

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 7

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 9261. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$.

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^7)}, \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 16.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 5| + |y - x + 5| = 10, \\ (|x| - 12)^2 + (|y| - 5)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 10 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .

б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 12$. Найдите площадь треугольника ACF .

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 1

Разложить число 9261 на множители

$$9261 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 3^3 \cdot 7^3$$

Произведение 3 и 2 $3 \cdot 2 = 21$ не является цифрой, значит число должно состоять из трех цифр 3, трех цифр 7 и двух цифр 1.

Всего 8 мест, куда можно расставить цифры.

C_8^3 - способов расставить тройки

C_5^3 - способов расставить семерки на оставшиеся места.

На 2 оставшихся места одновременно становятся единицы.

$$C_8^3 \cdot C_5^3 = \frac{8!}{5! \cdot 3!} \cdot \frac{5!}{3! \cdot 2!} = \frac{8 \cdot 6 \cdot 7}{3 \cdot 2} \cdot \frac{5 \cdot 4}{2} =$$

$$= 56 \cdot 10 = 560$$

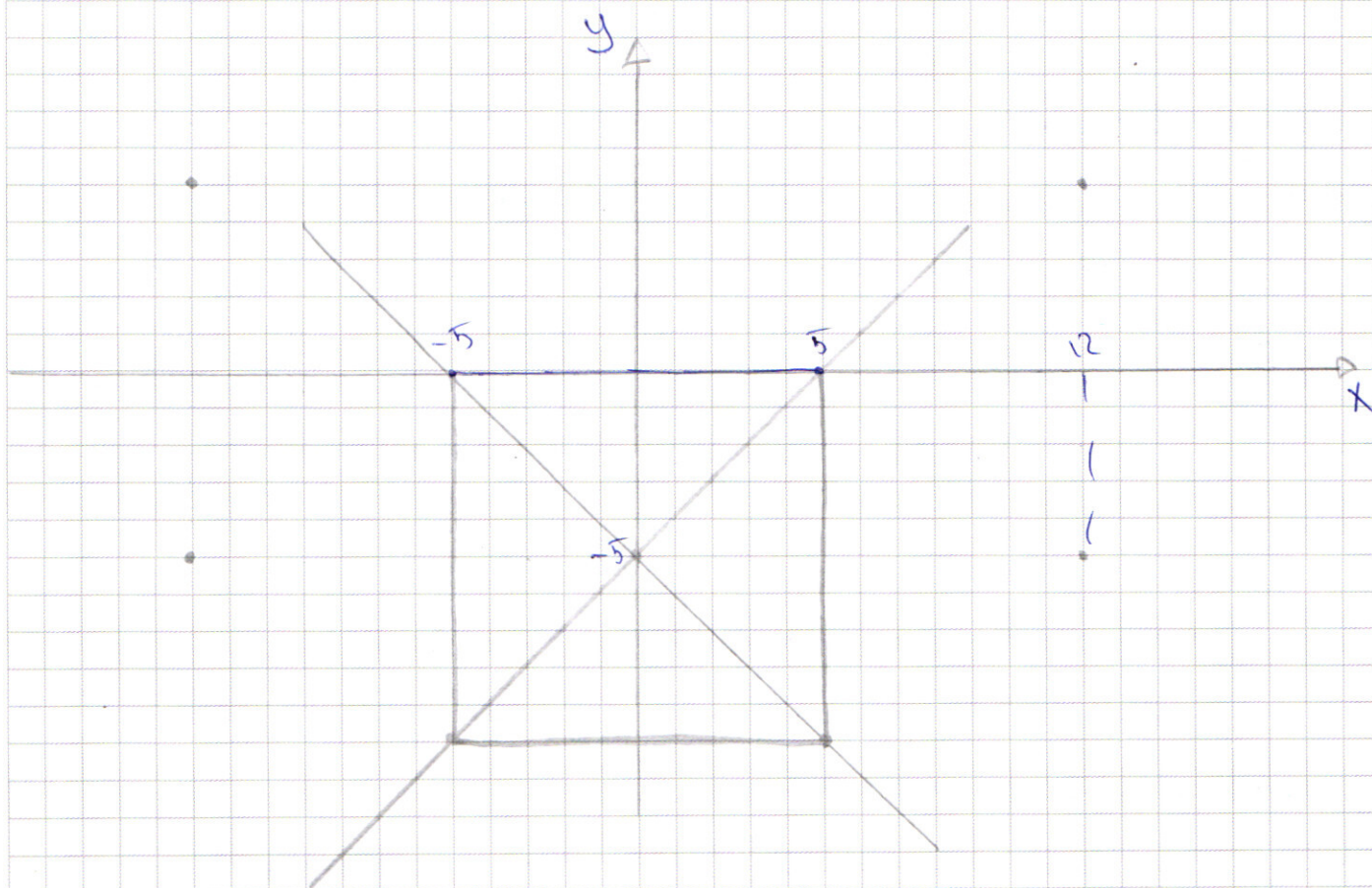
Ответ: 560 способов (чисел).

Задача 5

$$|x+y+5| + |y-x+5| = 10 \quad (1)$$

$$(|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = a \quad (2)$$

Изобразим на графике ОМТ точек, удовлетворяющих первому уравнению.



1) если $\begin{cases} x+y+5 > 0 \\ y-x+5 > 0 \end{cases}$

$$x+y+5 = y-x+5 = 10$$

$$y = 0$$

2) если $\begin{cases} x+y+5 < 0 \\ y-x+5 > 0 \end{cases}$

$$-x-y-5 = y-x+5 = 10$$

$$x = -5$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$3). \text{ если } \begin{cases} x+y+5 < 0 \\ y-x+5 < 0 \end{cases}$$

$$-x-y-5 - y+x-5 = 10 \\ y = -10$$

$$4) \text{ если } \begin{cases} x+y+5 > 0 \\ y-x+5 < 0 \end{cases}$$

$$x+y+5 - y+x-5 = 10 \\ x = 5$$

$(|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = a$ — это 4 окружности (или их части) с вершинами в точках $(12; 5)$, $(12; -5)$, $(-12; 5)$, $(-12; -5)$

Заметим, что так как график симметричен относительно ОУ, и у (1) функции тоже симметричен относительно ОУ, то если есть $(x_1; y_1)$ — точка их пересечения, то $(-x_1; y_1)$ — тоже их общая точка $\Rightarrow$ либо окружности касаются (1)ой функции, либо пересекают в одной и той же двух точках (на оси ОУ)

1) касаются. $\sqrt{a}$ — радиус окружностей
 $\sqrt{a} = 12 - 5 = 7$
 $a = 49$

2) Пересекают на оси $OY \Rightarrow$
проходят через $(0; 0)$

$$\text{Тогда } a = (101 - 12)^2 + (101 - 5)^2 = \underline{169}$$

ответ: 49 ; 169

Задача 7

$$\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{3x} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)x \end{cases}$$

Рассмотрим $x = 6$, тогда

$$\begin{cases} y > 2^6 + 3 \cdot 2^{3 \cdot 6} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y > 2^6 + 3 \cdot 2^{3 \cdot 6} \\ y < 3 \cdot 2^{3 \cdot 6} + 2^6 \end{cases}$$

выражение равны

Заметим, что функция $f(x) = 2^x + 3 \cdot 2^{3x}$
имеет одну выпуклость на промежутке $(0; +\infty)$,
(выпукл. вниз)
а $g(x) = 76 + 2(2^{32} - 1)x$ - линейная функция.
значит они либо касаются и имеют
только 1 точку пересечения, либо
имеют две точки пересечения $(x_1; y_1), (x_2; y_2)$,
и тогда при $x \in (x_1; x_2)$ $f(x) < g(x)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$g(x) - f(x) = 76 + 2^{33}x - 2x - 2^x - 3 \cdot 2^{34} =$$

$$= (76 - 2x) + 2^{33} \cdot 6 + 2^{33} \cdot (x - 6) - 3 \cdot 2^{34} - 2^x =$$

$$= (76 - 2x) + 2^{33} \cdot (x - 6) - 2^x$$

При $x = 38$ $g(x) - f(x) = 0 \Rightarrow$

как подходит $x \in (6; 38)$

$\forall x_1 \in (6; 38)$ подходит $y_1 \in [f(x_1), g(x_1)]$

Для x_1 подходит $g(x_1) - f(x_1) =$

$$= (76 - 2x) + 2^{33}(x - 6) - 2^x$$

значение целых y .

Процуммируем от $x=7$ до $x=37$

$$(62 + 66x + \dots + 2) + 2^{33}(1 + 2 + \dots + 31) - (2^7 + 2^6 + \dots + 2^{37}) =$$

$$= 2(1 + 2 + \dots + 31) + 2^{33} \cdot \frac{31 \cdot 32}{2} - 2^7(1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{30}) =$$

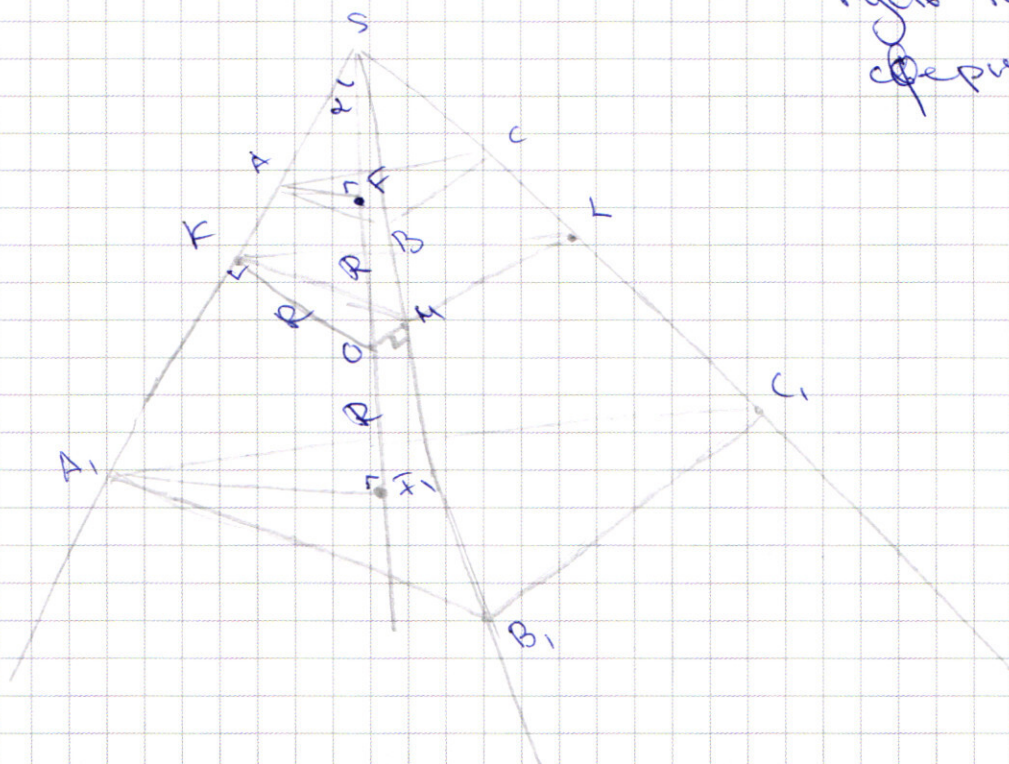
$$= 31 \cdot 32 + 2^{33} \cdot 31 \cdot 16 - 2^7(2^{31} - 1) = 31 \cdot 2^5 + 2^{37} \cdot 31 -$$

$$- 2^{38} + 2^7 = 29 \cdot 2^{37} + 35 \cdot 2^5$$

Ответ: $29 \cdot 2^{37} + 35 \cdot 2^5$

Задача 4

Пусть R - радиус
сферы



Пусть ABC и $A_1B_1C_1$ - сечения, перпенд
 SO и касающиеся сферы

$$\begin{aligned} ABC \perp SO & \Rightarrow AB \perp SO \Rightarrow AB \parallel A_1B_1 \Rightarrow \\ A_1B_1C_1 \perp SO & \Rightarrow A_1B_1 \perp SO \Rightarrow \\ \triangle ASB \sim \triangle A_1SB_1 & \quad \angle SBA = \angle SB_1A_1 \\ & \quad \text{(соответн } AB \parallel A_1B_1 \text{ и)} \\ & \quad \text{секунг } SB_1 \end{aligned}$$

Аналогично $\triangle B_1SC_1 \sim \triangle BSC$
 $\triangle A_1SC_1 \sim \triangle ASC$ } $\Rightarrow$

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{SB}{SB_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{SC}{SC_1} = \frac{AC}{A_1C_1} = \frac{1}{k}$$

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Отношение площадей равно квадрату коэф
подобия

$$\frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}} = \frac{1}{16} = \frac{1}{k^2} \quad \underline{k=4}$$

Пусть $SO \cap ABC = F$ $SO \cap A_1B_1C_1 = F_1$

$\triangle ASF \sim \triangle A_1SF_1$ (по 3 углам)

$\angle ASO$ - общ

$$\angle SFA = \angle SF_1A_1 = 90^\circ$$

$\Downarrow$

$$\frac{SF}{SF_1} = \frac{AS}{SA_1} = \frac{1}{k} = \frac{1}{4} = \frac{SF}{SF+2R}$$

$$SF+2R = 4SF \quad SF = \frac{2}{3}R$$

В $\triangle KSO$

$$\sin(\angle KSO) = \frac{KO}{SO} = \frac{KO}{SF+OF} = \frac{R}{\frac{5}{3}R} = \frac{3}{5}$$

$$\angle KSO = \underline{\arcsin \frac{3}{5}}$$

Задача 3

$$\left\{ \begin{aligned} (x^2 y)^{-\ln x} &= y^{\ln(\frac{y}{x^2})} \quad (1) \end{aligned} \right.$$

$$x \neq 0$$

$$\left\{ \begin{aligned} y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y &= 0 \quad (2) \end{aligned} \right.$$

Разложим (2) на множители

$$y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = (y - 2x)(x + y - 4)$$

$$(y - 2x)(x + y - 4) = 0$$

$$y = 2x$$

$$y = 4 - x$$

1). $y = 2x$ подставим в (1)

$$(16x^6)^{-\ln x} = (2x)^{\ln(\frac{2}{x^6})}$$

$$\ln \frac{2}{x^6} = \ln 2 - \ln x^6 = \\ = \ln 2 - 6 \ln x$$

$$2^{-4 \ln x} \cdot x^{-6 \ln x} = 2^{\ln 2 - 6 \ln x} \cdot x^{\ln 2 - 6 \ln x}$$

$$2^{-4 \ln x} = 2^{\ln 2} \cdot 2^{-6 \ln x} \cdot x^{\ln 2}$$

$$2^{2 \ln x} = (2x)^{\ln 2}$$

$x = 2$ - корни

$$y = 4$$

⊗ Продолжение
есть

2). При $y = 4 - x$

$$\left(x^2 (x - 4)^4 \right)^{-\ln x} = (4 - x)^{\ln(\frac{4 - x}{x^2})}$$

$$\frac{4 - x}{x^2} > 0$$

$$x \in (0; 4)$$

$$\left(\frac{4 - x}{x^2} \right)' = \frac{-x^2 - 6x^6(4 - x)}{x^{14}} = \frac{5x^7 - 24x^6}{x^{14}} = \frac{x^6(5x - 24)}{x^{14}}$$

Нули производной $\{0; 4,8\} \Rightarrow$ при $x \in (0; 4)$ она убывает

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 4 (второй вопрос)

Заметим, что

$$\sin \angle KSO = \sin \angle MSO = \sin \angle LSO = \frac{3}{5}$$

$$(\text{т.к. в } \triangle KSO, \triangle MSO, \triangle LSO \quad OK = OM = OL = R$$

OS - общ.

$$\angle SKO = \angle SLO = \angle SNO = 36^\circ$$

Пусть $\angle KSO = \alpha$

$$\cos \alpha = \frac{4}{5}$$

$$\tan \alpha = \frac{3}{4}$$

$$SK = \frac{R}{\tan \alpha} = SM = SL = \frac{4R}{3}$$

$$AS = \frac{SF}{\cos \alpha} = SB = SC = \frac{2R}{3} : \frac{4}{5} = \frac{5R}{6}$$

||
↓

$\triangle ASB \sim \triangle KSM$ ($\angle ASB$ - общ.)

$$\frac{AS}{SK} = \frac{SB}{SM} = \frac{5}{6} : \frac{4}{3} = \frac{5}{8}$$

Аналогично

$$\triangle BSC \sim \triangle MSL$$

$$\triangle KSL \sim \triangle ASC$$

$\Rightarrow$ (с коэф. под.)
 $\frac{5}{8}$

$\triangle ABC \sim \triangle KML$ с коэф. подобия $\frac{5}{8}$

$$\frac{S_{ABC}}{S_{KML}} = k^2 = \frac{25}{64} = \frac{1}{S_{KML}}$$

$$S_{KML} = \frac{64}{25} = 2,64$$

Задача 3 (продолжение)

$\Rightarrow$ при $x \in (0; 4)$

$(4-x)$ убывает и $\ln\left(\frac{4-x}{x^2}\right)$ убывает $\Rightarrow$

$(4-x)^{\ln\left(\frac{4-x}{x^2}\right)} \uparrow$ возрастает

$(x^2(4-x))^{-\ln x}$ убывает $\Rightarrow$

если есть корень, то он только один.

$x=2$ $y=4-x=2$ подходит.
и единственное решение при $y=4-x$

1). (*) продолжение $y=2x$

$$2^{\ln x} = (2x)^{\ln 2}$$

$$2^{\ln x} = 2^{\ln 2} \cdot 2^{\log_2 x \cdot \ln 2}$$

$$2 \ln x = \ln 2 + \log_2 x \cdot \ln 2$$

$$2 \ln x = \ln 2 + \frac{\ln x}{\ln 2} \cdot \ln 2 = \ln 2 + \ln x$$

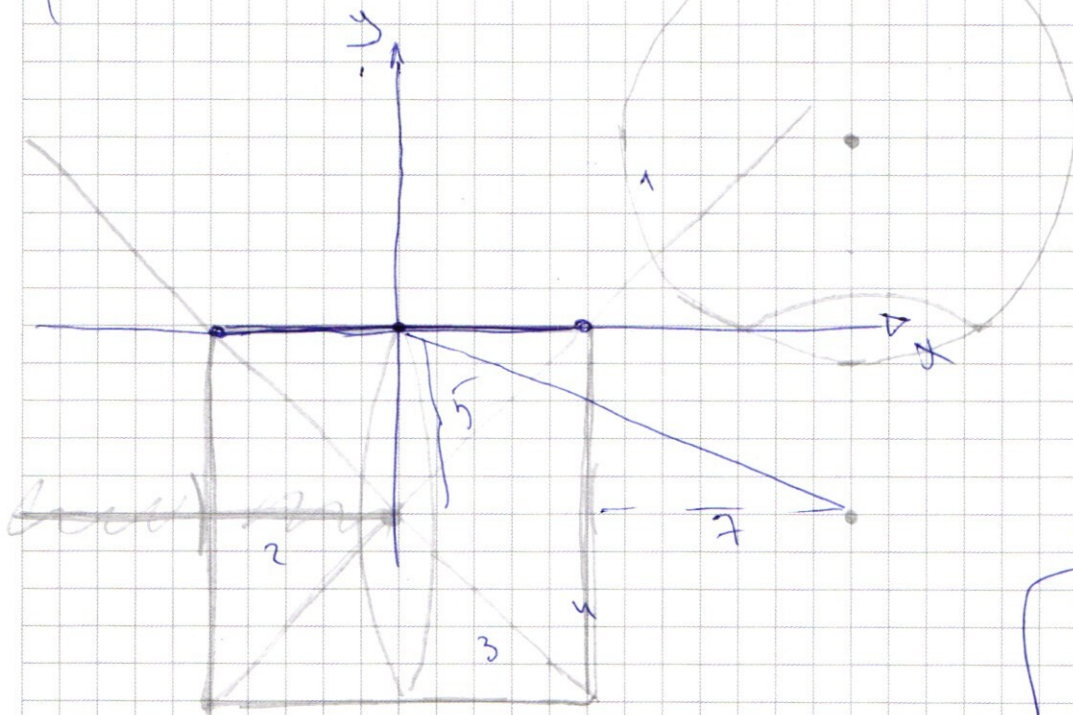
$$\ln x = \ln 2$$

$$\boxed{x=2}$$

Ответ: $(2; 2)$; $(2; 4)$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} |x+y+5| + |y-x+5| = 10 \\ (|x|-12)^2 + (|y|-3)^2 = a \end{cases}$$



$$x+y+5=0$$

$$y-x+5=0$$

$$y=-x-5$$

$$y=x-5$$

$$a=257$$

$$a=49$$

$$a=169$$

1). $(x; y) \in \textcircled{1}$

2). $(x; y) \in \textcircled{2}$

$$x+y+5 + y-x+5 = 10$$

$$y=0$$

$$-x-y-5 + y-x+5 = 10$$

$$-2x = 10$$

$$x = -5$$

3). $(x; y) \in \textcircled{3}$

$$-x-y-5 - y+x-5 = 10 \quad y = -10$$

6

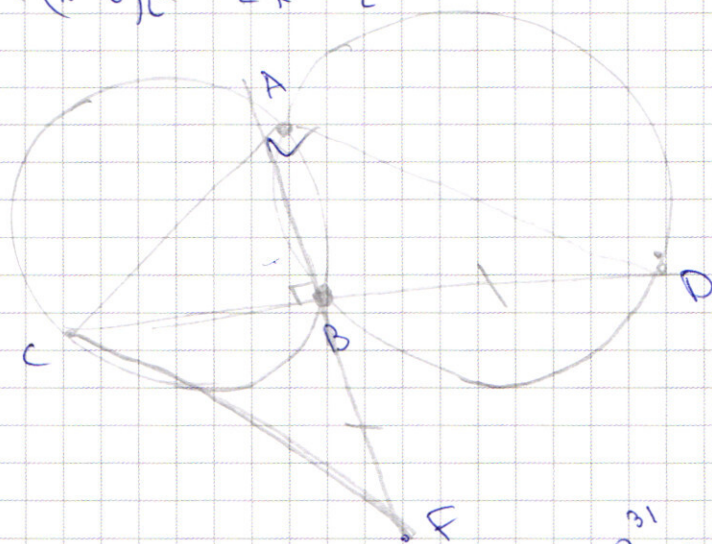
$$2^x + 3 \cdot 2^{34}$$

$$76 + 2^{33} + 24 - 2^x - 3 \cdot 2^{34} =$$

$$= 76 + (x-6) \cdot 2^{33} - 24 - 2^x$$

$$y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34}$$

$$y < 76 + 2(2^{32} - 1)x$$



$$2^{31} - 1$$

$$x = 38$$

$$y \geq 2^{38} + 3 \cdot 2^{34} = (16 \times 3) 2^{34} = 19 \cdot 2^{34}$$

$$y < 2 \cdot 19 \cdot 2(2^{32} - 1) \cdot 2 \cdot 19 = 19(2^2 + 2^{34} - 2^2) =$$

$$= 19 \cdot 2^{34}$$

$$x \leq 37$$

$$32(31 + 4) = 35 \cdot 2^5$$

$$x = 1$$

$$y \geq 2 + 3 \cdot 2^{34}$$

$$2^6 + 3 \cdot 2^{34}$$

$$76 + 2(2^{32} - 1) \cdot 2^3$$

$$y < 76 + 2^{33} - 2 =$$

$$2^6 + 2^{34}$$

$$66 + 2^{35}$$

$$x = 6$$

$$2^6 + 3 \cdot 2^{34}$$

$$76 + 3 \cdot 2^{34} - 12 =$$

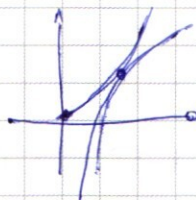
$$2^2 + 3 \cdot 2^{34}$$

$$76 + 2^{34}$$

$$2^6 = 64$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{2\ln x - \ln 2}{2} = x^{\ln 2}$$



$$x > 2$$

$$\frac{\ln x}{2}$$

$$(2x)^{\ln 2}$$

$$\frac{2\ln x - \ln 2}{2} = x^{\ln 2}$$

$$(\ln x)'$$

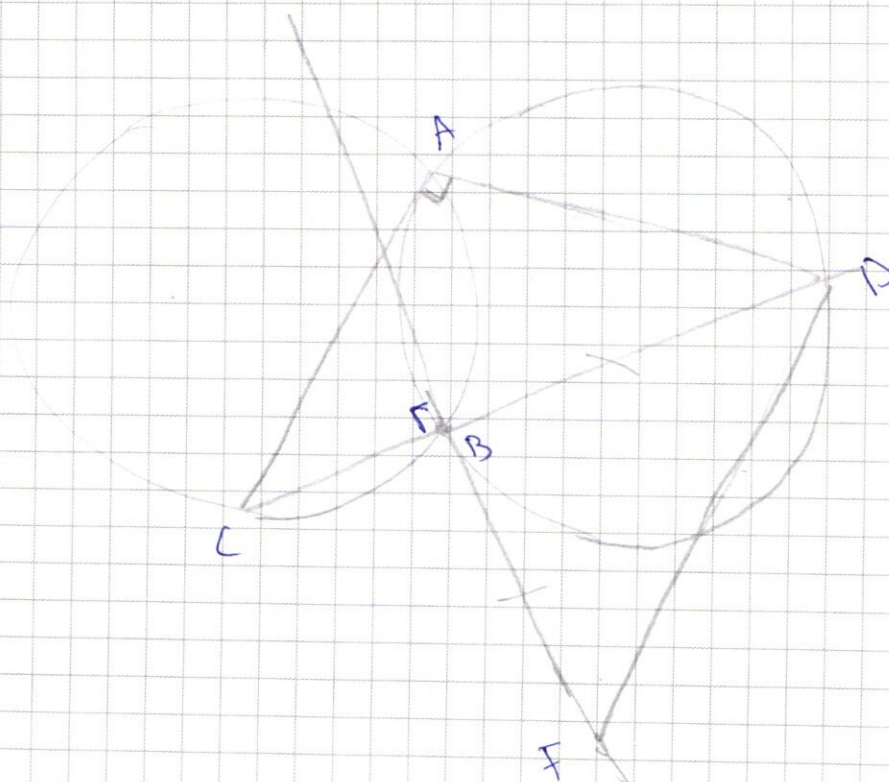
$$\frac{f(x)}{2} = \frac{1}{x}$$

$$x = 1$$

$$\frac{2}{2}$$

$$\frac{\ln 2}{2}$$

$$\frac{2\ln 1}{2}$$



$$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$$

$$\cos\left(9x - \frac{\pi}{4}\right) - \cos(4x) - \cos\left(5x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$$

$$-2\sin 7x \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) - \cos 4x = 0$$

$$-2\sin 7x \sin 2x + 2\sin 7x \cos 2x =$$

$$= 2\sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) =$$

$$=$$

✓

$$\cos(x+y) = \cos(x)\cos(y) - \sin(x)\sin(y)$$

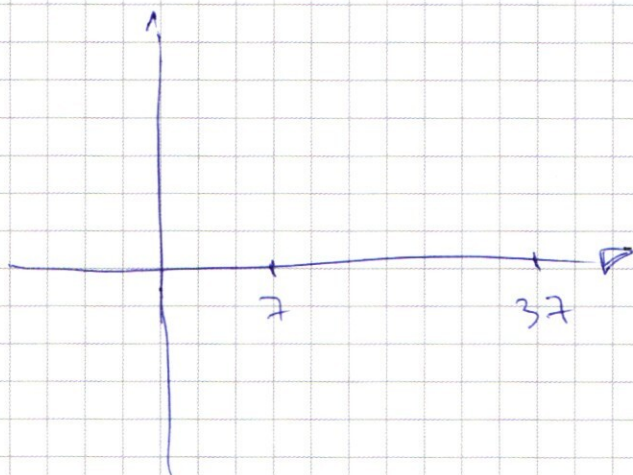
$$\cos(x-y) = \cos(x)\cos(y) + \sin(x)\sin(y)$$

$$\sin 7x \cdot \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) - \cos(4x) = 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

62x

$$7 \leq x \leq 37$$



31

$$\begin{aligned} x &= 9 \\ y &\geq 2^9 \\ x &= 37 \\ 2^{37} + 3 \cdot 2^{34} &\geq y \\ y &\leq 76 - 24 + 2^{33} \cdot 37 = \\ &= 2 + 3 \cdot 2^{34} - 31 \cdot 2^{33} \end{aligned}$$

128

$$x = 7$$

$$y \geq 2^7 + 3 \cdot 2^{34}$$

$$y \leq 76 - 14 + 7 \cdot 2^{33} = 62 + 7 \cdot 2^{33} = 3 \cdot 2^{34} + 2^{33} + 62$$

$$\underline{2^{33} + 62 - 2^7}$$

$$x = 8$$

$$y \geq 2^8 + 3 \cdot 2^{34}$$

$$y \leq 86 + 8 \cdot 2^{33} = 60 + 3 \cdot 2^{34} + 2 \cdot 2^{33}$$

$$2 \cdot 2^{33} + 60 - 2^8$$

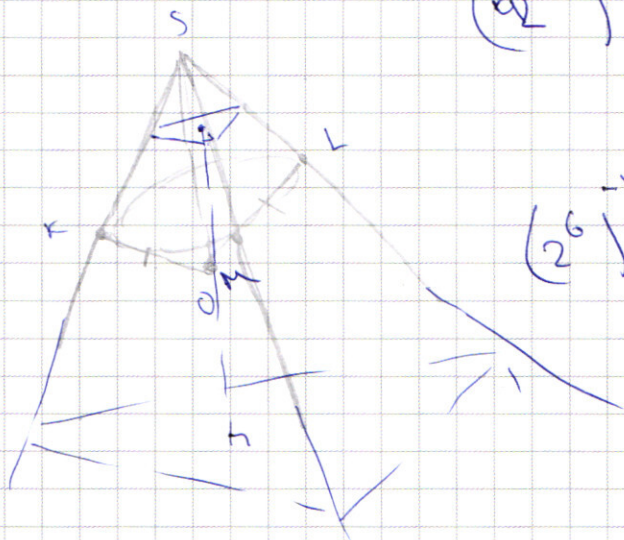
$$\begin{aligned} 31 \cdot 2^{33} &\Rightarrow 2^{33} (1 + 2 + 3 + \dots + 31) + (2 + 4 + 6 + \dots + 62) - \\ &\quad - (2^7 + 2^8 + \dots + 2^{37}) \end{aligned}$$

$$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$$

$$-2 \sin 7x \sin 2x - \sqrt{2} \cos 4x + 2 \sin 7x \cos 2x = 0$$

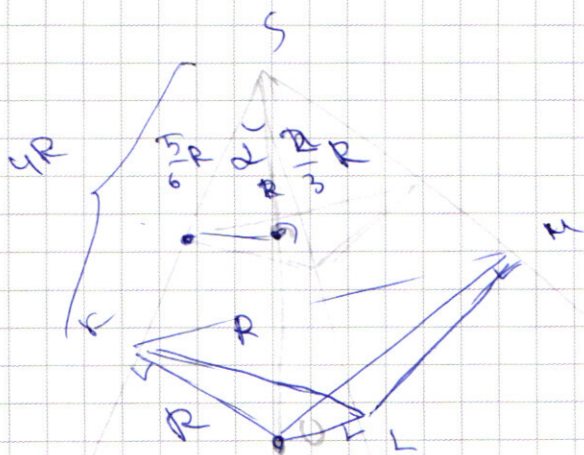
$$(2^6)^{-\ln 2} = 2^{\ln \frac{1}{2^6}}$$

$$(2^6)^{-\ln 2} = 2^{-6 \ln 2} = 2^{-6}$$



$$\cos \alpha = \frac{4}{5}$$

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{4} = \frac{5}{6}$$



$$\frac{h}{h+2R} = \frac{1}{4}$$

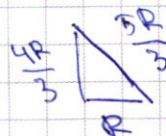
$$4h = h + 2R$$

$$h = \frac{2}{3}R$$

$$\frac{5}{3}R$$

$$\sin d = \frac{3}{5}$$

$$d = \arcsin \left(\frac{3}{5} \right)$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{array}{r} 926 \overline{) 1029} \\ \underline{9} \\ 26 \\ \underline{18} \\ 81 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ \times 27 \\ \hline 21 \\ 42 \\ \hline 441 \\ 21 \\ \hline 441 \\ 282 \\ \hline 9261 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1029 \overline{) 3} \\ \underline{9} \\ 12 \\ \underline{12} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 343 \overline{) 49} \\ \underline{28} \\ 63 \end{array}$$

$$3^3 \cdot 7^3 \cdot 1 \cdot 1$$

$$\frac{8!}{5! \cdot 3!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3 \cdot 2} = 56$$

$$\frac{5!}{3! \cdot 2!} = \frac{5 \cdot 4}{2} = 10$$

$$10 \cdot 56 = 560$$

$$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 3x + \sin 5x = 0$$

$$(x^2 y)^{\ln x} = y^{\ln(\frac{y}{x^2})}$$

$$y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0$$

$$(ax + by)(cx + ny) =$$

$$= (a^2)x^2 + xy(ay + bc)$$

$$(y - 2x)(y + x - 4) =$$

$$= y^2 + xy - 4y - 2x^2 - 2xy + 8x = y^2 - 2x^2 - xy + 8x$$

$$(y-2x)(y+x-4)=0$$

$$y=2x$$

$$\left(\frac{2x}{y}\right)^{-\ln x} = y^{\ln\left(\frac{y}{2x}\right)}$$

$$(16x^6)^{-\ln x} = y \left(2x\right)^{\ln\left(\frac{2}{x^6}\right)}$$

$$\left(\frac{(2x)^6}{4}\right)^{-\ln x} = (2x)^{\ln\left(\frac{2}{x^6}\right)} = 2x$$

$$\ln\left(\frac{2}{x^6}\right) = \ln 2 - \ln x^6 = \ln(2) - 6\ln(x)$$

$$16^{-\ln x} \cdot x^{-6\ln x} = (2x)^{\ln(2) - 6\ln x}$$

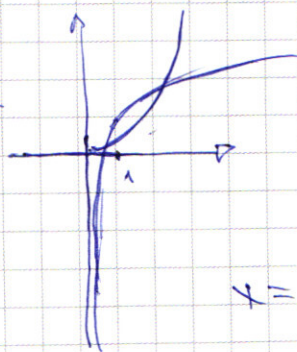
$$= 2^{\ln 2 - 6\ln x} \cdot x^{\ln 2 - 6\ln x}$$

$$16^{-\ln x} = \frac{\ln 2 - 6\ln x}{2} \cdot x^{\ln 2}$$

$$2^{-4\ln x} = \frac{\ln 2}{2} \cdot 2^{-6\ln x} \cdot x^{\ln 2}$$

$$2^{2\ln x} = (2x)^{\ln 2}$$

$$\frac{\ln 2}{4} = \frac{\ln 2}{4}$$



$$\cdot 2^{6\ln x}$$

$$x=e$$

$$x=2$$

$$\ln x = 0$$

$$\frac{\ln 2}{4} = \frac{\ln 2}{4}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$$

$$\sqrt{2} \cos\left(9x - \frac{\pi}{4}\right) - \sqrt{2} \cos(4x) - \sqrt{2} \cos\left(5x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$$

$$-\sqrt{2} \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} \sin 5x + \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 5x \right)$$

$$\cos\left(9x - \frac{\pi}{4}\right) - \cos(4x) - \cos\left(5x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$$

$$-2 \sin(7x) \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) - \cos(4x) = 0$$

$$\cos\left(9x - \frac{\pi}{4}\right) - 2 \cos \frac{9x + \frac{\pi}{4}}{2} \cos \frac{x + \frac{\pi}{4}}{2}$$

$$y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0$$

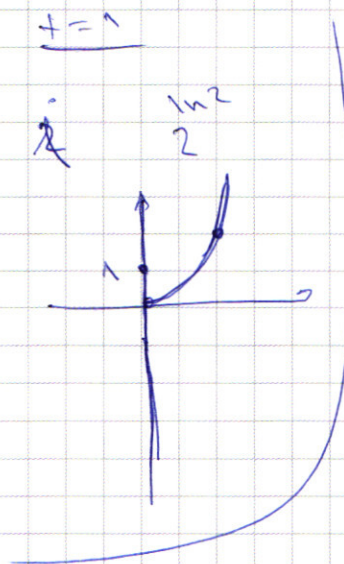
$$(y - 2x)(y + x - 4) = 0$$

$$y = 2x$$

$$y = 4 - x$$

$$1). y = 2x$$

$$(16x^6)^{-\ln(x)} = 4 \left(2x \right)^{\ln\left(\frac{2}{x^6}\right)}$$



$$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$$

$$\cos\left(9x - \frac{\pi}{4}\right) - \cos 4x - \cos\left(5x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$$

$$2^{2\ln x} = (2^x)^{\ln 2}$$

$$2^{2\ln x} = 2^{\ln 2} \cdot 2^{\log_2 x \cdot \ln 2}$$

$$2\ln x = \ln 2 + \log_2 x \cdot \ln 2$$

$$\ln 2 \log_2 x - 2\ln x + \ln 2 = 0$$

$$\log_2 x = \frac{\ln x}{\ln 2}$$

$$\ln x - \ln x + \ln 2 = 0$$