

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО М

11 класс

ВАРИАНТ 7

ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 9261. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^7)}, \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 16.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 5| + |y - x + 5| = 10, \\ (|x| - 12)^2 + (|y| - 5)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 10 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 12$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$(x+y) + |y-x| = 10$$

$$y = 5$$

$$x+y > 0$$

$$y-x > 0$$

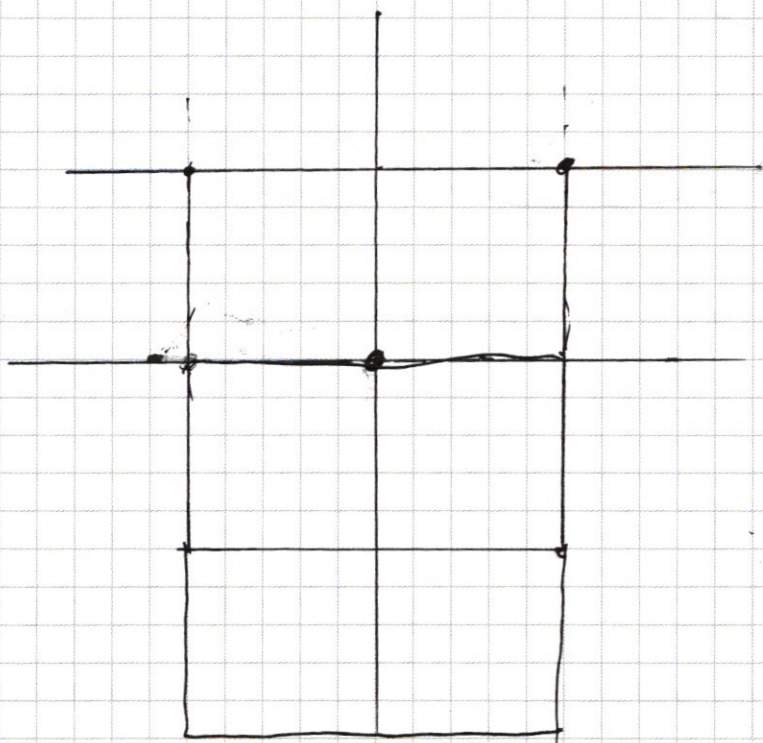
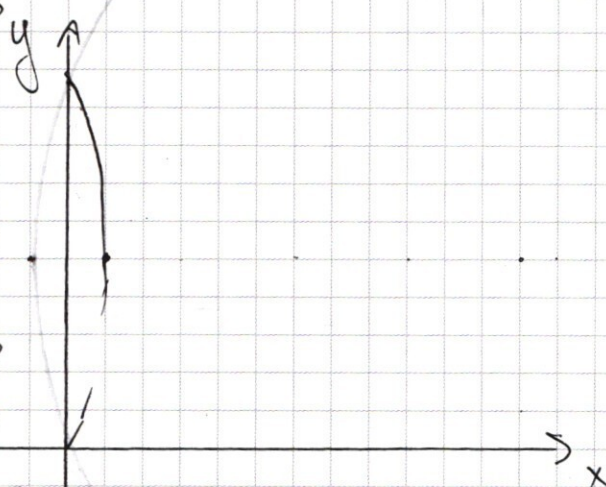
$$x = 5$$

$$x+y > 0$$

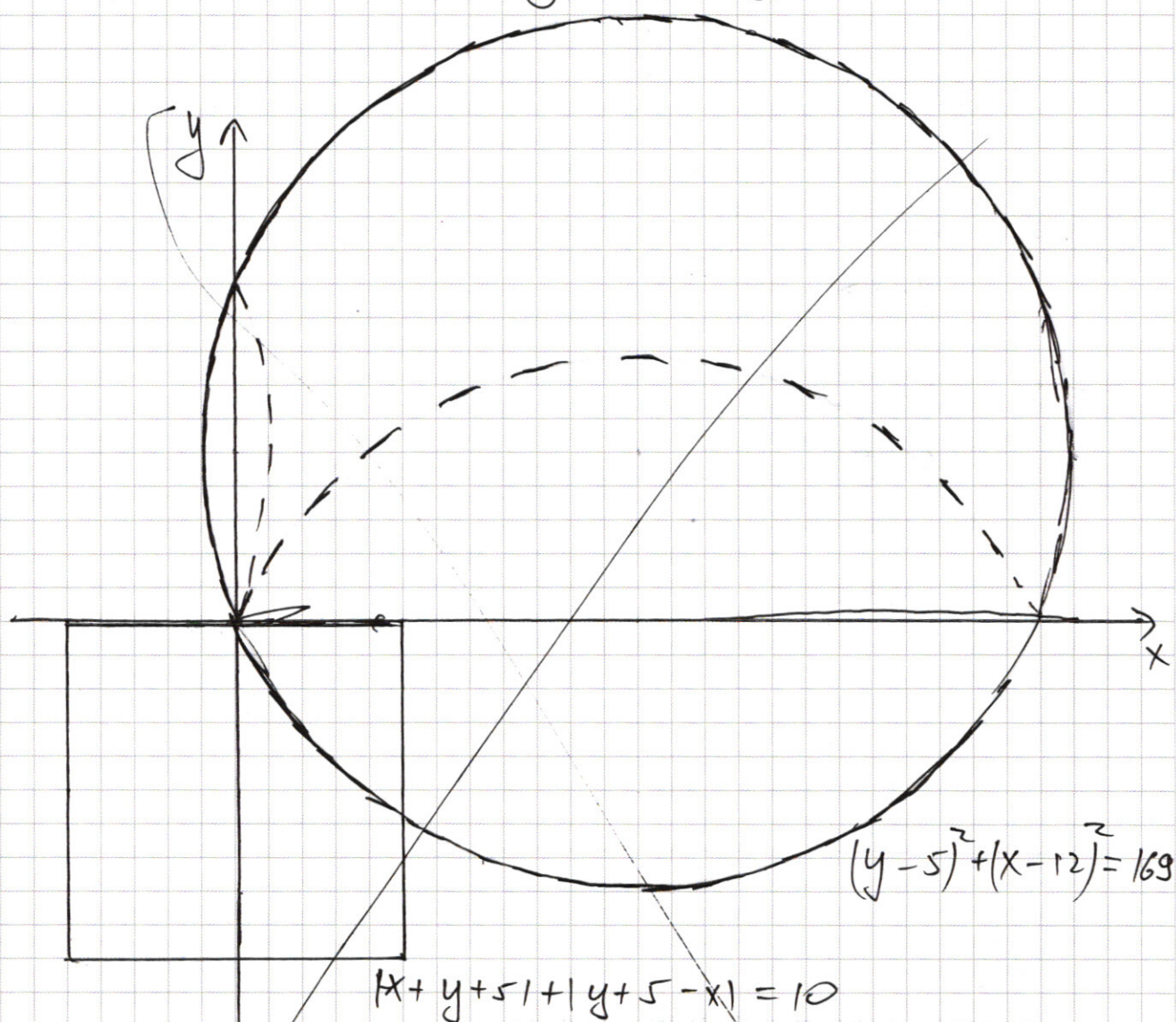
$$y-x < 0$$

$$y > -5$$

$$y < 5$$

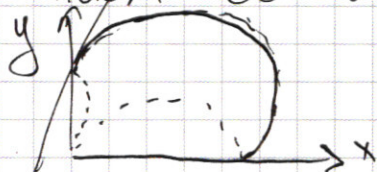


25 продолжение
 тогда гр-к $|x+y+5| + |y+5-x| = 10$
 принимает вид квадрата



$(y-5)^2 + (x-12)^2 = 169$ - ур-е окр.

$(|y|-5)^2 + (|x|-12)^2 = 169$ - график образован
~~окружностью~~ и окружностью симметр. отображе-
 нием её частей отн. осей x и y



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$$\begin{array}{r|l} 8261 & 3 \\ 3087 & 3 \\ 1029 & 3 \\ 343 & 7 \\ & 7 \\ & 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 3 \\ 5 \\ 5 \\ 5 \\ 6 \\ 6 \end{array}$$

$$35$$

$$\begin{array}{r|l} 343 & 7 \\ 28 & 49 \\ \hline 63 & \end{array}$$

$$17^2 = 400 + 9 - 120$$

$$19 = 400 - 1$$

$$18$$

$$\sin x + \cos x =$$

$$= \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$1) \quad 1 \quad 1 \quad 3 \quad 3 \quad 3 \quad 7 \quad 7 \quad 7$$

$$2) \quad 1 \quad 1 \quad 9 \quad 3 \quad 7 \quad 7 \quad 7 \quad 1$$

$$p)$$

$$\frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{2 \cdot 3! \cdot 3!}$$

$$= \frac{8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2}{2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2}$$

$$2) \quad \frac{8!}{3! \cdot 3!} =$$

$$3 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 10$$

$$4 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 10$$

$$6 \cdot 4 \cdot 7 \cdot 10$$

$$4 \cdot 2$$

$$168$$

$$N = 3 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 2 = 1680$$

$$\sin\left(9x + \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(5x - \frac{\pi}{4}\right) - \cos 4x = 0$$

$$2 \sin 7x \cdot \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) - \cos 4x = 0$$

$$2 \sin 7x \cdot \left(\cos 2x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 2x\right) - (\cos^2 2x - \sin^2 2x)$$

21

$$a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 \cdot a_5 \cdot a_6 \cdot a_7 \cdot a_8 = 9261$$

$$9261 | 3$$

$$3087 | 3$$

$$1029 | 3$$

$$343 | 7$$

$$49 | 7$$

$$7 | 7$$

$$1$$

$$9261 = 3^3 \cdot 7^3$$

т.к. в произведении только
цифры то множители большие
0 и меньше 10 (все мн-ли
 $\in \mathbb{N}$) $\Rightarrow$ в числе могут
быть

а) 3-тройки; 3-семерки;
2-единицы

б) 1-девятка; 1-тройка
3-единицы; 3-семерки

а) надо расставить 8 цифр на 8
мест. Если все цифры разные, то
будет 8! способов это сделать, но т.к.
у нас есть повторы надо поделить
на 2! ; 3! и 3! (столько способами
можно переставлять между собой
одинаковые цифры)

$$\Rightarrow N_a = \frac{8!}{2! \cdot 3! \cdot 3!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 3 \cdot 3}$$

столько чисел,
удовлетворяющих
условию в (а)

б) аналогично как в (а) находим
 $N_b = \frac{8!}{3! \cdot 3!} = 2 N_a$ (тут 3 раза повтор
единицы и 3 раза
семерки)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2} =$$

$$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \sin y \cos x$$

$$\cos(x+y) = \cos x \cos y$$

$$\sin(x-y) =$$

$$\sin(x+y) + \sin(x-y) =$$

2 sin x

$$\begin{cases} |x+y+5| + |y-x+5| = 10 \\ ((|x|-1)^2 + (|y|-5)^2 = 0 \end{cases}$$

$$((|x|-1)^2 + (|y|-5)^2 = 0$$

$$x_0 - \text{реш} \Rightarrow -x_0 \text{ реш}$$

$$|x_0 + y_0 + 5| = y$$

$$\begin{matrix} y_0 & x_0 \\ -y_0 & -x_0 \end{matrix}$$

$$x_0 = 0$$

а) ~~x=0~~ $0; y_0; ; 0; y_1$ — решения ~ 5 продолжение

$$\begin{cases} |y+5| + |y+5| = 10 \\ 144 + (|y|-5)^2 = a \end{cases} \quad - 2 \text{ реш}$$

$$\begin{cases} |y+5| = 5 \\ (|y|-5)^2 = a - 144 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 0 \\ y = -10 \\ (|y|-5)^2 = a - 144 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a - 144 = 25 \\ \cancel{a - 144 = 25} \\ y = 0 \\ \begin{cases} a - 144 = 25 \\ y = -10 \end{cases} \end{cases}$$

$\Rightarrow$ при $a = 169$ $\{0; 0\}; \{0; -10\}$ — решения

Проверим будут ли эти решения
единственными при таком a .

$$\begin{cases} |x+y+5| + |y-x+5| = 10 \\ (|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = 169 \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

и 5 продолжение

$$|x + y + 5| + |y + 5 - x| = 10$$

$$\text{при } x + 5 + y \geq 0 ; y + 5 - x \geq 0$$

$$\begin{cases} y = 0 \\ 5 + x \geq 0 \\ 5 - x \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 0 \\ x \geq -5 \\ x \leq 5 \end{cases}$$

$$\text{при } x + 5 + y \leq 0 ; y + 5 - x \leq 0$$

$$\begin{cases} y = -10 \\ x \leq 5 \\ x \geq -5 \end{cases}$$

(я подставил $y = -10$ в эти
неравенства)

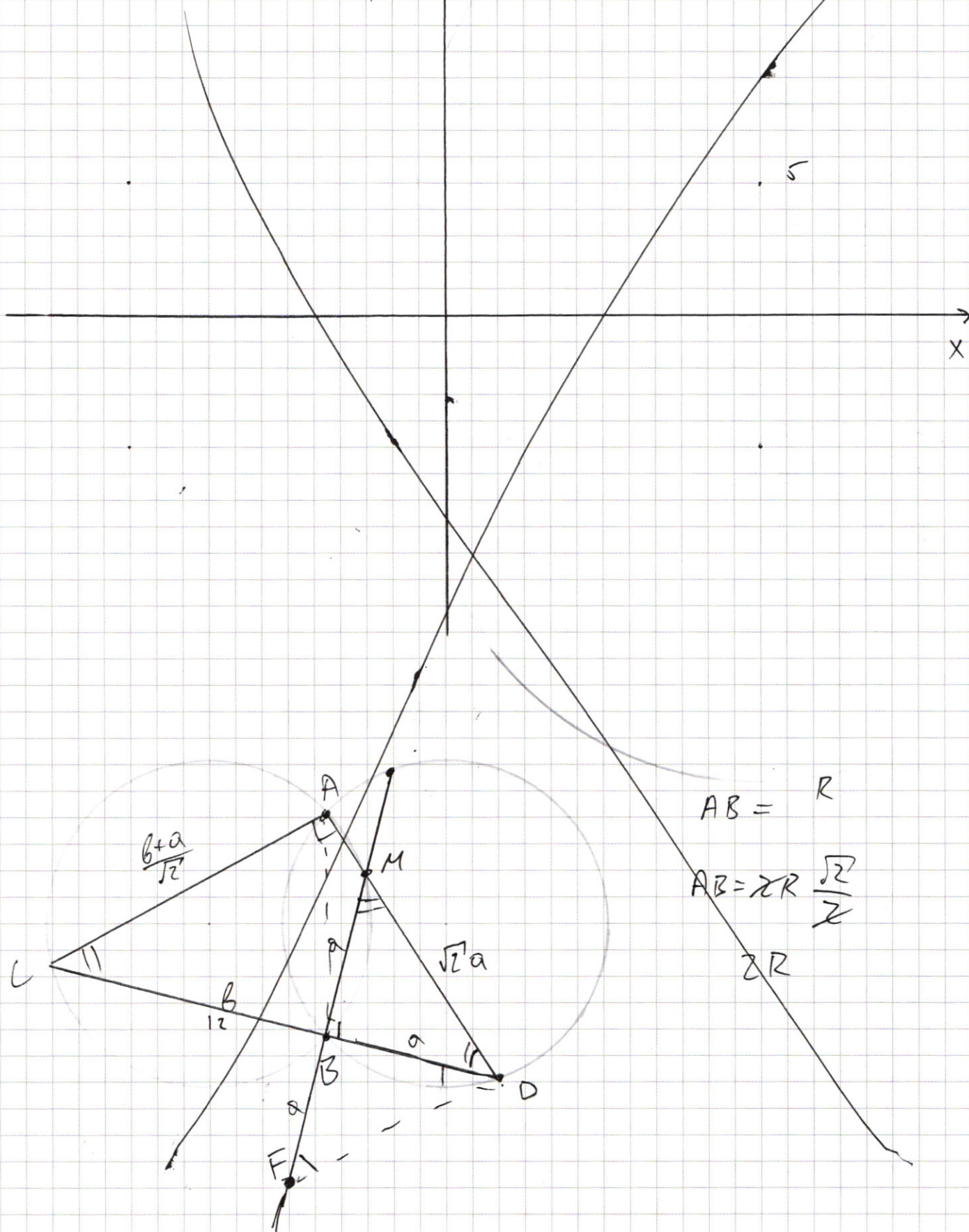
$$\text{при } x + 5 + y \geq 0 ; y + 5 - x \leq 0$$

$$\begin{cases} x = 5 \\ y \leq 0 \\ y \geq -10 \end{cases}$$

$$\text{при } x + 5 + y \leq 0 ; y + 5 - x \geq 0$$

$$\begin{cases} x = -5 \\ y \leq 0 \\ y \geq -10 \end{cases}$$

Учебник



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~1 продолжение

$\Rightarrow$ всего чисел будет

$$N = N_A + N_B = 3N_A = \frac{8!}{2! \cdot 3! \cdot 3!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 3 \cdot 3} =$$

$$= 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 1680 \quad - \text{ответ}$$

N_5

$$\begin{cases} |x+y+5| + |-x+y+5| = 10 \\ (|x|-1)^2 + (|y|-5)^2 = a \end{cases}$$

равно
2 рещ.

если $x_0; y_0$ - решение, то $-x_0; y_0$ тоже
решение

$$\begin{cases} |x_0 + y_0 + 5| + |-x_0 + y_0 + 5| = 10 \\ |-x_0 + y_0 + 5| + |x_0 + y_0 + 5| = 10 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ при $x_0 \neq 0$ ровно два решения
будет тогда и только тогда, когда
 $x_0; y_0$ и $-x_0; y_0$ решения, а других
решений нет.

при $x_0 = 0$ $x_0; y_0$ и $x_1; y_1$
- решения т.к. решения должно
быть ровно 2, то $x_1 = 0$ (иначе
 $-x_1; y_1$ будет решением)

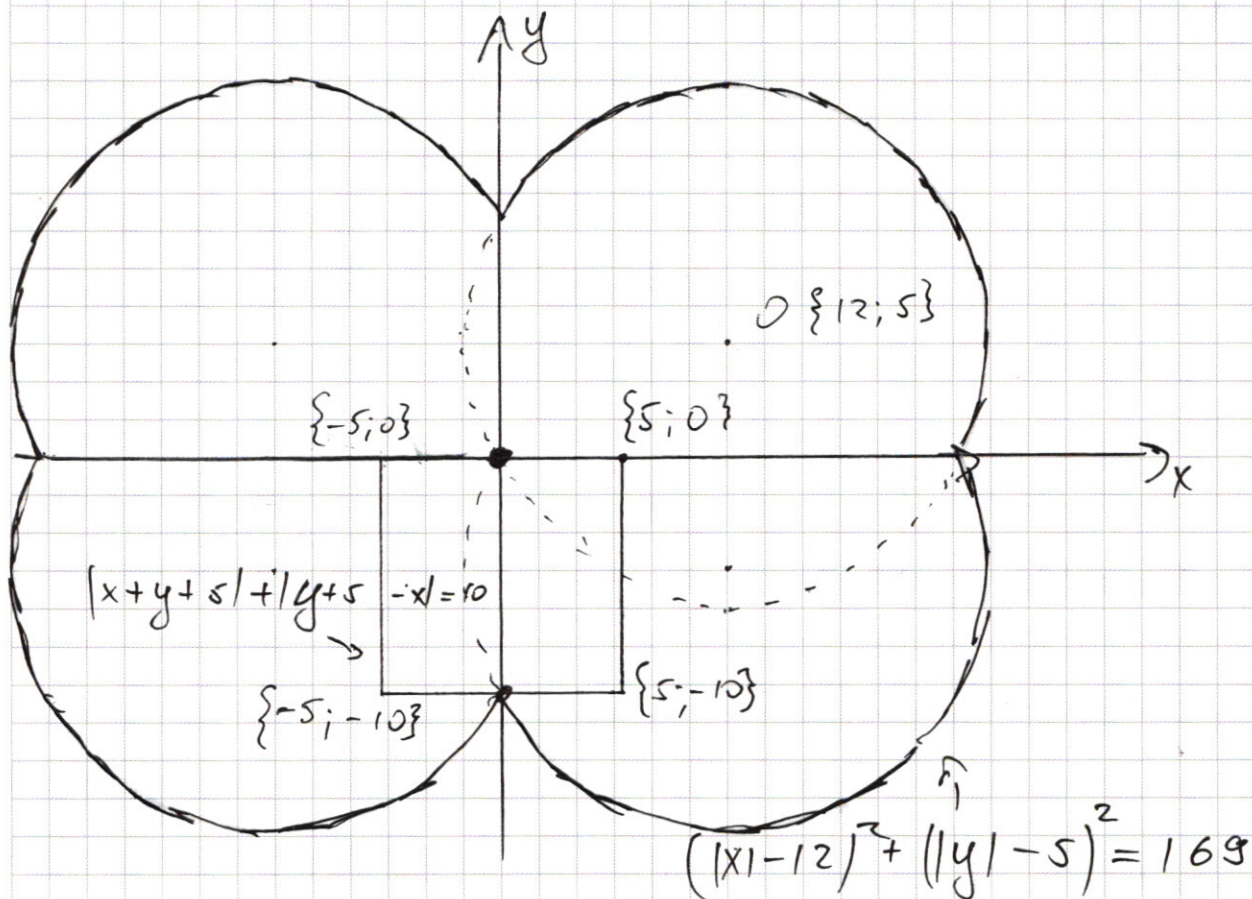


график $|x+y+5| + |y+5-x| = 10$ - квадрат
 график $(|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = 169$ - кривая,
 образованная симметричным отображением
 от осей x и y окружности и точка $\{0; 0\}$
 $(x-12)^2 + (y-5)^2 = 169$

найдем нижнюю точку пересечения кривой
 с осью y

$$(0-12)^2 + (|y|-5)^2 = 169$$

$$(|y|-5)^2 = 25$$

$$\begin{cases} |y|-5 = 5 \\ |y|-5 = -5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y=0 \\ y=10 \\ y=-10 \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 5 продолжение

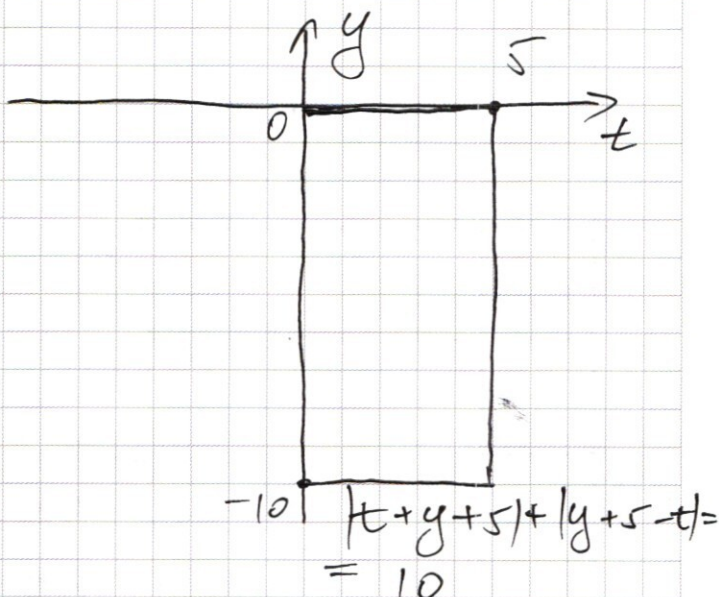
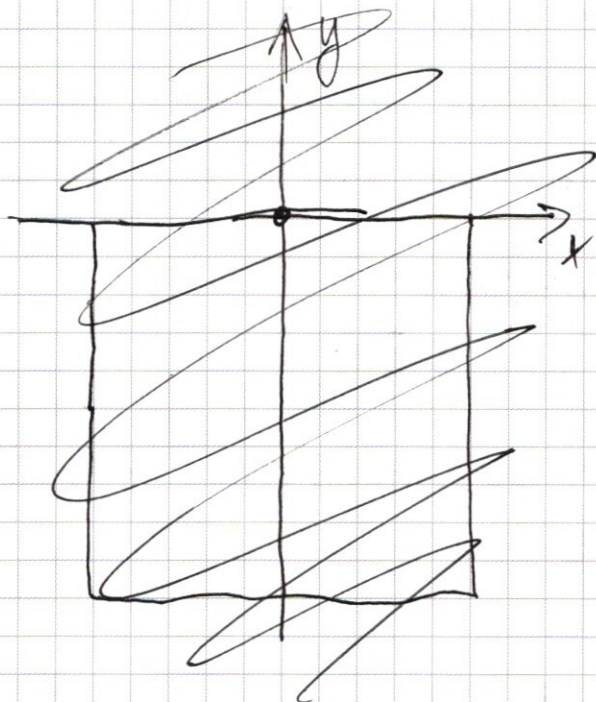
$\Rightarrow$ кривая будет касаться квадрата
в т. $\{0; -10\}$ $\Rightarrow$ будет ровно треще-
ния при $x=0$

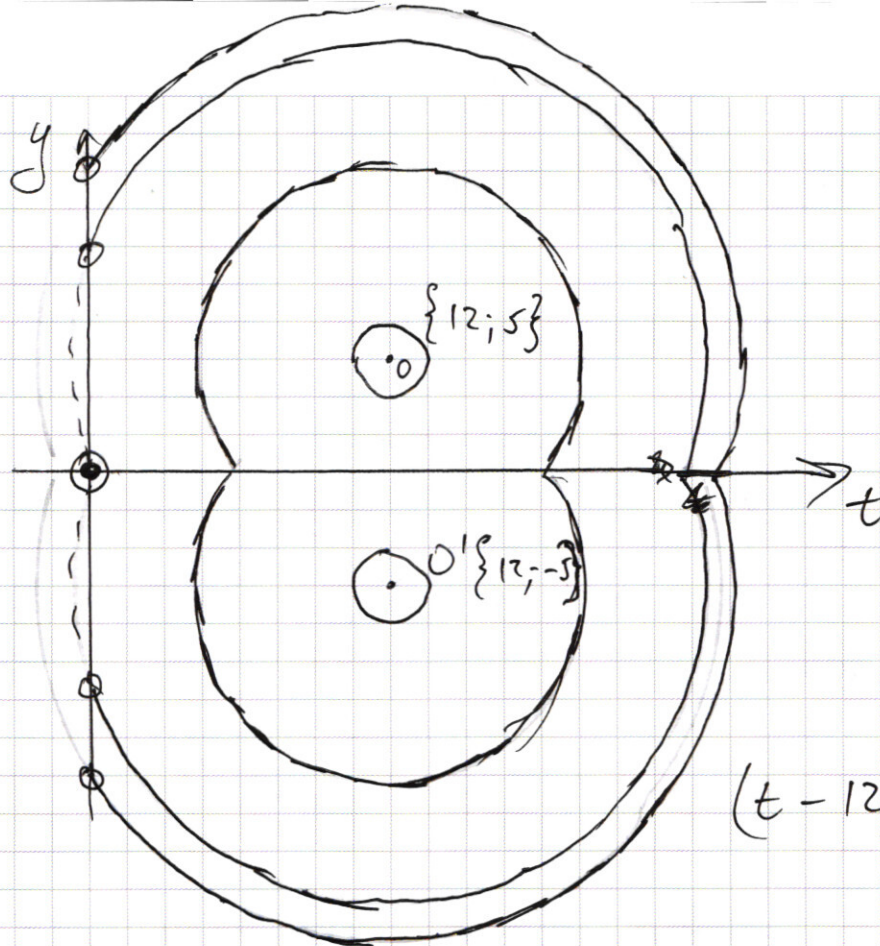
б) $x \neq 0$; $\{x_0; y_0\}$; $\{-x_0; y_0\}$ - реше-
ния

$$|x| = t \quad ; \quad t > 0 \quad (\text{т.к. } x \neq 0)$$

$$\begin{cases} |t+y+5| + |y-t+5| = 10 \\ (t-12)^2 + (|y|-5)^2 = 0 \end{cases}$$

-единственное
решение

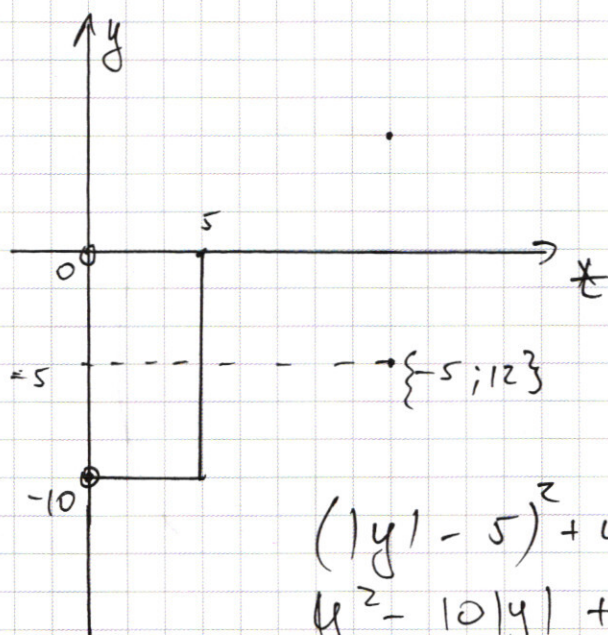




$a > 0$
радиус окр.
равен $\sqrt{a}$

$$(t-12)^2 + (|y|-5)^2 = a$$

единственное решение будет когда
кривая будет касаться квадрата (точнее
его части ~~при~~ ^{если} $t > 0$), т.к. окружность
Т.к. ~~только~~ с центром $\{12; -5\}$ пересе-
чет часть квадрата ~~и~~



в $\{x_3; y_3\}$, но она также
пересечет ее в
 $\{x_2; -10 \leq y_3\}$

$\Rightarrow$ окр касается прямой
 $t = 5$

$$(|y|-5)^2 + 49 = a$$

$$y^2 - 10|y| + 25 + 49 - a = 0$$

$$D = 100 - 100 \pm 196 + 4a$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Т.к. окр. касается реш для 1у/
должно быть единственном

$$\Rightarrow D=0$$

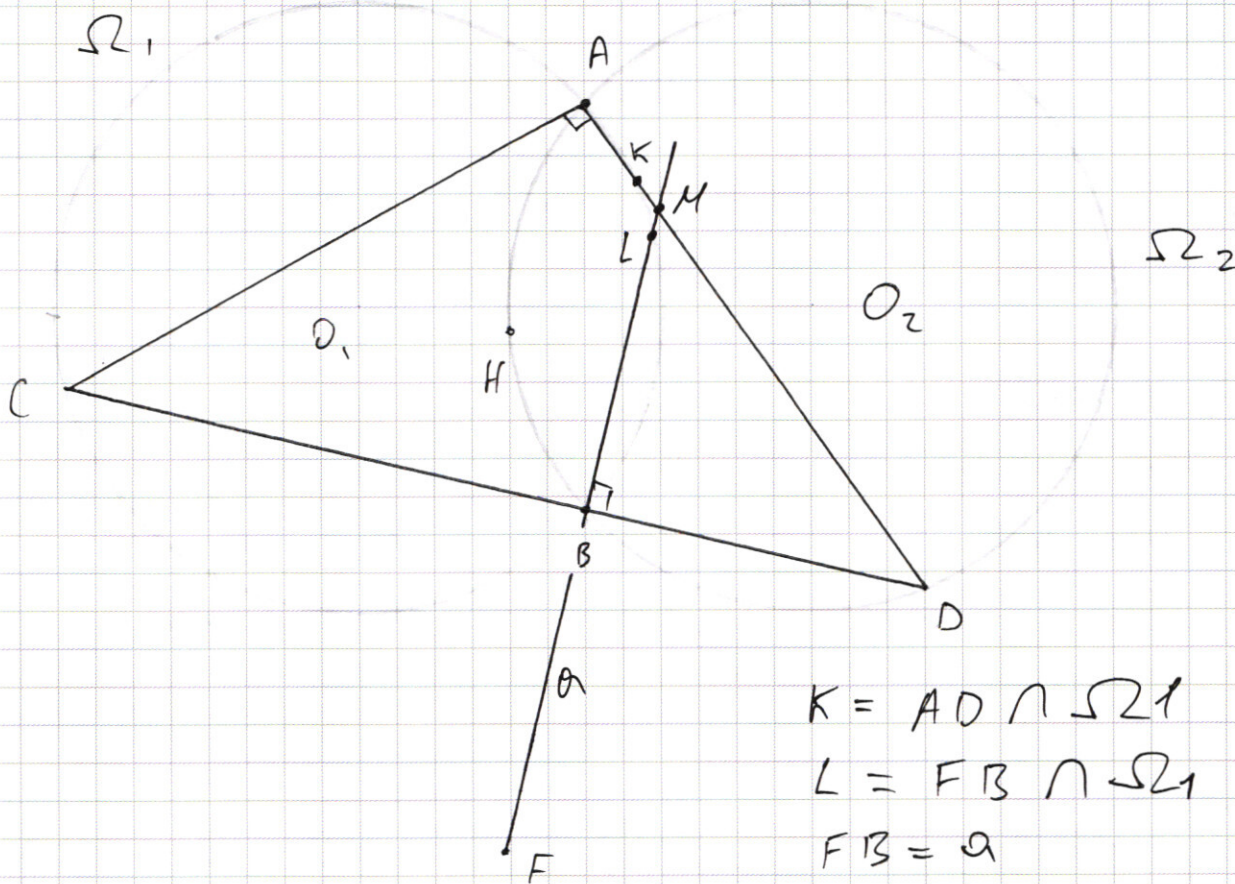
$$4a = 136$$

$a = 49 \Rightarrow$ При $a = 49$ будет
ровно 2 реш для первоначальной
системы



при $a = 49$; $a = 169$ система
имеет ~~применяется~~ ровно 2 решения

№ 6



$$K = AD \cap \Omega_1$$

$$L = FB \cap \Omega_1$$

$$FB = a$$

Дано: $R = 10$; $\angle CAD = 30^\circ$; $BF = BD$

$$\angle FBD = 80^\circ$$

$$\delta) BC = 12$$

Найти: а) $CF = ?$

$$\delta) S_{ACF} = ?$$

Решение:

а) Т.к. окружности одинакового радиуса, то они отсекают друг от друга одинаковые дуги.

$$\angle ACD = \frac{1}{2} \angle AOB$$

$$\angle ADC = \frac{1}{2} \angle AOB$$

$$\angle AOB = \angle AOB$$

$$\angle ACD = \angle ADC$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~ 6 продолжение

Рассмотрим $\triangle CMF$ ~~и~~

CB - высота

$CB = BM \Rightarrow CB$ - медиана

$\triangle CMF$ - $RT \triangle$
с осн. FM

$\Rightarrow CM = CF$

$\triangle CAM$ - вписан в Ω

$\angle CAM = 90^\circ$

$\Rightarrow CM$ - диаметр

$CM = 2R = 20$ ~~и~~

$CF = 20$ - ответ

2) $CB = 12$

$\triangle CBF$ - прямоугольный

по Пифагора

$$CF^2 = CB^2 + a^2 = a^2 + 144$$

$$CF^2 = 400$$

$$a^2 = 256$$

$$a = 16$$

по Пифагора для $\triangle ACD$

$$(CB + a)^2 = AC^2 + AD^2 = 2 \cdot AC^2$$

$$28^2 = 2 \cdot AC^2$$

$$AC = \frac{28}{\sqrt{2}} = 14\sqrt{2}$$

и в продолжение

В $\triangle ABC$

$$\angle CAB = 90^\circ$$

$$\angle ABC = \angle ACB$$

$$\Rightarrow \angle ADC = \angle ACD = 45^\circ$$

$$AC = AD$$

~~$$\angle AMB = 180^\circ$$~~

Рассмотрим $\triangle MBD$

$$\angle MDB = 45^\circ$$

$$\angle MBD = 90^\circ$$

$$\left. \begin{array}{l} \angle MDB = 45^\circ \\ \angle MBD = 90^\circ \end{array} \right\} \angle BMD = 45^\circ$$

$$\angle AMB = 180^\circ - \angle BMD = ~~45^\circ~~ 135^\circ$$

Рассмотрим $\triangle AMB$

~~$$\angle AMB = 180^\circ$$~~
$$\angle CAM + \angle CBM = 180^\circ$$

$\Rightarrow \triangle AMB$ - вписан в окр

т.к. т. А; В; С - принадлежат

окр 1 ($\triangle ABC$ - вписан в окр. 1), то

~~АМВ~~ $\triangle AMB$ - вписан в окр 1.

$$\Rightarrow K = L = M$$

Рассмотрим $\triangle FBD$

$$\angle FBD = 90^\circ$$

$$a = FB = BD \Rightarrow \triangle FBD - \text{р/б с осн. } FB$$

$$\Rightarrow \angle BFD = \angle BDF = ~~45^\circ~~ \frac{180^\circ - 90^\circ}{2} = 45^\circ$$

Рассмотрим $\triangle FMD$

$$\angle FMD = 45^\circ = \angle MFD \Rightarrow \triangle FMD - \text{р/б}$$

с осн FM $\Rightarrow BD$ - высота и медиана

$$\Rightarrow FB = BM = a$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

17 продолжение

$$f'(x) = 2 \cdot (2^{32} - 1) - \ln(2) \cdot 2^x$$

найдем нули $f'(x)$

$$2(2^{32} - 1) = \ln(2) \cdot 2^x$$

~~тогда~~

$$\ln 2 > 0$$

слева константа, а справа возрастающая функция $\Rightarrow$ уравнение имеет единственное решение

при $x \rightarrow -\infty$

$$2^x \rightarrow 0$$

$$\Rightarrow f'(x) > 0$$

 $\Rightarrow f(x)$ - возрастаетпри $x \rightarrow +\infty$

$$-2^x \rightarrow -\infty$$

$$\Rightarrow f'(x) < 0$$

 $\Rightarrow f(x)$ - убывает

$$f(x) = x \cdot 2^{33} - 2x - 2^x + 76 - 2^{34} \cdot 3 > 0$$

$$f'(x) = 2^{33} - 2 - \ln(2) \cdot 2^x$$

$$2^x = \ln e \cdot e^x$$

33

$$(y - 2x)(y - 4 + x)$$

1 $\sqrt{5}$

$$x^2 + x - 4 = 0$$

$$\log_5 3$$

$$\{ (x^2 y^4) - \ln x = y \ln y - \ln x^7$$

$$y^2 - xy - 2x^2 + 8x + 4y = 0$$

-1

$$y^2 - (x+4)y + 8x - 2x^2 = 0$$

$$x^2 + 8x + 16 - 8x \cdot 4 + 8x^2 =$$

$$= 9x^2 - 8 \cdot 3 \cdot x + 4^2 = (3x - 4)^2$$

$$y = \frac{3x - 4 + x + 4}{2} = 2x$$

$$y = \frac{-3x + 4 + x + 4}{2} = 4 - x$$

2

$$(2^3)^2$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(\frac{y}{x^2})} \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0 \end{cases}$$

запишем ограничения на x и y

$$\begin{cases} x > 0 \\ \frac{y}{x^2} > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

Решим отдельно второе уравнение

$$y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0$$

$$(y^2 - 4x^2) + (2x^2 - xy) + 8x - 4y = 0$$

$$(y - 2x)(y + 2x - x - 4) = 0$$

$$(y - 2x)(x + y - 4) = 0$$

$$\begin{cases} y = 2x \\ y = 4 - x \end{cases}$$

вернемся к системе

№ 6 продолжение

$$\sin \angle BCF = \frac{a}{CF} = \frac{4}{5}$$

$$\cos \angle BCF = \frac{BC}{CF} = \frac{3}{5}$$

$$\sin \angle ACB = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos \angle ACB = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$S_{\triangle ACF} = \frac{AC \cdot CF \cdot \sin \angle ACF}{2} =$$

$$= \frac{14\sqrt{2} \cdot 20 \cdot (\sin(\angle BCF + \angle ACB))}{2} =$$

$$= 140\sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{4}{5} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{3}{5} \right) = \frac{7\sqrt{2}}{10} \cdot 140\sqrt{2} =$$

$$= (14)^2 \cdot 10 = 1960 \quad - \text{ответ}$$

№ 7

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2^{33} \cdot x - 2x \end{cases}$$

$$76 + 2^{33} \cdot x - 2x > 2^x + 3 \cdot 2^{34}$$

при $x = 6$

$$76 + 2^{33} \cdot x - 2x = 2^x + 3 \cdot 2^{34}$$

$$f(x) = x \cdot 2 \cdot (2^{32} - 1) - 2^x + 76 - 3 \cdot 2^{34}$$

$$f(6) = 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~ 3 продолжение

$$\begin{cases} y = 2x \\ y = 4 - x \\ (x^2 y^4)^{-\ln x} = y \ln\left(\frac{y}{x^7}\right) \\ x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

~~$$\begin{cases} (16x^2 \cdot x^4)^{-\ln x} = (2x) \ln\left(\frac{2x}{x^7}\right) \\ (x^2 (4-x)^4)^{-\ln x} = (4-x) \ln\left(\frac{4-x}{x^7}\right) \end{cases}$$~~

$$\begin{cases} (16x^6)^{-\ln x} = (2x) \ln\left(\frac{2}{x^6}\right) \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} y = 2x \\ (x^2 (4-x)^4)^{-\ln x} = (4-x) \ln\left(\frac{4-x}{x^7}\right) \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} y = \cancel{2x} 4 - x \\ x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

решим отдельно первую систему

$$f) \begin{cases} (16x^6)^{-\ln x} = (2x)^{(\ln 2 - 6\ln x)} \\ y = 2x \\ x > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 16^{-\ln x} \cdot x^{-6\ln x} = 2^{\ln 2 - 6\ln x} \cdot x^{\ln 2 - 6\ln x} \\ y = 2x \\ x > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{16^{-\ln x}}{x^{6\ln x}} = \frac{2^{\ln 2 - 6\ln x} \cdot x^{\ln 2}}{x^{6\ln x}} \\ x > 0 \\ y = 2x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 16^{-\ln x} = 2^{\ln 2 - 6\ln x} \cdot x^{\ln 2} \\ x > 0 \\ y = 2x \end{cases}$$

$$\begin{cases} -\ln x \cdot \ln 16 = (\ln 2 - 6\ln x) \ln 2 \cdot \ln 2 \cdot \ln x \\ x > 0 \\ y = 2x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4\ln 2 \cdot \ln x + \ln^2 2 \cdot \ln x (\ln 2 - 6\ln x) = 0 \\ x > 0 \\ y = 2x \end{cases}$$

$$\begin{cases} \begin{cases} \ln x = 0 \\ 4 + \ln^2 2 - 6\ln 2 \cdot \ln x = 0 \end{cases} \\ x > 0 \\ y = 2x \end{cases}$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$x = 2$$

$$y = 2$$

$$x = \frac{\sqrt{5} - 1}{2}$$

$$y = \frac{7 - \sqrt{5}}{2}$$

$$f = \ln x \ln (x^2 \cdot (4-x)^4) = \cancel{4} \ln \left(\frac{4-x}{x^2} \right) \cdot \ln(4-x)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x > 0 \\ x < 4 \\ y = 4-x \end{array} \right.$$

$$x < 4$$

$$y = 4-x$$

$$\begin{aligned} & -\ln x \cdot (2 \ln x + 4 \ln(4-x)) = \\ & = (\ln(4-x) - 7 \ln x) \cdot \ln(4-x) \end{aligned}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x > 0 \\ x < 4 \\ y = 4-x \end{array} \right.$$

$$x < 4$$

$$y = 4-x$$

$$\begin{aligned} & 2 \ln^2 x + 4 \ln(4-x) \cdot \ln x + \ln^2(4-x) - \\ & - 7 \ln x \cdot \ln(4-x) = 0 \end{aligned}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x > 0 \\ x < 4 \\ y = 4-x \end{array} \right.$$

$$x < 4$$

$$y = 4-x$$

$$2 \ln^2 x + \ln^2(4-x) - 3 \ln x \cdot \ln(4-x) = 0$$

$$2(\ln^2 x - \ln x \ln(4-x)) + \ln^2(4-x) -$$

$$-$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x > 0 \\ x < 4 \\ y = 4-x \end{array} \right.$$

$$x < 4$$

$$y = 4-x$$

$$2(\ln^2 x - \ln x \ln(4-x)) + \ln^2(4-x) - \ln x \cdot \ln(4-x) = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x > 0 \\ x < 4 \\ y = 4-x \end{array} \right.$$

$$x < 4$$

$$y = 4-x$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

к 3 продолжение

$$\begin{cases} \ln x = \frac{\ln^2 z + 4}{6 \ln z} \end{cases}$$

$$x = 1$$

$$x > 0$$

$$y = 2x$$

$$\begin{cases} x = e^{\frac{\ln^2 z + 4}{6 \ln z}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 2 e^{\frac{\ln^2 z + 4}{6 \ln z}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 2 \\ x = 1 \end{cases}$$

Теперь решим вторую систему

$$\begin{cases} (x^2 (4-x)^4)^{-\ln x} = (4-x)^{\ln \left(\frac{4-x}{x^7} \right)} \end{cases}$$

$$y = 4 - x$$

$$x > 0$$

$$x < 4$$

~~xxxx~~

$$\begin{cases} 2 \ln x (\ln x - \ln(4-x)) + \ln(4-x)(\ln(4-x) - \ln x) = 0 \\ x > 0 \\ x < 4 \\ y = 4 - x \end{cases}$$

$$\begin{cases} \ln x = \ln(4-x) \\ 2 \ln x = \ln(4-x) \\ x > 0 \\ y = 4 - x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 4 - x \\ x^2 = 4 - x \end{cases}$$

ограничения я
учту потом

$$\begin{cases} x = 2 \\ x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} \\ x > 0 \\ x < 4 \\ y = 4 - x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \\ x = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \\ y = 4 - \frac{\sqrt{5}-1}{2} = \frac{7-\sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

вернемся к совокупности