МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 7 ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 9261. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2}\cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$.

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(x^2y^4\right)^{-\ln x} = y^{\ln\left(y/x^7\right)}, \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения трёхгранного угла плоскостью KLM, если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO, равны 1 и 16.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, при которых система

$$\begin{cases} |x+y+5| + |y-x+5| = 10, \\ (|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 10 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD = 90°$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF.

   б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 12$. Найдите площадь треугольника ACF.

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y), удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geqslant 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2\left(2^{32} - 1\right)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2

$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2}\cdot\cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0;$

Данное уравнение определено при всех действительных x.

Преобразуем уравнение, воспользуясь формулами разности косинусов, суммы синусов и косинуса удвоенного аргумента (соответственно: $\cos 9x - \cos 5x = -2\cdot\sin 7x\cdot\sin 2x;$ $\sin 9x + \sin 5x = 2\cdot\sin 7x\cdot\cos 2x;$ $\cos 4x = \cos^2 2x - \sin^2 2x = (\cos 2x - \sin 2x)\cdot(\cos 2x + \sin 2x)$). Таким образом,

$-2\sin 7x\cdot\sin 2x - \sqrt{2}\cdot(\cos 2x - \sin 2x)\cdot(\cos 2x + \sin 2x) + 2\sin 7x\cdot\cos 2x = 0;$

$2\sin 7x\cdot(\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2}\cdot(\cos 2x + \sin 2x)\cdot(\cos 2x - \sin 2x) = 0;$

$(\cos 2x - \sin 2x)\cdot(2\cdot\sin 7x - \sqrt{2}\cdot\cos 2x - \sqrt{2}\cdot\sin 2x) = 0;$

$$\left[\begin{array}{l}\cos 2x - \sin 2x = 0; \ (1)\\ 2\cdot\sin 7x - \sqrt{2}\cdot(\sin 2x + \cos 2x) = 0; \ (2)\end{array}\right.$$

(1): $\operatorname{tg} 2x = 1;$ $2x = \frac{\pi}{4} + \pi n,\ n\in\mathbb{Z};$ $x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2},\ n\in\mathbb{Z};$

(2): Применим метод вспомогательного аргумента:

$\sin 2x + \cos 2x = \sqrt{2}\cdot\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$. Итак,

$2\sin 7x - 2\cdot\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = 0;$ вновь применим формулу разности синусов: $\sin 7x - \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = 0;$ тогда

$2\cdot\sin\frac{7x - 2x - \frac{\pi}{4}}{2}\cdot\cos\frac{7x + 2x + \pi/4}{2} = 0;$

$$\left[\begin{array}{l}\sin\left(\frac{5x}{2} - \frac{\pi}{8}\right) = 0;\\ \cos\left(\frac{9x}{2} + \frac{\pi}{8}\right) = 0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = \frac{\pi}{20} + \frac{2\pi k}{5},\ k\in\mathbb{Z};\\ x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi m}{9},\ m\in\mathbb{Z}.\end{array}\right.$$

Итак, окончательное решение уравнения запишем в виде совокупности:

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

$$\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{8}+\frac{\pi n}{2}, n\in Z; \\ x=\frac{\pi}{20}+\frac{2\pi k}{5}, k\in Z; \\ x=\frac{\pi}{12}+\frac{2\pi m}{9}, m\in Z. \end{array}\right.$$

Точек, задаваемых на тригонометрической окружности написанными тремя формулами, конечное число (так, первая формула задаёт 4 точки на тригонометре, вторая — 5, третья — 9), причём при каждом новом переходе на следующую окружность ($+2\pi$) каждая из точек „обращается сама в себя". Поэтому рассмотрим любую из таких окружностей (пусть $x\in[0; 2\pi]$) и проверим, не задают ли какие-либо из полученных формул общие на тригонометре точки (во избежание пострений):

I. $x=\frac{\pi}{8}+\frac{\pi n}{2}$ $(n\in Z)$: $\frac{\pi}{8}$, $\frac{5\pi}{8}$, $\frac{9\pi}{8}$, $\frac{13\pi}{8}$;

II. $x=\frac{\pi}{20}+\frac{2\pi k}{5}$ $(k\in Z)$: $\frac{\pi}{20}$, $\frac{9\pi}{20}$, $\frac{17\pi}{20}$, $\frac{5\pi}{4}$, $\frac{33\pi}{20}$;

III. $x=\frac{\pi}{12}+\frac{2\pi m}{9}$ $(m\in Z)$: $\frac{\pi}{12}$, $\frac{11\pi}{36}$, $\frac{19\pi}{36}$, $\frac{3\pi}{4}$, $\frac{35\pi}{36}$, $\frac{43\pi}{36}$, $\frac{17\pi}{12}$, $\frac{59\pi}{36}$, $\frac{67\pi}{36}$.

Как видно, не имеется никаких общих точек среди выписанных для одной из тригонометрических окружностей. Значит, полученные три формулы задают различные точки, пересечений множеств не наблюдается.

Ответ: $\frac{\pi}{8}+\frac{\pi n}{2}$, $\frac{\pi}{20}+\frac{2\pi k}{5}$, $\frac{\pi}{12}+\frac{2\pi m}{9}$, где $n, k, m\in Z$.

№1

Найдём разложение числа 9261 на простые сомножители:

$9261 = 3\cdot3\cdot3\cdot7\cdot7\cdot7 = 3^3\cdot7^3$, значит, цифры искомых 8-значных чисел таковы, что среди них есть три и только три семёрки; три тройки или тройка с девяткой; все остальные цифры — единицы, ведь они никак не влияют на произведение цифр числа; итак, имеем лишь два возможных набора цифр 8-значного числа: I. 3 семёрки, 3 тройки, 2 единицы; II. 3 семёрки, 1 тройка, 1 девятка, 3 единицы. Очевидно, иных наборов быть не может (недопустимы чётные

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

цифры в числе, иначе произведение цифр стало бы чётным; непозволительна пятёрка (ведь 9261 не делится на 5), семёрок может быть только три, а, т.к. 3 присутствует в разложении числа 9261 трижды, то цифрами 8-значного числа могут являться или три тройки, или тройка с девяткой; все „незанятые" цифры — сугубо единицы). В каждом из двух случаев имеем дело с перестановками с повторениями:

$\overline{P}_{n_1,n_2,\ldots,n_k} = \dfrac{(n_1+n_2+\ldots+n_k)!}{n_1!\cdot n_2!\cdot\ldots\cdot n_k!}$, где n_k — число элементов k-ого вида. Итак:

I. $n_1=3, n_2=3, n_3=2 \Rightarrow \overline{P}_{3,3,2} = \dfrac{8!}{3!\cdot 3!\cdot 2!} = 560$;

II. $n_1=3, n_2=1, n_3=1, n_4=3 \Rightarrow \overline{P}_{3,1,1,3} = \dfrac{8!}{3!\cdot 1!\cdot 1!\cdot 3!} = 1120$.

Наборы, где есть 3 „7", 3 „3" и 2 „1", а также 3 „7", 1 „3", 1 „9" и 3 „1" взаимоисключают друг друга. Итак, всего таких 8-значных чисел: $560+1120=1680$.

Ответ: 1680.

N 5

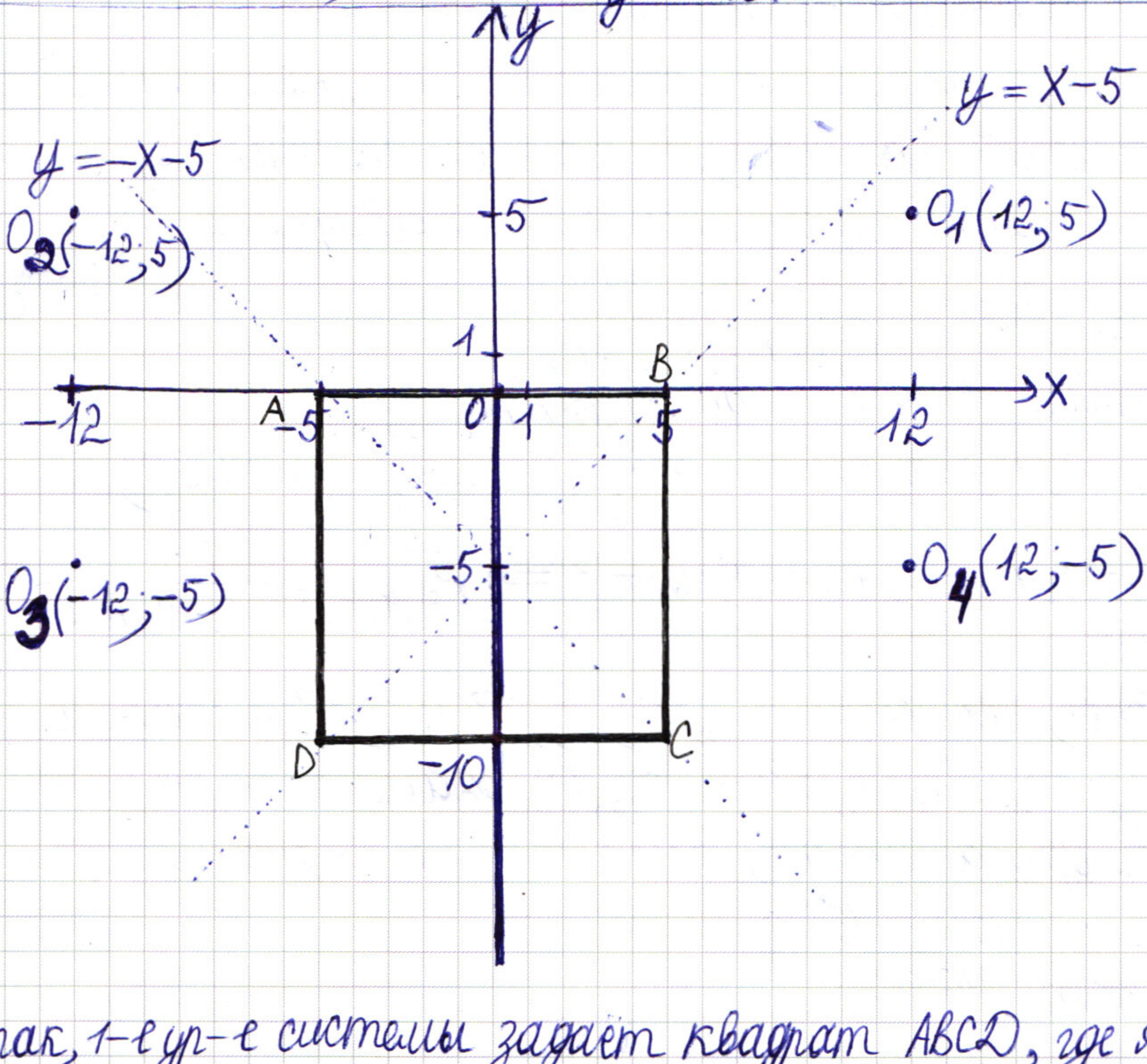
Проиллюстрируем в координатах Oxy 1-е ур-е системы: $|x+y+5|+|y-x+5|=10$. Рассмотрим ур-е в 4 случаях, в зависимости от того, как раскрываются модули:

I. Если $\begin{cases} y \geq -x-5; \\ y \geq x-5, \end{cases}$ то: $x+y+5+y-x+5=10;$ $y=0;$

II. Если $\begin{cases} y \geq -x-5; \\ y < x-5, \end{cases}$ то: $x+y+5-y+x-5=10;$ $x=5;$

III. Если $\begin{cases} y < -x-5; \\ y \geq x-5 \end{cases}$ то: $-x-y-5+y-x+5=10;$ $x=-5;$

IV. Если $\begin{cases} y < -x-5; \\ y < x-5 \end{cases}$ то: $-x-y-5-y-5+x=10;$ $y=-10.$



Итак, 1-е ур-е системы задает квадрат ABCD, где $A(-5;0)$, $B(5;0)$, $C(5;-10)$, $D(-5;-10)$, обратимся ко второму уравнению: оно задает в координатах 4 точки($(-12;5)$, $(-12;5)$, $(-12;-5)$, $(12;-5)$), если $a=0$; не задает никакаt

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

линии, если $a<0$; и вводит четыре окружности с центрами в вышеперечисленных точках и радиусами, равными $\sqrt{a}$, если $a>0$. ~~Причетим, что если~~ ~~$a \in (-\infty; 5^2]$~~, Заметим, однако, что каждая из окр-тей занимает только свой квадрант, т.е. уравнением задаются лишь те точки 1-ой окр-ти с центром O_1, что лежат в (вместе с точками на осях) 1-ом квадранте (аналогично для трёх других окр-тей). Например, если $a=36$, то точка $(12; -1)$, принадлежащая, например, окр-ти $(x-12)^2+(y-5)^2=36$, не принадлежит фигуре $(|x|-12)^2+(|y|-5)^2=36$, ибо эта точка лежит за пределами 1-го квадранта, хотя могла принадлежать окр-ти O_1, и т.д. и т.п.

Итак, если $a=49$, то части окр-тей O_3 и O_4 будут касаться AD и BC, а окр-ти O_1 и O_2 — нет. Если $a \in (-\infty; 49)$, то общих точек нет; если $a=49$, то система имеет 2 решения; если $a \in (49; \sqrt{74})$, то система имеет 4 решения; если $a=\sqrt{74}$, то система тоже имеет 4 решения (заметим, что до сих пор окр-ти O_2 и O_1 не имели общих точек с квадратом, а ныне проходят через точки A и B соответственно); если $a \in (\sqrt{74}; 144)$, то система вновь имеет 4 решения („оставшиеся в своих квадрантах" дуги окр-тей O_2 и O_3, а также O_1 и O_4, попарно симметричны относительно оси абсцисс; т.е. окр-ть 3 будет пересекать стороны AB и DC, а окр-ть O_2 — сторону AB в той же точке, что и окр-ть 3; аналогично и для 1-ой и 4-ой окружностей); если $a \in \{144\}$, то система тоже имеет 4 решения, но теперь коснутся в точке $(0; -5)$ дуги 3-ей и 4-ой окр-тей, в точке $(0;5)$ — 2-ой и 1-ой; если $a \in (144; 169)$, то система опять имеет 4 решения; если $a = 169$, то — теперь 2 решения (ведь расстояния между началом координат и точками $O_1 - O_4$ как раз равны $\sqrt{13^2}$, точка $(0; -10)$ удалена от O_3 и O_4 тоже на $\sqrt{13^2}$; если $a \in (169; +\infty)$, то у системы решений нет (квадрат и дуги не имеют общих точек). Итак, получаем ответ.

Ответ: $a \in \{49\} \cup \{169\}$. ($a = 49$ или $a = 169$).

№3.

$$\begin{cases} (x^2y^4)^{-\ln x} = y^{\ln\left(\frac{y}{x^7}\right)}; & (1) \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0; & (2) \end{cases}$$

(2): $y^2 - y(x+4) + (8x - 2x^2) = 0$; $D = (x+4)^2 - 4\cdot(8x - 2x^2) = $
$= x^2 + 16 + 8x - 32x + 8x^2 = 9x^2 - 24x + 16 = (3x-4)^2$;

$$\left[\begin{array}{l} y = \frac{x+4+3x-4}{2} = \frac{4x}{2} = 2x \\ y = \frac{x+4+4-3x}{2} = -x+4. \end{array}\right.$$

Итак, $y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = (y-2x)\cdot(y-4+x)$, поэтому: $y = 2x$ или $y = 4 - x$.

(1): Уравнение, да и вся система, определены лишь при выполнении следующих условий:

$\begin{cases} x>0; \\ \frac{y}{x^7}>0; \\ y\in(0;1)\cup(1;+\infty); \\ x^2y^4\in(0;1)\cup(1;+\infty); \end{cases}$ Итак, $\begin{cases} x\in(0;+\infty); \\ y\in(0;1)\cup(1;+\infty); \\ x\neq\frac{1}{y^2}; \end{cases}$

Тогда: $y^{\ln\left(\frac{y}{x^7}\right)}=y^{\ln y-\ln x^7}=\frac{y^{\ln y}}{y^{7\cdot\ln x}}$;

$(x^2y^4)^{-\ln x}=x^{-2\ln x}\cdot y^{-4\ln x}$.

Итак, $x^{-2\ln x}\cdot y^{-4\ln x}=\frac{y^{\ln y}}{y^{4\cdot\ln x}}$; $x^{-2\ln x}\cdot y^{3\ln x}=y^{\ln y}$;

$\left(\frac{y^3}{x^2}\right)^{\ln x}=y^{\ln y}$.

1-й случай: $y=2x\Longrightarrow\left(\frac{8x^3}{x^2}\right)^{\ln x}=(2x)^{\ln 2x}$.

$8^{\ln x}\cdot\cancel{x^{\ln x}}=2^{\ln 2}\cdot 2^{\ln x}\cdot x^{\ln 2}\cdot\cancel{x^{\ln x}}$; $|:x^{\ln x}>0$ при всех допустимых x;

$2^{3\ln x}=2^{\ln 2}\cdot x^{\ln 2}\cdot 2^{\ln x}$.

$\frac{2^{3\ln x}}{2^{\ln 2+\ln x}}=x^{\ln 2}$; $2^{\ln x^2-\ln 2}=2^{\ln\left(\frac{x^2}{2}\right)}=x^{\ln 2}$.

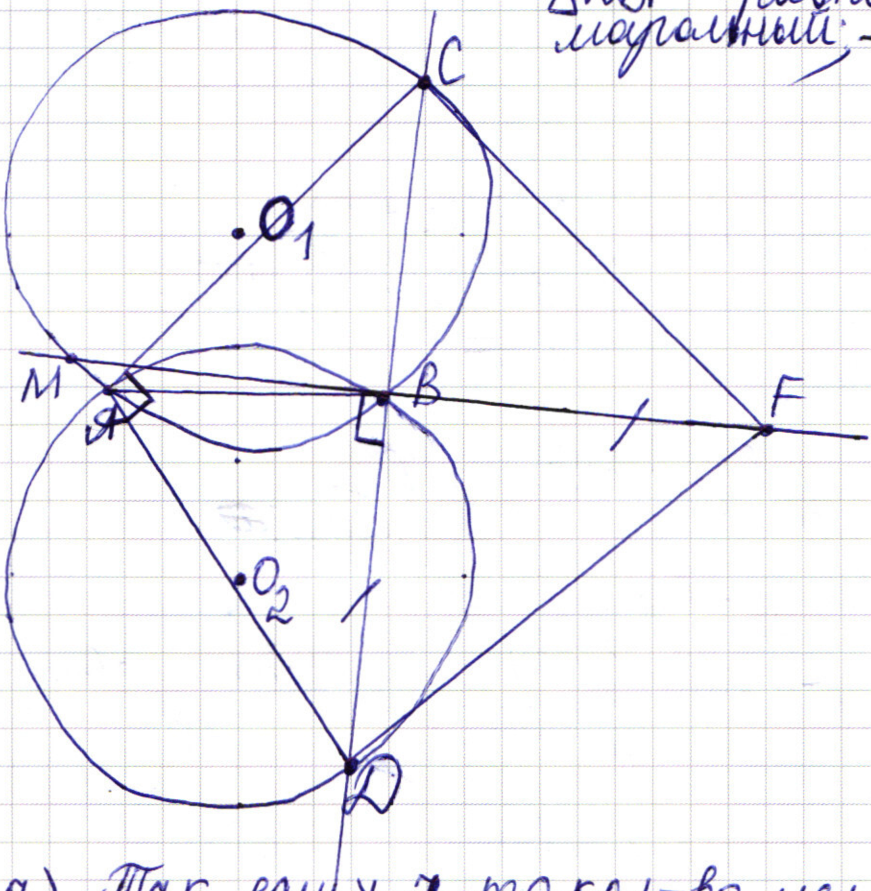
2-й случай: $y=4-x\Longrightarrow\left(\frac{(4-x)^3}{x^2}\right)^{\ln x}=(4-x)^{\ln(4-x)}$;

N7.

Итак, $y\in[6\cdot 2^{33}+2^x;\ 2^{33}\cdot x+(76-2x))$; заметим, что если $x=6$, то: $6\cdot 2^{33}+2^x=2^{33}\cdot x+(76-2x)$; „$y$" не существует в таком случае; если $x\in\mathbb{Z}$ и $x\in(-\infty;6)$, то второе число, ограничивающее пределы игрека, априори меньше первого и „y" тогда не существует.

N6.

$\triangle DBF$ — равнобедренный и прямоугольный;



~~N 7) Так, если $x=7$, то кол-во целых y таково:~~
~~$7\cdot 2^{33}+(76-14)-(8\cdot 2^{33}+128)=2^{33}-66$; при $x=8$:~~
~~$8\cdot 2^{33}+(76-16)-(8\cdot 2^{33}+256)$.~~

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

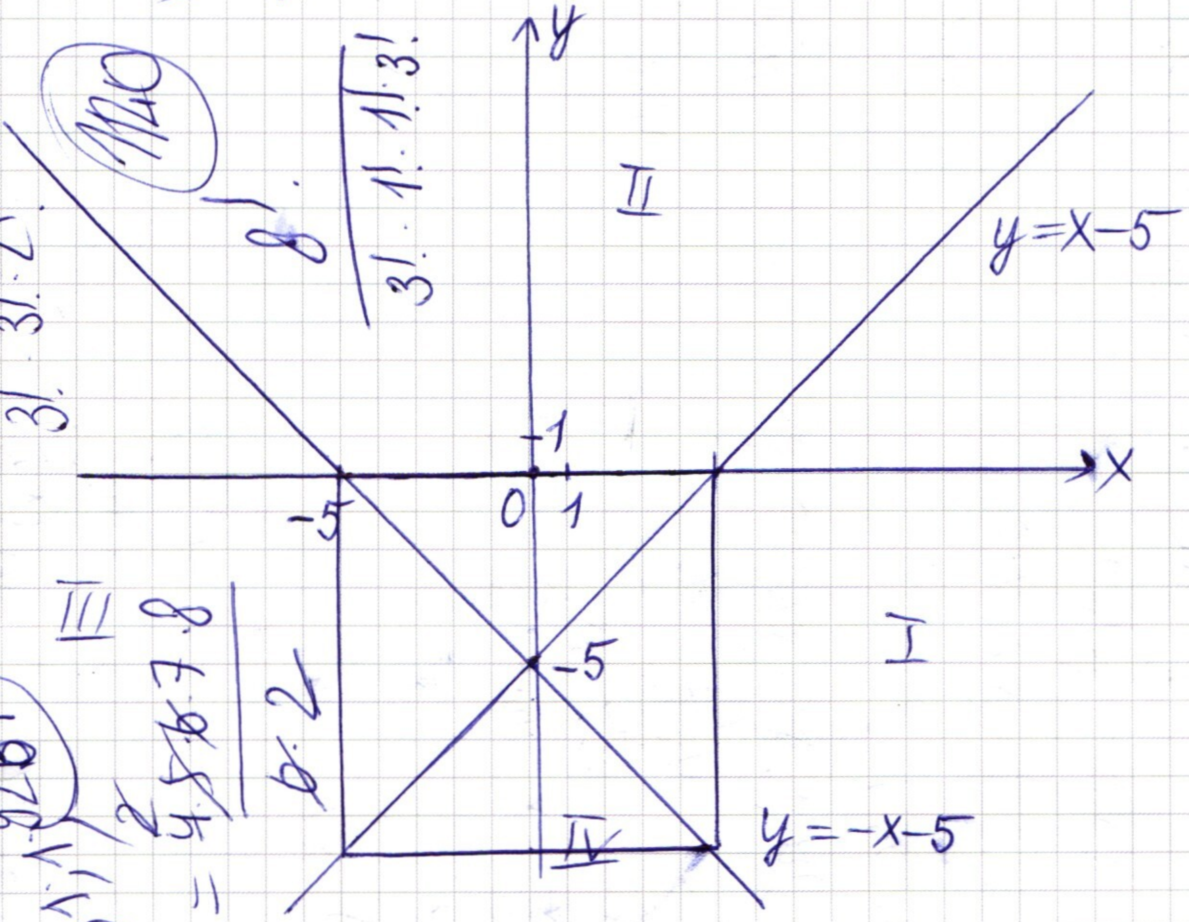
$|x+y+5|+|y-x+5|=10;$ I: $\{y$

$x+y+5\geq 0;\quad y\geq -x-5;$

$y-x+5\geq 0;\quad y\geq x-5.$

$\frac{8!}{3!\cdot 3!\cdot 2!}=560$

$\frac{8!}{3!\cdot 1!\cdot 1!\cdot 3!}=1120$



$441\times 21 = 9261$

$9261=3^3\cdot 7^3$

$7\cdot7\cdot7\cdot3\cdot3\cdot3\cdot1\cdot1$

$=\frac{4\cdot5\cdot6\cdot7\cdot8}{6\cdot2}$

1680

$$\frac{2^{3\ln x}}{2^{\ln x}} = (2x)^{\ln 2}$$

$$2^{2\ln x} = (2x)^{\ln 2}$$

$$\ln x = \frac{\log_x x}{\log_x e}$$

$$-2\cdot\sin 7x\cdot\sin 2x +$$
$$+2\cdot\sin 7x\cdot\cos 2x =$$
$$= \sqrt{2}\cdot(\cos 2x - \sin 2x)\cdot(\cos 2x + \sin 2x)$$

$$\frac{7x}{\cancel{2}} = \frac{\pi}{8} + 2\pi n$$

$$\frac{9x}{2} = \frac{3\pi}{\cancel{8}4} + 2\pi n;$$

$$2\sin 7x\cdot\cancel{(\cos 2x - \sin 2x)} =$$
$$= \sqrt{2}\cdot(\cos 2x - \sin 2x)\cdot(\cos 2x + \sin 2x)$$

$$\left[\begin{array}{l} 2x = \frac{\pi}{4} + \pi n, \quad x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2} \\ \cancel{x = \frac{2\pi}{5}} + \quad x = \frac{\pi}{20} + \frac{2}{5}\pi n \\ x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi n}{9} \end{array}\right.$$

$$\cancel{\frac{7x}{3} = \frac{2\pi}{4} + \pi n}$$

$$\cancel{x = \frac{2\pi}{5} + \frac{2\pi n}{5}}$$

$$\cancel{\frac{5x}{2} - \frac{\pi}{4} = \pi n}$$

$$\cancel{2}\sin 7x = \cancel{2}\,\cancel{\sin}\cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right).$$

$$2\cdot\left(\cos 2x\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} + \sin 2x\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\right).$$

$$x^{\ln x} = 0;$$
$$\cancel{x^{\ln x} = 1}$$

$$\sin 7x = \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - 7x\right) = \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\cos\left(7x - \frac{\pi}{2}\right) - \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = -2\cdot\sin\left(\frac{9x}{2} - \frac{3\pi}{8}\right)\cdot\sin\left(\frac{5x}{2} - \frac{\pi}{8}\right).$$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N2) $(\cos 9x - \cos 5x) - \sqrt{2}\cdot\cos 4x + (\sin 9x + \sin 5x) = 0$; ОДЗ: $x \in R$;

$-2\cdot\sin 7x\cdot\sin 2x - \sqrt{2}\cdot\cos 4x + 2\cdot\sin 7x\cdot\cos 2x = 0$;

$2\sin 7x\cdot(\cos 2x - \sin 2x) = \sqrt{2}\cdot\cos 4x$;

$2\cdot\sin 7x\cdot(\cos 2x - \sin 2x) = \sqrt{2}\cdot(\cos^2 2x - \sin^2 2x)$;

$2\cdot\sin 7x\cdot(\cos 2x - \sin 2x) = \sqrt{2}\cdot(\cos 2x - \sin 2x)\cdot(\cos 2x + \sin 2x)$

$(\cos 2x - \sin 2x)\cdot(2\cdot\sin 7x - \sqrt{2}\cdot(\cos 2x + \sin 2x)) = 0$;

$\left[\begin{array}{l} \operatorname{tg} 2x = 1 \ (1); \\ \cancel{2}\cdot\sin 7x = \cancel{2\sqrt{2}}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\sin 2x + \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\cos 2x\right) (2); \end{array}\right.$

(2): $\sin 7x = \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$;

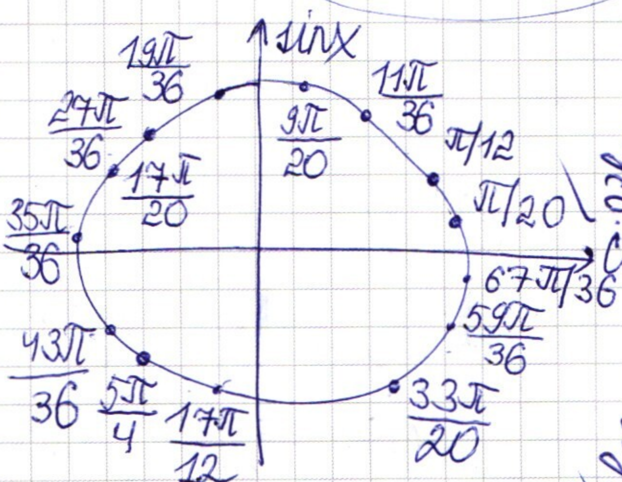
$\sin 7x - \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$; $2\cdot\sin\frac{7x - 2x - \frac{\pi}{4}}{2}\cdot\cos\frac{7x + 2x + \frac{\pi}{4}}{2} = 0$;

$\sin\left(\frac{5x}{2} - \frac{\pi}{8}\right)\cos\left(\frac{9x}{2} + \frac{\pi}{8}\right) = 0$;

$\left[\begin{array}{l} \frac{5x}{2} - \frac{\pi}{8} = \pi n; \\ \frac{9x}{2} + \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi n. \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} \frac{5x}{2} = \frac{\pi}{8} + \pi n; \\ \frac{9x}{2} = \frac{3\pi}{8} + \pi n \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{20} + \frac{2\pi n}{5}; \\ x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi n}{9}. \end{array}\right.$

(1): $2x = \frac{\pi}{4} + \pi n$; $x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}$.

$x = \frac{3\pi}{36} + \frac{8\pi n}{36}$;



Ответ: $\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}$; $\frac{\pi}{20} + \frac{2\pi n}{5}$; $\frac{\pi}{12} + \frac{2\pi n}{9}$.

$\frac{9x}{2} \neq \frac{3\pi}{8} + \pi n$

$5x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n$

$\frac{9x}{2} + \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi n$

$\frac{5x}{2} - \frac{\pi}{8} = \pi n$

$\frac{5x}{2} = \frac{\pi}{8} + \pi n$

$\log_a c\cdot\log_a b = \log_a c\cdot\log_a b \Rightarrow \log_b c\cdot\log_a b = \log_a c$

$c^{\log_a b} = a^{\log_c b}$

$\log_b(c^{\log_a b}) = \log_b(a^{\log_c b})$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

1) 8-значн. числа; нет нулей;

$9261 = 9 \cdot 1029 = 9 \cdot 3 \cdot 343 = 9 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$;

$D = y^2 - y(x+4) + (8x - 2x^2) = 0$;

$D = x^2 + 16 + 8x - 32x + 8x^2 = 9x^2 - 24x + 16 = (3x-4)^2$

9, 3, 7, 7, 7, 1, 1, 1; 3, 3, 3, 7, 7, 7, 1, 1

$\frac{x+4+3x-4}{2}$

$\frac{x+4-3x+4}{2}$

$P_{1,1,3,3} = \frac{8!}{3! \cdot 3! \cdot 1! \cdot 1!} = \frac{4 \cdot 5 \cdot \cancel{6} \cdot 7 \cdot 8}{\cancel{6}} = 1120$;

$P_{3,3,2} = \frac{8!}{3! \cdot 3! \cdot 2!} = \frac{4 \cdot \cancel{5} \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{\cancel{6} \cdot 2} = 560$.

$\boxed{1680}$.

29: $140 + 140 + 420 + 420$

$|x| - 12 = \pm\sqrt{75}$

$|x| = \sqrt{75} + 12$,

$|x| = -\sqrt{75} + 12$

$21 \times 21 = 441$

441×21: $441 + 882 =$ ~~88641~~

9261

~~$y^2 - 4y + xy - 2xy + 8x - 2x^2$~~

$y^2 - 2x^2 - xy + 8x - 4y$.

черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$(y-2x)(y-4+x)=y^2-4y+xy-2yx+8x-2x^2=$
$=y^2-2x^2-xy-4y+8x;$

$\begin{cases} x>0; \\ y>0; \\ y\in(0;1)\cup(1;+\infty); \\ x\neq y^2. \end{cases}$

$(x^2y^4)^{-\ln x}=x^{-2\ln x}\cdot y^{-4\ln x}.$

$y^{\ln(y/x^7)}=y^{\ln y-\ln x^7}=\dfrac{y^{\ln y}}{y^{\ln x^7}}=$
$=y^{\ln y}/y^{7\ln x}.$

$x^{-2\ln x}\cdot y^{-4\ln x}=\dfrac{y^{\ln y}}{y^{7\ln x}};\quad x^{-2\ln x}\cdot y^{3\ln x}=y^{\ln y};$

$\left(\dfrac{y^3}{x^2}\right)^{\ln x}=y^{\ln y}.$

I. $y=2x$: $\left(\dfrac{8x^3}{x^2}\right)^{\ln x}=(2x)^{\ln(2x)}$; $\quad 2^{3\ln x-\ln x-\ln 2}$

$2^{2\ln x-\ln 2}$

$8^{\ln x}\cdot x^{\ln x}=(2x)^{\ln 2}*(2x)^{\ln x}.$ $\quad 2^{l}$

$2^{3\ln x}\cdot\cancel{x^{\ln x}}=2^{\ln 2}\cdot x^{\ln 2}\cdot 2^{\ln x}\cdot\cancel{x^{\ln x}}.$

$2^{33}-66$

$\ln 2=$ $\quad 8\cdot 2^{33}+60$

$\dfrac{2^{3\ln x}}{2^{\ln x+\ln 2}}=x^{\ln 2}.$

$6\cdot 2^{33}+128$

$2^{3\ln x-\ln x-\ln 2}=x^{\ln 2};$

$2^{33}\cdot x+(76-2x)$

$2^{\ln(\frac{x^2}{2})}=x^{\ln 2}.$

$2^{33}\cdot 6+2x$

$2^{\ln 2}=2\cdot 2^{33}-68$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

$a^{\log_b c} = b^{\log_a c}$

$\cancel{\log_b} \log_c a \cdot \log_b c = \log_a c \cdot \log_c b$

$x^{-2\ln x} \cdot y^{-4\ln x} = \frac{y^{\ln y}}{y^{7\ln x}}$

$x^{-2\ln x} \cdot y^{3\ln x} = y^{\ln y}$

$\left(\frac{y^3}{x^2}\right)^{\ln x} = y^{\ln y}$

$y^{\ln y} = y^{\frac{1}{\log_y e}} = y^{\log_y^{-1} e} =$

$y = 2x$

$\cancel{2^{3\ln x}\, x^{\ln x}} = 2^{\ln 2}$

$\cancel{x^{\ln x}} \cdot x^{\ln 2} \cancel{2^{\ln x}}$

$2^{\cancel{2}\ln x^2} = x^{\ln 2}$

$2^{\ln 2}$

$2^{\ln\left(\frac{x^2}{2}\right)} = x^{\ln 2}$

$x^{\ln 2} = e^{\log x 2}$

$\ln(x^{\ln 2}) = \ln(e^{\log x}$

$\ln x \cdot \ln 2 = \log_x 2$

$y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34}$

$y < 76 + 2x \cdot 2^{32} - 2x = 76 + 2^{33} x - 2x$

$[3 \cdot 2^{34} + 2^x ; 76 - 2x + 2^{33} \cdot x)$

$x = 1$

$[2 \cdot \cancel{(1 + 3 \cdot 2^{33})} ; 2^{33} + 74)$

$6 \cdot 2^{33} + 2 ; 2^{33} + 74$

$x = 2$

от $\cancel{2^{33} \cdot (6 + [5;7)}$

6

$=$ от $6 \cdot 2^{33} + 2^x$ до $2^{33} \cdot x + (76 - 2x)$

$6 \cdot 2^{33} + 2^7$

$7 \cdot 2^{33} + 62 - 6 \cdot 2^{33} - 2^7 =$

$2^{33} \cdot 7 + 62$

$= 2^{33} - 66$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)