

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 7

ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в р:
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 9261. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^7)}, \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 16.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 5| + |y - x + 5| = 10, \\ (|x| - 12)^2 + (|y| - 5)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 10 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
- б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 12$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

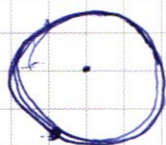
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34}$$

$$y < 76 + 2(2^{32} - 1)x.$$

$$|x+y+5| + |y-x+5| = 10$$

$$(|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = 2.$$



$$2^x + 3 \cdot 2^x + 3 \cdot 2^{34-x}$$

$$|x+y+5| + |y-x+5| = 10.$$

$$= 2^x(4) + 3 \cdot 2^{34-x} = 2^{x+2} + 3 \cdot 2^{34-x}.$$

$$2^x + 3 \cdot 2^{34} < 76 + 2(2^{32} - 1)x.$$

$$2^x + 3 \cdot 2^{34} - 76 - 2^{33} \cdot x + 2x < 0 \quad (|x+y+5| + |-x+5| = 10)$$

$$2^{32} \cdot 19.$$

$$76 \overline{) 2}$$

$$2^x - 2^{33} \cdot x + 2x + 3 \cdot 2^{34} - 76 < 0.$$



$$35 \overline{) 38} \begin{array}{r} 12 \\ 18 \end{array}$$

$$2^x - 2^{33} \cdot x + 2x + 3 \cdot 2^{34} - 76 < 0.$$

$$2^{33} - 2^{33} \cdot 33 + 66 + 3 \cdot 2^{34} - 76$$

$$- 2^{33} - 32 + 6 \cdot 2^{33}$$

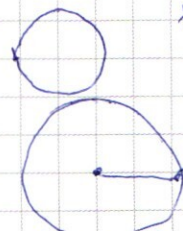
$$x-5$$

$$2^{100} - 2^{33} \cdot 100 + 66$$

$$2^2 + 0 = 2^2$$

$$25 + \begin{array}{r} \times 12 \\ 12 \\ \hline 124 \\ + 144 \\ \hline 25 \\ \hline 169 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 13 \\ 13 \\ \hline 39 \\ \hline 13 \end{array}$$

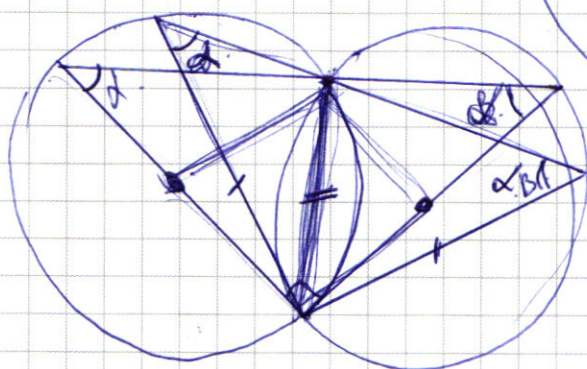
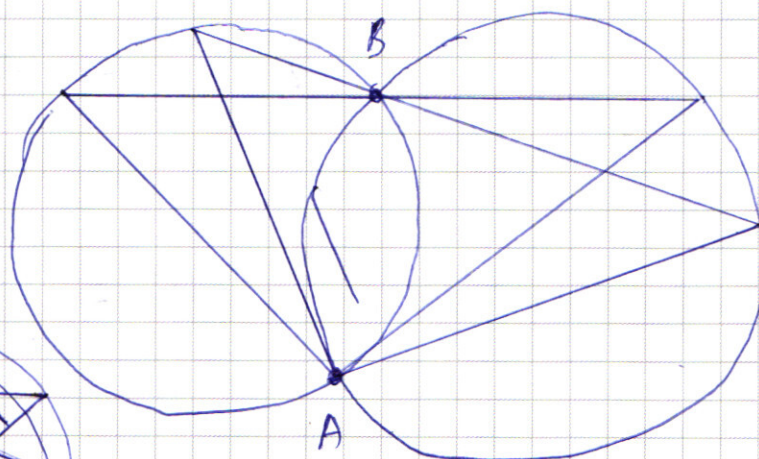
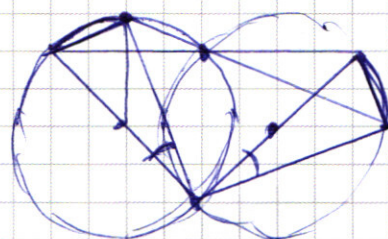
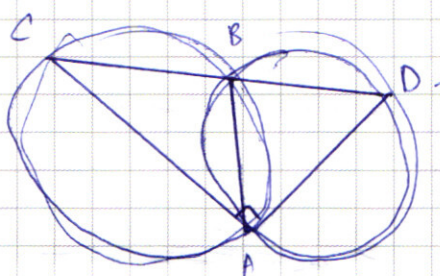
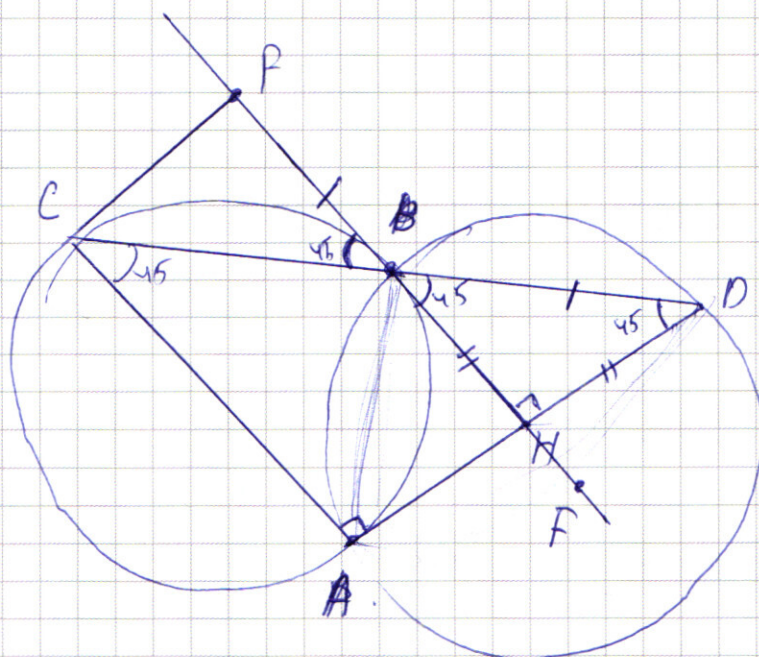


$$x^2 + y^2 = 1$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 2+2 \\ \hline 8 \end{array}$$

$$|x-5| + |-x-5|$$

$$10 +$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

теперь для выбора. 1, 1, 1, 3, 3, 7, 7, 7.

Выберем места для 3-ех семерок.

$\frac{C_8^3}{2 \cdot 3}$ потом для трех 1-ых $\frac{C_5^3}{2 \cdot 3}$ и теперь выберем

место для тройки $C_2^1 \Rightarrow$ девятка выбирается
автоматически (место для неё).

$\Rightarrow$ Ответ $\frac{C_8^3 \cdot C_5^3}{2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{C_8^3 \cdot C_5^3 \cdot C_2^1}{2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3}$

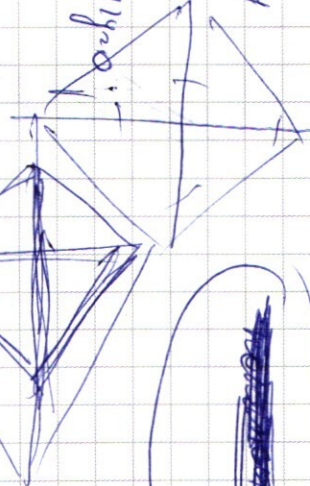
$= \frac{8!}{5! \cdot 3!} \cdot \frac{5!}{3! \cdot 2!} + \frac{8!}{5! \cdot 3!} \cdot \frac{5!}{3! \cdot 2!} \cdot 2$

$\frac{10}{10} = 1$

$\frac{10}{10} = 1$

$\left(\frac{y}{x} \right)^5 = \frac{y^5}{x^5}$

$x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 11y + 2 = 0$



$2^6 + 3 \cdot 2^{34}$

$76 + 2^{32} - 2 \cdot 6$

$2^6 \cdot (3 \cdot 2 + 1) = 2^6 + 2^{33} - 12$

~~большая девятка~~

$2^6 + 2^{33}$

$2^6 \cdot 2^{27}$

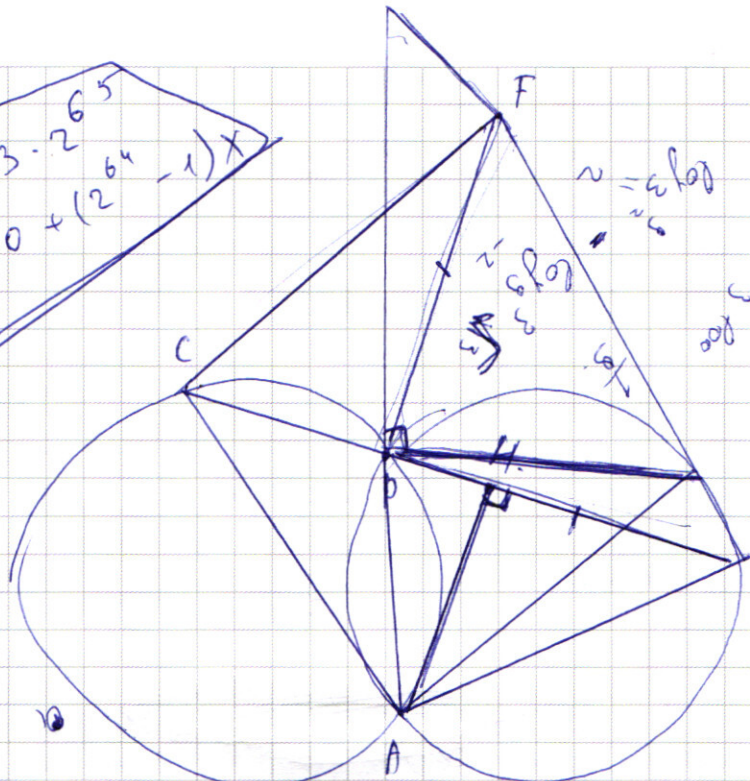
$10^2 + 10^2 = 200$

$2 \cdot 105$

$$y > 2^x + 3 \cdot 2^{6^5}$$

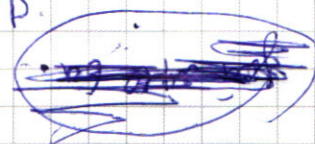
$$y \leq 70 + (2^{6^4} - 1)x$$

$$(y+x-y)/(y-x) = y^2 + xy$$



$$\frac{BD}{AD} = \frac{PD}{CD} = \frac{EK}{CG}$$

$$\frac{HA}{BD} = \frac{KD}{BP} = \frac{AD}{FD}$$



$$f(y)$$

$$\left(\frac{y^5}{x}\right)^{5x}$$

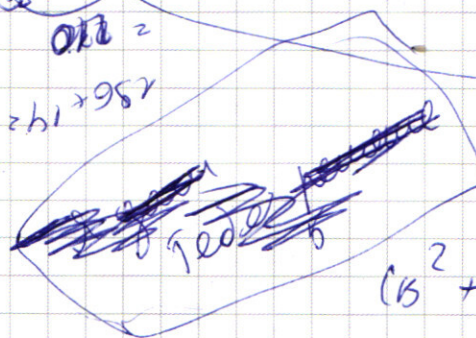
$$y^2 / g(xy)$$

$$(x-y)/(x-3y)$$

~~... ..~~

$$0.3 \cdot 0.2$$

$$156 \cdot 142$$



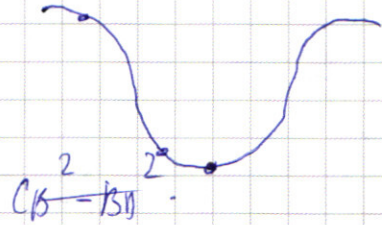
$$CB^2 + BD^2$$

$$CB^2 + BA^2 + \cos CB \cdot BA \cdot d =$$

$$= BD^2 + BA^2 + \cos BD \cdot BA \cdot l$$

$$x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0$$

$$\frac{961}{52^4}$$



$$\frac{952}{h \cdot h \cdot 0.9h}$$

$$BD^2 - CB^2 + 4 \cos \alpha \cdot BA \cdot (BD - CB) = 0$$

$$(BD + CB) \cdot 4 \cos \alpha \cdot BA \cdot (BD - CB) = 0$$

$$(BD + CB) \cdot$$

~~... ..~~

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

[illegible]

3.1
C₃

$$\cos 8x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0.$$

$$\cos(4x+5x) = \cos 4x \cos 5x - \sin 4x \sin 5x.$$

$$\cos 4x \cos 5x + \sin 4x \sin 5x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 5x \cos 4x + \sin 4x \cos 5x + \sin 5x = 0.$$

$$\cos 4x = 1 - 2 \sin^2 2x \quad \sqrt{1 + 2 \sin 2x \cos 2x}.$$

$$\cos 5x (\cos 4x - 1 + \sin 4x) - \sin 5x (\sin 4x - \cos 4x)$$

~~scribbled out~~
C₃

COS 30

$$\cos 4x + \cos 5x = \cos 4x \cos 5x - \sin 4x$$

$$\sin 2x \cos 2x.$$

$$\cos 4x \cos 5x - \sin 4x \sin 5x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 5x \cos 4x + \sin 4x \cos 5x = 0.$$

C₃

$$\cos 4x \cos 5x - \sin 4x \sin 5x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 5x \cos 4x + \sin 4x \cos 5x = 0.$$

$$\cos 5x (\cos 4x - 1 + \sin 4x) - \sin 5x (\sin 4x - 1 - \cos 4x).$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot x = \frac{2}{2} = 1.$$

$$\cos 8x (\sin 4x - 1) - \sin 5x (\sin 4x - 1) =$$

$$= (\cos 5x - \sin 5x) / (\sin 4x - 1) + \cos 5x \cos 4x + \sin 5x \cos 4x - \sqrt{2} \cos 4x$$

$$\sin x + \cos x = \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2} \quad \cos 4x (\cos 5x + \sin 5x - \sqrt{2})$$

$$\sin \frac{x+y}{2} \quad \sin 4x \cdot \cos 0 \quad 2\sqrt{2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$(16x^8)^{\log \frac{x^4}{256}} = 16.$$

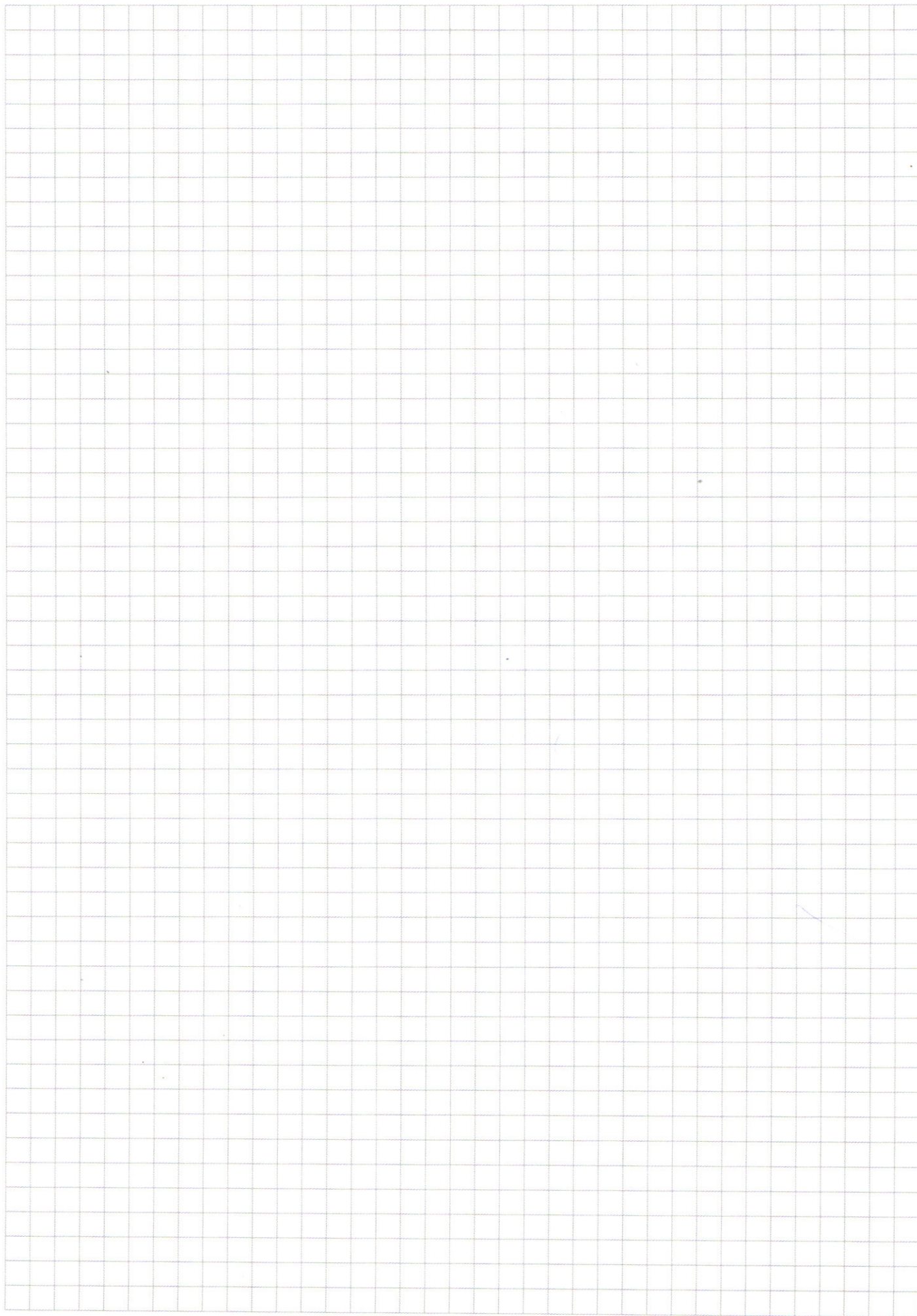
$$(16x^8)^{\log \frac{x^4}{256}}$$

если $y + x = 4$, то $x > 0$ и $y > 0$ то если $x = y^2$.

$$\frac{2}{2^6 - \log 2} = \frac{\log e (\frac{1}{26})}{2}$$

$$\frac{2}{2^6 - \log e^2} = \frac{2^6 \log e \frac{1}{2}}{2}$$

$$-\log e^2 = \log e \frac{1}{2}$$



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

29.

Рассмотрим действительных чисел 3261, которые не больше 9. (и.к. устроит имеет max значение 9)

$$8261 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ всего есть 4 делителя у числа $8261 \leq 9$

2mo 1 3 7 9.

$$\begin{array}{r} -1079 \\ 9 \\ -12 \\ 12 \\ -9 \\ 9 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 13 \\ \hline 343 \end{array}$$

$$343 = 7^3$$

$$\begin{array}{r} 9261 \\ - 5 \\ \hline 26 \\ - 24 \\ \hline 21 \\ - 21 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3087 \overline{) 3} \\ \underline{3} \\ 0 \\ \underline{0} \\ 0 \\ \underline{0} \\ 0 \end{array}$$

Теперь определим набор из 8 чисел ~~какие~~ произведе-
дение которых равно 9261.

$1, 1, 3, 3, 3, 7, 7, 7 \mid 1, 1, 1, 3, 9, 7, 7, 7$

13 селерки обзортелва
договорът

3.3.8 можно предста-
вить как 1.3.9.

в 1 сутки. Выбираем сколько 3 места по 7

C_8^3 поставим 3 лесты под 3 C_5^3 единицы расставятся

автоматически: однофазное по нулю

$\frac{2 \cdot 5}{2 \cdot 8}$	$m.k.$	$\frac{7 \text{ фазы} + 3 \text{ кн}}{m.k. \text{ пересчетовки}}$
-------------------------------	--------	---

~~первое 3-е равновероятны и потому должны учитываться
1 раз а не 6. $\Rightarrow$ для первого варианта кол-во таких
чисел $\frac{6!}{2! \cdot 3! \cdot 2! \cdot 2!}$~~

теперь для набора 1, 1, 1, 3, 9, 7, 7, 7 выберем место для
 3-ей семерки: $\frac{C_8^3}{2 \cdot 3}$ потом для 3-ей 1-цы $\frac{C_5^3}{2 \cdot 3}$ и
 теперь выберем место для 3-ки $C_2^1 \Rightarrow$ место для 9.
 выбирается автоматически.
 $\Rightarrow \frac{C_8^3 \cdot C_5^3}{2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{C_8^3 \cdot C_5^3 \cdot C_2^1}{2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3}$

В первом случае количество таких чисел.

$$C_8^3 \cdot C_5^3 = \frac{8!}{3!5!} \cdot \frac{5!}{3!2!} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2} = 5 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 8 = 560.$$

Теперь для набора 1, 1, 1, 5, 9, 7, 7, 7 выберем место для
 3-ей семерки C_8^3 потом для 3-ей 1-цы C_5^3
 и теперь выберем место для 3-ки $C_2^1 \Rightarrow$

$$\begin{aligned}
 \Rightarrow C_8^3 \cdot C_5^3 \cdot C_2^1 &= C_8^3 \cdot C_5^3 \cdot \frac{2!}{1!1!} = C_8^3 \cdot C_5^3 \cdot 2 = 560 \cdot 2 = \\
 &= 1120
 \end{aligned}$$

Ответ: $560 + 1120 = \underline{1680}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

25.

$$\begin{cases} |x+y+5| + |y-x+5| = 10 \\ (|x|-2)^2 + (|y|-5)^2 = 0 \end{cases}$$

$$|x+y+5| \rightarrow x+y+5 \geq 0 \quad y-x+5 \geq 0$$

$$x+y+5 + y-x+5 = 10 \quad 2y+10 = 10 \Rightarrow y=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x+5 \geq 0 \quad -x+5 \geq 0$$

$$x \geq -5 \quad x \leq 5 \Rightarrow x \in [-5; 5]. \quad y=0.$$

$$|x+y+5| \geq 0 \quad y-x+5 \leq 0$$

$$x+y+5 - y-x+5 = 10$$

$$2x = 10 \quad x = 5 \Rightarrow \begin{cases} x+y+5 \geq 0 & y \geq -10 \\ y-x+5 \leq 0 & y \leq 0 \end{cases}$$

$$x \in \{5\} \quad y \in [-10; 0].$$

$$x+y+5 \leq 0 \quad y-x+5 \geq 0 \Rightarrow -x-y-5+y-x+5 = 10$$

$$-2x = 10 \quad x = -5$$

$$-5+y+5 \leq 0 \quad y \leq 0 \quad y+5+5 \geq 0 \quad y \geq -10 \Rightarrow$$

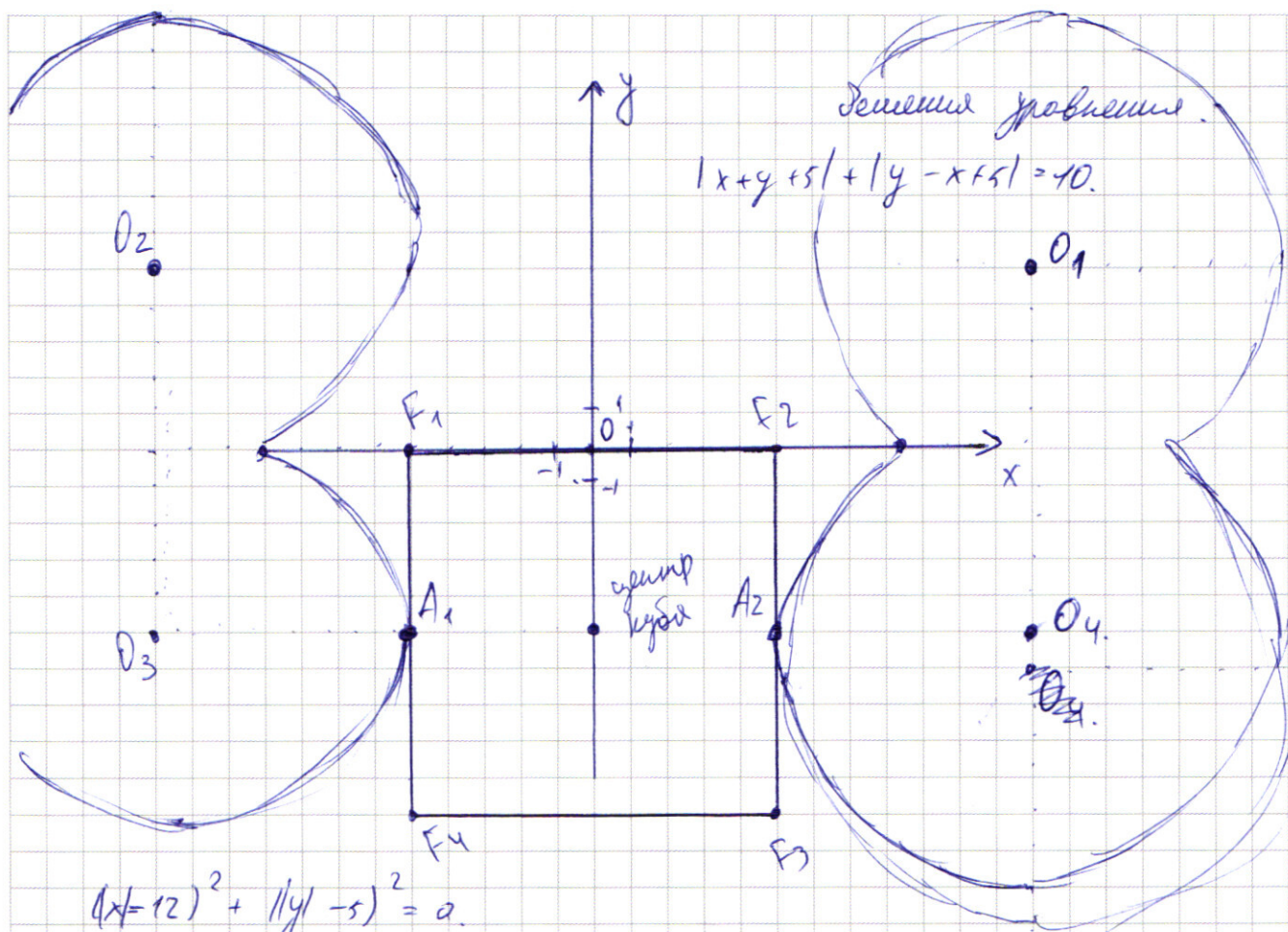
$$\Rightarrow y \in [-10; 0].$$

$$x+y+5 < 0 \quad y-x+5 < 0$$

$$-x-y-5 - y-x+5 = 10$$

$$-2y - 10 = 10 \quad y = -10 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x-10+5 < 0 \Rightarrow x < 5 \\ -10-x+5 < 0 \Rightarrow x > -5 \end{cases} \Rightarrow x \in (-5; 5)$$



$$(x-12)^2 + (y-5)^2 = a.$$

$x > 0, y > 0$ $(x-12)^2 + (y-5)^2 = a$ - уравнение ок-ты с центром в точке $O_1(12; 5)$ и $r = 5a$.

решения. ~~ок~~ ~~то~~ находится в 1 четверти.

$$x < 0, y > 0$$

$(-x-12)^2 = (x+12)^2 \Rightarrow (x+12)^2 + (y-5)^2 = a$ - уравнение окр с центром в точке $(-12; 5)$ O_2 и $r = 5a$.

$$x < 0, y < 0 \Rightarrow (x+12)^2 + (y+5)^2 = a \Rightarrow O_3 \text{ центр } (-12; -5) \quad r = 5a$$

$$x > 0, y < 0 \Rightarrow (x-12)^2 + (y+5)^2 = a \Rightarrow O_4 \text{ центр } (12; -5) \quad r = 5a.$$

Тогда. пусть $a = 7^2 = 49$. тогда. приблизительно отметим. точки удовлетворяющие решению на графике.

В таком случае окр с ц. в O_3 и O_4 имеют по 1 точку.

соприкосновения с $|x+y+5| + |y-x+5| = 10$ (графиком) а

O_2 и O_1 не имеют $\Rightarrow$ первое возможное a это 49.

если $a > 49$ тогда. т.к. центр квадр. $(0; -5)$ лежит на $y = -5$ так же как и O_3 и O_4 то окр. из этих центров.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

которые пересекают $F_1 F_2$ они пересекают и $F_3 F_4 \Rightarrow$
 $\Rightarrow$ т.к. O_3 и O_4 расположены на расстоянии 12
от у. куба (важно что на одной и той же расстоянии,
то если $F_1 F_2$ пересекается окр с ~~у~~ с центром
 O_3 то она будет так же пересекаться окр. с центром
 $O_4 \Rightarrow$ будет 4 точки. если $\varnothing$ окр с у. $O_3 \cap F_1 F_2 \neq$
 $\neq$ окр с у. $O_4 \cap F_1 F_2$ и 2 если равны $\Rightarrow$
если окр с у. O_3 пересекает $F_1 F_2$ в $(0,0)$ то
окр с у. O_4 пересекает $F_1 F_2$ в той же точке и
 $\Rightarrow$ они в одной и той же точке. $(0, -10)$ пересекают
 $F_4 F_3 \Rightarrow$ еще 1 $R = O_3 O$ (где O - начало координат).
 $\Rightarrow O_3 O = \sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{169} = 13 \Rightarrow R = 13 \Rightarrow a = 13^2 =$
 $= 169.$

если окр с у. O_3 не пересекает $F_1 F_2$ то она не пересекает
 $F_4 F_3$ и так же с окр. с у. в точке O_4 .
(окр с у. в т. O_2 и O_1 никогда не имеют общих точек
с ~~у~~ кубом т.к. пересечения окр O_2 и O_3 будем
считать окружностью O_3 и аналогично с O_1, O_4) $\Rightarrow$
 $\Rightarrow$ если $O_3 \nsubseteq F_1 F_2$ то $O_4 \nsubseteq F_1 F_4$ окр O_3 пересекает $F_1 F_4$,
то окр O_4 пересекает $F_2 F_3 \Rightarrow$ т.к. точек должно быть 2
окр. касается $F_1 F_4$ и $a = 169$ уже известно.
если окр с у. O_3 не пересекает $F_1 F_2$ то она и не пересекает $F_2 F_3$

мк. $F_1 F_2 \wedge F_2 F_3 = F_2 \Rightarrow$ два а только 2 значения. $a = 49$ $a = 169$.

Ответ: 49; 169.

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(yx^2)} & 23. \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0. \end{cases}$$

$$y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0.$$

Это равно. $(y+x-4)(y-2x) =$
 $= y^2 + xy - 4y - 2xy - 2x^2 + 8x =$
 $= y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y. \Rightarrow$

$$\Rightarrow (y+x-4)(y-2x) = 0.$$

1) $y+x=4$ 2) $y=2x$.

если $y=2x$. то. $(x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(\frac{y}{x^2})}$

будем $(x^2 \cdot 16x^4)^{-\ln x} = 2x^{\ln(\frac{2}{x^6})}$

$$(16x^8)^{-\ln x} = (2x)^{\ln(\frac{2}{x^6})}$$

$$(16x^8)^{-\ln x} = (256x^8)^{\ln(\frac{2}{x^6})} \quad \text{то есть} \quad (256x^8)^{\ln \frac{256}{x^{48}}}$$

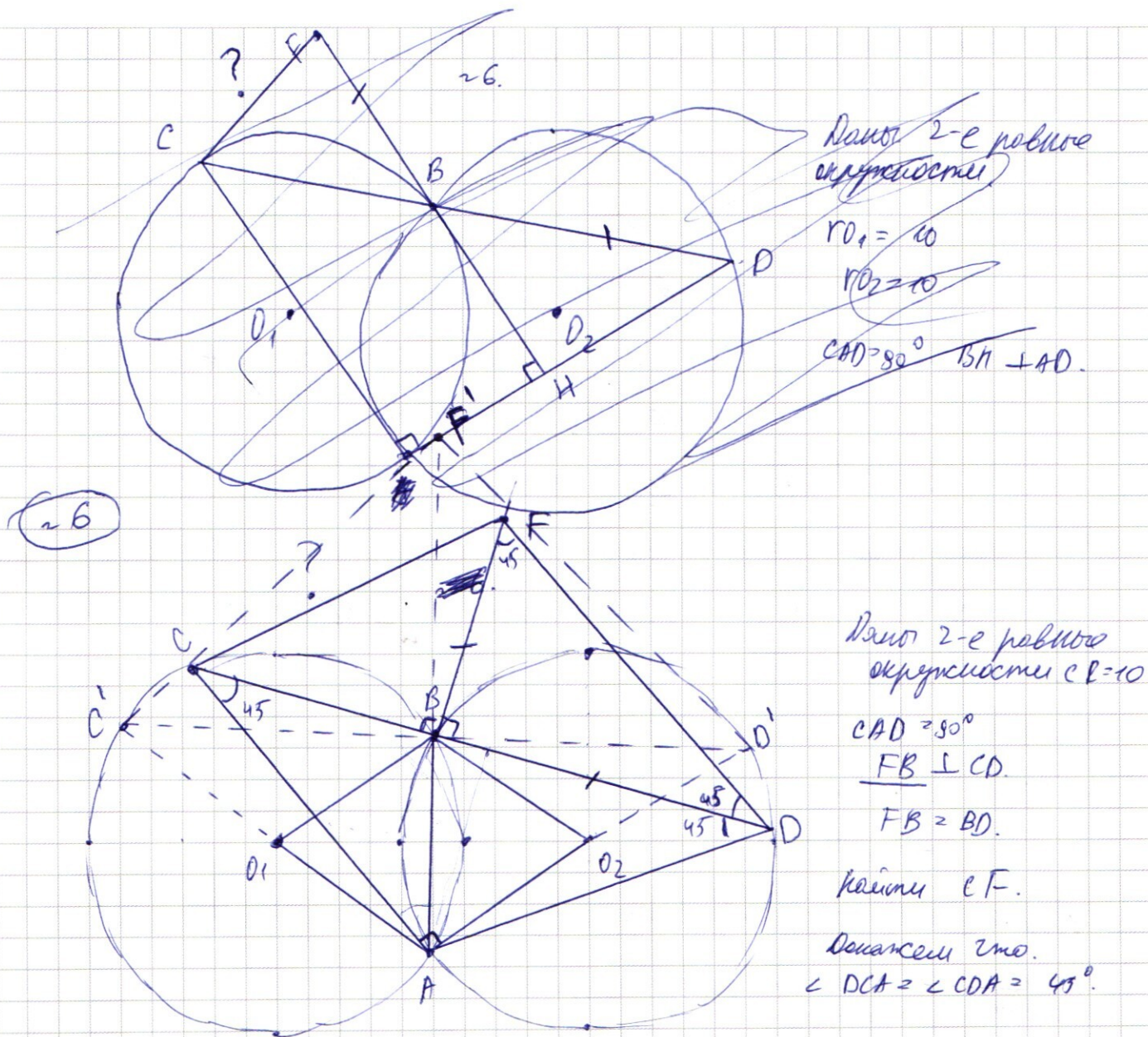
$$16x^8 \left(16x^8 \right)^{\frac{-\ln x}{\ln \frac{256}{x^{48}}}} = 256x^8$$

$$16x^8 - \log_{\frac{256}{x^{48}}} x = 256x^8 \cdot \frac{1}{16x^8} = \frac{256}{16} = \frac{2^8}{2^4} = 2^4 = 16$$

$$16x^8 - \log_{\frac{256}{x^{48}}} x = 16.$$

$$16x^8 - \log_{\frac{256}{x^{48}}} x = 16.$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Рассмотрим $\triangle O_1BA$ и $\triangle BO_2A$. $O_1B = O_1A = R = BO_2 = O_2A$ и BA — общая
значит $\triangle O_1BA = \triangle BO_2A$ по 3-ем сторонам

$$\angle CBA = \angle B \hat{A} = \frac{1}{2} \angle BO_1A \text{ аналогично } \angle BDA = \frac{1}{2} \angle BO_2A, \text{ и}$$

$$\angle BO_1A = \angle BO_2A \Rightarrow \angle BCA = \angle BDA \Rightarrow \text{т.к. } \angle CAD = 90^\circ$$

$$\text{то } \angle BCA = \frac{180-90}{2} = 45^\circ \Rightarrow \triangle CAD - \text{п/б}$$

В $\triangle FBD$ заметим что. $FB = BD \Rightarrow$ т.к. п/б $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \angle BFD = \angle FDB = 45^\circ \Rightarrow \triangle CDA \sim \triangle FBD \text{ по 2-м углам.}$$

Рассмотрим случай когда $CD \parallel O_1O_2$
(такие точки помечены 1 то есть $C' D'$ и F')

В этом случае $C'B = BD'$

т.к. AC' проходит через O_1 и BD' проходит через $O_2 \Rightarrow$

$AC' = AD' = 10$. AB - общее $\Rightarrow \Delta AC'B = \Delta AD'B \Rightarrow BD' = C'B$

значит $BD' = BF'$ по условию $\Rightarrow BF' = C'B$

по Т. Пифагора. $C'D'^2 = AC'^2 + AD'^2 = 10^2 + 10^2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow C'D' = \sqrt{200} = 10\sqrt{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow C'B = \frac{1}{2} C'D' = 5\sqrt{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{по Т. Пифагора. } C'F'^2 = C'B^2 + BF'^2 = (5\sqrt{2})^2 + (5\sqrt{2})^2 = 100 + 100 = 200 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow C'F' = \sqrt{200} = 10\sqrt{2}. \text{ для этого случая } CF = 10.$$

покажем что при любом положении CD . $CF = 10$.

$CF^2 = CB^2 + BF^2$ т.к. $FB \perp CD$. тогда т.к. $BF = BD$ по условию

$$\text{то } CF^2 = CB^2 + BD^2$$

Заметим что длина $BA = \text{const.} \Rightarrow$

~~$\Rightarrow$ из того, по Т. косинусов.~~

$$CF^2 = CB^2 + BA^2 - 2CB \cdot BA \cdot \cos \angle CBA$$

$$\text{Заметим что } \angle CBA + \angle DBA = 180^\circ \text{ т.к. } \angle CBA + \angle DBA = 90^\circ = \frac{1}{2}(\angle CBA + \angle DBA).$$

Отметим P на 1 окружности
тако что $BP = BD$

значит $BD = BD \Rightarrow$

$\Rightarrow$ пусть $BC = a$ $BD = b$

$$a^2 + b^2 = (2R)^2 \text{ по Т. Пифагора.} =$$

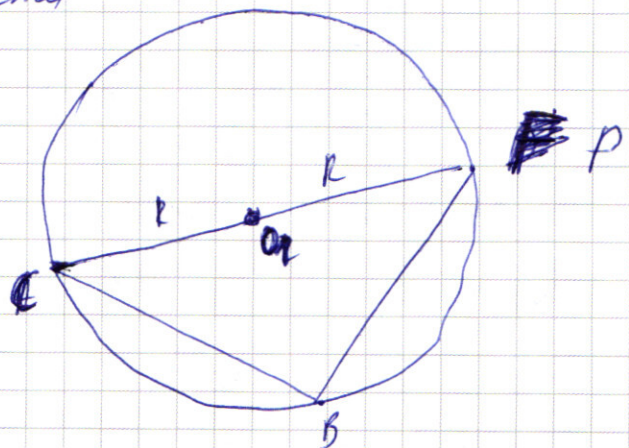
$$= 20^2 = 400. \Delta CBF = \Delta CBP$$

т.к. CB - общее $BP = BD = BF$

$$\Delta \angle CBP = \angle CBF = 90^\circ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow CF = CP = 2R = 20$$

Ответ: 20.



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

6 б). $BC = 12$. тогда $FB = \sqrt{CP^2 - CB^2} = \sqrt{20^2 - 12^2} =$
 $= \sqrt{400 - 144} = \sqrt{256} = 16 \Rightarrow$

$\Rightarrow BF = BD = BP = 16 \Rightarrow CD = CB + BD =$
 $= 12 + 16 = 28$.

$CD = \sqrt{2} \cdot CA$. так в $\triangle CAD$ гипотенуза CD . $CA = AD$ и $\angle CAD = 90^\circ$.

~~$CA = \cos 45^\circ \cdot \frac{CD}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{CD}{2} = \frac{\sqrt{2}}{4} CD$~~
 $\cos DCA = \frac{CD}{2CA} \Rightarrow \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{CD}{2CA} \Rightarrow CA \sqrt{2} = CD \Rightarrow$

$\Rightarrow CA = \frac{CD}{\sqrt{2}} = \frac{28}{\sqrt{2}} = 14\sqrt{2}$

$S_{\triangle ACF} = \frac{1}{2} CA \cdot CF \cdot \sin ACF = \frac{1}{2} \cdot 14\sqrt{2} \cdot 20 \cdot \sin ACF =$
 $= 140\sqrt{2} \sin ACF$

$\sin ACF = \sin \angle ACD + \angle DCF = 45^\circ + \angle DCF$

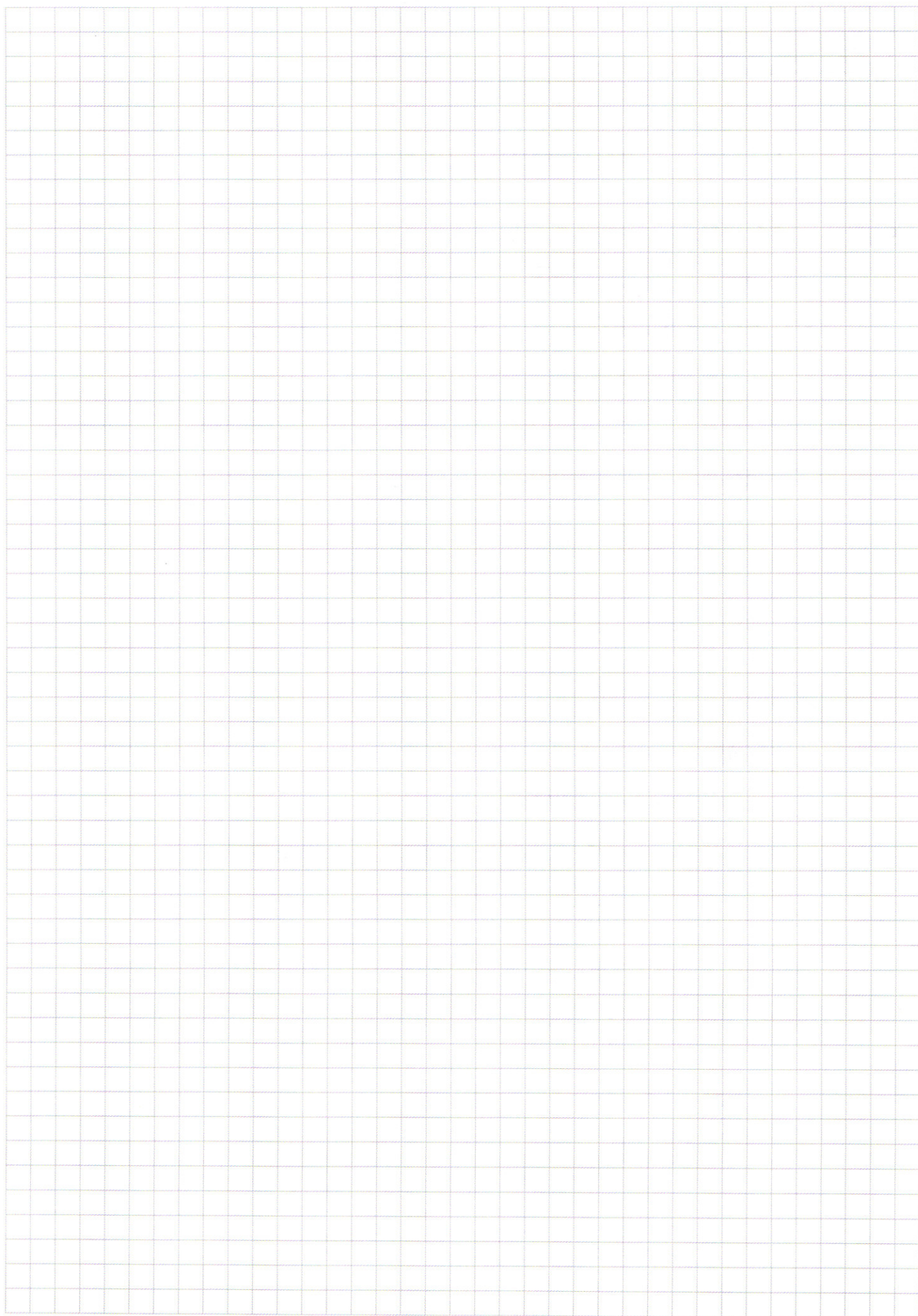
$\sin \angle DCF = \frac{FB}{CF} = \frac{16}{20} = \frac{4}{5} \Rightarrow \cos DCF = \sqrt{1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2} =$
 $= \sqrt{1 - \frac{16}{25}} = \frac{3}{5}$

$\Rightarrow \sin(45^\circ + DCF) = \sin 45^\circ \cos DCF + \sin DCF \cos 45^\circ =$
 $= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{3}{5} + \frac{4}{5} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{7}{5} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow \sin ACF = \frac{7}{5} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow S_{\triangle ACF} = 140 \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{7}{5} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{140 \cdot 7}{5} = 196$

Ответ: а) 20 б) 196.



☐ черновик ☒ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № 10
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~7.

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)x \end{cases}$$

$$2^x + 3 \cdot 2^{34} \leq y < 76 + 2(2^{32} - 1)x$$

$$2^x + 3 \cdot 2^{34} < 76 + 2(2^{32} - 1)x$$

$$2^x + 3 \cdot 2^{34} - 76 - 2(2^{32} - 1)x < 0$$

$$2^x + 2x + 3 \cdot 2^{34} - 76 - 2 \cdot 2^{32}x < 0$$

~7.

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)x \end{cases}$$

$$2^x + 3 \cdot 2^{34} \leq y < 76 + 2(2^{32} - 1)x$$

$$2^x + 3 \cdot 2^{34} < 76 + 2(2^{32} - 1)x$$

$$2^x + 3 \cdot 2^{34} - 76 - 2(2^{32} - 1)x < 0$$

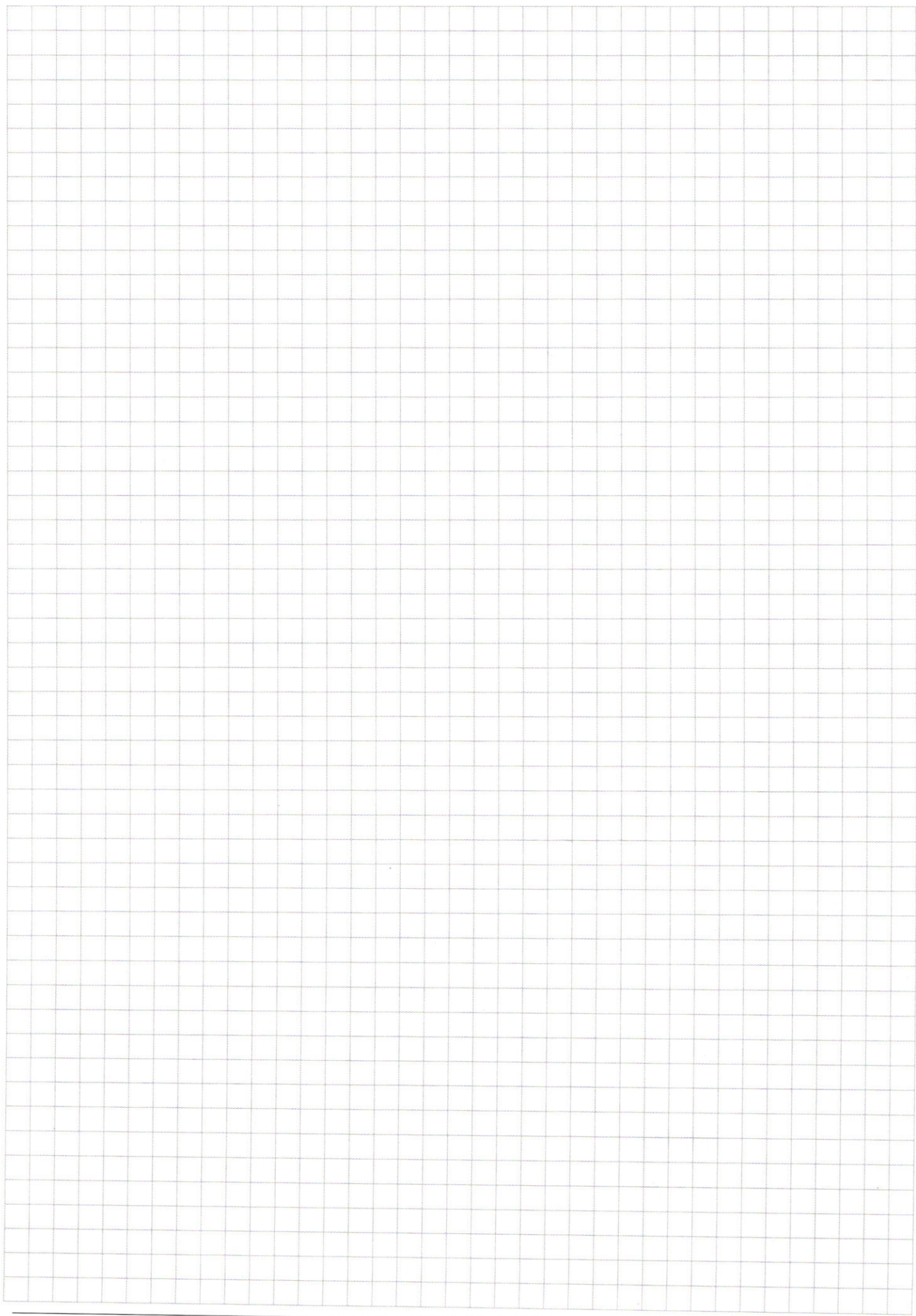
$$2^x + 2x - 2^{32}x + 3 \cdot 2^{34} - 76 < 0$$

для любого x удовлетворяющего этому условию
число y будет ~~$76 + 2(2^{32} - 1)x - 2^x - 3 \cdot 2^{34}$~~ ~~всегда~~

$$76 + 2(2^{32} - 1)x - 2^x - 3 \cdot 2^{34}$$

при $x = 6$

$$2^x + 3 \cdot 2^{34} \geq 76 + 2(2^{32} - 1)x$$



☐ черновик ☒ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № 12
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

27.

$$\cos 3x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 3x + \sin 5x = 0.$$

$$\cos 3x = \cos 4x \cos 5x - \sin 4x \sin 5x$$

$$\sin 3x = \sin 5x \cos 4x + \sin 4x \cos 5x$$

$$\cos 4x \cos 5x - \sin 4x \sin 5x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 5x \cos 4x +$$

$$+ \sin 4x \cos 5x + \sin 5x = 0.$$

$$\cos 5x (\cos 4x - 1 + \sin 4x) - \sin 5x (\sin 4x - 1 - \cos 4x) - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\cos 4x - 1 + \sin 4x = 1 - 2 \sin^2 2x - 1 + 2 \sin 2x \cos 2x =$$

$$= 2 (\sin^2 2x + \sin 2x \cos 2x) = 2 \sin 2x (\sin 2x + \cos 2x)$$

$$\sin 4x - 1 - \cos 4x = 2 \sin 2x \cos 2x - 1 - 2 \cos^2 2x + 1 =$$

$$= 2 (\sin 2x \cos 2x - \cos^2 2x) =$$

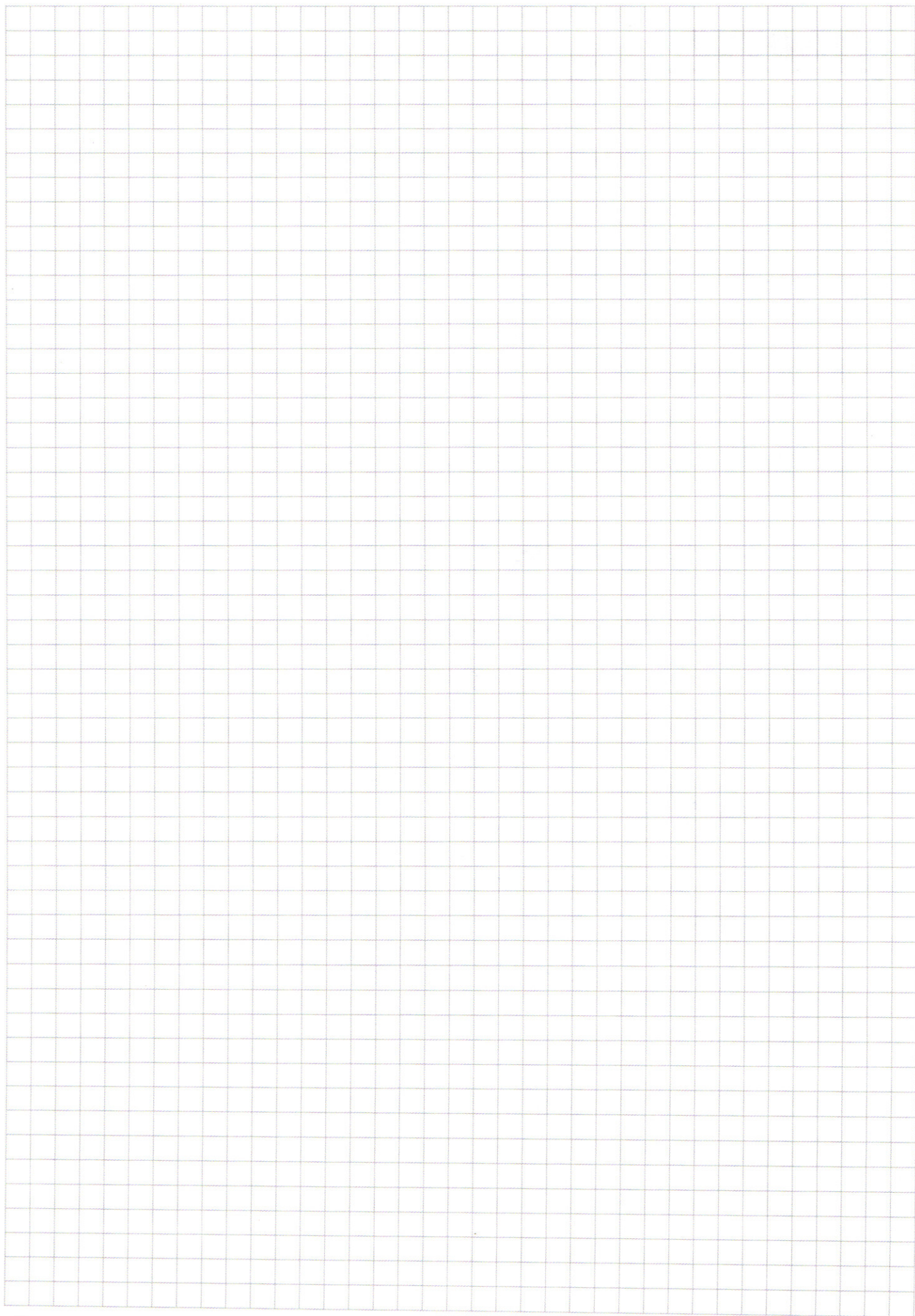
$$= 2 \cos^2 2x (\sin 2x - \cos 2x)$$

$$- 2 \cos 2x \quad 2 \cos 5x \sin 2x (\sin 2x + \cos 2x) - 2 \sin 5x \cos 2x (\sin 2x -$$

$$- \cos 2x) - \sqrt{2} \cos 4x = 0.$$

$$\sin 2x + \cos 2x = 2 \sin \frac{2x+2x}{2} \cos \frac{2x+2x}{2} =$$

$$= 2 \sin 2x \cos 2x$$



☐ черновик ☒ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № 14
(Нумеровать только чистовики)