МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 7 ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в р
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 9261. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2}\cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$.

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(x^2y^4\right)^{-\ln x} = y^{\ln\left(y/x^7\right)}, \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения трёхгранного угла плоскостью KLM, если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO, равны 1 и 16.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, при которых система

$$\begin{cases} |x+y+5| + |y-x+5| = 10, \\ (|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 10 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF.

   б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 12$. Найдите площадь треугольника ACF.

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y), удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geqslant 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2\left(2^{32} - 1\right)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1 Заметим, что $9261 = 3^3 \cdot 7^3$. Из этого следует, что в восьмизначном числе должны присутствовать цифры 1, 3, 7 и только они, так как если присутствует другая, то ~~число~~ произведение будет обязано на неё делится, а число 9261 делится только на 1, 3 и 7 (делители, бо́льшие, чем 9, не рассматриваем). Мы должны использовать все тройки (их три штуки) и все семёрки (их тоже три), так как в противном случае какая-то цифра должна будет быть больше, чем $3 \cdot 7$, (или равна), а это невозможно. Мы использовали шесть цифр. Осталось ещё две — это единицы. Восемь цифр мы можем расставить 8! способами. Но это без учёта повторений. Две единицы мы можем переставить 2! способами, а тройки и семёрки — по 3! способов.

Итого: $\dfrac{8!}{2! \cdot 3! \cdot 3!} = \dfrac{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{(1 \cdot 2) \cdot (1 \cdot 2 \cdot 3)} = \dfrac{6720}{12} = 560$

<u>Ответ</u>: 560 чисел.

№2

$$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2}\cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$$

$$\cos 9x + \sin 9x - (\cos 5x - \sin 5x) = \sqrt{2}\cos 4x$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\cos 9x + \frac{1}{\sqrt{2}}\sin 9x - \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\cos 5x - \frac{1}{\sqrt{2}}\sin 5x\right) = \cos 4x$$

$$\left(\cos 9x \cos\frac{\pi}{4} + \sin 9x \sin\frac{\pi}{4}\right) - \left(\cos 5x \cos\frac{\pi}{4} - \sin 5x \sin\frac{\pi}{4}\right) = \cos 4x$$

$$\cos\left(9x - \frac{\pi}{4}\right) - \cos\left(5x + \frac{\pi}{4}\right) = \cos 4x$$

$$-2\sin\left(\frac{9x - \frac{\pi}{4} + 5x + \frac{\pi}{4}}{2}\right)\sin\left(\frac{9x - \frac{\pi}{4} - 5x - \frac{\pi}{4}}{2}\right) = \cos 4x$$

$$-2\sin 7x \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \cos 4x$$

$$-2\sin 7x\left(\frac{\sin 2x}{\sqrt{2}} - \frac{\cos 2x}{\sqrt{2}}\right) = \cos 4x$$

$$2\sin 7x(\cos 2x - \sin 2x) = \cos^2 2x - \sin^2 2x$$

$$2\sin 7x(\cos 2x - \sin 2x) = (\cos 2x - \sin 2x)(\cos 2x + \sin 2x)$$

$$\left[\begin{array}{l}\cos 2x = \sin 2x \\ 2\sin 7x = \cos 2x + \sin 2x\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2x = \frac{\pi}{4} + \pi k,\ k \in \mathbb{Z} \\ 2\sin 7x = \sqrt{2}\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)\end{array}\right.$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2

$$(\cos 9x - \cos 5x) - \sqrt{2}\cos 4x + (\sin 9x + \sin 5x) = 0$$

$$-2\sin 7x \sin 2x + 2\sin 7x \cos 2x = \sqrt{2}\cos 4x$$

$$2\sin 7x(\cos 2x - \sin 2x) = \sqrt{2}(\cos 2x - \sin 2x)(\cos 2x + \sin 2x)$$

$$\sin 7x(\cos 2x - \sin 2x) = (\cos 2x - \sin 2x)(\sin 2x \cos\tfrac{\pi}{4} + \cos 2x \sin\tfrac{\pi}{4})$$

$$\sin 7x(\cos 2x - \sin 2x) = (\cos 2x - \sin 2x)\sin\left(2x + \tfrac{\pi}{4}\right)$$

$$\left[\begin{array}{l}\cos 2x - \sin 2x = 0\\ \sin 7x = \sin\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2x = \frac{\pi}{4} + \pi k\\ 7x = 2x + \frac{\pi}{4} + 2\pi l\\ 7x = \pi - 2x - \frac{\pi}{4} + 2\pi m\end{array}\right. \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2}k\\ 5x = \frac{\pi}{4} + 2\pi l\\ 9x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi m\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2}k\\ x = \frac{\pi}{20} + \frac{2\pi}{5}l\\ x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi}{9}m\end{array}\right.$$

Ответ: $x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2}k$, $x = \frac{\pi}{20} + \frac{2\pi}{5}l$, $x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi}{9}m$, $k, l, m \in \mathbb{Z}$.

№3

$$\begin{cases} (x^2y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^7)} & (1) \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0 & (2) \end{cases}$$

ОДЗ: $\begin{cases} x>0 \\ \frac{y}{x^7}>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ y>0 \end{cases}$

(1): $(x^2y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^7)}$

$$x^{-2\ln x} \cdot y^{-4\ln x} = y^{\ln y} \cdot y^{-7\ln x}$$

$$y^{7\ln x} \cdot y^{-4\ln x} = y^{\ln y} \cdot x^{2\ln x}$$

$$y^{3\ln x} = y^{\ln y} \cdot x^{2\ln x} \quad \Big| \; x = e^{\ln x},\ y = e^{\ln y}$$

$$e^{3\ln x \ln y} = e^{\ln^2 y} \cdot e^{2\ln^2 x}$$

$$e^{3\ln x\ln y - \ln^2 y} = e^{2\ln^2 x}$$

$$\cancel{3\ln y(\ln x - \ln y) = 2\ln^2 x}$$

$$2\ln^2 x + \ln^2 y = 3\ln x \ln y \quad (3)$$

1 случай: $\ln x = 0 \Rightarrow \ln y = 0 \Rightarrow x = y = 1$

Подставляем в (2): $1 - 1 - 2 + 8 - 4 = 0$

неверно

2 случай: $\ln x \neq 0 \Rightarrow \ln y \neq 0$. Делим уравнение (3) на $\ln x \ln y$

$$2\frac{\ln x}{\ln y} + \frac{\ln y}{\ln x} = 3 \qquad \text{Пусть } \frac{\ln x}{\ln y} = t$$

$$2t + \frac{1}{t} = 3$$

$$2t^2 - 3t + 1 = 0$$

$$(2t-1)(t-1) = 0 \Rightarrow t = 1 \text{ или } t = \frac{1}{2}$$

☐ черновик ☑ чистовик Страница №3

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Пусть $t=1 \Rightarrow \ln x = \ln y \Rightarrow x=y$

подставляем в (2):

$y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0$

$y^2 - y^2 - 2y^2 + 8y - 4y = 0$

$-2y^2 + 4y = 0$

$-2y(y-2) = 0$

$y=0$ или $y=2$

$y=0$ не подходит, т.к. ОДЗ $\ln y$: $y>0 \Rightarrow x=y=2$

Пусть $t=\frac{1}{2} \Rightarrow \ln y = 2\ln x \Rightarrow y = x^2$

подставляем в (2):

$y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0$

$x^4 - x^3 - 2x^2 + 8x - 4x^2 = 0$

$x^4 - x^3 - 6x^2 + 8x = 0$

$x(x^3 - x^2 - 6x + 8) = 0$

$x(x-2)(x^2+x-4) = 0$

$x=0$ или $x=2$ или $x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$

$x=0$ не подходит, т.к. ОДЗ $\ln x$: $x>0$

$x=2$ подходит

$x = \frac{-1-\sqrt{17}}{2} < 0$ не подходит

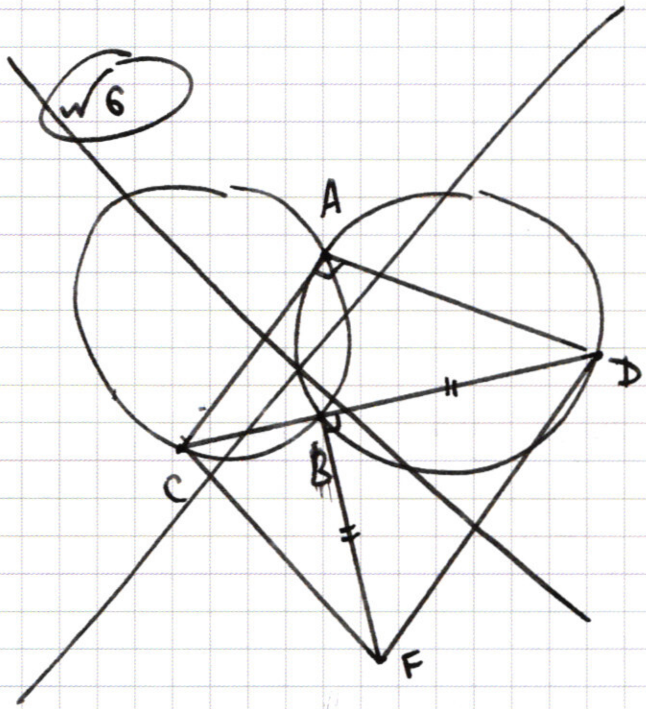
$x = \frac{\sqrt{17}-1}{2} > 0$ подходит

$x=2 \Rightarrow y=4$

$x=\frac{\sqrt{17}-1}{2} \Rightarrow y=\frac{17-2\sqrt{17}+1}{4}=\frac{9}{2}-\frac{\sqrt{17}}{2}=\frac{9-\sqrt{17}}{2}$

<u>Ответ:</u> $(2;2)$, $(2;4)$, $\left(\frac{\sqrt{17}-1}{2};\ \frac{9-\sqrt{17}}{2}\right)$

№6



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5

$$\begin{cases} |x+y+5|+|y-x+5|=10 & (1) \\ (|x|-12)^2+(|y|-5)^2=a & (2) \end{cases}$$

(1): $|x+y+5|+|y-x+5|=10$

$|y-(-x-5)|+|y-(x-5)|=10$

1 случай: $y \geqslant -x-5$ и $y \geqslant x-5$:

$(x+y+5)+(y-x+5)=10$

$2y+10=10 \iff \boxed{y=0}$

2 случай: $y \geqslant -x-5$ и $y < x-5$:

$(y+x+5)-(y-x+5)=10$

$2x=10 \iff \boxed{x=5}$

3 случай: $y < -x-5$ и $y \geqslant x-5$:

$-(x+y+5)+(y-x+5)=10$

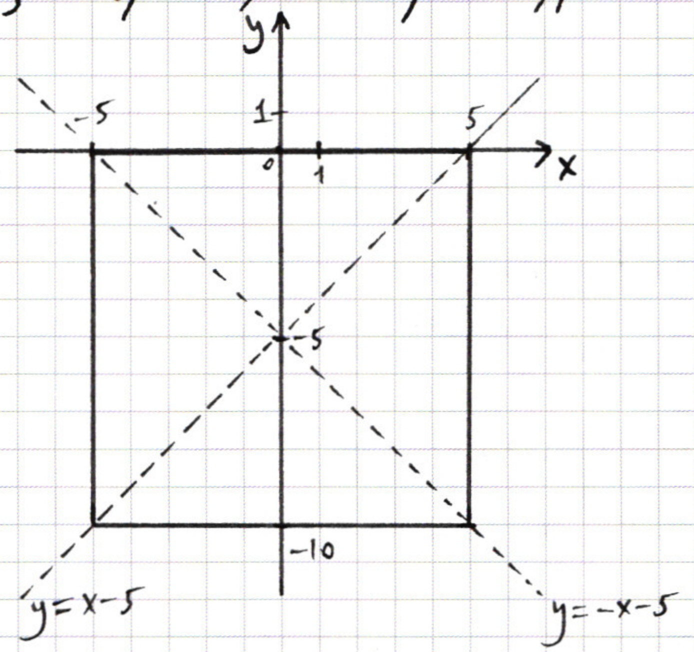
$-2x=10 \iff \boxed{x=-5}$

4 случай: $y < -x-5$ и $y < x-5$:

$(x+y+5)+(y-x+5)=-10$

$2y+10=-10 \iff \boxed{y=-10}$

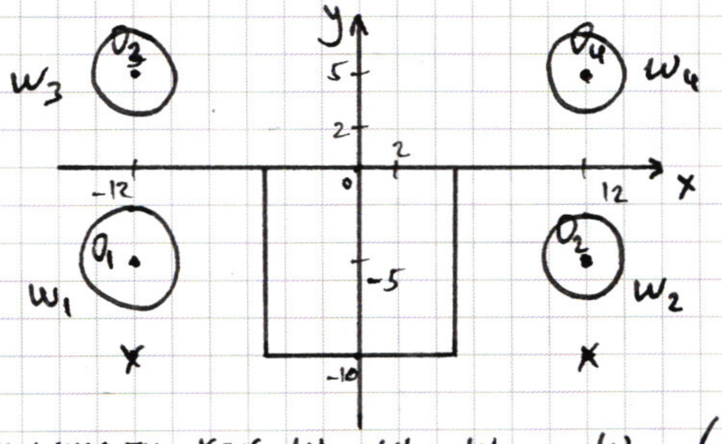
Нарисуем кривую, которая удовлетворяет уравнению (1):



По рисунку видно, что это квадрат со стороной 10 и с вершинами $(-5;0)$, $(5;0)$, ~~(-10)~~ $(-5;-10)$, $(5;-10)$.

(2): $(|x|-12)^2+(|y|-5)^2=a$

Это четыре окружности с радиусом $\sqrt{a}$ и с вершинами в точках $(12;5)$, $(12;-5)$, $(-12;5)$, $(-12;-5)$.



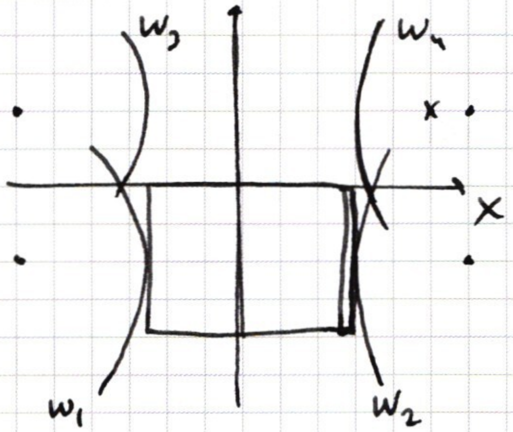
Обозначим окружности как w_1, w_2, w_3 и w_4 (см. рис.).

Решение уравнения (системы уравнений) — это точки пересечения квадрата с объединением четырёх окружностей. Рассмотрим разные значения параметра a.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

I $a \in [0;7)$ — нет общих точек

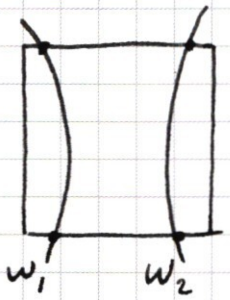
II $a = 7$:



w_1 и w_2 имеют по одной общей точке. w_3 и w_4 не имеют общих точек.

<u>$a = 7$ подходит.</u>

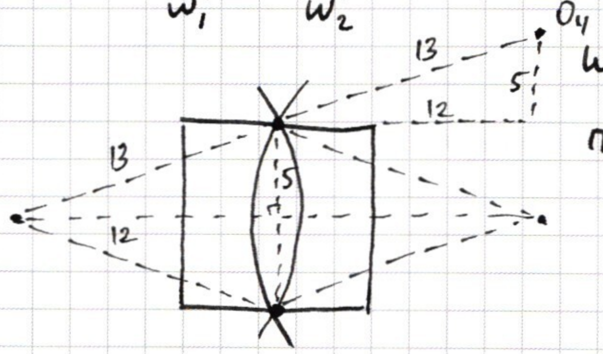
III $a \in (7; 13)$:



w_1 и w_2 имеют по две точки пересечения, причем никакие две не совпадают (совпадут при $a = 13$)

$\Rightarrow$ хотя бы 4 решения

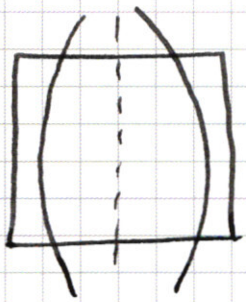
IV $a = 13$:



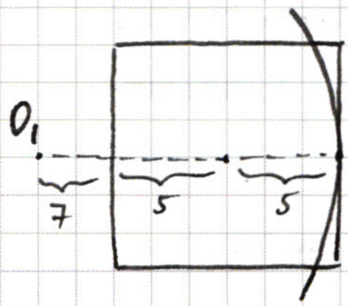
w_1 и w_2 имеют две точки пересечения.

При $a = 13$: w_4: $(x-12)^2 + (y-5)^2 = 13^2$. Точка $(5; 5-2\sqrt{30})$ лежит как на w_4, так и на стороне квадрата $x = 5$.

V $a \in (13; 17)$: как минимум 4 точки пересечения

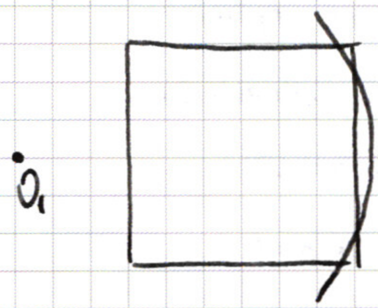


VI $a = 17$: ω_1 имеет как минимум 3 точки пересечения/касания.



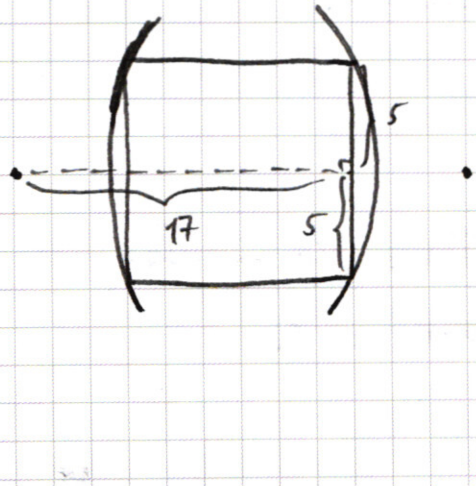
VII $a \in \left(17; \sqrt{17^2+5^2}\right)$

ω_1 имеет как минимум 4 общие точки



IX $a = \sqrt{17^2+5^2}$

как минимум 4 общие точки



При $a > \sqrt{17^2+5^2}$ ω_1 и ω_2 не будут иметь общих точек с квадратом, поэтому будем рассматривать только ω_3 и ω_4.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

При $a^2 = 17^2+5^2$

ω_4: $(x-12)^2 + (y-5)^2 = 17^2+5^2 = 314$

окружность пересекает сторону квадрата $y=0$ в точке $(-5;0)$
и сторону $x=5$: $(5-12)^2 + (y-5)^2 = 17^2+5^2$

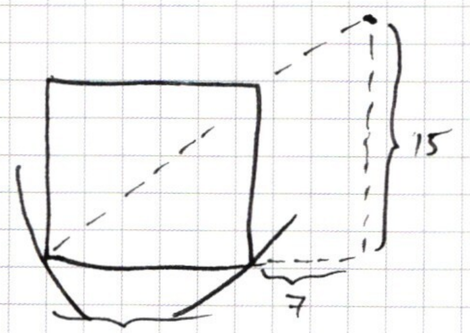
$$(y-5)^2 = 17^2+5^2-7^2 = 265$$

$$y = 5-\sqrt{265} \in [0;-10]$$

$\Rightarrow$ пересекает сторону $x=5$ в точке $(5; 5-\sqrt{265})$

$\Rightarrow$ ω_4 имеет две общие точки.

Поскольку ω_3 и ω_4 симм. отн. Oy, и квадрат тоже симм. отн. Oy, то ω_3 будет пересекать квадрат в тех же точках, что и ω_4, только с другим знаком у абсцисс.
Чтобы было ровно два решения, ω_3 и ω_4 должны иметь по одной общей точке.



При $a > \sqrt{17^2+5^2}$ это достигается только когда окружности „касаются" квадрата в самых дальних для себя точках (см. рис.)
Т.е. при $a = \sqrt{15^2+17^2}$.

<u>Ответ:</u> при $a = 7$; $\sqrt{15^2+17^2}$.

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

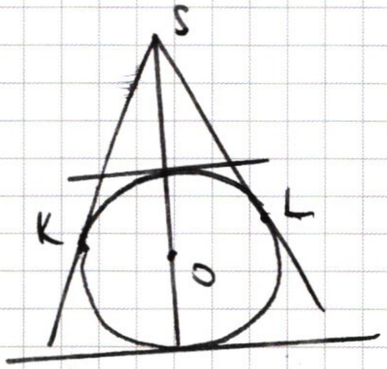
Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

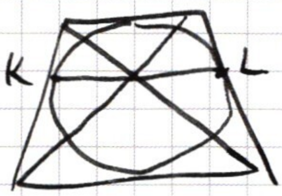
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4

Проведём аналогию с плоскостью: ~~в~~ плоский угол, в него вписана окружность.



Две прямые, перп. SO, отсекают равнобокую трапецию, в которую вписана окружность



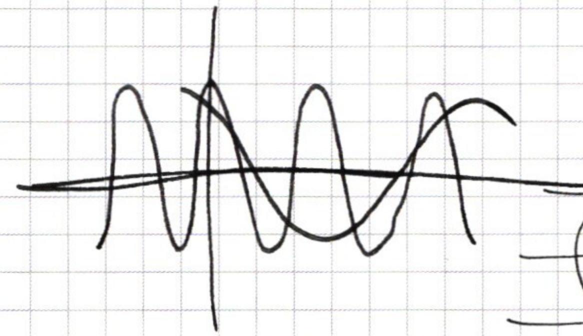
Отрезок KL проходит через точку пересечения диагоналей

$\Rightarrow$ KL — среднее гармоническое ~~1 и 16~~ оснований.

В трёхмерном случае: $S_{сеч_{KLM}} = \dfrac{2\cdot 1\cdot 16}{1+16} = \dfrac{32}{17}$

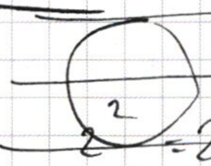
Ответ: $S_{сеч} = \dfrac{32}{17}$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$a^{\log_b c} = c^{\log_b a}$$

$$x^{\ln y}$$



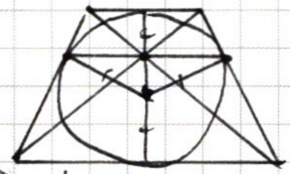
$$2^{\log_4 16} = 16^{\log_4 2} = 16^{\frac{1}{2}}$$

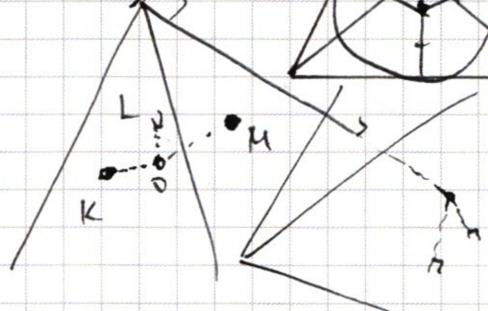
$$2^{\log_2 32} = 32 = 32^{\log_{32} 2}$$

$\sin 7x = \sin 2x + \cos 5x$

$\sin 2x \cos 5x + \cos 2x \sin 5x = \sin 2x + \cos 5x$

$\cos 2x (\sin 5x - 1) = \sin 2x (1 - \cos 5x)$





$(x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln \frac{y}{x^7}}$

$x^{\ln x}$

$x^{\log_e x}$

$x = e^{\ln x}$

$x^{-2\ln x} \cdot y^{-4\ln x} = y^{\ln y - 7\ln x}$

$x^{-2\ln x} \cdot y^{-4\ln x} = \frac{y^{\ln y}}{y^{7\ln x}}$

$x^{-2\ln x} = y^{\ln y - 11\ln x}$

$$\boxed{x^{2\ln x} = y^{\ln \frac{y}{x^4}}}$$

$2\ln^2 x = \ln^2$

$y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0$

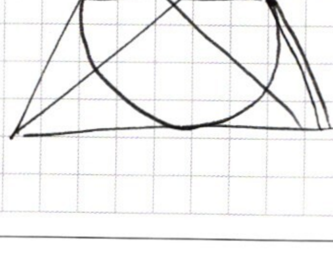
$y^2 - 4y - 2x^2 + 8x = xy$

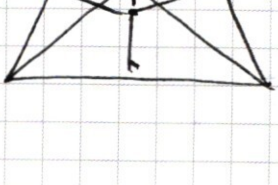
$y^2 - 4y + 4 - 2x^2 + 8x - 8 = xy - 4$

$(y-2)^2 - 2(x-4)^2 = xy - 4$

$x^{2\ln x} = \frac{y^{\ln y}}{y^{4\ln x}} = \frac{y^{\ln y}}{x^{4\ln y}}$

$x^{2\ln x + 4\ln y} = y^{\ln y}$





$x^{-2\ln x} \cdot y^{-4\ln x} = y^{\ln y} / \cancel{x} y^{7\ln x}$

$x^{-2\ln x} \cdot y^{-4\ln x} = y^{\ln y} \cdot y^{-7\ln x}$

$x^{-2\ln x} \cdot y^{3\ln x} = y^{\ln y}$

$-2\sin 7x \sin 2x + 2\sin 7x \cos 2x = \sqrt{2}\cos 4x$

$\sqrt{2}\,\cancel{2}\sin 7x\,(\cos 2x - \sin 2x) = \cos 4x$

$\sqrt{2}\sin 7x\,(\cancel{2} = \cos 2x + \cos 2x$

$\cancel{y}\; x^{-2\ln x} \cdot \cancel{x}^{\cdot 3\ln y} = y^{\ln y}$

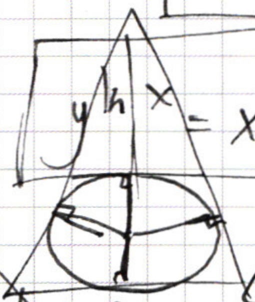
$\boxed{x^{3\ln y - 2\ln x} = y^{\ln y}}$

$\dfrac{(x^3)^{\ln y}}{y^{\ln y}} = (x^{\ln x})^2$

$\boxed{y^{\ln x} = x^{\ln y}}$

$\boxed{y^{3\ln x - \ln y} = x^{2\ln x}}$

$\boxed{x^{3\ln y - 2\ln x} = y^{\ln y}}$



$\left(\dfrac{x^3}{y}\right)^{\ln y} = (x^{\ln x})^2$

(a^b)

e

$x^{\ln x} - ?$

$e^{(2^3)} = e^8$

$x^{-2\ln x} \cdot x^{3\ln y} = y^{\ln y}$

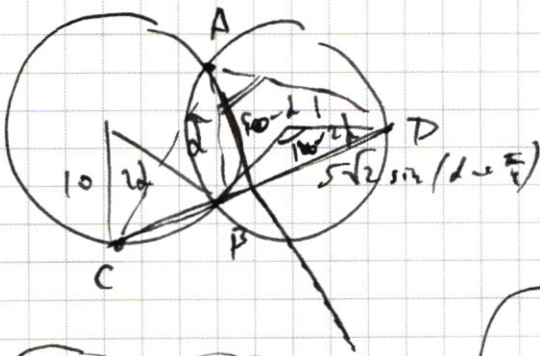
$x^{-2\ln x} = y^{\ln y + 3\ln x}$

$x^{-2\ln x} \cdot y^{-4\ln x} = (e^2)^3$

$= y^{\ln y} \cdot y^{-7\ln x}$

$(e^x)^{-2\ln x} = e$

$\boxed{y^{3\ln x} = y^{\ln y} \cdot x^{2\ln x}}$

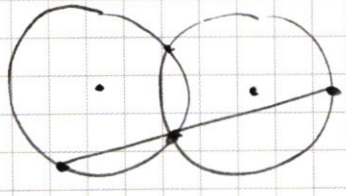


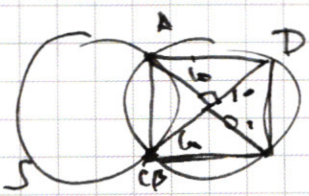
$CB = 20\sin\alpha$ $\quad x^{3\ln y} = y^{\ln y} \cdot x^{2\ln x}$

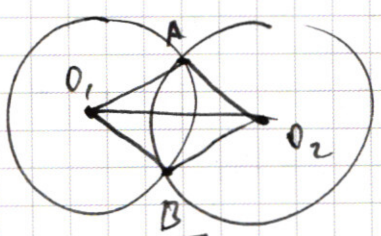
$BD = 20\sin(90-\alpha)$

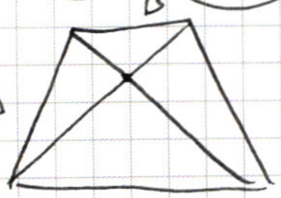
$\cancel{CB}=1 \quad CD = 20(\sin\alpha + \cos\alpha)$

$10\sqrt{2}\sin(\alpha + \frac{\pi}{4})$

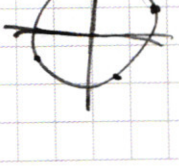








$\frac{\pi}{20} + \frac{3\pi}{20}$



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

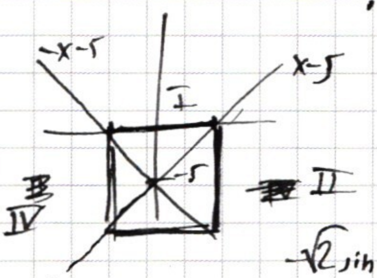
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$|x+y+5|+|y-x+5|=10$

$|y-(-x-5)|+|y-(x-5)|=10$

$y \vee -x-5 \quad y \vee x-5$



I. $y \geq -x-5$ и $y \geq x-5$

$y+\cancel{x}+5+y-\cancel{x}+5=10$

$y+10=10$

$y=0$

II $y \geq -x-5$ и $y < x-5$

$(y+x+5)-(y-x+5)=10$

$2x=10$

$x=5$

III $y < -x-5$

$y < x-5$

$\cancel{x}+y+5+y-\cancel{x}+5=-10$

$2y=-20$

$y=-10$

IV $y < -x-5$

$y \geq x-5$

$-x-\cancel{y}-\cancel{5}+\cancel{y}-x+\cancel{5}=10$

$x=-5$

$-\sqrt{2}\sin 7x\,(\sin 2x-\cos 2x)=$

$=1-2\sin^2 2x$

$-2\sin 7x \sin\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)=\cos 4x$

$-2\sin 7x\sin 2x+2\sin 7x\cos 2x$

$2\sin 7x(\cos 2x-\sin 2x)=\sqrt{2}\cos 4x$

$265 \mid 5$

$53 \mid$

$\times 17$
17
119
$+17$
289
$+25$
314

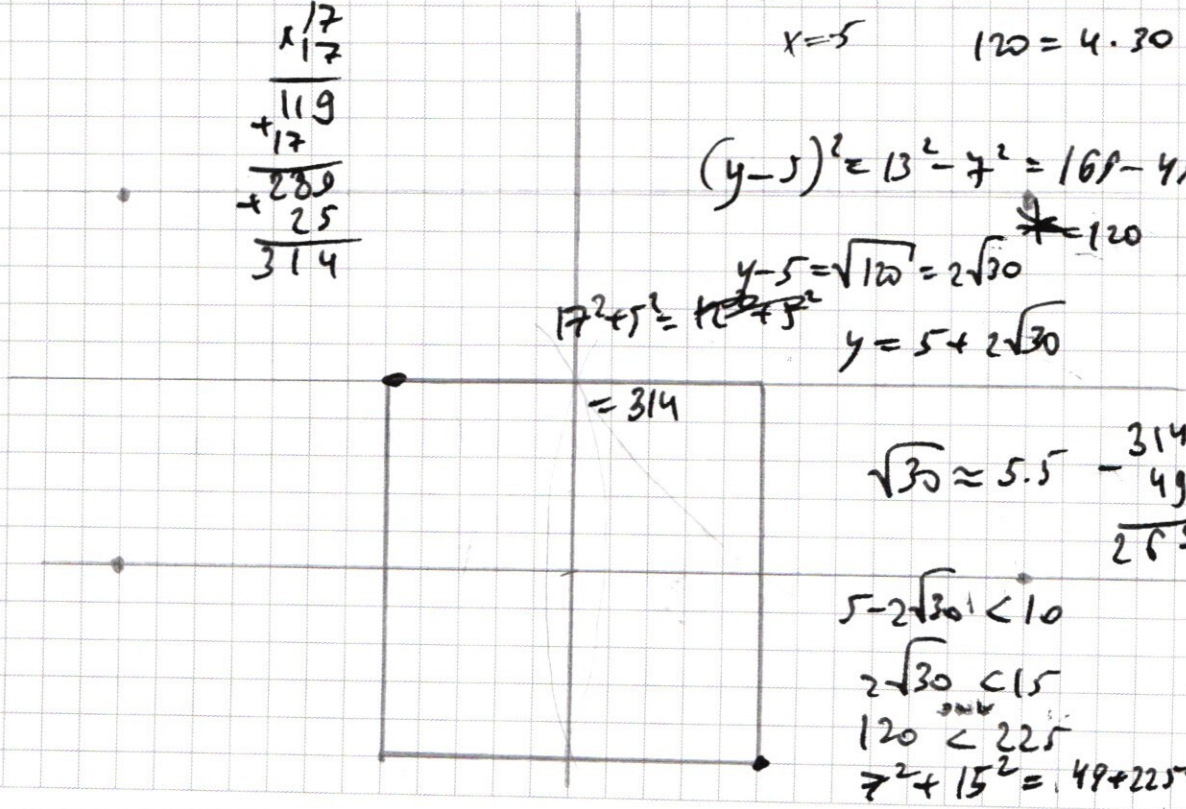
$120=4\cdot 30$

$(y-5)^2=13^2-7^2=169-49=120$

$y-5=\sqrt{120}=2\sqrt{30}$

$17^2+5^2=$

$y=5+2\sqrt{30}$



$=314$

$\sqrt{30}\approx 5.5$

-314
49
265

$5-2\sqrt{30}<10$

$2\sqrt{30}<15$

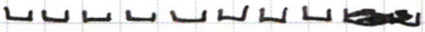
$120<225$

$7^2+15^2=49+225=374$

9261	3
3087	3
1029	3
343	7
49	7
7	7
1	

$$\begin{array}{r|l} 343 & 7 \\ \underline{28} & 49 \\ 63 & \\ \underline{63} & \\ 0 & \end{array}$$

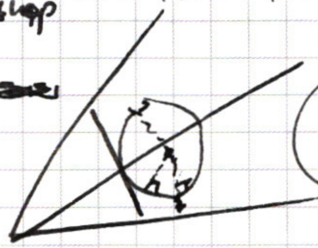
$9261 = 3^3 \cdot 7^3$ 6 цифр

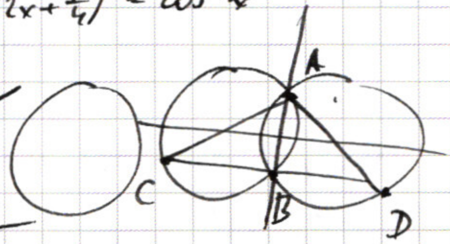


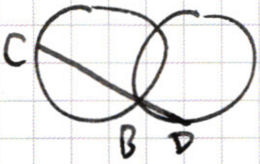
1 2 3 4 5 6 7 8

$\sin\left(9x+\frac{\pi}{4}\right)-\sin\left(5x-\frac{\pi}{4}\right)=\cos 4x$

$2\sin 7x \cos\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)=\cos 4x$

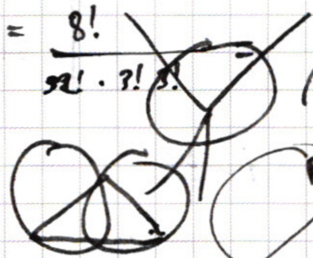


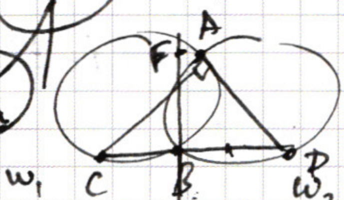


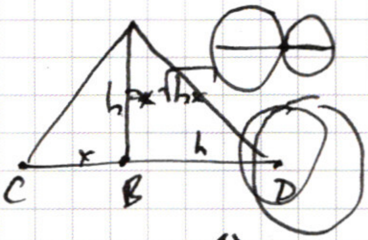


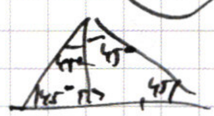
$9261 = 1^2 \cdot 3^3 \cdot 7^3$

$R = \frac{8!}{2!\cdot 3!\cdot 3!}$ $\frac{4\cdot 5\cdot 6\cdot 7\cdot 8}{(1\cdot 2)\cdot(1\cdot 2\cdot 3)}$









$$\begin{array}{r} \times\, 56 \\ 12 \\ \hline 112 \\ +\,56\;\; \\ \hline 6720 \end{array}$$

$\frac{6720}{12} = \frac{3360}{6} = \frac{1680}{3} = 560$

$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2}\cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$

$\frac{1}{\sqrt{2}}\cos 9x + \frac{1}{\sqrt{2}}\sin 9x + \frac{1}{\sqrt{2}}\sin 5x - \frac{1}{\sqrt{2}}\cos 5x = \cos 4x$

$\cos\alpha - \cos\beta =$

$\cos\left(9x-\frac{\pi}{4}\right)-\cos\left(5x+\frac{\pi}{4}\right)=\cos 4x$

$= -2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$

$-2\sin 7x\left(\sin 2x\cdot\frac{1}{\sqrt{2}} - \cos 2x\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \cos 4x$

$$\begin{cases} \left(x^2y^4\right)^{-\ln x} = y^{\ln\frac{y}{x^2}} \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0 \end{cases}$$

$y^2 - 4y - 2x^2 + 8x - xy = 0$

$y^2 - 4y + 4 - 2(x^2 - 4x + 4) + 8 - xy = 0$

$(y-2)^2 - 2(x-2)^2 = xy - 8$

$\cancel{y^2 - xy}$

$\cancel{y^2 - 4xy}$

$x>0$

$y>0$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)