

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 7

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 9261. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^7)}, \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 16.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 5| + |y - x + 5| = 10, \\ (|x| - 12)^2 + (|y| - 5)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 10 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 12$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$$a_1 a_2 a_3 \dots a_8 = x$$

$$a_1 a_2 \dots a_8 = 9261$$

$$9261 = 3^3 \cdot 7^3$$

Т.к. каждый из множителей: $a_1, \dots, a_8 \leq 9$ (т.к. это цифры) $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ у нас может быть всего 2 варианта набора:

$$\begin{cases} 3 \times 3, 3 \times 7, 4 \times 1. & (1) \\ 1 \times 3, 3 \times 7, 1 \times 9, 5 \times 1 & (2) \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{(Т.к. ед. может добавлять -} \\ 3 \cdot 3 = 9, \text{ или перемнож.} \\ \text{других делителей 9261, будет 2(0).} \end{array}$$

$$(1): P_{(3,3,4)} = \frac{10!}{3!3!4!} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{6 \cdot 6} = 35 \cdot 120 = 4200$$

$$(2): P_{(1,1,3,5)} = \frac{10!}{1!1!3!5!} = \frac{6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{2 \cdot 3} = 56 \cdot 90 = 5040$$

Тогда всего таких возможных чисел:

$$4200 + 5040 = 9240$$

Ответ: 9240

№2

$$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$$

$$-2 \sin 7x \sin 2x - \sqrt{2} \cos 4x + 2 \sin 7x \cos 2x = 0$$

$$2 \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2} (\cos^2 2x - \sin^2 2x) = 0$$

$$2 \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x) (\cos 2x + \sin 2x) = 0$$

$$(\cos 2x - \sin 2x) (2 \sin 7x - (\sqrt{2} \cos 2x + \sqrt{2} \sin 2x)) = 0$$

$$\begin{cases} \cos 2x - \sin 2x = 0 & (1) \\ 2 \sin 7x - (\sqrt{2} \cos 2x + \sqrt{2} \sin 2x) = 0 & (2) \end{cases}$$

(1)

$$\cos 2x = \sin 2x$$

$$2x = \frac{\pi}{4} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}, \quad n \in \mathbb{Z}.$$

$$(2): 2 \sin 7x - (\sqrt{2} \cos 2x + \sqrt{2} \sin 2x) = 0 \quad / : 2$$

$$\sin 7x - \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cos 2x + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 2x \right) = 0$$

$$\sin 7x - \left(\sin \frac{\pi}{4} \cdot \cos 2x + \cos \frac{\pi}{4} \cdot \sin 2x \right) = 0$$

$$\sin 7x - \sin \left(\frac{\pi}{4} + 2x \right) = 0$$

$$2 \sin \frac{7x - 2x - \frac{\pi}{4}}{2} \cos \frac{7x + 2x + \frac{\pi}{4}}{2} = 0$$

$$2 \sin \left(\frac{5x}{2} - \frac{\pi}{8} \right) \cos \left(\frac{9x}{2} + \frac{\pi}{8} \right) = 0$$

$$\begin{cases} \sin \left(\frac{5x}{2} - \frac{\pi}{8} \right) = 0 & (I) \\ \cos \left(\frac{9x}{2} + \frac{\pi}{8} \right) = 0 & (II) \end{cases}$$

$$I): \sin \left(\frac{5x}{2} - \frac{\pi}{8} \right) = 0$$

$$\frac{5x}{2} - \frac{\pi}{8} = \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{5x}{2} = \frac{\pi}{8} + \pi k$$

$$x = \frac{\pi}{20} + \frac{2\pi k}{5}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$II) \cos \left(\frac{9x}{2} + \frac{\pi}{8} \right) = 0$$

$$\frac{9x}{2} + \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi m, \quad m \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{9x}{2} = \frac{3\pi}{8} + \pi m$$

$$x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi m}{9}, \quad m \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ответ: } \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}, \frac{\pi}{20} + \frac{2\pi k}{5}, \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi m}{9}, \quad n, k, m \in \mathbb{Z}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

✓5

$$\begin{cases} |x+y+5| + |y-x+5| = 10 & (I) \\ (|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = a & (II) \end{cases}$$

(I):

$$1) \begin{cases} y \geq -x-5 \\ y \geq x-5 \end{cases} \Rightarrow \text{рис.}$$

$$x+y+5 + y-x+5 = 10$$

$$2y = 0$$

$$y = 0$$

или

$$\begin{cases} x \geq -5 \\ x \leq 5 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} y \geq -x-5 \\ y < x-5 \end{cases}$$

$$x+y+5 - y+x-5 = 10$$

$$2x = 10$$

$$x = 5$$

или

$$\begin{cases} y \geq -10 \\ y < 0 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} y < -x-5 \\ y \geq x-5 \end{cases}$$

$$-x-y-5 + y-x+5 = 10$$

$$-2x = 10$$

$$x = -5$$

или

$$\begin{cases} y < 0 \\ y \geq -10 \end{cases}$$

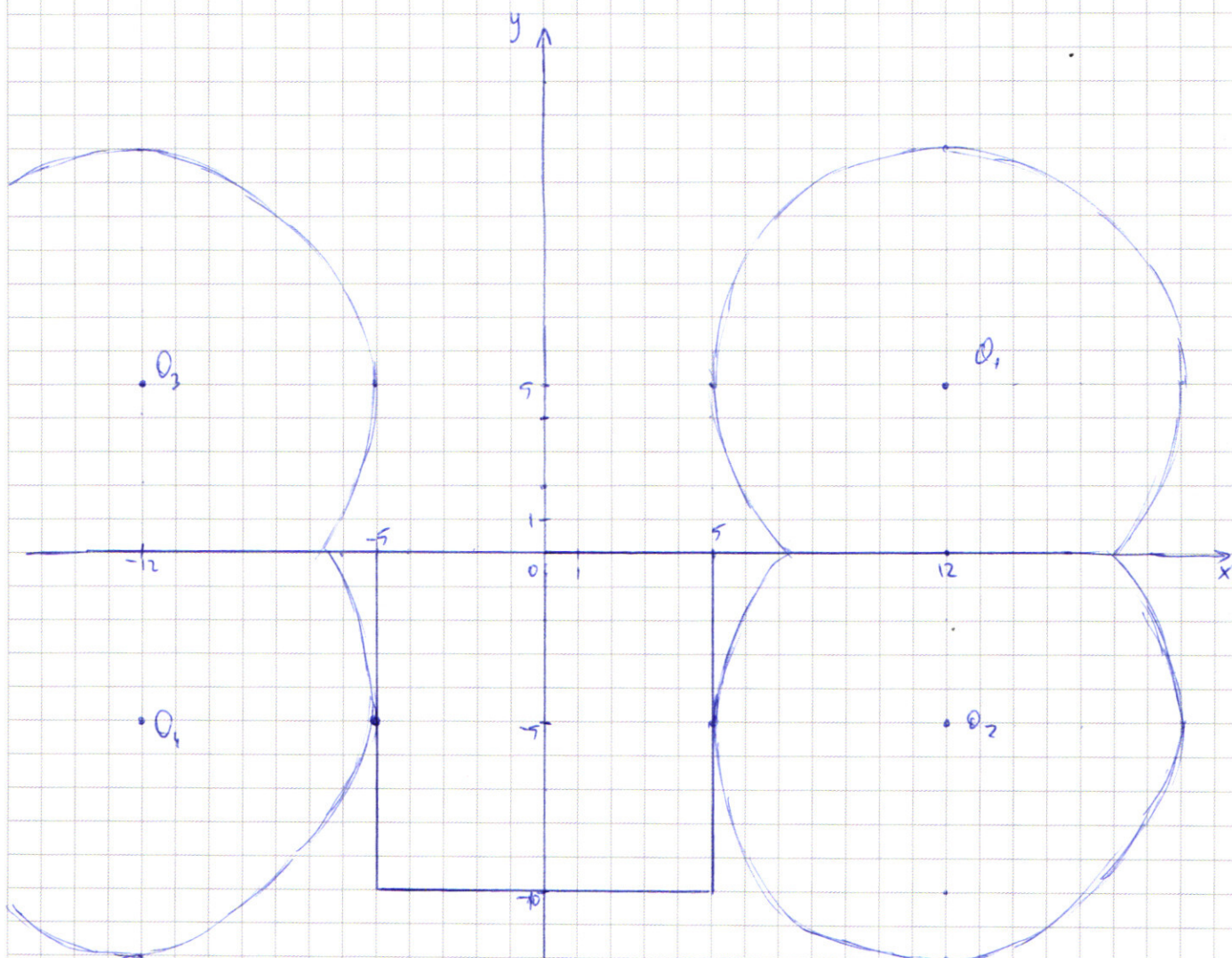
$$II): (|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = a$$

окр-ть,

центр: $(12; 5), (-12; 5), (12; -5), (-12; -5)$

$$R = \sqrt{a}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{в) } \begin{cases} y < -x - 5 \\ y < x - 5 \end{cases} \\
 & -x - y - 5 - y + x - 5 = 10 \\
 & -2y = 20 \\
 & y = -10 \\
 & \quad \quad \quad \parallel \\
 & \begin{cases} x < 5 \\ x > -5 \end{cases}
 \end{aligned}$$



Т.к. две левые окр-ты имеют одинак. пол-во решений, друг с другом, так и 2 левые (т.к. рисунок симметричен отн. ОУ). $\Rightarrow$ 2 решения будут в 2-х случаях:

~~(т.к. О2 и О4 имеют квадрат) Если О1 и О3 имеют решение, то и О2 и О4 будут иметь~~

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1) когда окружности O_2 и O_4 касаются внутренне:

$$R = 12 - 5 = 7$$

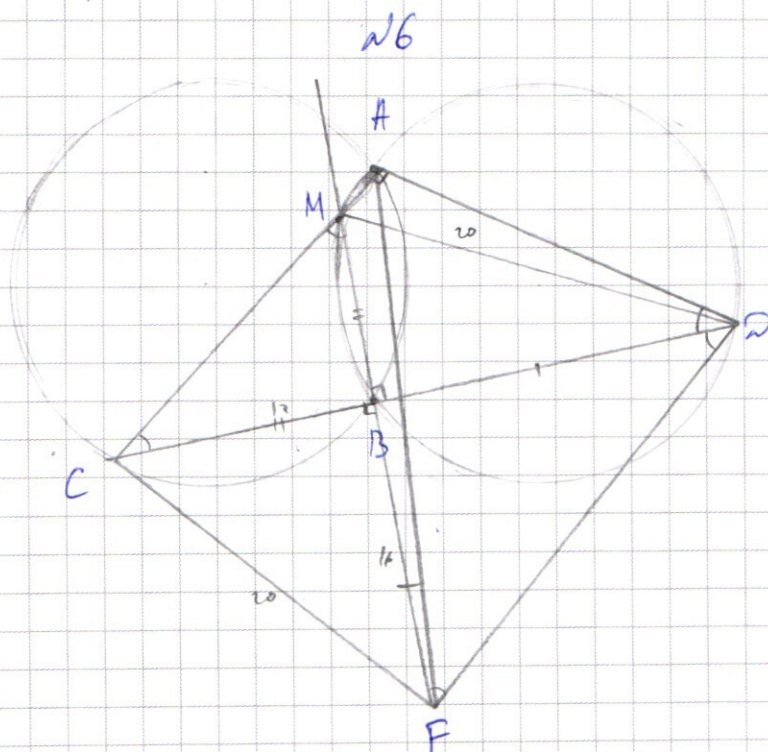
$$a = 7^2 = 49$$

2) Когда окр-ты O_2 и O_4 пересекаются в точках $(0,0)$ и $(0,-1)$:

$$R = \sqrt{12^2 + 5^2} = \sqrt{144 + 25} = \sqrt{169}$$

$$a = R^2 = 169$$

Robert: 49; 169.



Dan: $R=10$,
 $\angle CAD = 90^\circ$,
 $BF=80$, $BC=12$
 Hitung: CF , S_{ACE} .

Решение:

Рис. 4. М-Т. перес. АС и FB.

а) В четырехугольнике $BMAD$: $\angle MAD = 90^\circ$, $\angle MBD = 90^\circ \Rightarrow$
 $\angle MAD + \angle MBD = 180^\circ \Rightarrow BMAD$ можно вписать в окр-ть $\Rightarrow$
 $\Rightarrow M$ лежит на окр-ти, на которой лежат т. A, B, D .

Т.к. $\angle MAD$ - вписанный и равен $90^\circ \Rightarrow MD$ - диаметр.

$\angle ADB = \angle ACD$, т.к. опираются на дугу AB , ^{2-ге} равных AB - пересек. равных окр-тей $\Rightarrow \angle ADB = \angle ACD$.

Т.к. $\angle CAD = 90^\circ \Rightarrow \angle ACD = \angle ADB = 45^\circ$.

~~В $\triangle BFD$: $\angle BDF = \angle DBF$ ($BD = BF$), т.к. $\angle DBF = 90^\circ \Rightarrow$~~

~~$\Rightarrow \angle BDF = \angle DBF = 45^\circ$.~~

~~$\angle ADF = \angle FDB + \angle BDA = 45^\circ + 45^\circ = 90^\circ$.~~

~~$AC \perp DF$ ($\angle CAD + \angle ADF = 180^\circ$, сек. AD).~~

Т.к. $MADB$ можно вписать в окр-то $\Rightarrow \angle CMB = \angle ADB = 45^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle MCB = 180^\circ - \angle MBC - \angle CMB = 45^\circ \Rightarrow CB = CM$.

Тогда $\triangle CBF = \triangle MBD$ (по 2-м сторонам и углу между ними:
 $CB = CM$, $BF = BD$, $\angle CBF = \angle MBD$ (верт.))

$MD = CF$

MD - диаметр окр-ты $\Rightarrow MD = 2R = 2 \cdot 10 = 20$
 $CF = 20$.

В) По Тх. Пифагора:

$$BF = \sqrt{CF^2 - CB^2} = \sqrt{400 - 144} = \sqrt{256} = 16$$

$$\sin \angle FCB = \frac{BF}{FC} = \frac{4}{5} \Rightarrow \cos \angle FCB = \sqrt{1 - \frac{16}{25}} = \frac{3}{5}$$

$$\begin{aligned} \sin \angle ACF &= \sin(\angle FCB + \angle ACD) = \sin(\angle FCB + 45^\circ) = \\ &= \sin \angle FCB \cdot \cos 45^\circ + \sin 45^\circ \cdot \cos \angle FCB = \frac{4}{5} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{3}{5} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{7}{5\sqrt{2}} \end{aligned}$$

Т.к. $\angle ACD = \angle ADC \Rightarrow AC = AD$.

$$\begin{aligned} \text{В } \triangle CBM: CM^2 &= MB^2 + CB^2 - \\ CM &= \sqrt{144 + 144} = 12\sqrt{2} \end{aligned}$$

Пусть $AM = x$.

$$\cancel{x = AC - CM} \quad AC = CM + x$$

$$\text{По Тх. Пифагора: } AD^2 = x^2 + MD^2$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$AC = AD$$

$$12\sqrt{2} + x = 12\sqrt{2}$$

$$CM + x = \sqrt{12^2 - x^2}$$

$$12\sqrt{2} + x = \sqrt{144 - x^2}$$

$$(12\sqrt{2} + x)^2 = 144 - x^2$$

$$288 + 24\sqrt{2}x + x^2 = 144 - x^2$$

$$2x^2 + 24\sqrt{2}x - 144 = 0$$

$$x^2 + 12\sqrt{2}x - 72 = 0$$

$$D = 288 + 288 = 576$$

$$x = \frac{-12\sqrt{2} \pm 24}{2}$$

$$\text{т.к. } x > 0$$

$$x = \frac{-12\sqrt{2} + 24}{2} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$$

$$AC = CM + x = 2\sqrt{2} + 12\sqrt{2} = 14\sqrt{2}$$

$$S_{ACF} = \frac{1}{2} \cdot \sin FCB \cdot AC \cdot CF = \frac{1}{2} \cdot \frac{7}{5\sqrt{2}} \cdot 14\sqrt{2} \cdot 20 = 7 \cdot 14 \cdot 2 = 196$$

Ответ: а) $CF = 20$

б) $S_{ACF} = 196$

$$\begin{cases} (x^2 y^2)^{-\ln x} = y^{\ln(\frac{y}{x^2})} & (1) \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0 & (2) \end{cases} \quad x \neq 0.$$

$$(2): y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0$$

$$y^2 - y(x+4) - 2x^2 + 8x = 0$$

$$\Delta = x^2 + 8x + 16 + 8x^2 - 32x = 9x^2 - 24x + 16 = (3x - 4)^2$$

$$y = \frac{x+4 \pm (3x-4)}{2}$$

$$\begin{cases} y = 2x & (I) \\ y = -x+4 & (II) \end{cases}$$

Подставим (2) в (1):

$$I): (x^2 \cdot 16x^4)^{-\ln x} = (2x)^{\ln(\frac{2x}{x^2})}$$

$$(16x^6)^{-\ln x} = (2x)^{\ln(\frac{2}{x})}$$

$$(16x^6)^{-\ln x} = 2^{\ln \frac{2}{x}} \cdot x^{\ln \frac{2}{x}}$$

$$(16x^6)^{-\ln x} = 2^{\ln \frac{2}{x}} \cdot \left(\frac{2}{x}\right)^{\ln x}$$

$$(16x^6)^{-\ln x} \cdot \left(\frac{2}{x}\right)^{-\ln x} = 2^{\ln \frac{2}{x}}$$

$$32^{-\ln x} = 2^{\ln \frac{2}{x}}$$

$$32^{-\ln x} = \frac{2^{\ln 2}}{(x)^{\ln 2}}$$

$$\frac{1}{32^{\ln x}} = \frac{2^{\ln 2}}{2^{6 \ln x}}$$

$$\frac{2^{6 \ln x}}{3^{5 \ln x}} = 2^{\ln 2}$$

$$\ln x = \ln 2$$

$$x = 2$$

Ответ: $x = 2$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$2) \cos x - \cos 9x = -2 \sin \frac{x+9x}{2} \sin \frac{x-9x}{2}$$

$$\cos 9x - \cos 5x = -2 \sin 7x \sin 2x$$

$$\sin 9x + \sin 5x = 2 \sin 7x \cos 2x$$

$$2 \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2} (\cos^2 2x - \sin^2 2x) = 0$$

$$2 \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x) (\cos 2x + \sin 2x) = 0$$

$$\cos 2x - \sin 2x (\cos 2x - \sin 2x) (2 \sin 7x - \sqrt{2} \cos 2x - \sqrt{2} \sin 2x) = 0$$

$$2 \sin 7x - \sqrt{2} \cos 2x - \sqrt{2} \sin 2x = 0$$

$$\sin 7x - \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 2x - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 2x = 0$$

$$\sin 7x - \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cos 2x + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 2x \right) = 0$$

$$\sin 7x - \sin \left(2x + \frac{\pi}{4} \right) = 0$$

$$\sin 7x = \sin \left(2x + \frac{\pi}{4} \right)$$

$$2 \sin \frac{7x - 2x - \frac{\pi}{4}}{2} \cos \frac{7x + 2x + \frac{\pi}{4}}{2} = 0$$

$$2 \sin \left(\frac{5x}{2} - \frac{\pi}{8} \right) \cos \left(\frac{9x}{2} + \frac{\pi}{8} \right) = 0$$

$$1) \frac{5x}{2} - \frac{\pi}{8} = 4\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\cos 2x = \sin 2x$$

$$2x = \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

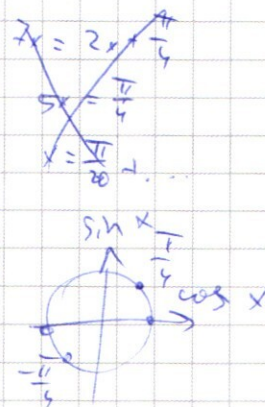
$$\frac{5x}{2} = \frac{\pi}{8} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{2}{50}\pi + \frac{2\pi n}{5}, n \in \mathbb{Z}$$

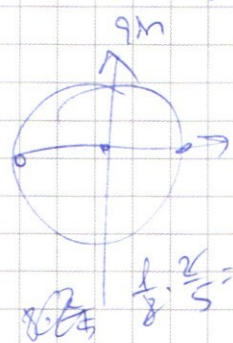
$$2) \frac{9x}{2} + \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

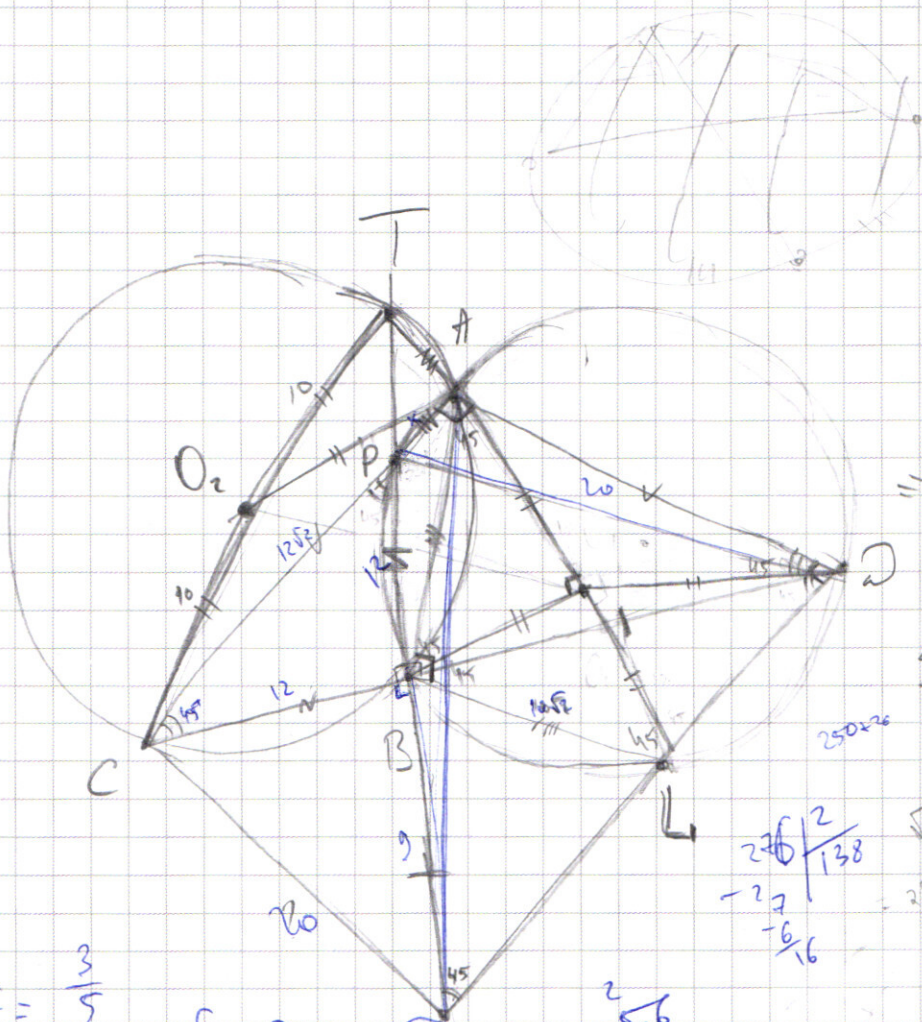
$$\frac{9x}{2} = \frac{3\pi}{8} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{6}{72}\pi + \frac{2\pi k}{9}, k \in \mathbb{Z}$$



$$\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{8} = \frac{3\pi}{8}$$





$$\Rightarrow \angle ADF = 90^\circ$$

$$AC \parallel DF$$

$$\angle ACD = \angle CDA$$

$$\begin{array}{r} 552 \overline{) 2} \\ 276 \overline{) 2} \\ 138 \overline{) 2} \\ 69 \overline{) 3} \\ 23 \end{array}$$

$$\sin \angle BCF = \frac{3}{5}$$

$$\sin \gamma = \frac{3}{5} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{4}{5} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{7}{5} = \frac{7\sqrt{2}}{10}$$

$$24\sqrt{2}$$

$$(12\sqrt{2} + x)^2 = 400 - x^2$$

$$288 + 24\sqrt{2}x + x^2 = 400 - x^2$$

$$2x^2 + 24\sqrt{2}x - 112 = 0$$

$$x^2 + 12\sqrt{2}x - 56 = 0$$

$$D = 288 + 264 = 4 \cdot 138$$

$$x = \frac{-12\sqrt{2} \pm \sqrt{138}}{2}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

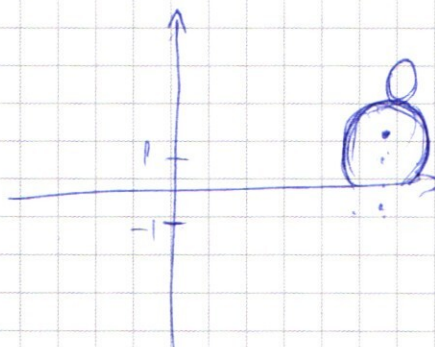
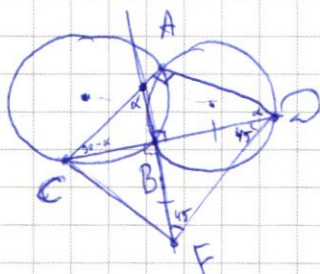
$$S = \frac{1}{2} \cdot \frac{7}{5\sqrt{2}} \cdot (12\sqrt{2} - 6\sqrt{2} + \sqrt{138}) \cdot 20 =$$

$$= \frac{7}{10\sqrt{2}} \cdot (6\sqrt{2} + \sqrt{138}) \cdot 20 = \frac{14}{\sqrt{2}} (6\sqrt{2} + \sqrt{138})$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$R = 10$$



$$\begin{cases} |x+y+5| + |y-x+5| = 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x-12)^2 + (y-5)^2 = a \end{cases}$$

$$O(12; 5) \quad 2 \text{ реч.} \\ R = \sqrt{a}$$

$$x+y+5 \geq 0$$

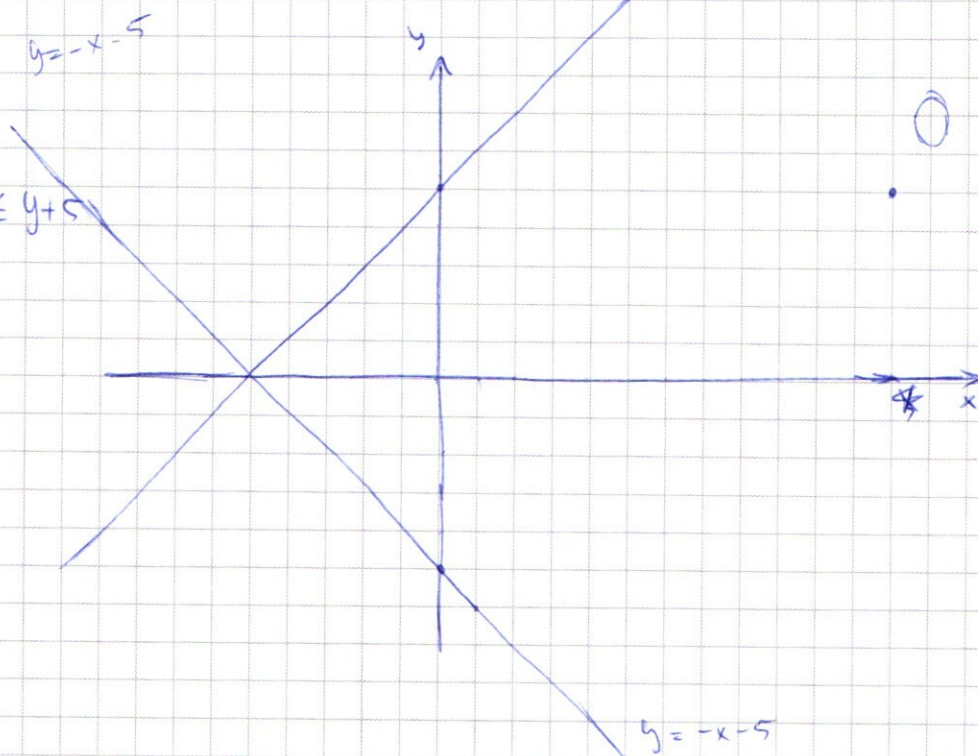
$$x \geq -y-5$$

$$y-x+5 \geq 0$$

$$y \geq x-5 \quad x \leq y+5$$

$$1) y \geq -x-5$$

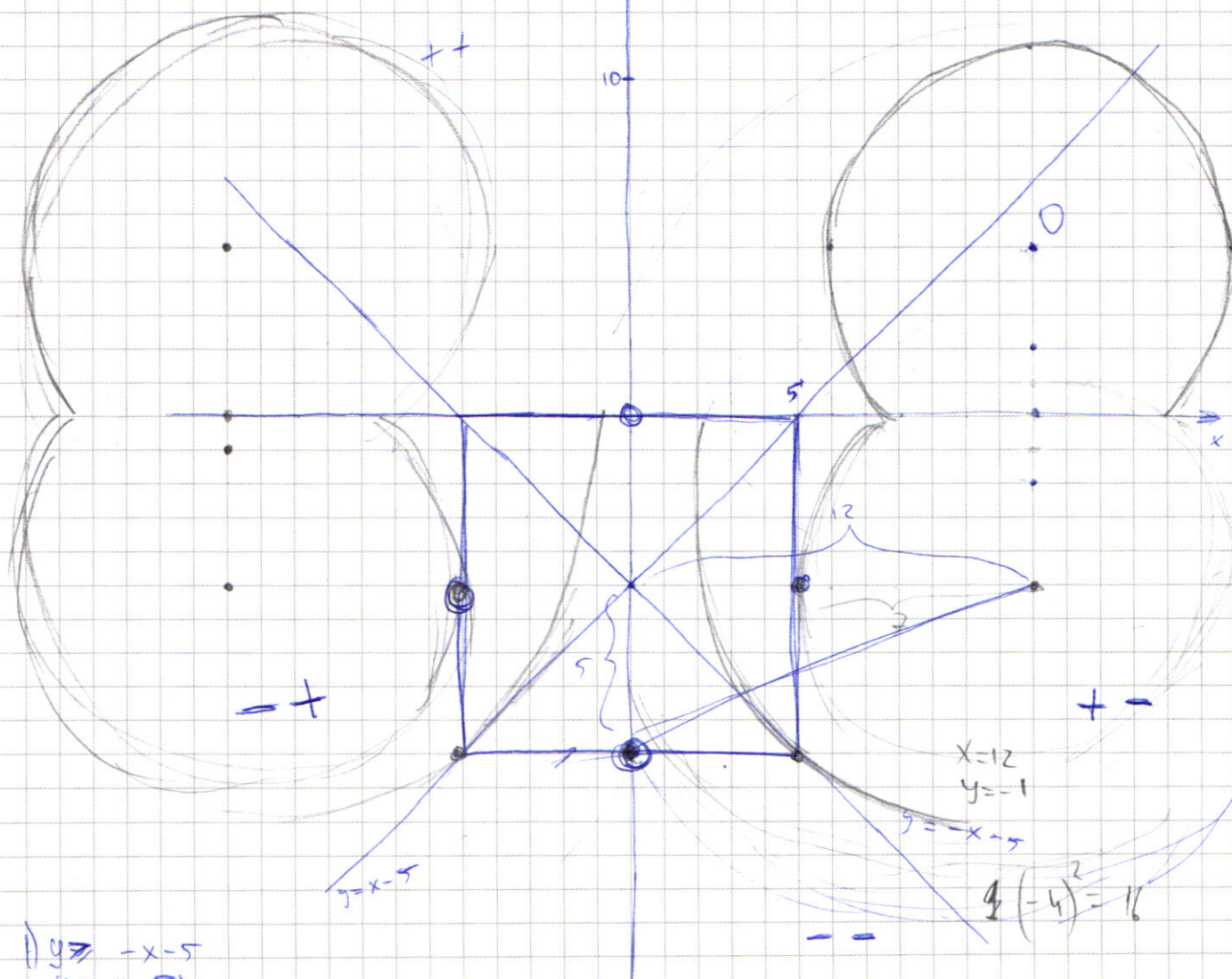
$$2) y \geq x-5$$



$$|x+y+5| + |y-x+5| = 10$$

$$a = 49$$

$$a = 144 + 25 = 169$$



$$1) \begin{cases} y \geq -x-5 \\ y \geq x-5 \end{cases}$$

$$x+y+5 + y-x+5 = 10$$

$$2y = 0$$

$$y = 0$$

$$2) \begin{cases} x+y-5 - y+x-5 = 10 \\ 2x = 10 \\ x = 5 \end{cases}$$

$$-x-y-5 - y+x-5 = 10$$

$$-2y = 20$$

$$y = -10$$

$$|y| = |x-5|$$

$$(x-12)^2 + (x-5)^2 = 36$$

$$r = 6$$

$$x = 1 \Rightarrow x = -1$$

$$x = 12$$

$$x = -12$$

$$y = -1$$

$$y = 1$$



$$|x| = |y|$$

$$|x| = |y|$$

$$y = x$$

$$y = -x$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

① abcda

$$a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 a_7 a_8$$

$$a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 a_7 a_8 = 9261$$

$$\begin{array}{r} 9261 \div 3 \\ 3087 \div 3 \\ 1029 \div 3 \\ 343 \div 7 \\ 49 \div 7 \\ 7 \div 7 \\ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3087 \div 3 \\ 3 \div 3 \\ 8 \div 2 \\ 27 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 112 \\ 121 \\ 211 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 31 \\ 21 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9261 \div 3 \\ 9 \div 3 \\ 26 \div 2 \\ 26 \div 2 \\ 21 \div 3 \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1029 \div 3 \\ 10 \div 3 \\ 29 \div 3 \\ 12 \div 3 \\ 9 \div 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 343 \div 7 \\ 34 \div 7 \\ 28 \div 7 \\ 63 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 343 \div 7 \\ 34 \div 7 \\ 28 \div 7 \\ 63 \end{array}$$

$$9261 = 3^3 \cdot 7^3$$

цифры могут быть: 1, 3, 7, 9

без 9: $3 \times 3, 7 \times 3, 1 \times 4$

$$P_{(1,1,1)} = \frac{10!}{3!3!4!} = \frac{5 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3} = 35 \cdot 120 = 4200$$

с 9: $2 \times 1, 3 \times 1, 7 \times 3, 1 \times 5$

$$P_{(1,1,3,5)} = \frac{10!}{5!3!} = \frac{6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{2 \cdot 3} = 56 \cdot 90 = 5040$$



Всего: $4200 + 5040 = 9240$

$$\sin 5x = \sin(-5x)$$

Ответ: 9240

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

② $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$

$$\cos 4x \cos 5x - \sin 4x \sin 5x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 4x \cos 5x + \sin 5x \cos 4x + \sin 5x$$

$$\sin 4x (\cos 5x - \sin 5x) + \sin 5x - \cos 5x + \sqrt{2} \cos 4x + \cos 4x \cos 5x + \sin 5x \cos 4x$$

$$\sin 9x + \cos 9x = 2 \sin 0 \cos 9x = 0$$

$$\textcircled{3} \begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(\frac{y}{x^2})} \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0 \end{cases}$$

$$\underline{x \neq 0}$$

$$y^2 - y(x+4) - 2x^2 + 8x = 0$$

$$\textcircled{3 \cdot 4 = 12}$$

$$D = x^2 + 8x + 16 + 8x^2 - 32x = 9x^2 - 24x + 16 = (3x - 4)^2$$

$$y = \frac{x+4 \pm (3x-4)}{2}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 2 \cdot 3 = 12 \\ \hline 2 \cdot 3 \end{array}$$

$$\begin{cases} y = 2x & (1) \\ y = -x + 4 & (2) \Rightarrow x = -y + 4 \end{cases}$$

$$(1) \begin{cases} (x^2 \cdot 16x^4)^{-\ln x} = (2x)^{\ln(\frac{2x}{x^2})} \\ (16x^6)^{-\ln x} = (2x)^{\ln(\frac{2}{x})} \end{cases}$$

$$2^{\ln(\frac{1}{x^6})} \cdot x^{\ln(\frac{2}{x})} = \left(\frac{2}{x^6}\right)^{\ln 2} \cdot \left(\frac{2}{x}\right)^{-\ln x}$$

$$(16x^6)^{-\ln x} \cdot \left(\frac{2}{x^6}\right)^{-\ln x} = \left(\frac{2}{x^6}\right)^{\ln 2}$$

$$32^{-\ln x} = 2^{\ln \frac{2}{x^6}}$$

$$\Leftrightarrow x^{-5 \ln 2} = \left(\frac{2}{x^6}\right)^{\ln 2}$$

$$32^{-\ln x} - 2^{\ln \frac{2}{x^6}} = 0$$

рас.

$$\frac{y^t}{x^a} = \frac{y^t}{x^a}$$

$$\left((4-y)^2 \cdot y^4\right)^{-\ln(4-y)} = y^{\ln \frac{y}{(4-y)^2}} = \frac{y}{x^a}$$

$$y^{\ln \frac{y}{x^2}} = \left(\frac{y}{x^2}\right)^{\ln y}$$

$$\frac{y^{\ln y}}{(x^2)^{\ln y}} =$$

$$a^{\log a} = t$$

$$a^t = b$$

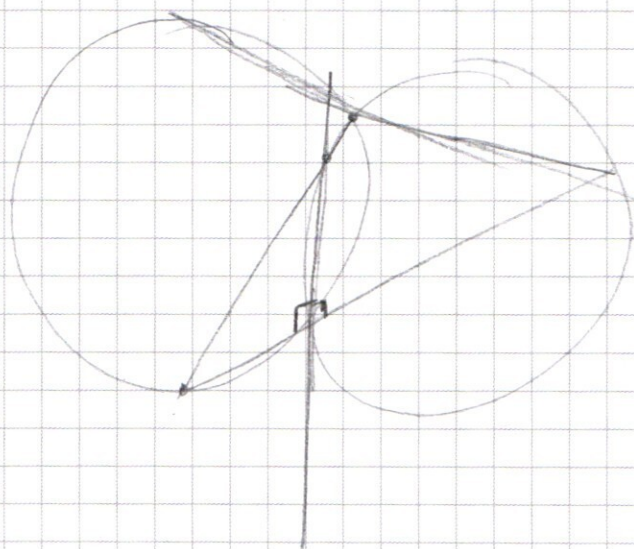
$$a^t = b$$



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



☒ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № ____
(Нумеровать только чистовики)

③ $\begin{cases} y = 2x & (1) \\ y = -x + 4 & (2) \end{cases}$

(1): $(x^2 \cdot 16x^4)^{-\ln x} = (2x)^{\ln(\frac{2}{x^0})}$
 $(16x^6)^{-\ln x} = 2^{\ln \frac{2}{x^0}} \cdot x^{\ln(\frac{2}{x^0})}$

$(16x^6)^{-\ln x} = \cancel{2^{\ln \frac{2}{x^0}}} \left(\frac{2}{x^0}\right)^{\ln 2} \cdot \left(\frac{2}{x^0}\right)^{\ln x}$

$\left(\frac{16x^6}{\cancel{x^0}}\right)^{-\ln x} \cdot \left(\frac{2}{x^0}\right)^{-\ln x} = \left(\frac{2}{x^0}\right)^{\ln 2} \left(\frac{2}{x^0}\right)^{\ln x}$

$32^{-\ln x} = \frac{2^{\ln 2}}{(x^0)^{\ln 2}}$

$\cancel{32} \frac{1}{32^{\ln x}} \cdot \cancel{2^{\ln x}} = 2^{\ln 2}$

$\frac{2^{6 \ln x}}{32^{\ln x}} = 2^{\ln 2}$

$\frac{2^{6 \ln x}}{2^{5 \ln x}} = 2^{\ln 2}$

$\left(\frac{2^5}{2^3}\right)^{\ln 2} = 2^{\ln 2}$

$2^{\ln 2} = 2^{\ln 2}$

$\frac{96}{41} = 2.34146$

$= 41 \cdot 4 = 164$