МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО М

11 класс

ВАРИАНТ 7 ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 9261. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2}\cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$.

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(x^2y^4\right)^{-\ln x} = y^{\ln\left(y/x^7\right)}, \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения трёхгранного угла плоскостью KLM, если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO, равны 1 и 16.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 5| + |y - x + 5| = 10, \\ (|x| - 12)^2 + (|y| - 5)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 10 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD = 90°$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF.

   б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 12$. Найдите площадь треугольника ACF.

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y), удовлетворяющих системе неравенств

$1: 2+3\cdot 2^{34} = \cancel{2t}3$

$y \geqslant 1+3\cdot 2^{34}$

$$\begin{cases} y \geqslant 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2\left(2^{32} - 1\right)x \end{cases}$$

$76+2(2^{32}-1)1 = 7\cancel{6}4 + 2^{33}$

$y < 76$

$74+t$

$2+3t+6 >>$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

$2+3\cdot 2^{34} = 2+3(\cancel{2t}) = 2+6t$

$76+2(2^{32}-1)\cdot$

$y \geqslant 128+3\cdot 4t = 128+12t$

$74+2^{33} = 74+t$

$y < 76+14(t-1) = \underbrace{62+14t}, >>$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

(1) $9261 : 3 = 3087$, $3087 : 3 = 1029$, $1029 : 3 = 343$, $343 : 7 = 49$

$\Rightarrow 9261 = 3^3 \cdot 7^3$

$2^7 + 2 \cdot 2^7 + 4 \cdot 2$

$= 2^7(2+1+4+8+16+32$

! Важно, оставшиеся цифры это только 1-ци, т.к если будет хоть один ноль => Произв = 0. !

(1) Тут ситуация расходится на два варианта т.к число $9 = 3^2$ - тоже является цифрой => рассмотрим два случая:

(а) Когда цифры это: 7, 7, 7, 3, 3, 3

Впереди может стоять либо 7 либо 3 =>

$\Rightarrow N_1 = 2 \cdot C_7^3 \cdot C_4^2$.   4; 3; 2; 1

I: кол-во способов расставить 3 одинаковые оставшиеся цифры на 7 остав. мест

II: кол-во способов расставить 2 оставш. одинаковые цифры на 4 оставшихся места $\Rightarrow N_1 = \frac{2 \cdot 7! \cdot 4!}{3! \cdot 4! \cdot 2! \cdot 2!} = \frac{2 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2}}{\cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{2}} =$

$= 2 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 = 42 \cdot 10 = \underline{420}$

б) Теперь вариант когда: 7, 7, 7, 9, 3

⇙

Когда 3 или 9 на 1-м месте ⇒

$$N_2 = 2 \cdot C_7^3 \cdot C_4^1 = 4 \cdot \frac{7!}{3! \cdot 4!} = \frac{4 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{\cancel{3} \cdot \cancel{2}} = 20 \cdot 7 = \underline{140}$$

рассуждение аналогичное с (а)

Когда 7 на 1-м месте ⇒

$$N_3 = C_7^2 \cdot C_5^1 \cdot C_4^1 = 20\, C_7^2 = \frac{20 \cdot 7!}{2! \cdot 5!} = \frac{20 \cdot 7 \cdot 6}{2} =$$

кол-во способов расставить 2-ве семерки

$$= 20 \cdot 7 \cdot 3 = \underline{410}$$

⇐

$$N = N_1 + N_2 + N_3 = 140 + 410 + 420 =$$

$$= 830 + 140 = \underline{970} \text{ способов}$$

$\boxed{\text{Ответ: 970 способов}}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

(2) $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2}\cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$

$-2\sin 7x \sin 2x - \sqrt{2}\cos 4x + 2\sin 7x \cos 2x = 0$

$2\sin 7x(\cos 2x - \sin 2x) = \sqrt{2}\cos 4x$

$2\sin 7x(\cos 2x - \sin 2x) = \sqrt{2}(\cos^2 2x - \sin^2 2x)$

$$\left[\begin{array}{l} \cos 2x = \sin 2x \quad (a) \\ 2\sin 7x = \sqrt{2}(\cos 2x + \sin 2x) \quad (б) \end{array}\right.$$

(a) $\cos 2x = \sin 2x$

$$2x = \left[\begin{array}{l} \pi/4 + 2\pi n \\ 5\pi/4 + 2\pi n \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = \pi/8 + \pi n \\ x = 5\pi/8 + \pi n \end{array}\right.$$

(б) $2\sin 7x = \sqrt{2}\cdot\sqrt{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\cos 2x + \frac{1}{\sqrt{2}}\sin 2x\right)$

$\cancel{2}\sin 7x = \cancel{2}\sin\left(\frac{\pi}{4} + 2x\right)$

$\sin 7x = \sin(\pi/4 + 2x)$

$\sin 7x - \sin\left(\frac{\pi}{4} + 2x\right) = 0$

$2\sin\left(\frac{5x}{2} - \frac{\pi}{8}\right)\cos\left(\frac{9x}{2} + \frac{\pi}{8}\right) = 0$

$$\left[\begin{array}{l} \frac{5x}{2} - \frac{\pi}{8} = \pi n \Rightarrow x = \frac{\pi}{20} + \frac{2\pi n}{5} \\ \frac{9x}{2} + \frac{\pi}{8} = \frac{4\pi}{8} + \pi n \Rightarrow x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi n}{9} \end{array}\right.$$

$$\boxed{\text{Ответ: } x = \frac{\pi}{8} + \pi n,\ x = \frac{\pi}{20} + \frac{2\pi n}{5},\ x = \frac{5\pi}{8} + \pi n,\ x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi n}{9},\ n \in \mathbb{Z}}$$

⑤ $\begin{cases} |x+y+5|+|y-x+5|=10 & (a) \\ (|x|-12)^2+(|y|-5)^2=a & (б) \end{cases}$

(a) 1) $x+y+5>0$, $y-x+5>0$ $\Rightarrow 2y=0 \Rightarrow \underline{y=0}$

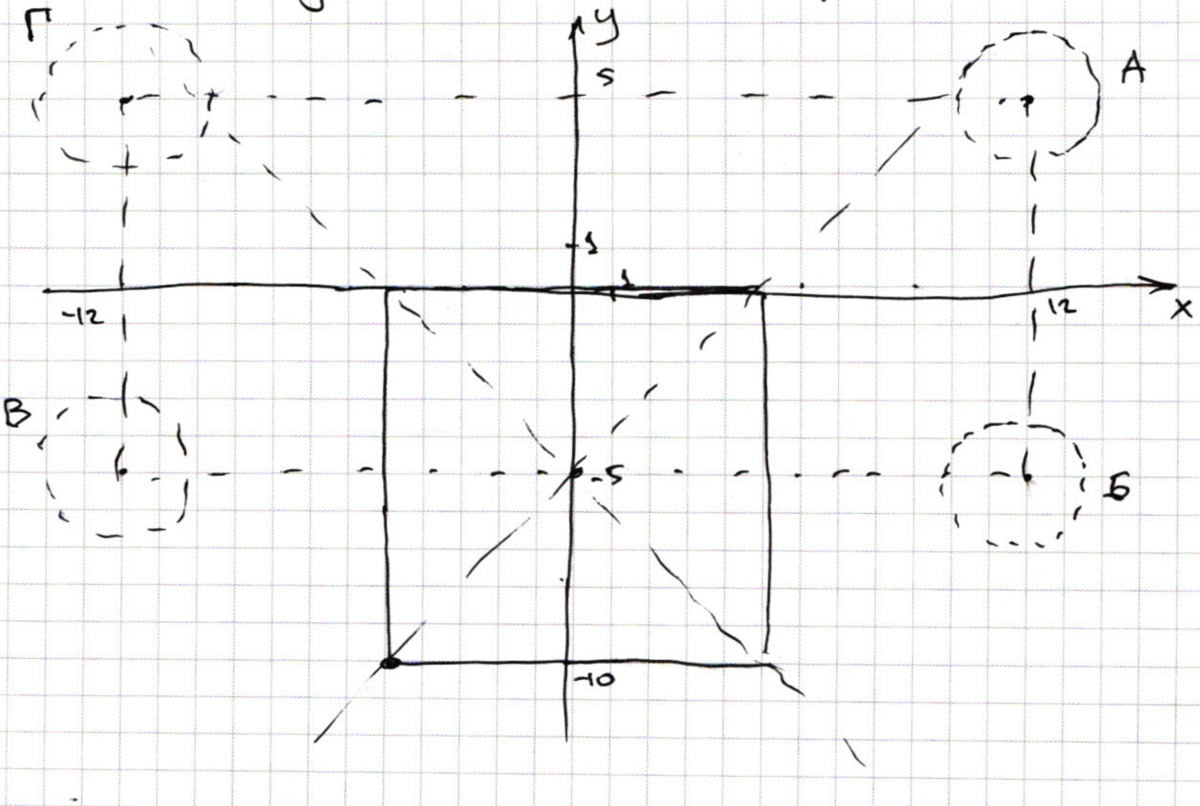
2) $x+y+5>0$, $y-x+5<0$ $\Rightarrow 2x=10 \Rightarrow \underline{x=5}$

3) $x+y+5<0$, $y-x+5<0$ $\Rightarrow -2y=-20 \Rightarrow \underline{y=10}$

4) $x+y+5<0$, $y-x+5>0$ $\Rightarrow -2x=10 \Rightarrow \underline{x=-5}$

$\Rightarrow$ это „квадрат" с центром в $(0;-5)$ и стороной 10

(б) $(|x|-12)^2+(|y|-5)^2=a$ – ~~окру~~ 4-ре окружность отражение относительно $x=0$ и $y=0$ от первоначально: $(x-12)^2+(y-5)^2=0$ – – окружность с центром $(12;5)$



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1) Рассмотрим, кто первее коснется квадрата окр. А или окр. Б

Расстояние от центра А до ближайшего угла квадрата: $\sqrt{5^2+(12-5)^2}=\sqrt{5^2+7^2}=\sqrt{74}$,

а растояние от центра Б до ближайшей стороны квадрата: $\sqrt{(12-5)^2}=7<\sqrt{74}\Rightarrow$

первей коснется Б, как и В, вследстви симметрии будет касаться первей чем Г $\Rightarrow$ первый вариант когда будет 2 решение - это касание 2-х окруж. Б и Г $\Rightarrow$ $(a=R^2)\Rightarrow R=\pm\sqrt{(12-5)^2}=\pm 7\Rightarrow$

$\Rightarrow \underline{a=49}$

дальше окружности Б и Г будут касаться квадрат в 4-х точках, а дальше и с Г и А в 8-ми точках.

$\Rightarrow$ рассмотрим последний момент касание окружностей, заметим, что расстояние от центра А до дальней вершины квадрата $=\sqrt{(5+12)^2+(5+10)^2}=\sqrt{17^2+15^2}=\sqrt{514}$,

а расстояние от центра Б до дальней стороны квадрата: $\sqrt{(17)^2+5^2}<\sqrt{514}\Rightarrow$

теперь уже наоборот, когда окружности

А и Г в последний раз коснутся квадрата, то окружности В и Б уже не будут его касаться =>

=> $R=\sqrt{514}$; $a=R^2=514$ => $\boxed{\text{Ответ: } a=49;\ 514}$

~~a=49; 514~~

③ $\begin{cases} (x^2y^4)^{-\ln x} = y^{\ln\left(\frac{y}{x^7}\right)} \\ y^2-xy-2x^2+8x-4y=0 \end{cases}$

$y^2-y(x+4)-2x^2+8x=0$

$D=(x+4)^2+4(2x^2-8x)=$

$=9x^2-32x+8x+16=9x^2-24x+16=(3x-4)^2$

$y_{12}=\dfrac{x+4\pm(3x-4)}{2}=\left[\begin{array}{l} y=\frac{4x}{2}=2x \ (а) \\ y=\frac{-2x+8}{2}=-x+4.(б) \end{array}\right.$

~~а) y=2x~~ Заметим, что $x>0$, т.к он в основании у логарифма =>

=> $\frac{y}{x^7}$ - тоже полож => y тоже >0

а) $y=2x$ => в 1-ое подставляем:

$(16x^6)^{-\ln x}=(2x)^{\ln\left(\frac{2}{x^6}\right)}$ (т.к $x>0$; $y>0$ => => можем прологарифмировать по основанию $\ln$)

$\ln\left((16x^6)^{-\ln x}\right)=\ln\left((2x)^{\ln\left(\frac{2}{x^6}\right)}\right)$

$-\ln(x)\cdot\ln(16x^6)=\ln(2x)\cdot\ln\left(\frac{2}{x^6}\right)$

$-\ln(x)\cdot(4\ln 2+6\ln x)=(\ln 2+\ln x)(\ln 2-6\ln x)$

$\ln 2=p$; $\ln x=t$

$-t(4p+6t)=(p+t)(p-6t)$

$-4pt-\cancel{6t^2}=p^2-6tp+tp-\cancel{6t^2}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$p^2 - tp = 0$

$p^2 = tp \Rightarrow p = t \Rightarrow \ln x = \ln 2 \Rightarrow (e-1)(x-2) = 0$

$\Rightarrow \underline{x=2} \Rightarrow \underline{y=4}$

б) $y = -x+4$

с учетом $x>0; y>0$: опять логар.

$-\underbrace{\ln x}_{p} \cdot (2\ln x + 4\underbrace{\ln y}_{q}) = \ln y(\ln y - 7\ln x)$

$2 \cdot -p(p+2q) = q(q-7p)$

$-2p^2 - 4pq = q^2 - 7qp$

$q^2 - 3pq + 2p^2 = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} p = q \Rightarrow \\ q = 2p \Rightarrow \end{array}\right. \left[\begin{array}{l} \ln y = \ln x \\ \ln y = \ln x^2 \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{ll} x = y & 1) \\ x^2 = y & 2) \end{array}\right.$

1) $2x = 4 \Rightarrow \underline{x=2}; \underline{y=2}$

2) $x^2 = -x+4$

$x^2 + x - 4 = 0 \Rightarrow D = 1+16 = 17$

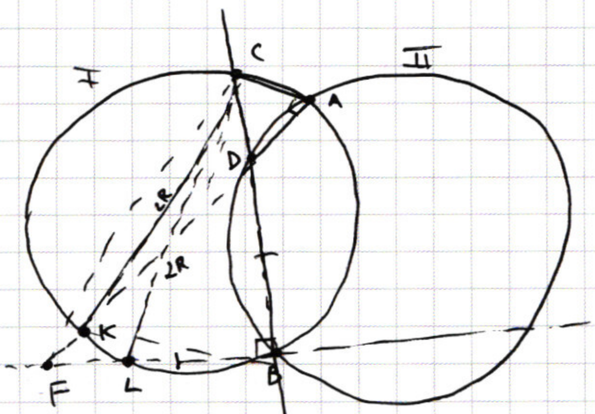
$x_{12} = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$ – только: $x = \frac{-1+\sqrt{17}}{2}$

$y = \frac{1-\sqrt{17}}{2} + 4$

$\boxed{\text{Ответ: } (2;4); (2;2) \left(\frac{-1+\sqrt{17}}{4}; \frac{1-\sqrt{17}}{2} + 4\right)}$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

⑥



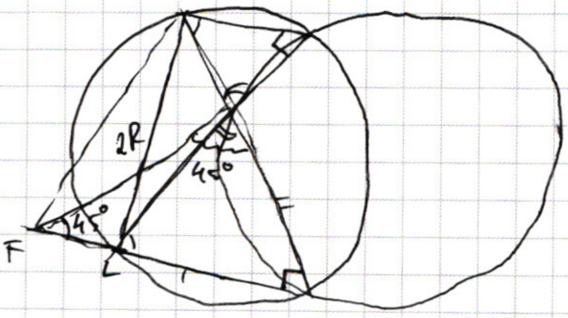
Дано: $R=10$ см
$\angle CAD=90^\circ$
$BF=BD$; $BC=12$
$CF-?$; S_{ACF}.

1) $\angle FBC=90^\circ$ по усл, заметим, что по условию прямая BC пересекает 2-ю окружность в точке D => перпендикуляр KB будет пересекать 1-ю окружность и ~~Например в точке~~ Важно, что
~~3~~ Точка D не лежит на диаметре, ведь тогда $\angle CAD<90^\circ$, а $B=D$ - нет.

2) Пусть L - пересечение BF с 1-ой окр.
K - пересечение AD с 1-ой окр.

т.к $\angle CAD=\angle FBD=90^\circ$ => CL - это диаметр
CK - это диаметр =>

=> такого не может быть для 1-й точки лежащей на окружность. => $L=K$ =>
=> AD пересекает BL в точке L (которая лежит на окружност)

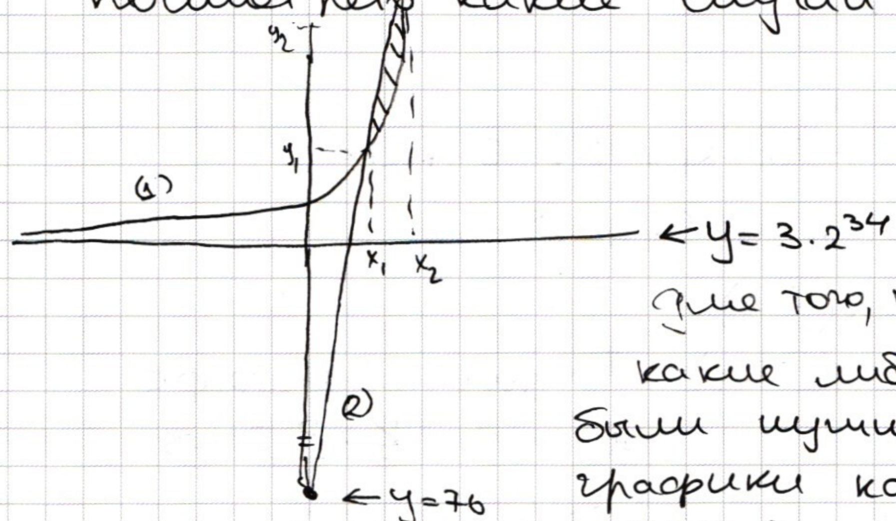


$L=F=2R=20$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

7) $\begin{cases} y \geq 2^x + 3\cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32}-1)x \end{cases}$

Попробуем нарисовать эти графики и посмотреть какие случаи выигр.



Для того, чтобы хоть какие либо решения были нужно чтобы эти графики касались в 2-х точках. Заметим, что $x_1, x_2 > 0$ т.к графики могут пересек.

1) $\begin{cases} y < 76 + 2\cdot x\cdot 2^{32} - 2x \\ y \geq 2^x + 3\cdot 2^{34} \end{cases}$ $\Rightarrow$ попробуем избавится от больших степеней подставив $x = 6$

$\begin{cases} y < 76 - 12 < 64 \\ y \geq 2^6 \geq 64 \end{cases}$ $\Rightarrow x_{12} = 6$ - одна из точек пересечения, заметим, что при $x = 7$ и $t = 2^{32}$

$\Rightarrow$ $\begin{matrix} y \geq 128 + 3t \\ y < 62 + 7t \end{matrix}$ $\Rightarrow$ прямая остается больше

$\Rightarrow \underline{x_1 = 6}$ $\longrightarrow$

~~$2^{32} = t$~~

~~$\begin{cases} y \geq 2^x + 3\cdot 4t \geq 2^x + 12t \Rightarrow y \geq \\ y < 76 + 2(t-1)x < 76 + 2tx - 2x \end{cases}$ выразим t: $\frac{y - 2^x}{12} = \frac{y - 2x - 76}{2x}$~~

~~$\frac{2^x}{12} = \frac{3\cdot8}{x} - 1$ — 6-ть подходит~~

~~$\frac{3\cdot8}{x} = \frac{2^x+12}{12}$ — Заметим, что при огромном x левая часть $\to 0$, а правая $\to \infty$.~~

т.к $x_2 > 6$ =>

можно записать систему в виде:

$$\begin{cases} 2^{(6+k)}+12t=y \\ 76+2(t-1)(6+k)=y \end{cases} \quad (t=2^{32}) \quad \text{где } x_2=x_1+k=6+k$$

$$\begin{cases} 64\cdot2^k+12t=y \\ 76+12t-12+2tk-2k=y = 12t+64+2tk-2k \end{cases}$$

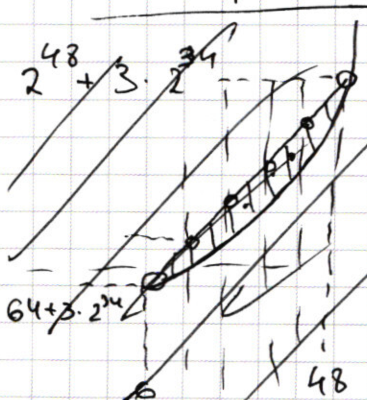
$\cancel{12t}+64+2tk-2k=\cancel{12t}+64\cdot2^k$

$64(2^k-1)=2k(t-1)$

$32(2^k-1)=k(2^{32}-1)$ — видна симметрия и что $\underline{k=32}$ =>

=> $x_2=6+32=48$.

Заметим, что $x_1=6$ и $x_2=48$ — не включены в систему пар. т.к 2-е неравенство не строгое →



для m: кол-во пар:

~~$76+k(2^{32}-1)+2^7-3\cdot2^{34}$~~

$76+2(2^{32}-1)m-2^m-3\cdot2^{34}-1=$ $m\in\{7;47\}$

$=76\cdot41+2(2^{32}-1)(m+m+1+\ldots+m+47)-$ общее: $m=7$

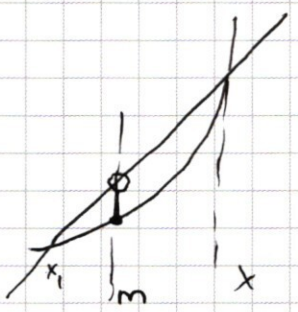
$-(2^m+2^{m+1}+2^{m+2}\ldots)-3\cdot41\cdot2^{34}-1$

$=41(76-3\cdot2^{34})+2(2^{32}-1)(41\cdot7+\frac{48\cdot47}{2})-2^7(2^{48}-1)-1=$

$=$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\Rightarrow m \in \{7; 47\}$ – не включая решение на прямой



при m:

$N_1 = 76 + 2(2^{32}-1)(m) - 2^m - 3\cdot 2^{34} - 1$

$N_2 = 76 + 2(2^{32}-1)(m+1) - 2^{m+1} - 3\cdot 2^{34} - 1$

общее!

где: $m=7$

$$N = N_1 + \dots N_{40} = 76\cdot(47-7+1) + 2(2^{32}-1)(m+m+1+m+2\dots)$$

$$-(2^m + 2^{m+1}\dots 2^{47}) - 1\cdot(47-7+1) =$$

$$= 76\cdot 41 - 41 + 2(2^{32}-1)\left(41m + \frac{40\cdot 41}{2}\right) - 2^7(\underbrace{1+2+4+8+16+\dots 2^{40}}_{2^{41}-1})$$

$$= 75\cdot 41 + 2(2^{32}-1)(41\cdot 7 + 41\cdot 20) - 2^7(2^{41}-1)$$

$$41(75 + 2(2^{32}-1)(27)) - 2^7(2^{41}-1) =$$

$$= \cancel{41}(\quad \cancel{1207(75+2(2^{32}-1)}$$

Ответ:

$$\boxed{41(75+54(2^{32}-1)) - 2^7(2^{41}-1)}$$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3)
$$\begin{cases} (x^2y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^7)} \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0 \end{cases}$$

$\frac{2^5}{3} \cdot 2^{33} \cdot x < 76 + 2(2^{32}-1)x$

$2^{38} x < 228 + 6x(2^{32}-1)$

$\frac{2^{38}}{2^5 t} x < 228 + 3x\frac{2^{33}}{t} - 6x$

$t(2^5 - 1 + \frac{6}{t}) = 228.$

$y^2 - y(x+4) - 2x^2 + 8x = 0$

$\cancel{D = (x+4)^2 + 4(2x^2 + 8x)}$

$\cancel{= (x+4)^2 + 8x(x+4) = (x+4)(x+4+8x)}$

$y^2 - y(x+4) - 2x^2 + 8x = 0$

$D = (x+4)^2 + 4(2x^2 - 8x) =$

$= x^2 + 8x + 16 + 8x^2 - 32x =$

$\cancel{t = \frac{y-2^x}{12}}$

$= 9x^2 - 24x + 16 = (3x-4)^2$

$\begin{cases} 2^7 + 3 \cdot 2^{34} \\ 76 + 2^{33} \cdot 7 - 14 \end{cases}$

$= 2^{33} \cdot 7 + 62$

$\begin{cases} 128 + 3t + 6 \\ 62 + 7t \end{cases}$

$y_{12} = \frac{x+4 \pm (3x-4)}{2} = \left[\begin{array}{l} \frac{4x}{2} = 2x \quad (a) \\ \frac{-2x+8}{2} = -x+4 \quad (б) \end{array}\right.$

$2^x + 12t = 76 + 2tx - 2x$

$\cancel{128+}$ $134 + 3t$

$\underline{62 + 7t}$

больше.

a) $(x^2y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^7)}$

$(16x^6)^{-\ln x} = (2x)^{\ln(\frac{2}{x^6})}$

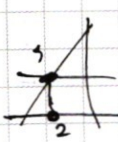
ln.

$\cancel{\ln(16x^6)}$ $\ln(16x^6) \cdot -\ln(x) = \ln(2x) \cdot \ln(\frac{2}{x^6})$

$-(4\ln 2 + 6\ln x)\ln x = (\ln 2 + \ln x)(\ln 2 - 6\ln x)$

$-(4p + 6t)t = (p+t)(p-6t)$

$-4pt \cancel{- 6t^2} = p^2 + tp - 6tp \cancel{- 6t^2}$



☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

⑤ $\begin{cases} |x+y+5|+|y-x+5|=10 \\ (|x|-12)^2+(|y|-5)^2=a \end{cases}$

$-x-y-\cancel{5}+y-x+\cancel{5}$

$\begin{cases} 2\cdot 2^x+72t \\ 76+2(t-1)(x+1) \end{cases}$

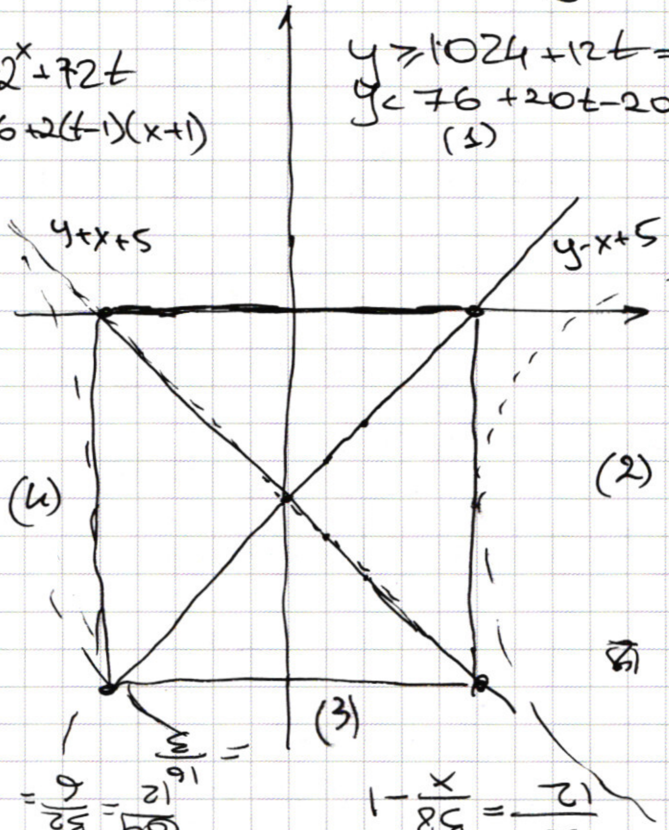
$y \geq 1024+12t=1024+12t$

$y<76+20t-20=20t+56$

$y=-x-5$

$y=x-5$

$\frac{38}{5}=$



(1) $2y+10=10$

$y=0$

$x=\cancel{5}$

(2) $x+y+\cancel{5}-y+x-\cancel{5}=10$

$2x=10$ $x=5$

(3) $-x-y-5-y+\cancel{x}-5=10$

$-2y=20$

$y=-10$

2 вар =>

1-й:

$a=R^2$; $R=\pm 7$ => $a=49$

1 вар =>

$R=\sqrt{17^2+15^2}=\sqrt{289+225}=\sqrt{514}$

$\begin{array}{r} 17 \\ \times 17 \\ \hline 119 \\ 17 \\ \hline 289 \end{array}$

514

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2) $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2}\cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$

$2\sin 7x \cos 2x - 2\sin 7x \sin 2x - \sqrt{2}\cos 4x = 0$

$2\sin 7x(\cos 2x - \sin 2x) = \sqrt{2}\cos 4x$

$= \sqrt{2}(\cos^2 2x - \sin^2 2x)$

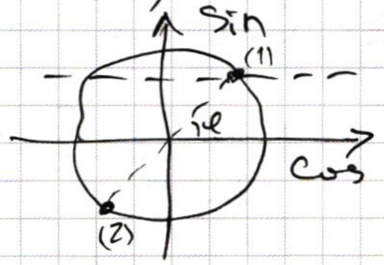
$\underbrace{2\sin 7x}_{m} = \sqrt{2}\underbrace{\underbrace{(\cos 2x + \sin 2x)}_{max: \sqrt{2}}}_{max: 2}$

$\boxed{\cos 2x = \sin 2x}$

$\cos 2x = \cos(2x - \pi/2)$

$\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot (\cancel{\cos}\ (\sin\frac{\pi}{4}\cos 2x + \cos\frac{\pi}{4}\sin 2x)$

$\sin 7x = \sin(\frac{\pi}{4} + 2x)$



$\left[\begin{array}{l} 7x = \frac{\pi}{4} + 2x + 2\pi k \\ 7x = \pi - \frac{\pi}{4} - 2x \end{array}\right.$

$-2\sin$

$5x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \boxed{x = \pi/20}$

$2x = \pi/4$

$9x = \frac{3\pi}{4} \Rightarrow \boxed{x = \frac{\pi}{12}}$

$2x = \cancel{3\pi/4}$ $5\pi/4$

$-2\sin(2x - \frac{\pi}{4})\sin(\frac{\pi}{4}) = 0$

$2x = \pi/4;$

$y_2 = \frac{3}{2^5} \cdot 2^{33} x^2$

$\frac{y_2}{x_2} = \frac{2^6 \cdot 3 \cdot 2^{34}}{2 \cdot 3} = \frac{3}{2^5} \cdot 2^{33}$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

1: $9261 \,|\, 3$, $3087 \,|\, 3$, $1029 \,|\, 3$, $343 \,|\, 7$, 49

$9261 = 3^3 \cdot 7^3$ => в числе 3-и семерки, и либо 3-ри 3-ки

7, 7, 7, 3, 3, 3 (1)

либо

7, 7, 7, 9, 3 (2)

(1) На первое место либо 3 либо 7

3 3 3, 7, 7 | 3, 3, 7, 7, 7

$2 \cdot C_{\cancel{7}}^{3} \cdot C_{\cancel{5}4}^{2}$ | $2 \cdot C_7^3 \cdot C_4^2 = \frac{2 \cdot 7!}{3! \cdot 4!} \cdot \frac{4!}{2! \cdot 2!} =$

$= \frac{2 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2}}{\cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot 2 \cdot \cancel{2}} = 2 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7.$

$2 \cdot C_7^2 \cdot C_5^3 = \frac{2 \cdot 7!}{2! \cdot 5!} \cdot \frac{5!}{3! \cdot 2!} =$

$= \frac{2 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot \cancel{4}}{2 \cdot \cancel{2}} = 2 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7$

(2) Если 7, |7, 7, 9, 3|

9 на 1-м: $C_{\cancel{7}}^{3} \cdot C_4^1 = 4C_7^3$

3 на 1-м: $4C_7^3$

7 на 1-м: $C_7^2 \cdot C_5^1 \cdot C_{\cancel{4}}^1 = 20C_7^2$

$3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 3 \; 11$

10

60

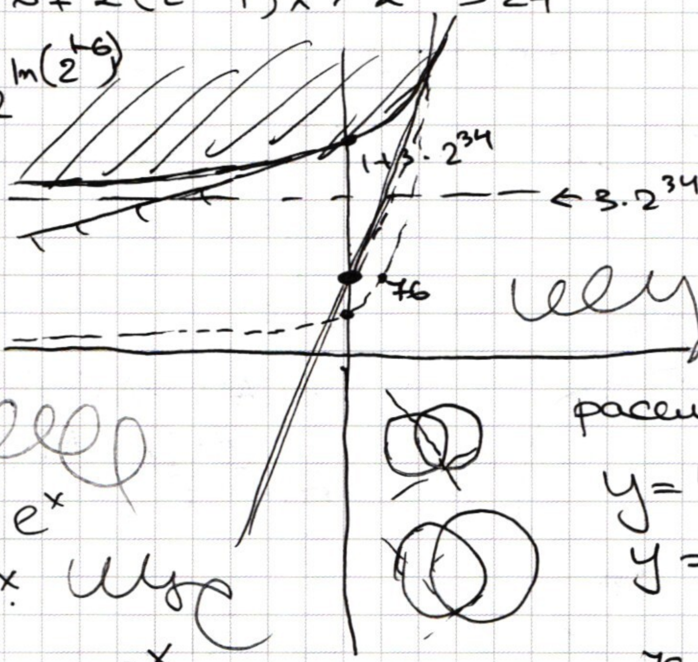
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

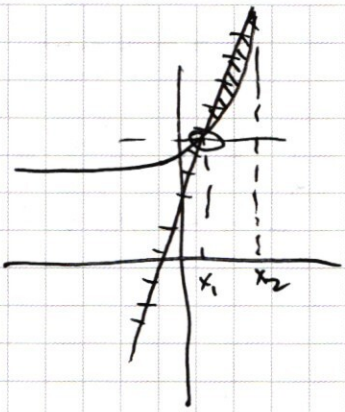
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$76+2(2^{32}-1)x > 2^x \cdot 3 \cdot 2^4$

$(2^6)^{-\ln 2} = 2^{\ln(2^{-6})}$





ln

e^x

xe^x

$x2^x$

$x>7.$

$x=6$

$76+2(2^{32}-1)x > 2^{x}+3\cdot 2^{34}$

рассмотрим прям

$y=kx+76$ касаюк

$y=2^x+3\cdot 2^{34}$

$76=2\cdot 2\cdot 19$

$64+3\cdot 2^{34}$

$\left[\begin{array}{l} x_1 \\ x_2=6 \end{array}\right.$

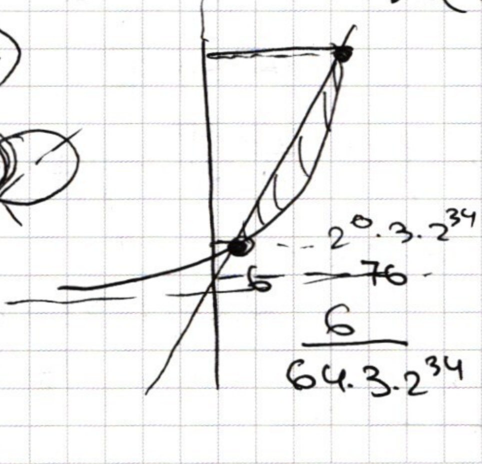
$y \geq 64+3\cdot 2^{34}$

$y<76+12\cdot 2^{32}-12 \leq 64+12\cdot 2^{32} = 64+12\cdot 2^{34}$

Одна из точек пересечен.

$2^x \uparrow\uparrow$, $76+x\cdot 2^{33}$

$\cancel{x\cdot 2^{x-1}}$ $=2(2^{32}-1)=2^{33}-2$



2^{x+1} - min - ? $(x=-1)$

$(x+1)2^{x+2}=0$

$y_1=2^6+3\cdot 2^{34}=64+3\cdot 2^{34}=$
$=2^6+3\cdot 2^{34}$

$\frac{6}{64\cdot 3\cdot 2^{34}} = \frac{x_2}{y_2}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

$p^2 - tp = 0$

$p - t = 0$ $\quad \ln x = \ln 2$ $\quad \{$

$\underline{x=2}$; $\underline{y = 2x = 4}$

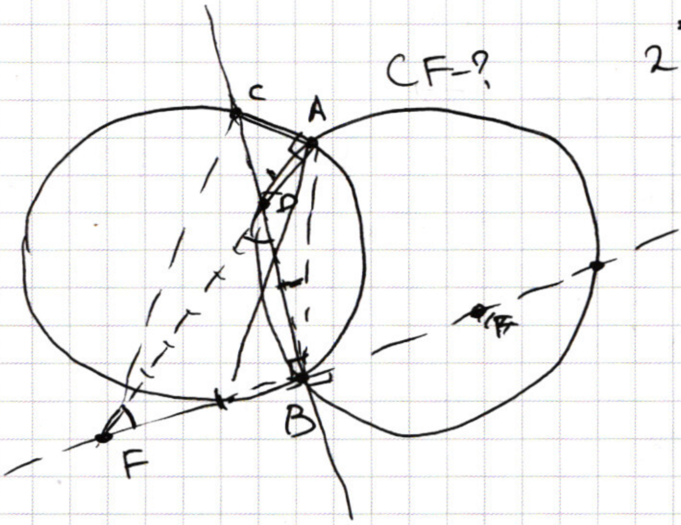
(б) $\underline{y = -x + 4}$

7) $\begin{cases} y \geq 2^x + 3\cdot 2^{34} - \min \Rightarrow \underline{x=0} \Rightarrow 1 + 3\cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32}-1)x < 76 + 2^{33}\cdot x - 2x - 76 - \min \end{cases}$

max - ?

CF - ?

$2^{33} - 2 = 0$



$\Delta CAD \sim \Delta FBD$

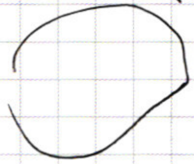
$AD^2 = \Gamma \Rightarrow \underline{CA = AD}$

2

$y = -x + 4$

$0 < x < 4$

$0 < y < 4$



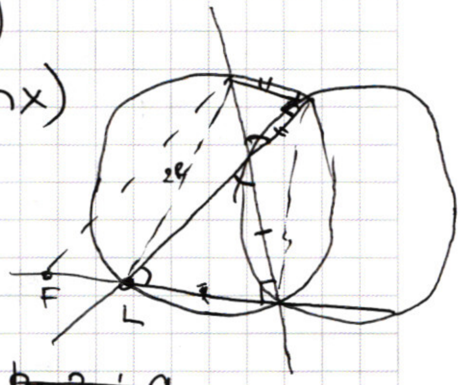
$-\ln x \cdot \ln(x^2 y^4) = \ln y \cdot \ln(y/x^7)$

$-\underset{p}{\ln x}(2\ln x + 4\underset{q}{\ln y}) = \ln y(\ln y - 7\ln x)$

$-(-p(2p+4q) = q(q-7p)$

$-2p^2 - 4pq = q^2 - 7pq$

$q^2 - 3pq + 2p^2 = 0$



~~p=2~~; q

$D = 9p^2 - 8p^2 = p^2 \Rightarrow q = \frac{3p \pm p}{2} = 2p$; p

$\left[\begin{array}{l} \ln x = \ln y \Rightarrow x = y \Leftrightarrow x = -x + 4 \\ \cancel{\ln x = 2\ln} \ \ln y = \ln x^2 \end{array}\right.$

$2x = 4 \Rightarrow \underline{x = 2}$

$\underline{y = 4}$

$y = x^2 \Rightarrow x^2 + x - 4 = 0$

$D = 1 + 16 = 17 \Rightarrow$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)