frac{3}{5}$; $SKLM = \frac{64}{25}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

5) Решите задачу, используя модуль

$$|x+y+5| + |y-x+5| = 10$$

1) $x+y+5 \geq 0$ и $y-x+5 \geq 0$

т.е. $y \geq -5-x$ и $y \geq x-5$

тогда $2y+10=10$ ($x+y+5+y-x+5=10$)

$y=0$ и $0 \geq -5-x$ и $0 \geq x-5$ откуда
 $-5 \leq x \leq 5$

2) $y \leq -5-x$ и $y \geq x-5$

$$-x-y-5+y-x+5=10$$

$$-2x=10 \quad x=-5$$

$$-10 \leq y \leq 0$$

3) $y \geq -5-x$ и $y \leq x-5$

$$x+y+5-y+x-5=10$$

$$2x=10$$

$$x=5$$

$$0 \leq y \leq 10$$

4) $y \leq -5-x$ и $y \leq x-5$

$$-x-y-5-y+x-5=10$$

$$-2y=-20$$

$$y=-10$$

$$-5 \leq x \leq 5$$

7. полукалли прямоугольнику с вершинами:
 $A(-5, 0)$ $B(5, 0)$ $C(-5, -10)$ $D(-5, -10)$

$$(x-12)^2 + (y-5)^2 \text{ при } x \geq 0 \text{ и } y \geq 0$$

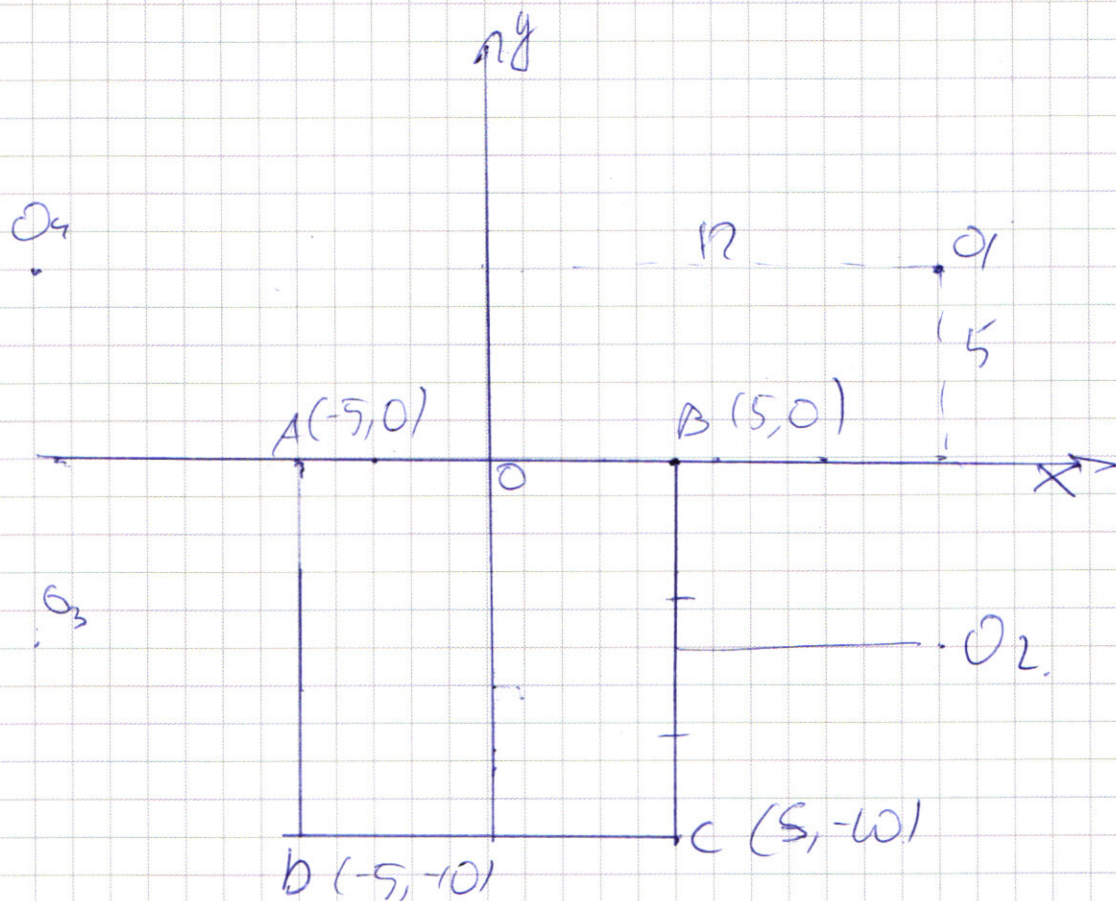
Заметим, что из-за симметрии график симметричен относительно оси абсцисс и ординат
тогда также очевидно, что для $x > 0$ и $y > 0$

будет определена (в графике) с центром $O(12, 5)$

и радиусом $\sqrt{a}$ из-за симметричности

части полукалли 4 определены центрами

$O_1(12, 5)$; $O_2(12, -5)$; $O_3(-12, -5)$ и $O_4(-12, 5)$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Рассмотрим все при $x > 0$ и если картина симметрична то еще "строка" будет одно пересечение то и строка оно повторится.

тогда если $\bar{a} = O_1 B$ то и O_1, O_2 симметричны относительно Ox то $O_2 B = O_2 C$ т.е. $BC = 10$ т.е.

и очевидно O_2 равноудалено от B и C .

поэтому для O_1 и O_2 будет 2 решения

и для симметричных O_3 и O_4 тоже 2 это противоречит условию,

Очевидно, что $O_1 A = O_2 A = O_2 D$ поэтому $\bar{a} \neq O_1 A$.

Иначе в противном случае будет больше чем 2 решения, то $O_1 C \neq O_1 A = O_1 B \neq O_1 D \neq O_2 D$

(для правой части) и решение будет одно т.е. строка только симметрична

O_1 пересечется с $ABCD$ и $\bar{a} = \sqrt{15^2 + 7^2} \Rightarrow a = 225 + 49 = 274$

Также если стоит задача, то и при $O_1 D = \bar{a}$ решение только одно (для правой части) т.е. строки радиусов от O_2 не пересекают $ABCD$

тогда $a = 14^2 + 15^2 = 514$

Ответ: $a = 274$ и $a = 514$

[illegible]

6, A O₂ B - ромб со сторонами 10 $\angle ACD = \alpha \leftarrow \angle ADB = \beta$
 $\angle APB = \beta$

$$\angle A O_1 B = 2\alpha = \angle A O_2 B, \text{ u } (O_1 A \perp O_2 B \text{ - power}) = 2\beta = \alpha = \beta$$

CB - высота и медиана $\hookrightarrow E \in CF \Rightarrow CE = CF = 20$

Problem: a) $CF = 20$

По условию $BC = 12 \Rightarrow BI = \sqrt{20^2 - 12^2} = 16$

$$E_D = 16 \text{ J} = 130 \text{ J}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\frac{1}{x^2 y^4 \ln x} = y^{\ln y - \ln x^2}$

$g(y-1)$ $g^2 - xy - x^2 - x^2 + 3x - 4y = 0$
 $(-2)^2(-2)^4 - \ln$

$g(y-1)$ $1 - \ln 1 = y^{\ln 1}$
 $1 - 1 - 2 + 3 - 4$
 $y = -2y \neq 0$
 $-2y^2 - 2y = 0$
 $y^2 + 2y = 0$

$g^2 - y^2 - 2y^2 + 3y - 4y = 0$

$x^2 y^4$ $-4y^2 + 4y = 0$
 $g^2 - y = 0$ $y = 1$

$2^x + 3 \cdot 2^{3x} < 76 + 2^{33}x$

$-(\ln x^2 y^4) \ln x = \ln y (\ln y - \ln x^2)$

$-(\ln x^2 + \ln y^4) \ln x = \ln^2 y - 7 \ln x \ln y$
 $-2 \ln x^2 + 4 \ln y \ln x = \ln^2 y - 7 \ln x \ln y$

$\ln^2 y + 3 \ln y \ln x + 2 \ln x^2 = 0$
 $(\ln y - \ln x)^2 - \ln y \ln x + \ln x^2 = 0$
 $(\ln y - \ln x)^2 - \ln x (\ln x - \ln y)$
 $\ln$ $y = x$

$\frac{a}{a+2r} = \frac{1}{9}$
 $9a = a + 2r$
 $a = \frac{2}{3}r$

$\sin d = \frac{v}{\frac{8}{3}t} = \frac{3}{5}$
 $\arcsin \frac{3}{5}$
 $\arccos \frac{4}{5}$

$\frac{5}{3}r + r = \frac{2}{3}r$
 $\frac{2}{3} \cdot \frac{8}{3} \cdot \frac{8}{3} \cdot \frac{3}{8}$
 $\frac{24}{5} \cdot \frac{1}{24} = \frac{2}{5}$
 $\frac{2}{5} \cdot \frac{4}{25} \cdot 16 = \left(\frac{64}{25}\right)'$

5) $y > x - 5$

$$y > x - 5$$

$$x + y > 5$$

$$y > 5 - x$$

$$y \geq 0$$

$$y = 0$$

$$y \geq -5 - x$$

$$y \leq x - 5$$

$$x + y + 5 + y + x - 5 = 10$$

$$x = 5$$

$$y \geq -10$$

$$y \leq 0$$

$$y \leq -5 - x$$

$$y \geq x - 5$$

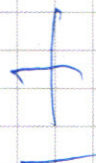
$$-x - y - 5 + y - x + 5 = 10$$

$$-2x = 20$$

$$x = -10$$

$$y \geq -10$$

$$y \leq 0$$



$$y < x - 5$$

$$y < 5 - x$$

$$x - y - 5 - y + 5 = 10$$

$$-2y = 20 \quad y = -10$$

$$-10 < x - 5 \quad -5 < x$$

$$-10 < 5 - x$$

$$x < 15$$

$$x + y + 5 \geq 0$$

$$y + x + 5 \geq 0$$

$$y \geq -5 - x$$

$$y \geq x - 5$$

$$-5 - x \leq 0$$

$$x - 5 \leq 0$$

$$x \geq -5$$

$$x \leq 5$$

$$2y = 0 \quad y = 0$$

$$y \leq -5 - x$$

$$y \leq x - 5$$

$$-x - y - 5 + y + x - 5 = 10$$

$$-2y = 20 \quad y = -10$$

$$-10 \leq -5 - x$$

$$x \leq 5$$

$$-10 \leq x - 5$$

$$x \geq -5$$

$$C_k^n \quad C_n^n \quad C_n^n \quad \frac{A_n}{P_n}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$9261 \overline{) 13}$ $9261 \overline{) 1029}$ $\frac{1029}{9261}$ $3^3 \cdot 2 \cdot 2^{10}$
 $(\frac{57+1}{2})^2$ $\frac{1029}{10343}$ $\frac{343}{1029}$ $\frac{343}{63}$ $\ln(\sqrt{2})$
 $\frac{17+1-2\sqrt{17}}{4}$ $\frac{18-2\sqrt{17}}{4} = \frac{9-\sqrt{17}}{2}$ $3^3 \cdot 7^3$ $\sqrt{2}$ -13
 1) $\frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{6} = 56$ answers $\frac{18-2\sqrt{17}}{4} = \frac{9-\sqrt{17}}{2}$ $\frac{1}{2} = \frac{14-1}{2} = \frac{13}{2}$
 1a) $\frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{2 \cdot 6} = 10$ $56 \cdot 10 = 560$ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ $\frac{1680}{560}$ $\frac{13}{2}$
 б) $5 \cdot 4 = \frac{4 \cdot 3}{2} = 30 \cdot 56$ $\frac{56}{1680}$ $\frac{1680}{560}$ $\frac{13}{2}$
 $2^{-4 \ln 2}$ $(4 \cdot 4)^{-\ln 2} = \sqrt{2}$ $x = \frac{2}{\ln(2^{1/2})} = \sqrt{2}$ $\frac{1}{2} = \frac{14-1}{2} = \frac{13}{2}$
 2) $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$ $3x^2 - 2x - 6 = 0$
 $-2 \sin 7x \cos 2x - \sqrt{2} \cos 4x + 2 \sin 7x \cos 2x = 0$
 $2 \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2} \cos 4x = 0$ $\Delta = 4 + 4^2 = 46$
 $2 \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2} (\cos^2 2x - \sin^2 2x) = 0$ $6 \cdot 3 \cdot 4$
 $(\cos 2x - \sin 2x) (2 \sin 7x - \sqrt{2} \cos 2x - \sqrt{2} \sin 2x) = 0$ $x^2 - 6x + 9$
 $(\cos 2x - \sin 2x) (2 \sin 7x - \frac{\sqrt{2}}{2} (\cos 2x + \sin 2x)) = 0$ $(x-3)^2 + (x^3-1)$
 $2 (\cos 2x - \sin 2x) (\sin 7x - \sin(\frac{\pi}{4} + 2x)) = 0$ $x^3 - (x^2 + 6x + 9) + 17 = 0$
 $-1 \cdot 1$ $x = 2 \cdot 8 + 8 - 4 - 12$

→ ~~8200~~

$$\cos 2x - \sin 2x = 0$$

$$\cos 2x - \cos(\frac{\pi}{2} - 2x) =$$

$$= 2\sin(\frac{\pi}{4})\sin(\frac{\pi}{4} - 2x)$$

$$\Rightarrow \frac{\pi}{4} - 2x = \pi k \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$2x = \frac{\pi}{4} - \pi k \quad k \in \mathbb{Z} \quad k=0$$

$$x = \frac{\pi}{8} - \frac{\pi k}{2}$$

$$\cos \frac{9\pi}{8} - \cos \frac{5\pi}{8} - \sqrt{2} \cos \pi + \sin \frac{5\pi}{8} + \sin \frac{9\pi}{8}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} + \sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos \frac{9\pi}{8} - \cos \frac{5\pi}{8} - \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{\pi}{4} + \sin \frac{9\pi}{8} + \sin \frac{5\pi}{8}$$

$$\frac{\pi}{4} + x = \pi k \quad x = \frac{\pi}{4} - \pi k \quad k=1$$

$$x - \frac{\pi}{4} = \pi k \quad x = \frac{\pi}{4} + \pi k$$

$$2\sin\left(\frac{7x - \frac{\pi}{4} - 2x}{2}\right) \cos\left(\frac{7x + \frac{\pi}{4} + 2x}{2}\right) = 2\sin\left(\frac{5x - \frac{\pi}{4}}{2}\right) \cos\left(\frac{9x + \frac{\pi}{4}}{2}\right)$$

$$\frac{5x - \frac{\pi}{4}}{2} = \pi k \quad x = \frac{2}{5}\left(\frac{\pi}{4} + \pi k\right)$$

$$x^{10 - \ln x} = x^{2 \ln x - 5}$$

$$\frac{9x + \frac{\pi}{4}}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi k$$

$$x^4 - x^3 - 2x^2 + 8x - 4x^2 = 0$$

$$x = \frac{4\pi - \pi}{8} \left(\frac{3}{8} + \pi k \right) \frac{2}{9}$$

$$3. \frac{1}{(x^2 y^4)} = y \quad \frac{1}{x^{2 \ln x} y^{4 \ln y}} = \frac{y^{\ln y - \ln 7}}{y^{\ln 7}} = \frac{y^{\ln y} \cdot x^{2 \ln x} \cdot y^{\frac{4 \ln x}{y^{\ln 7}}}}{y^{\ln 7}}$$

$$y^2 - 4y$$

$$y^{\ln y - 4 \ln x - \ln 7} \cdot x^{2 \ln x} = 1$$

$$y^2 - 2xy$$

$$-x^2 + 8x - 16 + 16$$

$$y^2 - xy - x^2 - 4y$$

$$y(y - x - 4) - 2x(x - 4) = 0$$

$$y(x^2 - 6) - (x^2 + 8) = 0$$

$$x(x^2 - 6) - (x^2 + 8)$$

$$x^3 - 4 + 6x + 8$$

$$x^3 - 2$$

$$x^3 - x^2 - 6x + 8$$

$$x = \frac{1}{8}$$

$$x = 1$$

$$\frac{1}{8} - \frac{1}{4}$$

$$x = \frac{3}{2}$$

$$\frac{27}{8} - \frac{18}{8} - \frac{18}{8} + \frac{64}{8}$$

$$x=3 \quad y=1$$

$$g^{-\ln 3} = 1 \quad \ln(1/3)$$

$$g^{-\ln 3}$$

$$2\ln x = \ln y$$

$$x^2 = y$$

$$x^4 - x^3 - 2x^2 + 8x - 4x^2 = 0$$

$$x^3 - x^2 - 6x + 8 = 0$$

$$x=1 \quad 1-1-6+8$$

$$x=-1$$

$$e^{\ln x^2 y^4 (-\ln x)} = e^{\ln y (\ln(y/x^2))}$$

$$(2\ln x + 4\ln y) - \ln x = \ln^2 y - 7\ln y \ln x$$

$$\ln^2 y + 2\ln^2 x + 3\ln y \ln x$$

$$\ln y = a \quad \ln x = b$$

$$\ln^2 y + \ln^2 x - 2\ln y \ln x + \ln^2 x - \ln y \ln x$$

$$(\ln x - \ln y)^2 + \ln(x)(\ln x - \ln y)$$

$$(\ln x - \ln y)(\ln x - \ln y + \ln x) = 0$$

$$2\ln x = \ln y$$

$$10\ln x - \ln x + 4\ln^2 x - 7\ln^2 x = 1-6-1+0$$

$$x^2 = y$$

$$x^4 - x^3 - 2x^2 + 8x - 4x^2$$

$$x^4 - x^3 - 6x^2 + 8x = 0$$

$$x^3 - x^2 - 6x + 8 = 0$$

$$x^2 + 8 + x(x$$

$$(x+2)(x^2 - 6x + 4) - (x+2)(x-2) - 2x$$

$$x^3 - x^2 - 6x + 8 = 0$$

$$x^3 - x^2 - 6x + 8 = 0$$

$$x^3 - x^2 - 2x - 4x + 8$$

$$x^3 - x^2 - 2x - 4(x+2)$$

$$x(x^2 - 2)$$

$$x^3 - x(x+2) - 2(x+2)$$

$$6\ln x (-\ln x) = 2\ln x (\ln y/x^2)$$

$$x=0 \quad x^3 - x^2 - 6x + 8 = 0$$

$$x^3 - x^2 - 6x + 8$$

$$-2 \quad \ln x \quad x^2 x^3$$

$$x=50$$

$$-8 - 4 \quad x^2(x-1)$$

$$x = \sqrt{y}$$

$$10\ln x - \ln x = \ln x^2 (\ln x/x^2)$$

$$\ln x = \ln y$$

$$\ln x = \frac{\ln y}{x^2}$$

$$D = 9a^2 - 8a^2 = a^2$$

$$2b^2 - 3ab + a^2 = 0$$

$$\frac{3a \pm a}{4} = a, \frac{1}{2}a$$

$$\frac{24}{3}$$

$$3x^2 - 2x - 6$$

$$D = 4 + 18 = 22$$

$$x =$$

$$x^3 - x^2 - 6x + 8 = 0$$

$$x = -2 \quad -8 + 4 + 12 + 8$$

$$x^4 - x^3 - 2x$$

$$x^3 + 4x - (x+2)^2 = 0$$

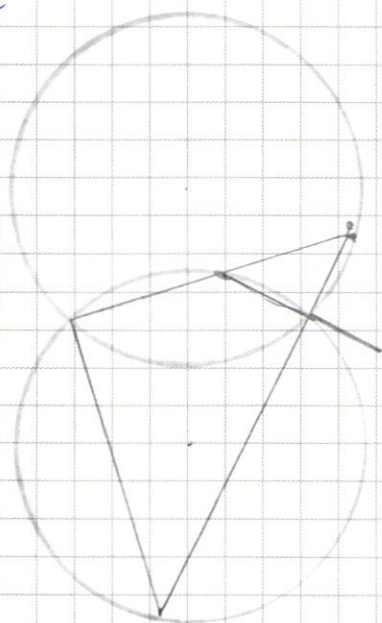
$$x(x^2 - 2) \quad 64 - 16 - 24 + 8$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$O_2 I = R_{\text{вн}} - r - O_2 I$$

$$O_2 I = R + (R - R - O_2 I)$$

+



$$(x_1 + y_1 - x_1)(x_1 - y_1) = 0$$

$$(x_1 - y_1)^2 + (x_1 - y_1) = 0$$

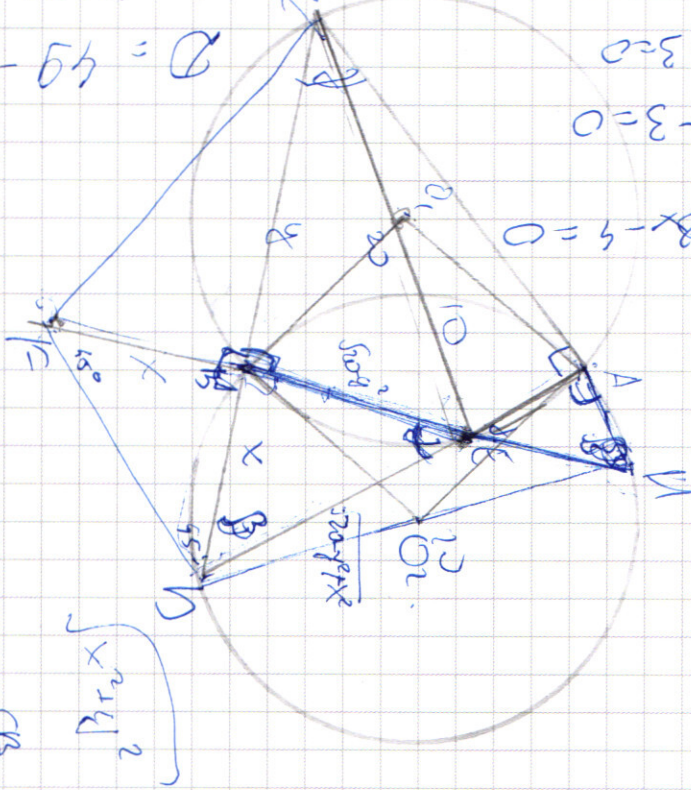
$$x = 1 \quad y = 1 \quad z = 1$$

$$\frac{3}{5} = \frac{3}{5}$$

$$2x^2 - 7x + 3 = 0$$

$$2x^2 - 7x + 3 = 0$$

$$1 - x - 2x^2 + 2x - 3 = 0$$



$$3 \cdot 2 \cdot 4$$

$$\frac{30}{1680}$$

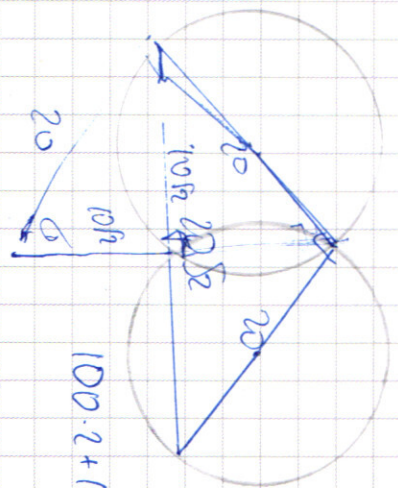
$$\frac{CB}{BN} = \frac{135}{123}$$

$$16 = \frac{145}{111}$$

$$20^2 - 12^2 = 400 - 144 = 256$$

$$d + b = 500$$

$$D = 16 - 8e + e^2$$



$$100 \cdot 2 + 100 \cdot 2$$

$$y^2 - cy - 2x^2 + 3e - 4y = 0$$

$$x = e$$



$$1029/13$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

