Рег. №: М11-Уф-0147
Класс участия: 11
Место проведения: Уфа
Дата проведения: 22 февраля 2020 г.
Время начала (местное): 13:00

ШК
(заполняется секретарём)

МФТИ

Олимпиада школь
по МАТЕМА
Название предмета

Заключительный этап 2020 г.

Анкета участника

Данная анкета предъявляется участником вместе с документом, удостоверяющим личность, при входе на олимпиаду. По окончании написания олимпиады анкета обязательно вкладывается в работу. Работа без предоставления анкеты недействительна и не проверяется. Анкета без подписей недействительна.

Фамилия	Имя	Отчество	Дата рождения	Возраст
ПАЙМУРЗИН	ДАМИР	МАРАТОВИЧ	14.12.2002.	17

Страна	Регион	Населенный пункт
Российская Федерация	Респ. Башкортостан	г. Уфа

Документ, удостоверяющий личность	Серия	Номер	Дата выдачи	Код подразделения
ПАСПОРТ РФ	8016	495114	17.01.2017	020-006

Страна школы	Регион школы	Населенный пункт школы
Российская Федерация	Респ. Башкортостан	г. Уфа

Класс обучения	Полное название образовательного учреждения
11	МАОУ „Физико-математический лицей № 93"

Мобильный телефон	Доп. телефон	E-mail
89173457611		sukdosles@mail.ru

Согласие на обработку персональных данных

Я согласен(-на) на сбор, хранение, использование, распространение (передачу) и публикацию своих персональных данных, а также олимпиадных работ, в том числе в сети "Интернет". Я согласен(-на), что мои персональные данные будут ограниченно доступны организаторам олимпиады для решения административных и иных рабочих задач. Я проинформирован(а), что под обработкой персональных данных понимаются действия (операции) с персональными данными в рамках выполнения Федерального закона №152 от 27 июля 2006 г., конфиденциальность персональных данных соблюдается в рамках исполнения Операторами законодательства Российской Федерации. Я согласен(-на) на получение информационных писем от организаторов олимпиады на E-mail, указанный при регистрации.

Я подтверждаю, что все указанные мной данные верны и в указанном виде будут использованы при печати дипломов олимпиад в случае их получения. Я согласен(-на) на передачу данных в государственный информационный ресурс о детях, проявивших выдающиеся способности, созданный во исполнение Постановления Правительства Российской Федерации № 1239 от 17 ноября 2015 г.

Я подтверждаю, что ознакомлен с Положением и Регламентом проведения олимпиады школьников «Физтех», а также с правилами оформления и условиями проверки работы.

«22» февраля 2020 г

Подпись участника олимпиады

ФИО законного представителя	Степень родства	Подпись законного представителя
Паймурзина Н.Х	мама	

Анкета без подписи недействительна.
Анкета обязательно должна быть вложена в работу!

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 7

ШИФР _____

Заполняется ответственным секретарем

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 9261. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2}\cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$.

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(x^2y^4\right)^{-\ln x} = y^{\ln\left(y/x^7\right)}, \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения трёхгранного угла плоскостью KLM, если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO, равны 1 и 16.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, при которых система

$$\begin{cases} |x+y+5| + |y-x+5| = 10, \\ (|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 10 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF.

   б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 12$. Найдите площадь треугольника ACF.

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y), удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geqslant 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2\left(2^{32} - 1\right)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

© МФТИ, 2020

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

$9261 = 3^3 \cdot 7^3$

Тогда мы можем использовать цифры

1) 3; 3; 3; 7; 7; 7; 1; 1.

Таких чисел: $\frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3! \cdot 3! \cdot 2!} = 560$

2) 3; 9; 7; 7; 7; 1; 1; 1.

Таких чисел: $\frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3! \cdot 3!} = 1120$

Ответ: $1680 = 560 + 1120$

№2.

$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2}\cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$

$\sqrt{2}\left(\sin\left(9x + \frac{\pi}{4}\right)\right) - \sqrt{2}\left(\cos\left(5x + \frac{\pi}{4}\right)\right) - \sqrt{2} \cdot \cos 4x = 0$

$\sin\left(9x + \frac{\pi}{4}\right) - \cos\left(5x + \frac{\pi}{4}\right) - \cos 4x = 0$

$\sin\left(5x + \frac{\pi}{4}\right) \cdot \cos 4x + \sin 4x \cdot \cos\left(5x + \frac{\pi}{4}\right) -$
$- \cos\left(5x + \frac{\pi}{4}\right) - \cos 4x = 0$

$\sin a \cdot \cos b + \sin b \cdot \cos a - \cos a - \cos b = 0$

☐ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 3

$$\begin{cases} (x^2y^4)^{-\ln x} = y^{\ln\left(\frac{y}{x^7}\right)} \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ \frac{y}{x^7} > 0 \end{cases}$$

$$(*)\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

$$x^{-2\ln x} \cdot y^{-4\ln x} = y^{\ln y - 7\ln x} \quad (x > 0;\ y > 0)$$

$$x^{-2\ln x} \cdot y^{3\ln x - \ln y} = 1$$

$$\cancel{\ln(x)^{-2\ln x} \cdot \ln y^{(3\ln x - 3\ln}} \quad \ln(x)^{-2\ln x} + \ln(y)^{3\ln x - \ln y} = 0$$

$$-2\ln(x)\cdot\ln(x) + (3\ln x - \ln y)\ln y = 0$$

$$-2\ln^2 x + 3\ln(x)\cdot\ln(y) - \ln^2 y = 0$$

$$-2\ln^2 x + 2\ln x\ln y + \ln x\ln y - \ln^2 y = 0$$

$$-2\ln x(\ln x - \ln y) + \ln y(\ln x - \ln y) = 0$$

$$(2\ln x - \ln y)(\ln x - \ln y) = 0$$

$$\left[\begin{array}{l} \ln x = \frac{1}{2}\ln y \\ \ln x = \ln y \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} x^2 = y \\ x = y \end{array}\right. \quad \begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

$$\left[\begin{array}{l} x = \sqrt{y} \\ x = y \end{array}\right.$$

$$y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0$$

$$y^2 - 2xy + xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0$$

$$y(y-2x) + x(y-2x) - 4(y-2x) = 0$$

$$(y + x - 4)(y - 2x) = 0$$

$$\left[\begin{array}{l} y = -x + 4 \\ y = 2x \end{array}\right.$$

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} y = x \\ y = x^2 \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} y = -x + 4 \\ y = 2x \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} y = x \\ y = -x + 4 \end{cases} \\ \begin{cases} y = x \\ y = 2x \end{cases} \\ \begin{cases} y = x^2 \\ y = -x + 4 \end{cases} \\ \begin{cases} y = x^2 \\ y = 2x \end{cases} \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases} \quad \text{уд}(*) \\ \begin{cases} y = 0 \\ x = 0 \end{cases} \quad \text{неуд}(*) \\ \begin{cases} x^2 + x - 4 = 0 \\ y = -x + 4 \end{cases} \quad \cancel{\text{уд}(*)} \\ \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases} \quad \text{уд}(*) \end{array}\right.$$

$$x^2 + x - 4 = 0$$

$$D = 1 + 16 = 17$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$x > 0$

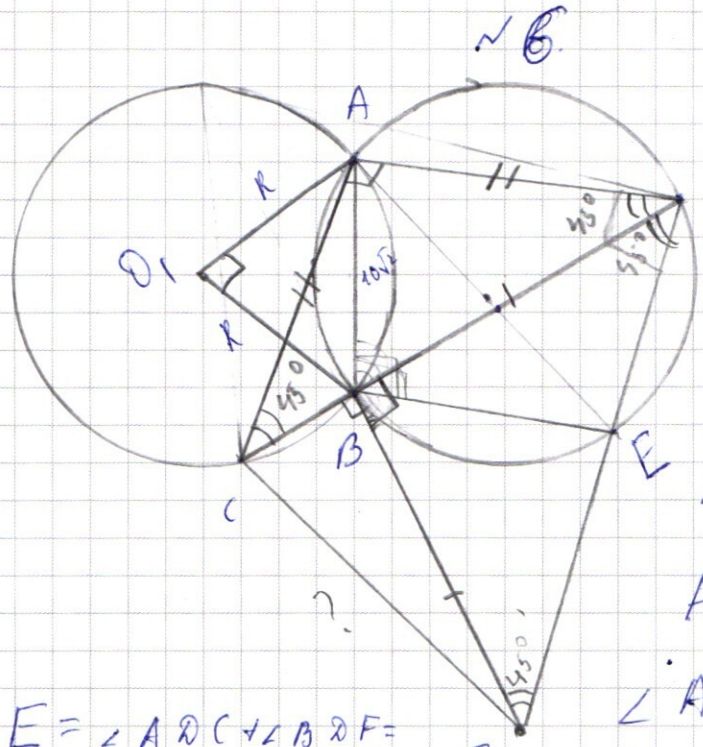
$$x = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}$$

$$y = \frac{1 - \sqrt{17}}{2} + 4 = \frac{9 - \sqrt{17}}{2} > 0$$

Ответ: $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases} \\ \begin{cases} x = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2} \\ y = \frac{9 - \sqrt{17}}{2} \end{cases} \\ \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases} \end{array}\right.$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№6.



$\angle ACB$ и $\angle ADB$ опираются на равные дуги, значит $\angle ACB = \angle ADB = 45^\circ$

$\triangle CAD$ - равнобедр.

$AC = AD$.

$\angle ACB = 45^\circ$

$\angle AO_1B = 2 \cdot \angle ACB = 90^\circ$

$\angle ADE = \angle ADC + \angle BDF = 90^\circ \Rightarrow AE = 2R$

$AO_1 = O_1B = 10$ $AB = 10\sqrt{2}$ (по теореме Пифагора)

Пусть $AC = AD = x$, $BF = BD = y$

$CD = 2\sqrt{x}$ $AE = 2R = 20$

$\angle ABF = 90^\circ$; $\angle CDF = \angle ACD \Rightarrow AC \parallel DF$

$ADFC$ - прямоугольная трапеция

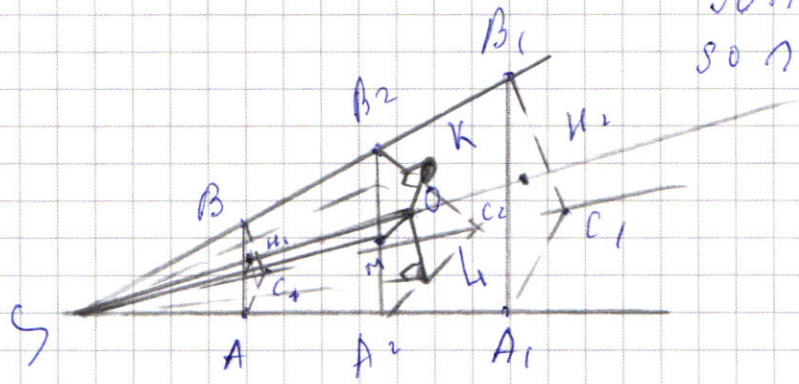
$\angle AEB = \angle ADB = 45^\circ$; $\angle ABE = 90^\circ$, т.к. AE - диам.

$\angle BED = 45^\circ \Rightarrow \triangle BAE$ - равнобедр. $AB = BE = 10\sqrt{2}$

№ 4.

$SO \cap (ABC) = H_1$

$SO \cap (A_1B_1C_1) = H_2$



O - центр ~~от~~ сферы, вписанной в трехуг. (ABC) и $(A_1B_1C_1)$ как сферу, значит $(ABC) \perp \cancel{RO}\ OH_1$; $(ABC) \perp SO \Rightarrow OH_1$ - радиус.

Аналогично $OH_2 = R$

т.к. $(ABC) \parallel (A_1B_1C_1)$, то

$\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$; с коэффициентом

$k = \sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{1}{4}$, тогда $\frac{SH_1}{SH_2} = \frac{SA}{SA_1} = k$ (т.к. $(ABC) \parallel (A_1B_1C_1)$)

$SH_1 = x$

$\frac{x}{x+2R} = \frac{1}{4}$ $\quad 4x = x + 2R$

$x = \frac{2}{3}R$

$OK = R$ $\quad SO = x + R = \frac{5}{3}R$

$tg(\angle KSO) = \frac{R}{\frac{5}{3}R} = \frac{3}{5}$ $\quad \angle KSO = arctg\left(\frac{3}{5}\right)$

$A_2B_2C_2$ - сечение искомое.

$\triangle KSO = \triangle MSO = \triangle LSO$ (SO - общая; $OL = OK = OM = R$; $\angle SLO = \angle SKO = \angle SMO = 90^\circ$)

$S_{A_2B_2C_2} = k^2 \cdot S_{A_1B_1C_1} = \left(\frac{x+R}{x}\right)^2 \cdot 1 = \left(\frac{\frac{2}{3}R}{\frac{2}{3}R}\right)^2 \cdot 1 = 6,25$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5.

$$\begin{cases} |x+y+5| + |y-x+5| = 10 \\ (|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = a \end{cases}$$

I) $|x+y+5| + |y-x+5| = 10$

1) $\begin{cases} y \geq -x-5 \\ y \geq x-5 \end{cases}$ $y = 0$

2) $\begin{cases} y \geq -x-5 \\ y \leq x-5 \end{cases}$ $x = 5$

3) $\begin{cases} y \leq -x-5 \\ y \geq x-5 \end{cases}$ $x = 5$

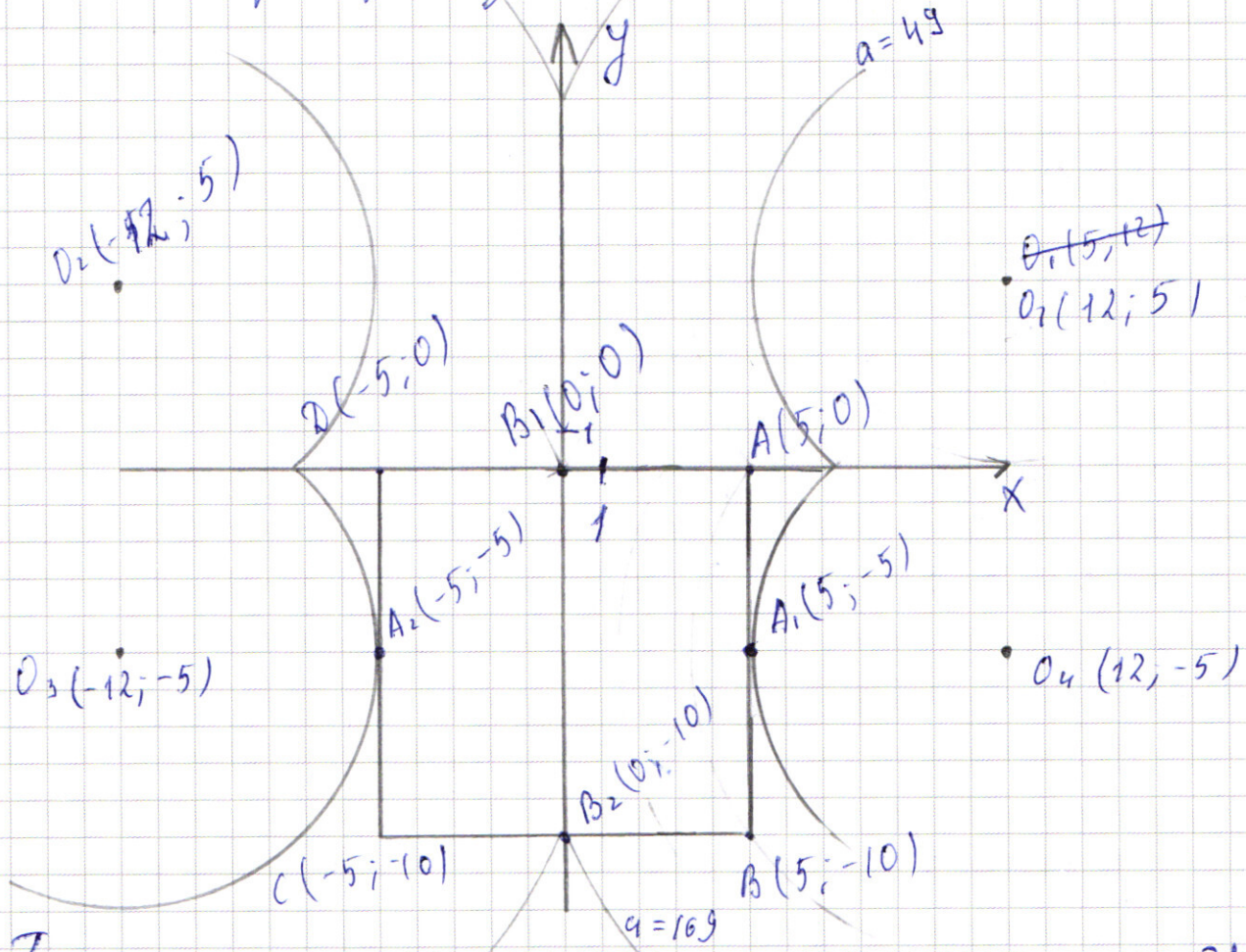
4) $\begin{cases} y \leq -x-5 \\ y \leq x-5 \end{cases}$ $y = -10$

т.е. $|x+y+5| + |y-x+5| = 0$ - уравнение квадрата с вершинами в точках $A(5;0)$; $B(5;-10)$; $C(-5;-10)$; $D(-5;0)$

~~II) $(|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = a$ - 4 окружности с центрами в точках~~ уравнение 4 частей окружностей с центрами в точках $(5;12)$, $(-5;12)$; $(5;-12)$; $(-5;-12)$, ~~ограниченные четвертью, в которой попадает~~ из которых ограничена четвертью, в которой находится её центр с переменным радиусом $\sqrt{a}$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

система имеет столько же решений, сколько общих точек имеют графики соответствующих уравнений. $B_1O_4 = \sqrt{144+25} = 13$



Графики симметричны относительно Oy, достаточно рассмотреть одну половину.

II) $(|x|-12)^2+(|y|-5)^2=a$, семейство состоит 4 окружностей с центрами в точках $O_1(12;5)$ $O_2(-12;5)$; $O_3(-12;-5)$; $O_4(12;-5)$

Из рисунка видно, что при:

1) $a<49$ система имеет 0 реш
2) $a=49$ 2 реш. $(A_1;A_2)$
3) $49<a<169$ 4 решения
4) $a=169$ 2 решения $(B_1;B_2)$
5) $169<a$ нет решений

Ответ: $\left[\begin{array}{l} a=49 \\ a=169 \end{array}\right.$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = \sqrt{e} \\ y = 2\sqrt{e} \end{cases} \text{ уд.} \\ \begin{cases} x = \sqrt{e} \\ y = -\sqrt{e} + 4 \end{cases} \text{ уд.} \\ \begin{cases} x = y \\ y = 2x \end{cases} \quad x = y = 0 \quad \text{неуд.} \\ \begin{cases} x = y \\ y = -x + 4 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x = 4 \\ x = 2 \\ y = 2 \end{cases} \text{ уд.} \end{array}\right.$$

$$(e \cdot 4e^2)^{-\frac{1}{2}} = (2\sqrt{e})^{\ln 2 - \frac{1}{e^3}}$$

$$(4e^3)^{-\frac{1}{2}} = 2^{\ln 2 - 3} \cdot e^{\frac{1}{2}\ln 2}$$

№5.

$$\begin{cases} |x + y + 5| + |y - x + 5| = 10 \end{cases}$$

1) $+\begin{cases} x \geq -y - 5 \\ \cancel{y \geq x - 5} \end{cases}$ 1) $+\begin{cases} y \geq -x - 5 \\ + \begin{cases} y \geq x - 5 \end{cases} \end{cases}$ $2y + 10 = 10$

$y = 0$

2) $+\begin{cases} y \geq -x - 5 \\ - \begin{cases} y \leq x - 5 \end{cases} \end{cases}$ $x + \cancel{y} + \cancel{5} - \cancel{y} + x - \cancel{5} = 10$

$2x = 10$ $x = 5$

3) $-\begin{cases} y \leq -x - 5 \\ + \begin{cases} y \geq x - 5 \end{cases} \end{cases}$ $-x - \cancel{y} - \cancel{5} + \cancel{y} - x + \cancel{5} = 10$

$x = -5$

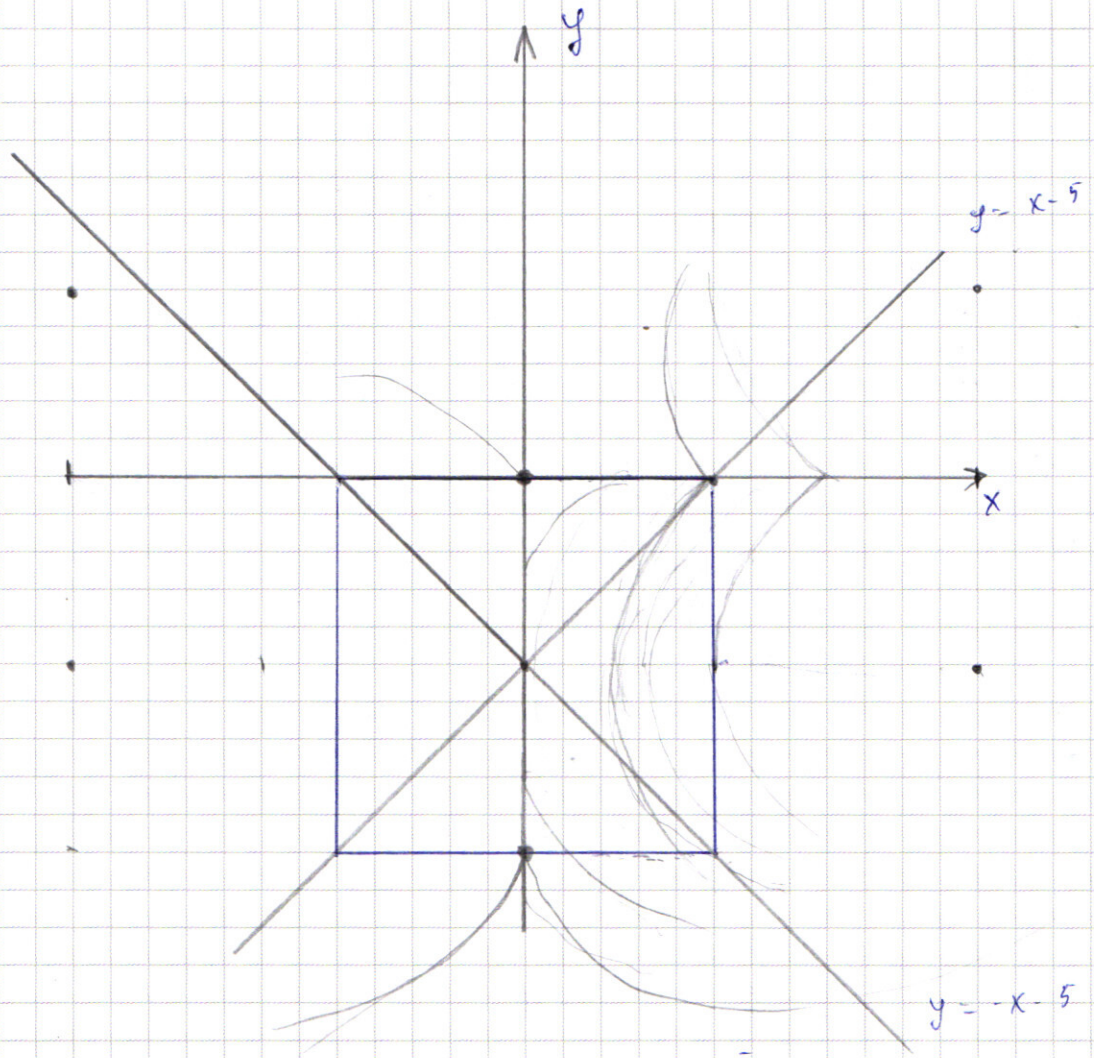
4) $-\begin{cases} y \leq -x - 5 \\ - \begin{cases} y \leq x - 5 \end{cases} \end{cases}$ $\cancel{-x} - y - 5 - y + \cancel{x} - 5 = 10$

$-2y = 20$

$y = -10$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

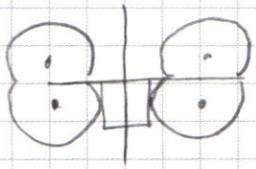


При $a < 0$ нет решений

При $0 \le a \le 25$. нет решений.

При $25 \le a \le 49$ нет решений

При $a = 49$. 2 реш.



При $49 < a \le 144$ 4 реш.

При $144 < a < 169$ 4 реш

При $a = 169$ 2 реш

При $a > 169$ нет решений.

Ответ: $\left[\begin{array}{l} a = 49 \\ a = 169 \end{array}\right.$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

9261	3
3087	3
1029	3
343	7
49	7
7	7
1	7
1	

$9261 \,\underline{|\,3}$, $3087 \,\underline{|\,3}$, 1029

$343 \,\underline{|\,11}$

$1029 \,\underline{|\,3}$, $343 \,\underline{|\,19}$

$343 \,\underline{|\,7}$, 49

$9261 = 3^3 \cdot 7^3$

1) $3; 3; 3;\ 7; 7; 7;\ 1; 1;$

$3; 3; 3$ $\quad 7; 7; 7$ $\quad 1; 1$

$\frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3!} \cdot \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3!} \cdot 1$

2) $3; 9; 7; 7; 7; 1; 1; 1.$

$8 \cdot 7 \cdot \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3!} \cdot \frac{3 \cdot 2 \cdot 1}{3!} =$

$\frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3!} \cdot \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3!} \cdot 2 \quad \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{36}, \quad \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{36} =$

$=$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

№ 2.

$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2}\cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$

$\cancel{\cos 9x + \sin 9x + \sin 5x - \cos 5x - \sqrt{2}\cos 4x = 0}$

$\cancel{\sqrt{2}\left(\sin\left(9x + \frac{\pi}{4}\right)\right) + \sqrt{2}\sin\left(5x - \frac{\pi}{4}\right) - \sqrt{2}\cos 4x = 0}$

$\cancel{\cos 9x + \sin 9x + \sin 5x - \cos 5x -}$

$\cancel{-\sqrt{2}(}$

$\cancel{\cos 9x + \sin 9x - \cos 5x}$

$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2}(\cos(9x - 5x)) + \sin 9x + \sin 5x = 0$

$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2}(\cos 9x \cdot \cos 5x - \sin 9x \cdot \sin 5x) +$
$+ \sin 9x + \sin 5x = 0$

$\cos(x-y) - \cos(x+y) = -2\sin x \cdot \sin y$

$\cancel{= 2\sin 9x \cdot \sin 5x = \cos 14x - \cos 4x}$

$\cancel{2\cos 9x \cdot \cos 5x = \cos 14x + \cos 4x}$

$\cos 9x + \sin 9x \cdot \sin 5x - \cos 5x - \sqrt{2}\cos 4x = 0$

$\sqrt{2}\left(\cos\left(9x - \frac{\pi}{4}\right)\right) + (-\sqrt{2})\left(\cos 5x + \frac{\pi}{4}\right) - \sqrt{2}\cos 4x = 0$

$\cos\left(9x - \frac{\pi}{4}\right) - \cos\left(5x + \frac{\pi}{4}\right) - \cos 4x = 0$

$\cos\left(4x - \left(-5x + \frac{\pi}{4}\right)\right) - \cos\left(5x + \frac{\pi}{4}\right) - \cos 4x = 0$

$\cos 4x \cdot \cos\left(-5x + \frac{\pi}{4}\right) + \sin 4x \cdot \sin\left(-5x + \frac{\pi}{4}\right) - \cos\left(5x + \frac{\pi}{4}\right) -$
$- \cos 4x = 0$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__
(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\sin(-5x+\frac{\pi}{4}) = -\sin(5x-\frac{\pi}{4}) =$

$= \cos(5x+\frac{\pi}{4})$

$5x-\frac{\pi}{4} = \alpha - \frac{\pi}{2}$

$\cos(-5x+\frac{\pi}{4})$

~~cos~~

$-\sin(5x-\frac{\pi}{4}) = \cos(5x+\frac{\pi}{4})$

$\cos 9x + \sin 9x + \sin 5x - \cos 5x - \sqrt{2}\cos 4x = 0$

$\sqrt{2}(\sin(9x+\frac{\pi}{4})) + (-\sqrt{2})(\cos(5x+\frac{\pi}{4})) - \sqrt{2}\cos 4x = 0$

$\sin(9x+\frac{\pi}{4}) - \cos(5x+\frac{\pi}{4}) - \cos 4x = 0$

$\sin(5x+\frac{\pi}{4})\cdot\cos 4x + \sin 4x\cdot\cos(5x+\frac{\pi}{4}) -$

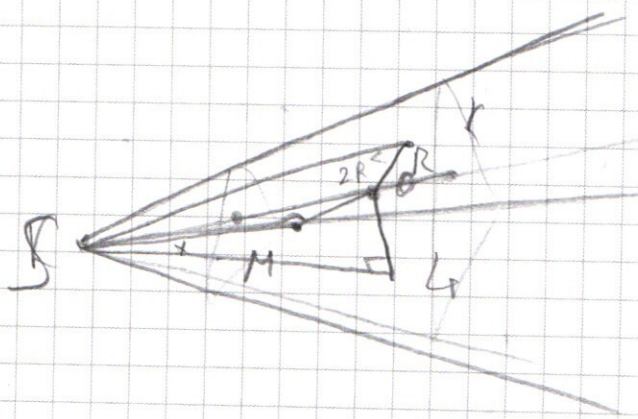
$- \cos(5x+\frac{\pi}{4}) - \cos 4x = 0$

$\sin a\cdot\cos b + \sin b\cdot\cos a - \cos a - \cos b = 0$

$\sin a\cdot\cos b + \sin b\cdot\cos a = \cos a + \cos b$

$\sin a\cdot$

$\begin{array}{r} 56 \\ \cdot 2 \\ \hline 112 \end{array}$



$\frac{x}{x+2R} = \frac{1}{16}$

$16x = x + 2R$

$15x = 2R$

$x = \frac{2R}{15}$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

$$\begin{cases} (x^2y^4)^{-\ln x} = y^{\ln\left(\frac{y}{x^2}\right)^3} \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0 \end{cases}$$

$x > 0 \Rightarrow y > 0$

$2x^2 + (y-8)x + 4y - y^2 = 0$

$D = y^2 - 16$

$x^{-2\ln x} \cdot y^{-4\ln x} = y^{\ln y - 7\ln x}$

$x^{-2\ln x} \cdot y^{-4\ln x - \ln y + 7\ln x} = 1$

$x^{-2\ln x} \cdot y^{3\ln x - \ln y} = 1$

$(-2\ln x)\ln x + (3\ln x - \ln y)\ln y = 0$

$-2\ln^2 x + 3\ln x \ln y - \ln^2 y = 0$

$y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0$

$y^2 - (x+4)y - 2x^2 + 8x = 0$

$2\ln^2 x - 2\ln x \ln y - \ln x + \ln y =$

$= 2\ln x(\ln x - \ln y) - (\ln x - \ln y) = 0$

$D = x^2 + 8x + 16 + 8x^2 - 32x = 9x^2 - 24x + 16 \geq 0$

$D_1 = 64 - 16 \cdot 9 < 0$

$D_1 = 144 - 16 \cdot 9 = 0$

$=$

$\cancel{y = x + 4 \pm \sqrt{9x^2 - 16x + 16}}$

$= (3x-4)^2$

$\begin{array}{r} 16 \\ 9 \\ \hline 144 \end{array}$

$(2\ln x - 1)(\ln x - \ln y) = 0$

$\left[\begin{array}{l} y = \frac{x + 4 + 3x - 4}{2} = 2x \\ y = \frac{x + 4 - 3x + 4}{2} = -x + 4 \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} \ln x = \frac{1}{2} \\ \ln x = \ln y \end{array}\right.$

$x^2 = 2x$

$y^2 - 2xy + xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0$ $\quad x = 2$

$\cancel{(x-2y)(y}\ (y - 2x)(y + x - 4) = 0$

$\left[\begin{array}{l} y = 2x \\ y = -x + 4 \end{array}\right.$ $\quad x = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}$

1) $y = 2x$ $\quad D = 1 + 16 = 17$

$x^2 + x - 4 = 0$

$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x = \sqrt{e} \\ x = y \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} y = 2x \\ y = -x + 4 \end{array}\right. \end{cases}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)