МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 7 ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 9261. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2}\cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$.

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(x^2y^4\right)^{-\ln x} = y^{\ln\left(y/x^7\right)}, \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения трёхгранного угла плоскостью KLM, если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO, равны 1 и 16.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, при которых система

$$\begin{cases} |x+y+5| + |y-x+5| = 10, \\ (|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 10 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF.

   б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 12$. Найдите площадь треугольника ACF.

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y), удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geqslant 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2\left(2^{32} - 1\right)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2.

$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2}\cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$

$-2\sin 7x \cdot \sin 2x + 2\cdot\sin 7x\cdot\cos 2x = \sqrt{2}\cos 4x$

$2\sin 7x\ (\cos 2x - \sin 2x) = \sqrt{2}(\cos 2x + \sin 2x)\cdot$

$\cdot(\cos 2x - \sin 2x)$

I. $\cos 2x - \sin 2x = 0 \quad |: \sin 2x \neq 0$

$\operatorname{ctg} 2x = 1$

$\Downarrow$

$2x = \frac{\pi}{4} + \pi k,\ k\in\mathbb{Z}$

$\Downarrow$

$x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2},\ k\in\mathbb{Z}$

II. $\cos 2x - \sin 2x \neq 0$

$\Downarrow$

$2\sin 7x = \sqrt{2}(\cos 2x + \sin 2x)$

$\sin 7x = \sin(2x + \frac{\pi}{4})$

$\sin 7x - \sin(2x + \frac{\pi}{4}) = 0.$

$2\cdot\sin\left(\frac{5x - \frac{\pi}{4}}{2}\right)\cdot\cos\left(4{,}5x + \frac{\pi}{8}\right) = 0.$

1) $\sin(2{,}5x - \frac{\pi}{8}) = 0 \Rightarrow 2{,}5x - \frac{\pi}{8} = \pi k,\ k\in\mathbb{Z}$

$2,5x = \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z$ $\qquad \frac{5}{2}x = \frac{\pi}{8} + \pi n, n \in Z$

$$\Downarrow$$

$$x = \frac{\pi}{20} + \frac{2\pi n}{5}, n \in Z$$

2) $\cos(4,5x + \frac{\pi}{8}) = 0$

$$\Downarrow$$

$$4,5x + \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi r, r \in Z$$

$$\frac{9}{2}x = \frac{3\pi}{8} + \pi r, r \in Z$$

$$\Downarrow$$

$$x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi r}{9}, r \in Z$$

Ответ: $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi r}{9}, r \in Z \\ x = \frac{\pi}{20} + \frac{2\pi n}{5}, r \in Z \\ x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}, k \in Z \end{array}\right.$

№3.

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^7)} \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0. \end{cases}$$

Рассмотрим второе уравнение системы. Оно является квадратным относительно y.

$y^2 - y(x+4) - 2x^2 + 8x = 0$

$D = (x+4)^2 + 8x^2 - 32x = x^2 + 8x + 16 + 8x^2 - 32x =$
$= 9x^2 - 24x + 16 = (3x-4)^2$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$y_1 = \frac{x+4-3x+4}{2} = 4-x$$

$$y_2 = \frac{x+4+3x-4}{2} = 2x$$

I. $y = 2x$

Рассмотрим первое уравнение системы $(x^2y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(\frac{y}{x^7})}$. Подставим $y = 2x$

Получим:

$$(16x^6)^{-\ln x} = (2x)^{\ln(\frac{2}{x^6})}$$

$$\frac{1}{16^{\ln x}} \cdot x^{-6\ln x} = (2x)^{\ln 2 - 6\ln x}$$

$$\frac{1}{2^{4\ln x}} \cdot x^{-6\ln x} = 2^{\ln 2 - 6\ln x} \cdot x^{\ln 2 - 6\ln x}$$

$$\frac{1}{2^{4\ln x}} \cdot x^{-6\ln x} = 2^{\ln 2} \cdot \frac{1}{2^{6\ln x}} \cdot x^{\ln 2} \cdot x^{-6\ln x}$$

Т.к. $x^{-6\ln x} > 0$ мы имеем право разделить на него. Получим

$$\frac{1}{2^{4\ln x}} = 2^{\ln 2 - 6\ln x} \cdot x^{\ln 2}$$

$$2^{\frac{1}{4\ln x}} = \frac{2^{\ln 2 - 2\ln x}}{2^{4\ln x}} \cdot x^{\ln 2} \quad \Big| : \frac{1}{2^{4\ln x}} \neq 0$$

$$1 = 2^{\ln 2 - 2\ln x} \cdot x^{\ln 2} \Rightarrow 2^{2\ln x - \ln 2} = x^{\ln 2}$$

Представим $\ln 2$ в виде $\frac{\log_x 2}{\log_x e}$, предварительно проверив, что $x = 1$ не корень

$$2^{2\ln x - \ln 2} = 2^{\frac{1}{\log_x e}}$$

$$\Downarrow$$

$$2\ln x - \ln 2 = \frac{1}{\log_x e}$$

$$2\ln x - \ln 2 = \ln x$$

$$\Downarrow$$

$$\ln x = \ln 2$$

$$\Downarrow$$

$$\underbrace{x = 2}$$ – удовл. О.Д.З. $\Rightarrow y = 1$.

II. $y = 4 - x$

Подставим в первое уравнение системы.

$$(x^2(4-x)^4)^{-\ln x} = (4-x)^{\ln\left(\frac{4-x}{x^3}\right)}$$

$$(x(4-x)^2)^{-2\ln x} = (4-x)^{\ln(4-x) - 3\ln x},$$

$$x^{-2\ln x} \cdot \cancel{(4-x)^{-4\ln x}} = (4-x)^{\ln(4-x) - \cancel{4}\ln x}$$

$$x^{-2\ln x} = (4-x)^{\ln\left(\frac{4-x}{x^3}\right)}$$

$$x^{-2\ln x} = (4-x)^{\frac{\log\left(\frac{4-x}{x^3}\right)}{\log_{(4-x)} e}}$$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

$$x^{-2\ln x} = (4-x)^{\ln(4-x)-\ln(x^3)} \Rightarrow x^{-2\ln x} = \frac{(4-x)^{\ln(4-x)}}{(4-x)^{\ln(x^3)}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^{-2\ln x} = \frac{(4-x)^{\ln(4-x)}}{(4-x)^{\frac{3\log_{(4-x)} x}{\log_{4-x} e}}} \Rightarrow x^{-5\ln x} = (4-x)^{\ln(4-x)}$$

Ответ: $(2; 1)$

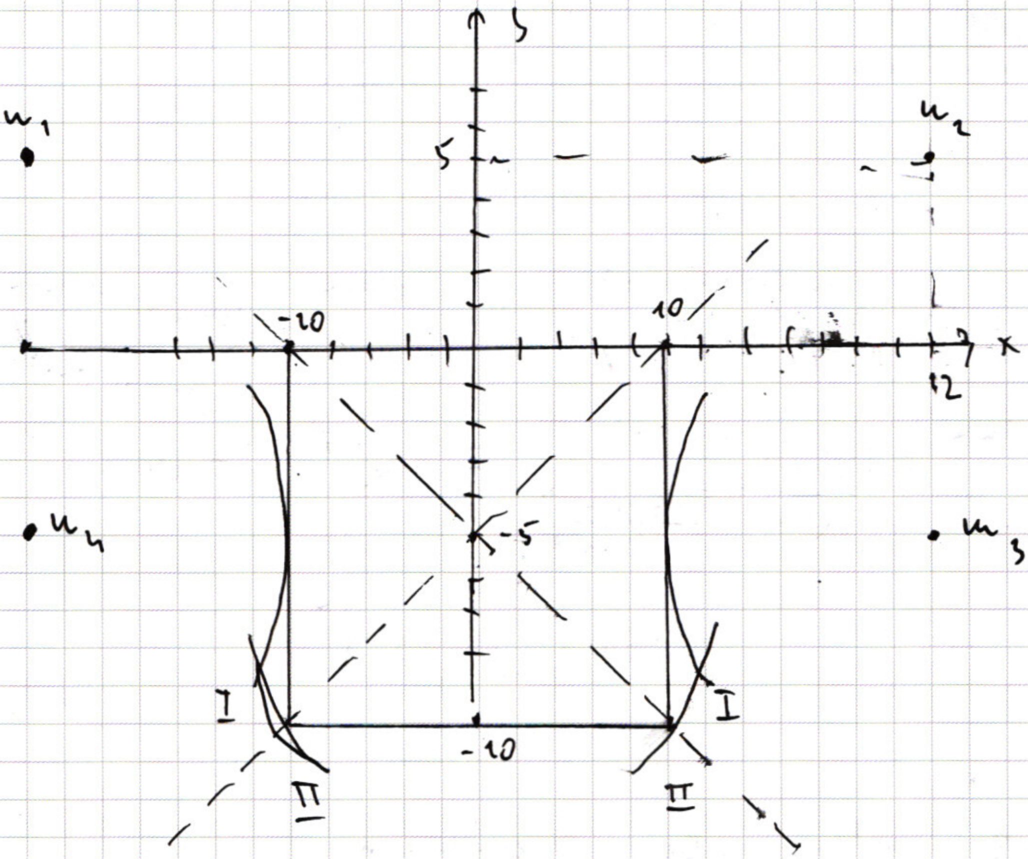
№5.

a - ? ровно два решения.

$$\begin{cases} |x+y+5| + |y-x+5| = 10 \\ (|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = a \end{cases}$$

1-е уравнение системы представляет собой квадрат со стороной 10 и центром в точке $(0; -5)$. Мы можем это понять раскрыв модули по определению.

~~Урав~~ 2-е уравнение системы представляет собой 4 окружности с $R = \sqrt{a} \Rightarrow a > 0$.



Обозначим окружности через w_1, w_2, w_3 и w_4.

I. В первом случае окружность w_4 касается стороны квадрата. В силу симметрии окружность w_3 тоже будет касаться квадрата $\Rightarrow$ мы получаем две решения.

$R = 7 \Rightarrow a = 49$.

II. Второй случай выполняется, когда окружности w_1 и w_2 проходят через дальние от них вершины квадрата.

$R = \sqrt{17^2 + 15^2} \Rightarrow a = 17^2 + 15^2 = 289 + 225 =$
$= 514$.

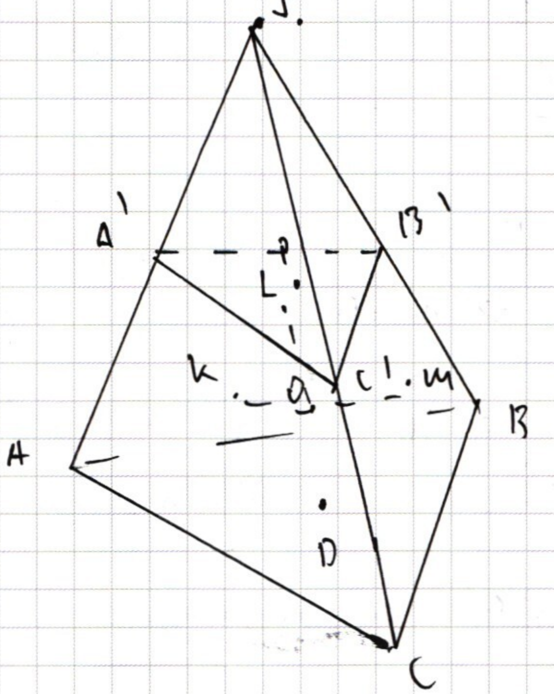
ответ: $a = \{49; 514\}$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4.

Точка O равноудалена от плоскостей трехгранного угла на равное расстояние $= R$



Пусть R – радиус окружности

Пусть $SO \cap (A'B'C') =$ $= P$

$SO \cap (A'B'C') = D$

1) $\Delta A'B'C'$ и ΔABC – сечения трехгранного угла плоскостями касающимися сферы и $\perp SO$.

$S\, \Delta A'B'C' = 1$

$S\, \Delta ABC = 16$.

$(SAC) \perp OK$ по свойству $\Rightarrow SK \perp OK$ по признаку.
(т.к. $OK = R$)

$\Downarrow$

ΔSKO – прямоуг.

2) $(A'B'C') \parallel (ABC)$ ~~ш~~

$(AJB) \cap (ABC) = AB$
$(AJB) \cap (A'B'C') = A'B'$ $\Rightarrow AB \parallel A'B'$ по свойству
$(ABC) \parallel (A'B'C')$ параллельных плоскостей

Аналогично для $B'C'$ и BC, $A'C'$ и AC.

$\Delta A'JB' \sim \Delta AJB$ (по 2 углам). Аналогично для $\Delta JB'C'$ и ΔJBC. $\Delta A'JC'$ и AJC.

$\Downarrow$

~~$A'B' = k \cdot AB$~~

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{JB'}{JB}$$

$\Downarrow$

$\Delta A'B'C' \sim \Delta ABC$.

$$\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta A'B'C'}} = 16 \Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta A'B'C' \text{ с } k = 4.$$

3) Пирамида $JA'B'C' \sim$ пирамиде $JABC$ с $k = 4$.

$\Downarrow$

(ABC) делит JD в отношении 1 к 3.

$\Downarrow$

$4JP = JD = 4x$

4) O - равноудалена от плоскостей $(A'B'C')$ и (ABC) на R.

т.к. $PD = JD - JP = 3x$, $R = 1{,}5x$.

5) Рассмотрим ΔJKO.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

ΔSKO - прямоуг.

$SO = SP + R = x + 1,5x = 2,5x.$

$OK = 1,5x.$

$\Downarrow$

$\angle KSO = \arcsin\left(\frac{1,5x}{2,5x}\right) = \arcsin\frac{3}{5}$

II. 1) из ΔSKO: $SK = 2x$

Опустим $\perp$ (K') из точки K на SO. Рассмотрим $\Delta SKK'$: $KK' = SK \cdot \sin\angle KSO = 2x \cdot \frac{3}{5} = 1,2x$

2) Рассмотрим $\Delta KK'O$: $K'O = \sqrt{2,25x^2 - 1,44x^2} = \sqrt{0,81x^2} = 0,9x$

3) Точки K, L, M равноудалены от прямой SO

$\Downarrow$

$(KLM) \perp SO$.

$SO \cap (KLM) = S'$. Тогда $SS' = x + 0,9x = 1,9x$

$\frac{S_{\Delta A'B'C'}}{S_{KLM}} = \frac{x^2}{1,9^2 x} = \frac{1}{S_{KLM}} \Rightarrow S_{KLM} = 1,9^2 = (1+0,9)^2 =$

$= 1 + 1,8 + 0,81 = 3,61$

Ответ: $\arcsin\frac{3}{5}$; 3,61.

№1.

Если представить число 9261 в каноническом разложении получим: $9261 = 3^3 \cdot 7^3$

I.

Всего 8 цифр: 3, 3, 3, 7, 7, 7, 1, 1.

Всего вариантов расстановки: 8!

Однако если мы поменяем местами 3 „семерки", 3 „тройки", 2 „единицы", число от этого не изменится. Следовательно кол-во чисел: $\frac{8!}{3!\cdot 3!\cdot 2} = \frac{\cancel{4}\cdot 5\cdot \cancel{6}^{2}\cdot 7\cdot 8}{\cancel{2}\cdot\cancel{3}\cdot\cancel{2}} = 560$.

II. Всего 8 цифр: 9, 3, 7, 7, 7, 1, 1, 1.

Всего вариантов расстановки: 8!

Однако если мы поменяем местами 3 „семерки" и 3 „единицы" число не изменится. Следовательно кол-во чисел:

$\frac{8!}{3!\cdot 3!} = \frac{{}^{2}\cancel{4}\cdot 5\cdot \cancel{6}^{2}\cdot 7\cdot 8}{\cancel{2}\cdot\cancel{3}} = 4\cdot 5\cdot 7\cdot 8 = 160\cdot 7 = 1020.$

Сложив результаты первого и второго пунктов, получаем: $1020 + 560 = 1580$.

Ответ: 1580.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$(x^2(4-x)^{4})^{-\ln x} = (4-x)^{\ln\left(\frac{4-x}{x^3}\right)}$

$(x(4-x)^2)^{-2\ln x} = (4-x)^{\ln(4-x)-3\ln x}$

$x^{-2\ln x}\cdot(4-x)^{-4\ln x} = (4-x)^{\ln(4-x)-3\ln x}$.

$x^{-2\ln x} = (4-x)^{\ln(4-x)-3\ln x}$.

$x^{-2\ln x} = (4-x)^{\frac{1}{\log_{(4-x)}e}}\cdot(4-x)^{-3\ln x}$

$x^{-2\ln x} = (4-x)^{\ln(4-x)}\cdot(4-x)^{\frac{-3\log_{(4-x)}x}{\log_{(4-x)}e}}$

$x^{-2\ln x} = (4-x)^{\ln(4-x)}\cdot(x)^{\frac{-3}{\log_{(4-x)}e}}$

$x^{\frac{3}{\log_{(4-x)}e}-2\ln x} = (4-x)^{\ln(4-x)}$

$x^{3\ln(4-x)-2\ln x} = (4-x)^{\ln(4-x)}$

$x^{\ln} = (4-x)^{\frac{1}{\log_{(4-x)}e}}$

$a^{-2\ln 2}$.

$= x^{\ln x} = x^{\frac{1}{\log_x e}} =$

$= \sqrt[\log_x e]{x} =$

$(4-x)^3\cdot x^{-2\ln x}$.

$x^{-2\ln x} = (4-x)^{\ln(4-x)-3}$

$x^{-2\ln x} = (4-x)^{\ln\frac{4-x}{x^3}}$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

$$x^{-2\ln x} = (4-x)^{\ln\frac{4-x}{x^3}}$$

$$x^{-2\ln x} = (4-x)^{\frac{\log_{4-x}\left(\frac{4-x}{x^3}\right)}{\log_{4-x}(x^3)}}$$

$$x^{-2\ln x} = \left(\frac{4-x}{x^3}\right)^{\frac{1}{\log_{(4-x)}(x)}}$$

$$x^{-2\ln x} = (4-x)^{\frac{1}{3\log_{4-x} x}} \cdot x^{\frac{-1}{\log_3(4-x)}x}$$

$$x^{\frac{1}{\log_3(4-x)}x - 2\ln x} = (4-x)^{\frac{1}{3\log_{4-x} x}}$$

$$x^{\log_x 4-x - 2\ln x} = (4-x)^{\frac{1}{3\log_{4-x} x}}$$

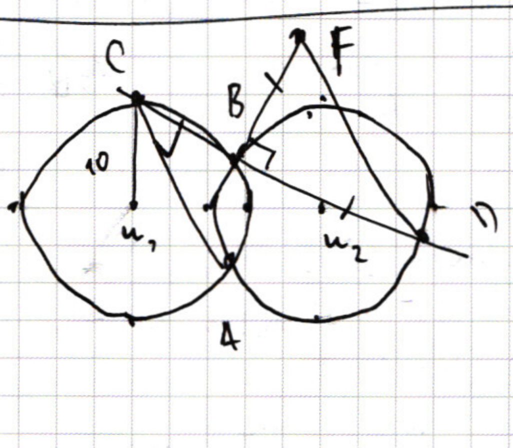
$$x^{-2\ln x} = \left(\frac{4-x}{x^3}\right)^{\frac{1}{\log_{4-x} e}}$$

$$x^{-2\ln x} = (4-x)^{\ln 4-x} \cdot x^{-3\ln(4-x)}$$

$$x^{3\ln(4-x) - 2\ln x} = (4-x)^{\ln 4-x}.$$

$$x^{\ln\left(\frac{(4-x)^3}{x^2}\right)} = (4-x)^{\ln(4-x)}$$

$$x^{\log_{4-x}}$$



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N 1.

$9261 = 3^3 \cdot 7^3$

$9261 : 3 = 3087$

1029

343

$49 \cdot 7 =$

17. 3, 3, 3, 7, 7, 7, 1, 1.

II случай.

$3-3 \equiv x$

$7-3 \equiv y$

$1-2 \equiv z$

$\cos(5x - \frac{\pi}{4}) - \cos(5x + \frac{\pi}{4}) = -2\sin(4x$

N 2.

$\cos 5x - \cos 5x - \sqrt{2}\cos 4x + \sin 5x + \sin 5x = 0.$

$(\cos 5x + \sin 5x) - (\cos 5x - \sin 5x) = \sqrt{2}\cos 4x$

$\sin x + \sin y = 2 \cdot \sin\frac{x+y}{2} \cdot \cos\frac{x-y}{2}$

$\sin(5x + \frac{\pi}{4}) - \cos(5x + \frac{\pi}{4}) = \sqrt{2}\cos 4x.$

$\sin(5x + \frac{\pi}{4}) - \cos(5x + \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4}) = \sqrt{2}\cos 4x$

$\sin(5x + \frac{\pi}{4}) + \sin(5x \ldots) = \sqrt{2}\cos 4x.$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

I. 3 − 3

7 − 3

1 − 2

1) все вместе: 333 = x   3 2 1

777 = z

11 = y.   6 вариантов.

2) 1 1 2 2 2 2 2 2 1

$\frac{2,15 \cdot \sqrt{34}}{11} / 5 =$

$\frac{\sqrt{34}}{11} = \frac{121}{34} =$

$\frac{5\cdot 4}{5} = 2.$

$-2\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) \cdot \sin 7x = \cos 4x$

$\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$

$\cos 4x = 1 - 2\sin^2 2x.$

$-2\left(\sin 2x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \cos 2x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \cdot \sin 7x = \cos 4x$

$\cos 5x - \cos 5x = -2 \cdot \sin 7x \cdot \sin 2x.$

$\sin 5x + \sin 5x = 2\sin 7x \cdot \cos 2x.$

$2\sin 7x \cdot \cos 2x - 2 \cdot \sin 7x \cdot \sin 2x =$

$= \sqrt{2}\cos 4x.$

$2\sin 7x(\cos 2x - \sin 2x) = \sqrt{2}\cos 4x.$

$2\sin 7x\,(\cancel{\cos 2x - \sin 2x}) = (\cancel{\cos 2x - \sin 2x})$

$(\sin 2x + \cos 2x) \cdot \sqrt{2}.$

$2\sin 7x = \sqrt{2}(\sin 2x + \cos 2x).$

$\sin 7x = \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$

☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

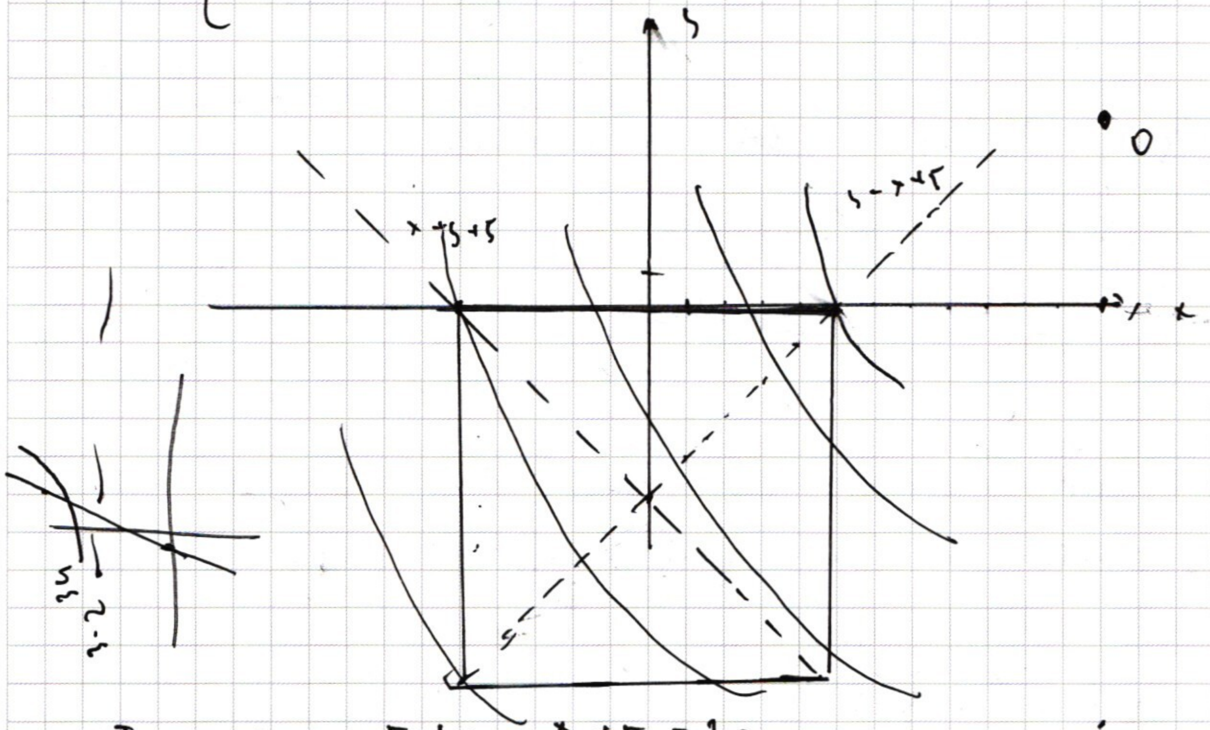
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5.

$y > -x-5$.

$y > x-5$.

$$\begin{cases} |x+y+5| + |y-x+5| = 10 \\ (|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = a \end{cases}$$



$x^2 - xy - \frac{1}{4}y^2 = (x - 2\cdot y)^2$

$x^2 - xy + \frac{1}{4}y^2 = y^2 \cdot y + x^2$

I. $x+y+5+y-x+5=10$.

$2y=0$.

$y=0$.

$x+y+\cancel{5}-y+x-\cancel{5}=10$

II. $-x-\cancel{y}-\cancel{5}+\cancel{y}-x+\cancel{5}=10$.

2 решения.

$-2x=10$

$x=-5$.

$2^x + 3\cdot 2^{34} = 76 + (2\cdot 2^{34} - 2)x$.

$2^x = 76 - 3\cdot 2^{34} + 2^{33}x - 2x$.

$2^x = 76 - 2^{33}(6 - x) - 2x$

$2^x + 3\cdot 2^{34} = 76 + 2(2^{32} - 1)\cdot x \quad | : 2^{32}$

$2^x + 3\cdot 2^{34} =$

$2^{x-32} + 12 =$

№5.

a - ? Ровно две решения

$$\begin{cases} |x+y+5| + |y-x+5| = 10 \\ (|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = a \end{cases}$$

1-е уравнение системы это квадрат со стороной 10 и центром в точке (

$$\begin{cases} y = 2^x + 3\cdot 2^{34} \\ y = 76 + 2(2^{32} - 1)x \end{cases}$$

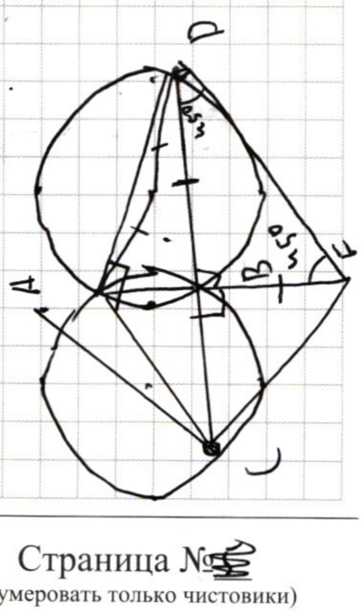
$y = 76 + 2^{33}x - 2x$

Пусть

$E(y_1) = (3\cdot 2^{34}; +\infty)$. $y_1 = y_2$

$E(y_2) = (-\infty; +\infty)$.

$2^x + 3\cdot 2^{34} = 76 + (2\cdot 2^{33} - 2)x$.



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2.

$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2}\cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$

$(\cos 9x + \sin 9x) - (\cos 5x - \sin 5x) = \sqrt{2}\cos 4x$

$\sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\cos 9x + \frac{\sqrt{2}}{2}\sin 9x\right) - \sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\cos 5x - \frac{\sqrt{2}}{2}\sin 5x\right) =$

$= \sqrt{2}\cos 4x$

$\cos\left(9x - \frac{\pi}{4}\right) - \cos\left(5x + \frac{\pi}{4}\right) = \cos 4x$

$-2\sin\left(\frac{4x - \frac{\pi}{2}}{2}\right)\cdot\sin\left(\frac{14x}{2}\right) = \cos 4x$

$-2\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)\cdot\sin 7x = \cos 4x$

$$\begin{cases} (x^2y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^2)} \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0 \end{cases}$$

$y(y-8x)$ $\quad y^2 - xy - 2(x^2 + 4x - 2y) = 0.$

$(y-x)^2 + xy - 3x^2 + 8x - 4y = 0.$

$(y+x)^2 - 3xy - 3x^2 + 8x - 4y = 0.$

$(y+x)^2 - 3(x^2 + xy$

$y^2 - y(x+4) - 2x^2 + 8x = 0.$

$D = x^2 + 8x + 16 + 8x^2 - 32x = 9x^2 - 24x + 16 =$
$= (3x-4)^2$

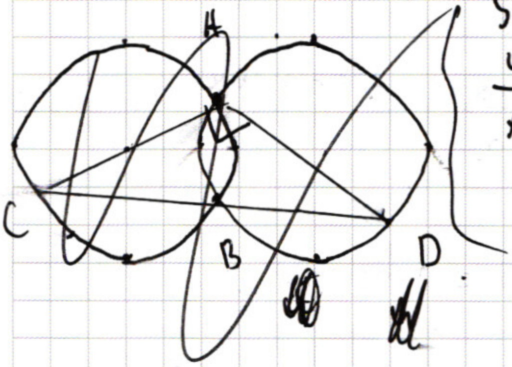
$y_1 = \frac{x+4+3x-4}{2} = 2x$

$y_2 = \frac{x+4-3x+4}{2} = 4-x$

$(x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^7)}$ $\qquad \frac{\log_x 2}{\log_x e}$

О.Д.З.: $\begin{cases} y > 0 \\ \frac{y}{x^7} > 0 \\ x > 0. \end{cases}$

$2x^{\frac{x}{6}} = 3x$



$\frac{1}{16^{\ln x}} \cdot x^{-6\ln x}$

№9:

$\begin{cases} |x+y+5| + |y-x+5| = 10. \\ (|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = a \end{cases}$

$x+y+5 \geq 0 \qquad y \geq -x-5$

$y-x+5 \qquad y \geq x-5.$

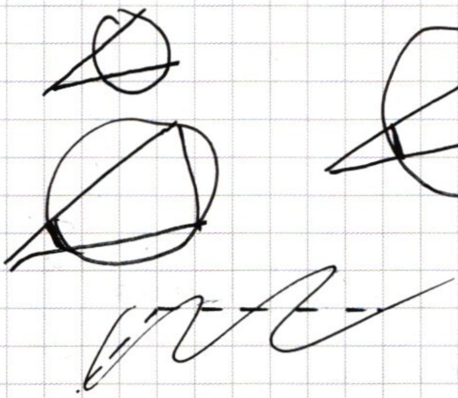
I. $y = 2x$

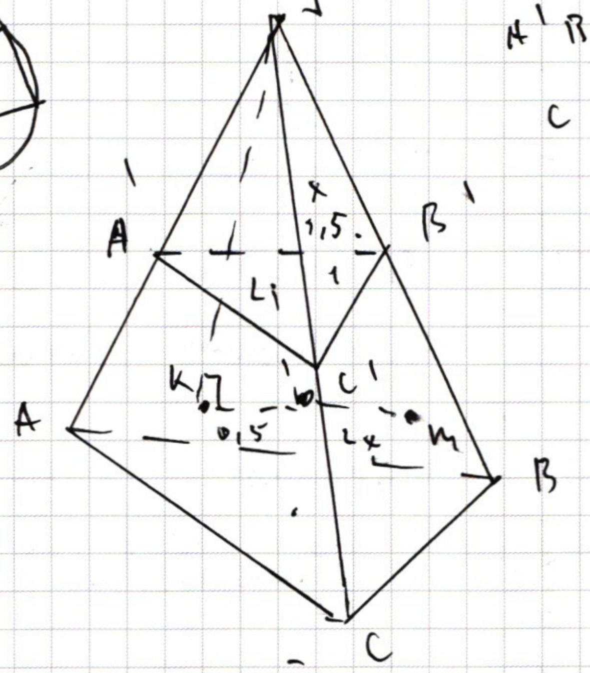
$2^{2\ln x - \ln 2} = x^{\ln 2}.$

$(16x^6)^{-\ln x} = 2x^{\ln(\frac{2}{x^6})}$

$(16x^6)^{-\ln x} = 2x^{\ln 2 - 6\ln x}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА





$A'B'C' \sim ABC$

с $k=2$.

$\Downarrow$

$\frac{SO'}{SO''} = 2.$

$R=0,5\ SO'$

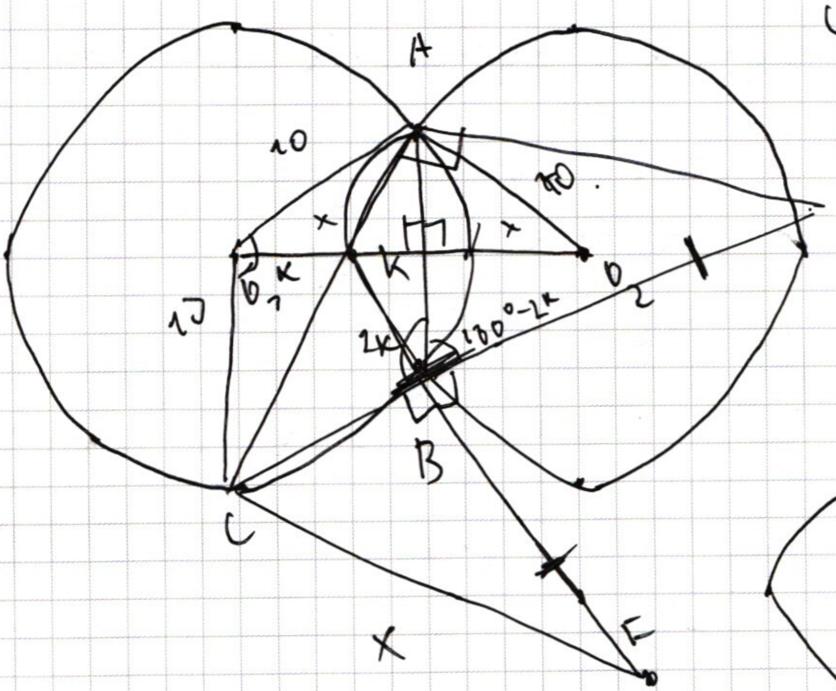
$\angle KSO$ - прямоугольный.

$CF^2 = CB^2 + BF^2$

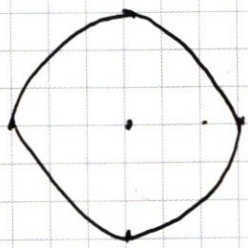
$CF^2 = CB^2 + OD^2$

$O_1O_2 =$

$CB \cdot CD$ - ?



Ск.



$9261 = 3^3 \cdot 7^3 \cdot 1 \cdot 1.$

I . 3 3 ...

если единицы знаки.

8
8.

$\frac{8!}{3! \cdot 3! \cdot 1 \cdot 1}.$

Верхняя граница прямая.
Нижняя: экспонента.

прямая возрастает.

экспонента возрастает.

В точке пересечения производные функций равны.

$y = 2^x + 3 \cdot 2^{34}.$

$y_1' = \ln 2 \cdot 2^x$

$y_2' = 2(2^{32} - 2)$

$\ln 2 \cdot 2^x = 2(2^{32} - 1)$

$\Downarrow$

$x \approx 32.$

$x = 1 \cdot 0.$

$3 \cdot 2^{34}.$

$\ln x^3 = \log_{\ln-x} x^3$

$\ln x = \frac{1}{\log_x e}$

$x^{-2\ln x} = (4-x)^{\ln(4-x)} - \ln x^3$

- [x] черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)