МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 7 ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 9261. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2}\cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$.

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (x^2y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^7)}, \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения трёхгранного угла плоскостью KLM, если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO, равны 1 и 16.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, при которых система

$$\begin{cases} |x+y+5| + |y-x+5| = 10, \\ (|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 10 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF.

   б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 12$. Найдите площадь треугольника ACF.

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y), удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geqslant 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2\left(2^{32} - 1\right)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

© МФТИ, 2020

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\triangle ACK$

$\sqrt{2}y - x = 12$

$\boxed{x = \sqrt{2}y - 12}$

$AK^2 = y^2 + 2x^2$

$AK^2 = y^2 + 2(\sqrt{2}y - 12)^2$

$x = \sqrt{20^2 - 12^2} =$

400
144
256
$256 =$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

1-6 продолжение предыдущего

~~по теореме Пифагора~~ $\triangle AFD$ – прямоугольный (см. картинку) Из этого $AF^2 = 6^2 + 2a^2$ $AF^2 = 144\cdot 2 + 16^2\cdot 2 =$ $= 2\cdot(\underbrace{144+256}_{400})$ тогда $AF = 20\sqrt{2}$.

Теперь узнаем все стороны $\triangle ACK$ чтобы потом по формуле герона. $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

$AC = 6 = 14\sqrt{2}$ $AK = 20\sqrt{2}$ $CK = 20$.

Отсюда $S_{\triangle CK} = \sqrt{\frac{34\sqrt{2}+20}{2}\left(\frac{34\sqrt{2}+20}{2} - 20\sqrt{2}\right)\left(\frac{34\sqrt{2}+20}{2} - 20\right)\left(\frac{34\sqrt{2}+20}{2} - 14\sqrt{2}\right)}$

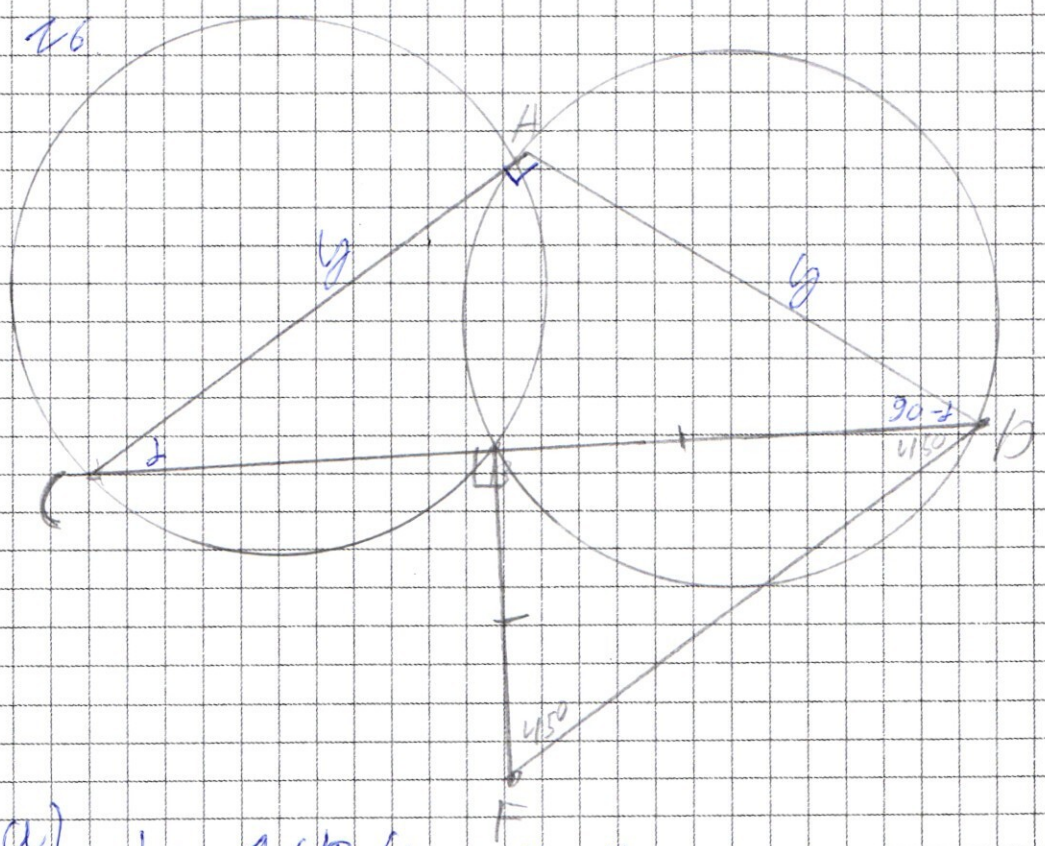
Пункт а) ответ:

Я обо дохимал, но времени не хватает.

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№6



а) $\alpha = \angle ACB$ (см рисунок)

По теореме косинусов $AB^2 = 100 + 100 - 2 \cdot 10 \cdot 10 \cdot \cos 2\alpha$

(теорема косинусов отн. центральный угол который опир. на $\overset{\frown}{AB}$ (малую))

в $\triangle ABC$ вписанного окружности

$AB^2 = 100 + 100 - 2 \cdot \cos 100 \cdot \cos(180 - 2\alpha)$

Отсюда $\cos 2\alpha = \cos(180 - 2\alpha)$ либо ~~один из углов~~

$2\alpha = 180 - 2\alpha + 2\pi k$, или $2\alpha = 2\alpha - 180 + 2\pi k$

по углам острые поэтому α не подходит, есть $\alpha = 180°$

Отсюда $\alpha = 45$ значит $\triangle ACB$ - равнобедренный

Возьмем $AB = y \Rightarrow CA = y$. $BD = x$. тогда $CB = \sqrt{2}y - x$

$CB = CD - BD$

$CD = \sqrt{y^2 + y^2}$

$\triangle AHD$ - прямоугольный

~~из~~ тогда по теореме Пифагора $CF^2 = (\sqrt{2}y - x)^2 + x^2$

т.к. $BF = \frac{1}{2} BD$.

Зная угол α, находим AB ~~это 10√2~~ отсюда $AB = 10\sqrt{2}$.

№6 продолжение.

Воспользуемся теоремой косинусов для $\triangle ABC$

$AB^2 = y^2 + (\sqrt{2}y - x)^2 - 2(\sqrt{2}y - x)\cdot y \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$AB^2 = y^2 + 2y^2 - 2\sqrt{2}yx + x^2 - \sqrt{2}y(\sqrt{2}y - x)$

$CF^2 = x^2 + (\sqrt{2}y - x)^2 = x^2 + 2y^2 - 2\sqrt{2}xy + x^2 = 2x^2 + 2y^2 - 2\sqrt{2}xy$

отсюда $\frac{CF^2}{2} = x^2 + y^2 - \sqrt{2}xy$. (это и нам нужно найдем)

Стоит отметить, что $CD^2 = y^2 + y^2$ ($\triangle ACD$ - прямоуг.).

$AB^2 = 2y^2 - 2\sqrt{2}yx + x^2 - 2y^2 + \sqrt{2}xy =$

$= y^2 + x^2 - \sqrt{2}xy$

но мы уже нашли $AB = 10\sqrt{2}$

значит $y^2 + x^2 - \sqrt{2}xy = 200$ подставляем в CF^2

~~тогда~~

$\frac{CF^2}{2} = 200$ $CF^2 = 400$ отсюда $CF = 20$

Пункт а) ответ: 20.

б) из $\triangle CBF$ $CF^2 = CB^2 + BF^2$ $BF^2 = x^2$

тогда $x^2 = CF^2 - CB^2 = 20^2 - 12^2 = 256$

отсюда $x = 16$ теперь подставим в $y^2 + x^2 - \sqrt{2}xy = 200$

$x = 16$ $y^2 + 256 - 16\sqrt{2}y = 200$ $y^2 - 16\sqrt{2}y + 56 = 0$

~~$y^2 + 256$~~

$y = \frac{16\sqrt{2} \pm \sqrt{256\cdot 2 - 56\cdot 4}}{2} = \frac{16\sqrt{2} \pm \sqrt{144}\,2}{2} = \frac{16\sqrt{2} \pm 12\sqrt{2}}{2}$

$y = 14\sqrt{2}$ или $y = 2\sqrt{2}$

но $CD = \sqrt{2}y = CB + x = 12 + 16 = 28$

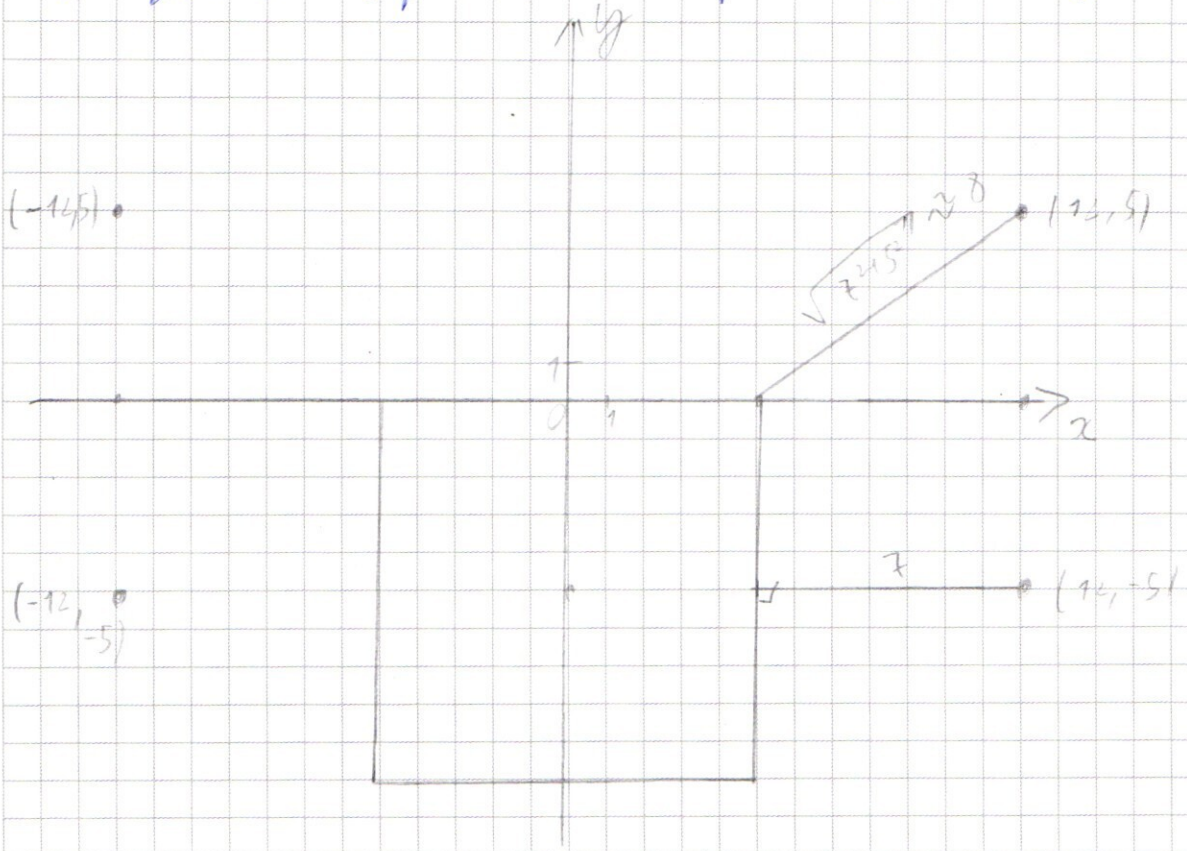
поэтому $y = 14\sqrt{2}$.

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5 продолжение

Второе уравнение задает окружности $R=\sqrt{a}$.
С центрами $(12,5)$, $(-12,-5)$, $(12,-5)$, $(-12,5)$.
~~[illegible]~~. Теперь можно нарисовать общую картинку.



Хотим, что-бы было два решения.

В силу симметрии отн. OX если есть решение справа (справа от ox) будет и решение слева поэтому справа должно быть одно решение) $\sqrt{7^2+5^2}$ см рисунок

Если $R \geq \sqrt{73}$ то верхняя окр

имеет общую переменную и внутри тоже т.к. расстояние от её центра до опорной это 8

№5 продолжение

Если ~~раз~~ $R > 7$, то нижняя окр имеет две точки пересечения с квадратом. А если $R < 7$, то на верхняя не нижняя окр не коснутся квадрата с размером будет 0. Значит единственный вариант $R = 7$

$\sqrt{n} = 7$ $n = 49$

Ответ: 49.

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3 продолжение продолжения.

теперь ~~мы знаем, что~~ мы имеем такую систему:

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x=y \\ y=x^2 \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} y=2x \\ y=4-x. \end{array}\right. \end{cases}$$

случаи: $\begin{cases} x=y, \\ y=2x \end{cases}$ $\begin{cases} x=y \\ y=4-x \end{cases}$

$\begin{cases} y=x^2, \\ y=2x, \end{cases}$ $\begin{cases} y=x^2, \\ y=4-x. \end{cases}$

1) $\begin{cases} x=y \\ y=2x \end{cases}$ $\begin{cases} x=y \\ x=2x \end{cases}$ $\begin{cases} x=y \\ x=0 \end{cases}$ откуда $x=y=0$, ~~Отв~~ не удов ОДЗ.

2) $\begin{cases} x=y \\ y=4-x. \end{cases}$ $\begin{cases} x=y \\ x=4-x \end{cases}$ $\begin{cases} x=y \\ x=2 \end{cases}$ $\begin{cases} x=y=2. \end{cases}$

3) $\begin{cases} y=x^2 \\ y=2x \end{cases}$ $\begin{cases} x^2-2x=0 \\ y=2x \end{cases}$ $x(x-2)=0$ ~~откуда~~ или $x=y=0$ или $x=2, y=4$.
$y=2x$

4) $\begin{cases} y=x^2 \\ y=4-x. \end{cases}$ $\begin{cases} x^2+x-4=0 \\ y=x^2 \end{cases}$ $x=\frac{-1\pm 3}{2}=-2, 1$ не удов ОДЗ.

$x=1, y=1$

ОДЗ: $\begin{cases} x>0 \\ \frac{y}{x^2}>0. \\ x^2-y^4>0 \\ y>0. \end{cases}$

Проверка показывает, что корни. ~~(1,1), (2,4), (2,2) — подходят~~

~~Ответ. (x,y): (1,1), (2,4), (2,2).~~

(1,1) и (2,4) — не подходят.

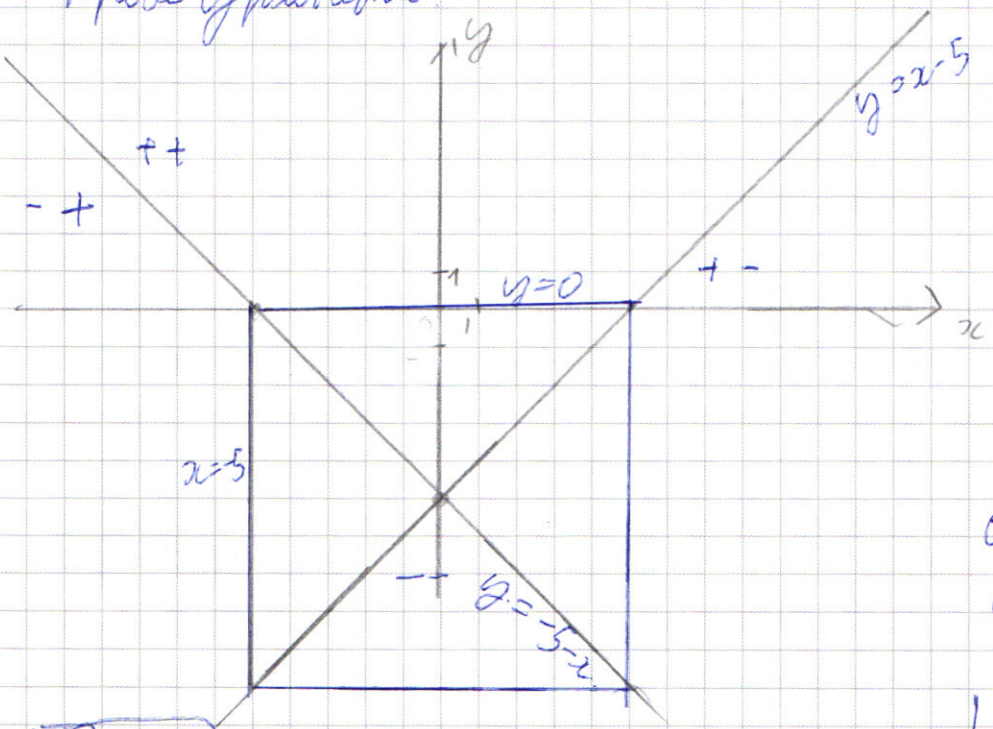
Ответ: ~~(2,2)~~ $x=y=2$.

№5

$$\begin{cases} |x+y+5|+|y-x+5|=10 \\ (|x|-12)^2+(|y|-5)^2=a. \end{cases}$$

а, при-два одно два решения.

первое уравнение



выше прямой $y=-5-x$ первый модуль раскрывается с +, ниже с −

выше прямой $y=x-5$ второй с +

ниже второй с −

$\boxed{\vee \quad \vee}$ 1 знак − знак $|x+y+5|$ второй знак $|y-x+5|$

Если оба с минусом то, $x+y+5+y-x+5=10 \Leftrightarrow y=0$

но это только 1) случай поэтому между прямых (см картинка)

случай 2: − +.

$\cancel{x}-x-\cancel{y}-5+\cancel{y}-x+5=10$ $-2x=10$ $x=-5$ но снова в рамках нашего случая (см рисунок)

дальше в силу симметрии в остальных случаях получаются кривые II нашим и проход через точки $x=5$ и второй $y=-5$ поэтому первое уравнение задает квадрат. (см рисунок) (углы оно кривые т.к. прямые были ⊥ осям коорд и стороны оно равны)

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2 продолжение.

$\sin 2x = \sin(2a + \frac{\pi}{4})$ тогда аргумент, чтобы каждый один совпадают (с точностью до $2\pi n$ $n \in \mathbb{Z}$) либо если они в сумме дают π (с точностью до $2\pi n$ $n \in \mathbb{Z}$)

1)1) $2x = 2a + \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

1)2) $2x + 2a + \frac{\pi}{4} = \pi + 2\pi m$ $m \in \mathbb{Z}$

Откуда $x = \frac{\pi}{20} + \frac{2\pi n}{5}, n \in \mathbb{Z}$ и $x = \frac{3\pi}{4 \cdot 9} + \frac{2\pi m}{9}, m \in \mathbb{Z}$

Тогда итоговый ответ:

Ответ: $x = \frac{\pi}{20} + \frac{2\pi n}{5}, n \in \mathbb{Z}$, $x = \frac{3\pi}{12} + \frac{2\pi m}{9}, m \in \mathbb{Z}$

$x = \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}$

№3.

$$\begin{cases} (x^2y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^2)} \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0 \end{cases}$$

Рассмотрим второе уравнение как

$y^2 - y(x+4) - 2x^2 + 8x = 0$ (квадратное отн. y)

Откуда $y = \frac{x+4 \pm |3x-4|}{2}$ по модулю не знаем т.к. $\pm$ плохо

Откуда $y = 2x$ или $y = 4 - x$.

№3 продолжение

теперь посмотрим на первое уравнение,

$(x^2y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^7)}$

$\frac{1}{x^{2\ln x}\cdot y^{4\ln x}} = \frac{y^{\ln y}}{y^{7\ln x}}$ | $\cdot (y^{4\ln x})$ т.к $\ln u^b = b\cdot\ln u$ (т.к b - целое $\ln y$ - не целое)

$\frac{1}{x^{2\ln x}} = \frac{y^{\ln y}}{y^{3\ln x}}$ $x^{-2\ln x} = y^{\ln y - 3\ln x}$. Возьмем логарифм натуральный

$\cancel{-2\ln x\cdot\ln x}$ $\ln x^{-2\ln x} = \cancel{y^{\ln y}}\ln y^{\ln y - 3\ln x}$

Это можно сделать т.к из изначальных ОДЗ

$x>0$ и $\frac{y}{x^7}>0$ $\frac{y}{x^7}>0$ с учетом того, что $x>0$ $\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow y>0$

поэтому можно взять ln.

теперь по свойствам логарифмов получаем, что

$-2\ln x\cdot\ln x = (\ln y - 3\ln x)\cdot\ln y$. делаем замену

$\ln x = a$ $\ln y = b$

$-2a^2 = (b-3a)\cdot b$ $b^2 - 3ab + 2a^2 = 0$ решаем как квадратное

отн. b.

$b = \frac{3a \pm \sqrt{9a^2 - 8a^2}}{2} = \frac{3a \pm |a|}{2}$ будем тут писать

не влияет (уже писал от этих раньше)

Отсюда $b = 2a$ или $b = a$, возвращаемся к замене

$\ln y = \ln x$ или $\ln y = 2\ln x$

отсюда $x = y$ или $y = x^2$.

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2.

$2\sin 7x(\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2}(\cos 2x + \sin 2x)(\cos 2x - \sin 2x) = 0$

$(\cos 2x - \sin 2x)(2\sin 7x - \sqrt{2}(\cos 2x + \sin 2x)) = 0.$

$2\sin 7x = \sqrt{2}\cos 2x + \sqrt{2}\sin 2x.$

$\sin 7x = \frac{\sqrt{2}}{2}\cos 2x + \frac{\sqrt{2}}{2}\sin 2x.$

$\frac{\sqrt{2}}{2} = \sin\frac{\pi}{4}$, $\frac{\sqrt{2}}{2} = \cos\frac{\pi}{4}.$

$\sin 7x = \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$

$\left[\begin{array}{l} 7x = 2x + \frac{\pi}{4} + 2\pi k \\ 7x + 2x + \frac{\pi}{4} = \pi + 2\pi n. \end{array}\right.$

$y = 2x$ или $y = 4 - x.$

$\left[\begin{array}{l} y = \frac{4 + x + 3x - 4}{2} = 2x \\ y = \frac{4 + x - 3x + 4}{2} = 4 - x. \end{array}\right.$

$\ln x \cdot \ln y = 1.$

$\ln x \ln 2x = 1.$

$\cancel{\ln x + \ln}$

$\ln x(\ln 2 + \ln x) = 1$

t: $\ln 2 \cdot t + t^2 = 1$

$t^2 - \ln 2\, t - 1 = 0$

$t = \ln 2 \pm \sqrt{\ln^2 2}$

$\left(x^2 \cdot (2x)^4\right)^{-\ln x}$

$\frac{1}{x^{2\ln x} \cdot y^{4\ln x}} = \frac{e}{y^{7\ln x}}$

$x^{2\ln x}$: e^2

$y^{3\ln x} = e^3.$

$y^{\ln x} = e.$

$x = \frac{y}{2}.$

$y^{\ln\frac{y}{2}} = e.$

$y^{\ln y - \ln 2} = e$

$\frac{e}{y^{\ln 2}} = e$

$\boxed{y^{\ln 2} = 1}$

$\boxed{x = \frac{1}{2}}$ $\boxed{y = 1}$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

$$\begin{cases} (x^2y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^2)} \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0 \end{cases}$$

$x^{-2\ln x}$ $\begin{cases} x>0 \\ y>0 \end{cases}$

$\cancel{y=}$ $y^2 - y(4+x) - 2x^2 + 8x = 0$. $\frac{1}{x^{2\ln x}}$ $x^{\log_e x} =$

Отсюда $y = \frac{4+x \pm |3x-4|}{2}$

$(x^2y^4)^{-\ln x} = y^{\ln y - \ln x}$

$y^{\frac{1}{\log_y e}}$

$$\begin{cases} y = 2x,\ y = 4-x \\ \frac{4}{x^{2\ln x}\cdot y^{4\ln x}} = \frac{y^{\ln y}}{y^{\ln x^2}} \end{cases}$$

$u^{\log_b a} = a^{\frac{1}{\log_a b}}$

$(x^2y^4)^{b\ln x} = y^{\ln y}$

$y = x-4$

$y = 2x$

$(xy^2)^{12\ln x} = y^{\ln y}$

$x^{\log_e x} =$

$x^{\log_x e} = e$

$\frac{1}{(x^{\ln x})^2 \cdot y} = \frac{y^{\ln y}}{y^{3\ln x}}$

$x^{-2\ln x} = y^{\ln y + 1 - 3\ln x}$

$x^{-2\ln x}\cdot y^{-4\ln x} = y^{\ln y - \ln x^2}$ $\Big| : y^{\cancel{-\ln x}\ -2\ln x}$

$x^{-2\ln x}\cdot y^{3\ln x} = y^{\ln y}$

$y^{3\ln x - \ln y} = x^{2\ln x}$

$\left(\frac{y^3}{x^2}\right)^{\ln x} = y^{\ln y}$

$(3\ln x - \ln y)\underbrace{\ln y}_{b} = 2\underbrace{\ln^2 x}_{a}$

$(3a-b)b = 2a^2$. $2a^2 = 3ab - b^2$.

$2a^2 - 3ab + b^2 = 0$

$a = \frac{3b \pm \sqrt{\ } \cdot b}{4}$

$\boxed{a = b,\ a = \frac{b}{2}}$

$\ln x = \ln y$

$x = y$

или $\ln x = \frac{\ln y}{2}$

$x^2 = y$.

☑ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

$9261 = 1029 \cdot 9 = 343 \cdot 3 \cdot 9 = 49 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 9 = 7^3 \cdot 3 \cdot 9$

Т.к ~~что~~ 7 - простое, и среди чисел от 1 до 9 нету общие чисел :7, то в записи числа должно быть три семёрки. Дальше есть два случая, либо есть 9 и 3 либо 3, 3, 3. (Необходимо, чтобы произведение делилось на 3^3) Все остальные цифры должны быть единицы т.к. ~~(кроме 7 семерок и 1~~ иначе произведение кроме семерок и тройки(или 9 из)

будет: какой другой цифре.

Начнем расставлять цифры.

Случай 1. (три 7, и три 3)

У нас есть 8 позиций, нам в них нужно расставить три семерки и три тройки. Семерки расставить C_8^3 - способов и в оставшиеся пять расставим тройки это C_5^3, поэтому в первом случае $C_8^3 \cdot C_5^3$ - чисел

Случай 2 (три 7, 3 и 9)

Аналогичные рассуждения; семерки: C_8^3, девятка C_5^1 и тройка C_4^1. (Стоит отметить, что тут очевидно все возможные варианты (т.к от порядка в котором ставим ничего не меняется))

Ответ: $C_8^3 \cdot C_5^3 + C_8^3 \cdot C_5^1 \cdot C_4^1$ где $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

№2.

$\cos 9x - \cos 5x \cancel{\sqrt{2}\cos} + \sin 9x + \sin 5x = \sqrt{2}\cos 4x$

$\underbrace{\cos(7x+2x) - \cos(7x-2x)}_{-2\sin 7x \sin 2x} + \underbrace{\sin(7x+2x) + \sin(7x-2x)}_{2\sin 7x \cdot \cos 2x} = \sqrt{2}\cos 4x$

(Получаем воспользовавшись $\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta - \sin\alpha \cdot \sin\beta$

$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta + \sin\beta \cdot \cos\alpha$)

$2\sin 7x \cdot \cos 2x - 2\sin 7x \cdot \sin 2x = \sqrt{2}\cos 4x.$

$\cos 4x = \cos 2 \cdot 2x = \cos^2 2x - \sin^2 2x = (\cos 2x - \sin 2x)(\cos 2x + \sin 2x)$

$2\sin 7x(\cos 2x - \sin 2x) = \sqrt{2}(\cos 2x - \sin 2x)(\cos 2x + \sin 2x)$

$(\cos 2x - \sin 2x)(2\sin 7x - \sqrt{2}(\cos 2x + \sin 2x)) = 0$

Отсюда

$\left[\begin{array}{l} \cos 2x - \sin 2x = 0 \ \cancel{\Leftrightarrow} \ 1). \\ 2\sin 7x - \sqrt{2}(\cos 2x + \sin 2x) = 0 \ 2). \end{array}\right.$

1) $\cos 2x - \sin 2x = 0 \ | : \frac{\sqrt{2}}{2}.$

$\cos\frac{\pi}{4} \cdot \cos 2x - \sin\frac{\pi}{4} \cdot \sin 2x = 0 \quad \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$

Отсюда: $2x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$

$x = \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}, \ k \in \mathbb{Z}$

2) $2\sin 7x = \sqrt{2}\cos 2x + \sqrt{2}\sin 2x \ | \cdot \frac{1}{2}.$

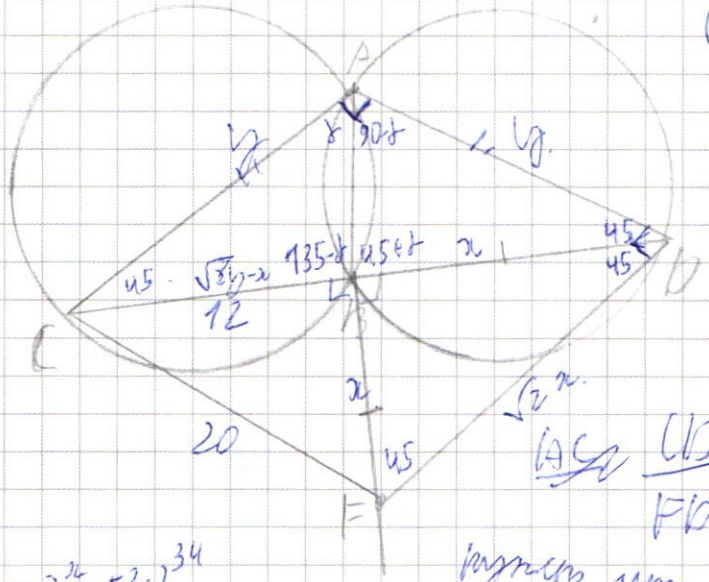
$\sin\frac{\pi}{4} = \cos\frac{\pi}{4}$

$\sin 7x = \frac{\sqrt{2}}{2}\cos 2x + \frac{\sqrt{2}}{2}\sin 2x.$

$\sin 7x = \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



CF – радиус = 10.

$AB = 10\sqrt{2}$

~~ABCF – вписанный~~

Прямая $AB \perp CD$ – ?

$\frac{CD}{FD} = \frac{AC}{BD} =$

Видно, что – обр. $CB \cdot BD = AB^2$

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3\cdot 2^{3x} \\ y \leq 76 + 2(2^{32x} - 1)x \end{cases}$$

$CF^2 = (\sqrt{2}y - x)^2 + x^2 = 2y^2 + x^2 - 2\sqrt{2}xy + x^2$

$CF^2 = 2y^2 + 2x^2 - \cancel{2\sqrt{2}y}\ 2\cdot\sqrt{2}\cdot xy$

$$\begin{cases} 200 = y^2 + (\sqrt{2}y - x)^2 - 2y\cdot(\sqrt{2}y - x)\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} \\ 200 = y^2 + x^2 - 2xy\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

$200 = y^2 + 2y^2 - 2\sqrt{2}xy + x^2 - \sqrt{2}y(\sqrt{2}y - x)$

$200 = y^2 + x^2 - 2xy\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}$

$200 = y^2 + 2y^2 - 2\sqrt{2}xy + x^2 - 2y^2 + \sqrt{2}xy$

$16\sqrt{2} + \sqrt{256\cdot 2} = 224$

$20^2 + 12^2 = 32\cdot x = 64\cdot 4 = 256$

$256 \cdot 2 = 512$

$512 + 256 = 768$

$$\begin{cases} 200 = y^2 + xy^2 + x^2 - 2\sqrt{2}xy - \sqrt{2}y(\sqrt{2}y - x) \\ 200 = y^2 + x^2 - \sqrt{2}xy. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 200 = 3y^2 + x^2 - 2\sqrt{2}xy - xy^2 + \sqrt{2}xy \\ 200 = y^2 + x^2 - \sqrt{2}xy \end{cases}$$

$$\begin{cases} 200 = y^2 + x^2 - \sqrt{2}xy \end{cases}$$

нас интер CK

$CF^2 = (\sqrt{2}y - x)^2 + x^2$

$CF^2 = 2y^2 - 2\sqrt{2}xy + 2x^2.$

$CF^2 = 200 \cdot 2 \quad CF = \sqrt{400} = 20.$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$x = \frac{1}{2}$ $y = 1$.

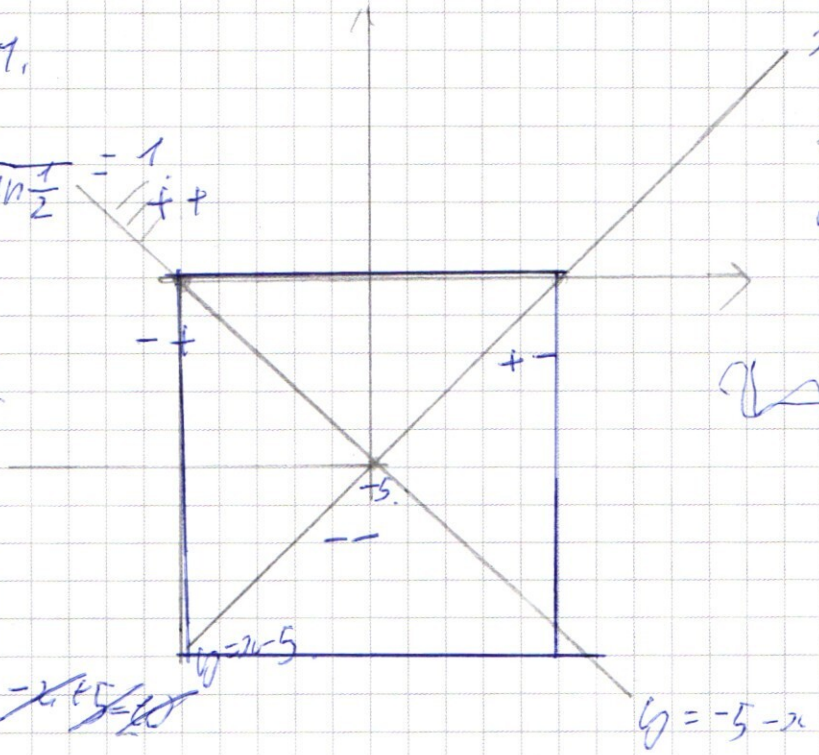
$\frac{1}{\left(\frac{1}{4}\right)^{\ln\frac{1}{2}}} = 1$

$\frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^{2\ln\frac{1}{2}}} = 1$.

$x+y+5=0$

$x-y=-5-x$

$y=2x-5$



49
$+25$

$2y=0$

$\cancel{x}+y+\cancel{5}+y-\cancel{x}+\cancel{5}=\cancel{10}$

$2y=0$.

$-2-\cancel{y}-5+\cancel{y}-x+5=10$.

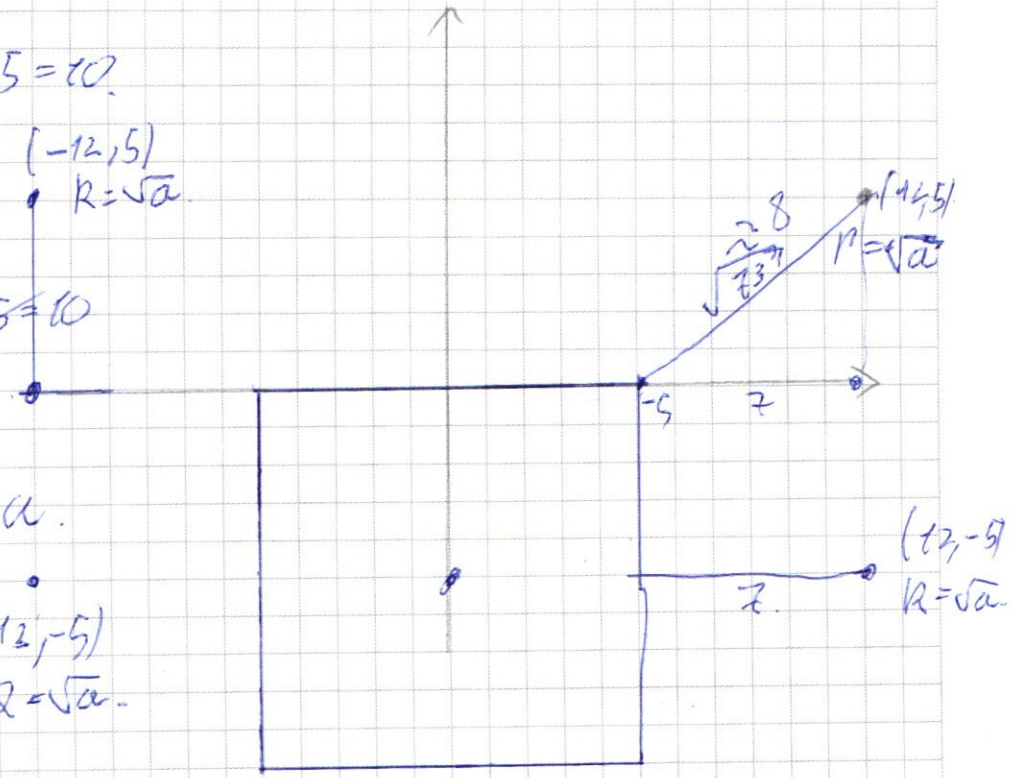
$-2x=10$

$x=-5$

$-x-\cancel{y}-\cancel{5}+\cancel{y}-x+\cancel{5}=10$

$x=-5$

$(x+12)^2+(y-5)^2=a$.



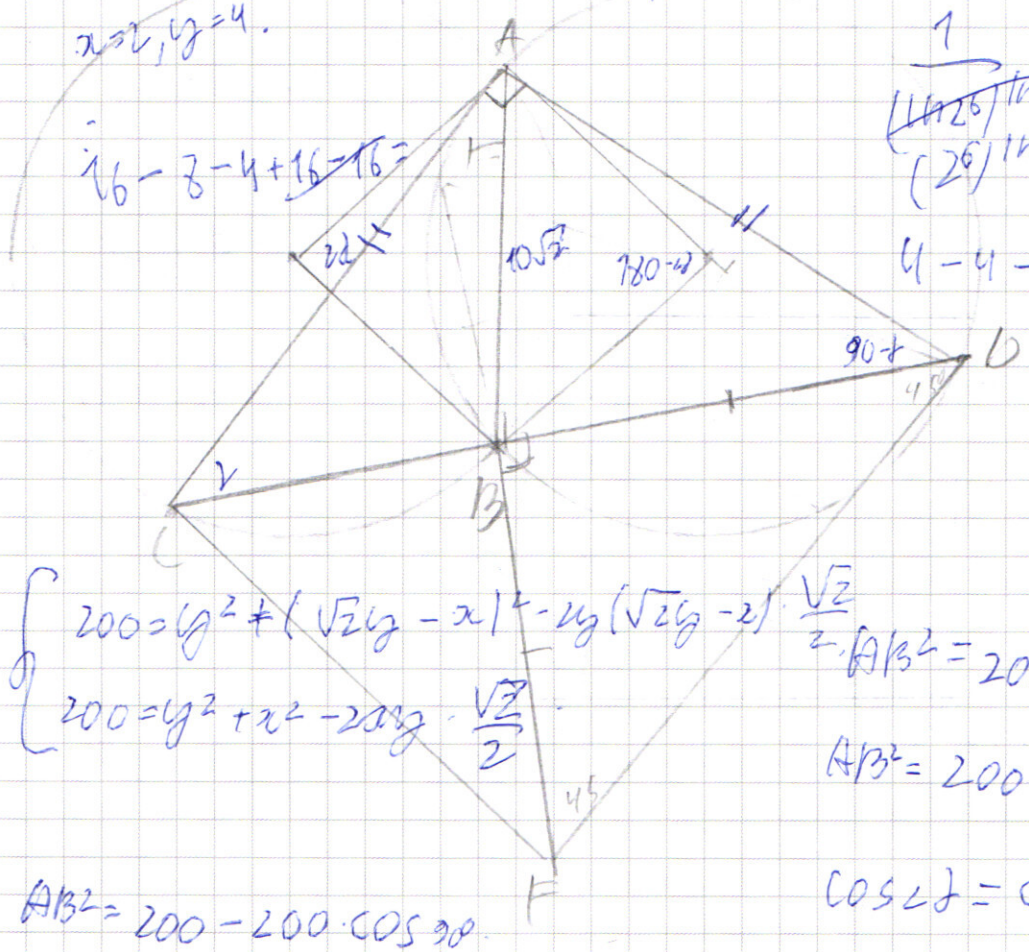
$\sin 7x \cdot \cos 10x + \cancel{\cos 7x \sin 2x} + \sin 7x \cos 4x -$

$- \cancel{\sin 4x \cdot \cos 7x}$

$(2^2 \cdot 2^4)^{-\ln 2} = 2^{\ln\left(\frac{1}{26}\right)}$.

$x=2, y=4$.

$16 - 8 - 4 + \cancel{16} - \cancel{16} =$



$\frac{1}{\cancel{(\ln 26)^{\ln 2}}}$

$(26)^{\ln 2}$

$4 - 4 - 8 + 16 - 8$

CF

$R = 10$.

$$\begin{cases} 200 = y^2 + (\sqrt{2}y - x)^2 - 2y(\sqrt{2}y - x)\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} \\ 200 = y^2 + x^2 - 2xy\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

$AB^2 = 200 - 200\cos 2\alpha$

$AB^2 = 200 - 200\cos(180 - 2\alpha)$

$\cos 2\alpha = \cos(180 - 2\alpha)$.

$2\alpha = 180 - 2\alpha + 2\pi k$

$2\alpha = -180 + 2\alpha + 2\pi k$.

$2\alpha = 180$

$\boxed{\alpha = 45}$

$AB^2 = 200 - 200\cdot\cos 90$

$AB = 10\sqrt{2}$

$\cancel{2\cdot 129}$

$-\frac{1029}{9}\Big|\frac{3}{343}$

$-\frac{9261}{9}\Big|\frac{9}{\cancel{129}}$ $1029\cdot 9$

$\frac{\cancel{248}2}{18}$

81

$\cancel{129}\Big|\frac{3}{43}$

$343 = 7^3$

$-\frac{343}{28}\Big|\frac{7}{49}$

63

$\cos 7x \cdot \cancel{5x}$

$\cos 4x - \sin 7x \cdot \sin 4x$

$-\cos 7x \cdot \cos 4x - \sin$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Кол-во всевозможных чисел произведение цифр $\cdot 9261$

$9261 : 7 = 1323$

$1323 : 7 = 441$

$441 : 7 = 63$

$63 = 9 \cdot 7$

$63 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 7$

Произведение: $9 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 7$.

Мов трои тройки, мов одна 9 и тройки.

1) три тройки

$C_8^3 \cdot C_5^3$

2) девять и три.

$C_8^1 \cdot C_7^1 \cdot C_6^3$

$\alpha + \beta = 9x$

$\alpha - \beta = 5x$

$\alpha = 7x$.

$\cos 2x + \sin 9x + \sin 5x - \cos 5x - \sqrt{2}\cos 4x = 0$.

$\alpha + \beta = 9x \quad \alpha - \beta = 5x$ $\quad \cancel{\sin\alpha +}$ $\sin(\alpha+\beta) + \sin(\alpha-\beta) =$

$\alpha = 7x \quad \beta = 2x$. $\quad = 2\cos\beta \cdot \sin\alpha$

$2\cos 2x \cdot \sin 7x - 2\cos \sin 7x \cdot \sin 2x - \sqrt{2}\cos 4x = 0$.

$\sin 7x(2\cos 2x - 2\sin 2x) - \sqrt{2}\cos 4x = 0$.

$\cos 4x = \cos^2 2x - \sin^2 2x$.

$\cancel{x^2 y}\ \frac{1}{(x^2 y^4)^{\ln x}} = y^{\ln y - \ln x^7}$. $y = 4 + x \pm \sqrt{}$

$y^2 - y(4+x) - 2x^2 + 8x = 0$

$\frac{1}{(x^2 y^4)^{\ln x}} = \frac{e}{y^{\ln x^7}}$. $y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0$.

$\frac{1}{e^2 \cdot y^{4\ln x}} = \frac{e}{y^{\ln x^7}}$ $(y-2)^2 - 4 - 2((x-2)^2 - 4) - xy = 0$.

$\cancel{y}\ \frac{e^3}{y^{7\ln x}} = \frac{1}{y^{4\ln x}}$. $\frac{1}{x^{4\ln x} \cdot y^{4\ln x}} = y^{\ln y - \ln x^7}$.

$e^3 \cdot y^{4\ln x} = y^{7\ln x}$. $\frac{1}{e^2 \cdot y^{4\ln x}} = \frac{e}{y^{\ln x^7}}$.

$e^3 = y^{3\ln x}$.

$\boxed{y^{\ln x} = e}$ $e^3 = y^{\ln x^7 - 4\ln x}$

$e^3 = y^{3\ln x}$ $y^{\ln x} = e$. $y^{\frac{1}{\ln x}}$ или $\ln x = 0$, $x = 1$

$\boxed{\cancel{y = \frac{1}{x}}}$ $\boxed{\ln y \cdot \ln x = 1.}$

$y = \cancel{e^{\frac{1}{\ln x}}}$.

$y = \cancel{\frac{1}{e^{\ln x}}} = x$.

$\left(\frac{x^2}{x^4}\right)^{-\ln x} = \frac{1}{x^{\ln(1/x^2)}}$. $y = e^{\frac{1}{\ln x}}$.

$x^{2\ln x} = \frac{1}{x^{-\ln x^2}}$. $D = \cancel{y} = \sqrt{16 + x^2 + 8x + 8x^2 - 32x}$.

$9x^2 - 24x + 16$.

$3 \cdot 8$

$\cancel{x^{2\ln x}} = x^{\ln x^2}$. $D = (3x - 4)^2$.

$y = \frac{4 + 2 \pm \cancel{\sqrt{}}\ (3x-4)}{2}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)