

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 7

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 9261. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^7)}, \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 16.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 5| + |y - x + 5| = 10, \\ (|x| - 12)^2 + (|y| - 5)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 10 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 12$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1

$$9261 = 3^3 \cdot 7^3$$

1. если среди цифр 3 и 7 (⇒ сж. две 1)
количество таких чисел: $\frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{3! \cdot 3!} = 8 \cdot 7 \cdot 10 = 560$
(количество перестановок)

2. если среди цифр 9, 3 и 7 (⇒

$$\Rightarrow \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{3!} = 8 \cdot 2 \cdot 20 = 1160$$

(количество перестановок)

других вариантов нет т.к. среди цифр могут
быть только эти случаи чисел 3 и 7 ($3^3, 3^2, 7^3$)

Общее число таких 8-значных чисел, произведение
цифр которых равно 9261 : $560 + 1160 =$
 $= 1740$

Ответ: 1740

№ 2

$$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - 9x\right) - \sin\left(\frac{\pi}{2} - 5x\right) + \sin 9x + \sin 5x - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \sin \frac{\pi}{4} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4} - 9x\right) + 2 \sin\left(5x - \frac{\pi}{4}\right) \cdot \cos \frac{\pi}{4} - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\sqrt{2} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4} - 9x\right) + \sqrt{2} \sin\left(5x - \frac{\pi}{4}\right) - \cos 4x \cdot \sqrt{2} = 0 \quad (\cdot \sqrt{2})$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{4} - 9x\right) + \sin\left(5x - \frac{\pi}{4}\right) - \cos 4x = 0$$

$$-2 \sin\left(\frac{\pi}{8} - 6,5x\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{8} - 2,5x\right) + \sin\left(5x - \frac{\pi}{4}\right) = 0$$

$$2 \sin\left(\frac{\pi}{8} - 6,5x\right) \cdot \sin\left(2,5x - \frac{\pi}{8}\right) + 2 \sin\left(2,5x - \frac{\pi}{8}\right) \cos\left(2,5x - \frac{\pi}{8}\right) = 0$$

$$2 \sin\left(2,5x - \frac{\pi}{8}\right) \cdot \left(\sin\left(\frac{\pi}{8} - 6,5x\right) + \cos\left(2,5x - \frac{\pi}{8}\right) \right) = 0$$

$$\sin\left(2,5x - \frac{\pi}{8}\right) = 0$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{8} - 6,5x\right) + \sin\left(\frac{5\pi}{8} - 2,5x\right) = 0$$

$$-\frac{\pi}{8} + 2,5x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$2 \sin\left(\frac{3\pi}{8} - 4,5x\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4} + 2x\right) = 0$$

$$2,5x = \frac{\pi}{8} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\sin\left(\frac{3\pi}{8} - 4,5x\right) = 0$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{4} + 2x\right) = 0$$

$$x = \frac{\pi}{20} + \frac{2\pi}{5} k, k \in \mathbb{Z}$$

или

$$\frac{\pi}{4} + 2x = \frac{\pi}{2} + \pi h$$

$$\frac{3\pi}{8} - 4,5x = \pi h, h \in \mathbb{Z}$$

$$2x = \frac{\pi}{4} + \pi h$$

$$-\frac{9}{2}x = -\frac{3\pi}{8} + \pi h$$

$$x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi h}{2}$$

$$x = \frac{\pi}{12} - \frac{2\pi h}{9}, h \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $x = \frac{\pi}{20} + \frac{2\pi}{5} k, k \in \mathbb{Z}$

$$x = \frac{\pi}{12} - \frac{2\pi h}{9}, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi h}{2}, h \in \mathbb{Z}$$

№ 3

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^2)} \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0 \end{cases}$$

$$x > 0$$

$$y > 0$$

$$(x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^2)}$$

$$\ln(x^2 y^4)^{-\ln x} = \ln(y^{\ln(y/x^2)})$$

$$-\ln x \cdot (2\ln x + 4\ln y) = (\ln y - 2\ln x) \cdot \ln y$$

$$\ln x = a, \ln y = b$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$-2a^2 + 4ab = b^2 - 2ab$$

$$b^2 - 3ab + 2a^2 = 0$$

$$D = 9a^2 - 8a^2 = a^2$$

$$b_{1,2} = \frac{3a \pm a}{2}$$

$$b = a$$

$$\ln y = \ln x$$

$$y = x$$

$$b = 2a$$

$$\ln y = \ln x^2$$

$$y = x^2$$

$$2. \quad y^2 - (x+4)y - (2x^2 - 8x) = 0$$

$$D = x^2 + 8x + 16 + 8x^2 - 32x = (3x - 4)^2$$

$$y_{1,2} = \frac{x+4 \pm 3x-4}{2}$$

$$\begin{cases} y = 2x \\ y = -x+4 \end{cases}$$

$$y = -x+4$$

$$3. \quad \begin{cases} y = 2x \\ y = x \end{cases} \Rightarrow x=0, y=0 \notin \mathbb{R}$$

$$2. \quad \begin{cases} y = x^2 \\ y = 2x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 2x = 0 \\ x = 0 \notin \mathbb{R} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases}$$

$$u) \quad \begin{cases} y = -x+4 \\ y = x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases}$$

$$3. \quad \begin{cases} y = -x+4 \\ y = x^2 \end{cases}$$

$$x^2 + x - 4 = 0$$

$$D = 1 + 16 = 17$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$x = -\frac{1+\sqrt{17}}{2} \notin \mathbb{R}$$

$$x = \frac{-1+\sqrt{17}}{2} \quad y = \frac{5-\sqrt{17}}{2}$$

Общ.: $(2; 2)$ $(\frac{-1+\sqrt{12}}{2}; \frac{5-\sqrt{12}}{2})$
 $(2; 4)$

$x \leq 5$

$$\begin{cases} |x+y+5| + |y-x+5| = 10 \\ (|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = 9 \end{cases}$$

1. $|x+y+5| + |y-x+5| = 10$

I.

$$\begin{aligned} -x-y-5+y-x+5 &= 10 \\ x &= -5, y \in [-10; 0] \end{aligned}$$

II. $x+y+5+y-x+5=10$
 $y=0, x \in [-5; 5]$

III. $x=5, y \in [-10; 0]$

IV. $-x-y-5-y+x-5=10$
 $y=-10, x \in [-5; 5]$

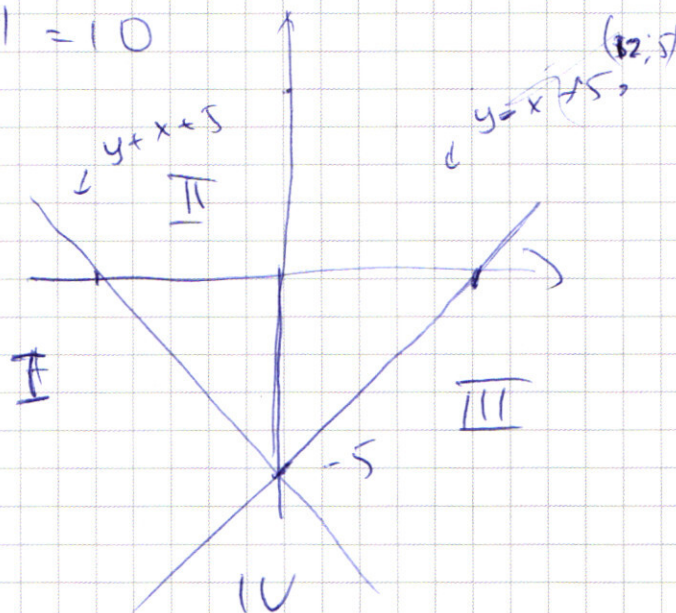
2) $(|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = 9 \rightarrow$ ^{нам.} ^{окружность}

при I и III - ~~линейные~~ $\rightarrow$ не делимо ~~линейно~~

$$u^2 + y^2 - 10|y| + 25 = 9 \rightarrow 0$$

$$y^2 - 10|y| + (25-9) = 0$$

$$D = 100 - 4 \cdot 16 + 64 = 0$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{aligned}
 & -\ln x \cdot \ln(x^2 \cdot y^4) = \ln\left(\frac{y}{x^2}\right) - \ln y \\
 & -\ln x \cdot (\ln x^2 + \ln y^4) = (\ln y - \ln x^2) \cdot \ln y \quad x > 0 \\
 & \ln x = a, \quad \ln y = b \\
 & -a(2a + 4b) = (b - 2a) \cdot b \\
 & -2a^2 - 4ab = b^2 - 2ab \\
 & b^2 - 3ab + 2a^2 = 0 \\
 & b^2 - 3ab + 2a^2 = 0 \\
 & D = 9a^2 - 8a^2 = a^2 \\
 & b_{1,2} = \frac{3a \pm a}{2} \\
 & b = 2a \quad b = a \\
 & \ln y = \ln x^2 \\
 & y = x^2 \\
 & x^2 - 2x = 0 \\
 & \begin{cases} x=0 \\ y=0 \end{cases} \quad \begin{cases} x=2 \\ y=4 \end{cases} \\
 & \frac{4}{2^2} > 0 \\
 & x^2 + x - 4 = 0 \\
 & D = 1 + 16 = 17 \\
 & x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2} \\
 & x = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2} \approx 2 \\
 & \begin{cases} y=2 \\ x=2 \end{cases} \\
 & \begin{cases} x = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2} \\ y = \frac{9 - \sqrt{17}}{2} \end{cases}
 \end{aligned}$$

$$2^x + 3 \cdot 2^{34}$$

$$76 + (2^{32} - 1) \cdot 2^x$$

при $x = 1$

$$2 + 3 \cdot 2^{34} > 74 + 2^{33}$$

при $x = 8$

$$156 + 3 \cdot 2^{34} < 80 + 2^{36} + 2^{33} + 2^{37}$$

при $x = 6$

$$64 + 3 \cdot 2^{34}$$

$$76 + 3 \cdot 2^{34} - 12 = 64 + 3 \cdot 2^{34}$$

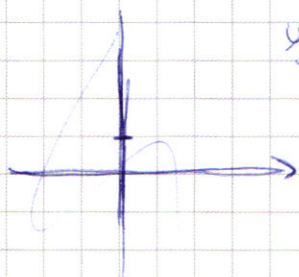
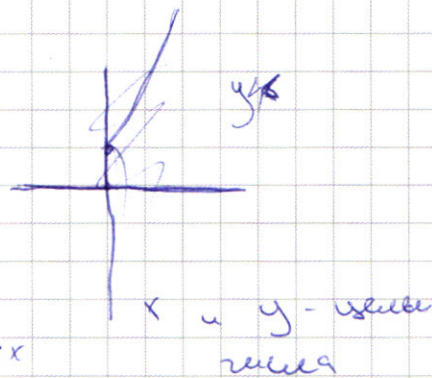
$$x = 6 \text{ — корень}$$

$$76 + 2(2^{32} - 1)x - 2^{33} = 26$$

$$y = x \cdot (2^{33} - 1) - 2^x - 3 \cdot 2^{34}$$

$$y' = x \cdot \ln 2$$

$$\log 2^x = x \cdot \log 2$$



$$y_{\text{исх}} = y_1 - 2^x + 3 \cdot 2^{34} = x \cdot \log 2$$

$$2^x + x$$

$$x + 2(2^{32} - 1)x < 2^{33} + x \log 2$$

$$y = x \cdot \log 2 + 6$$

$$y = kx + b$$

$$y' = x \cdot \ln 2$$

$$y = x^2 \cdot \ln 2 + 6$$

$$y - 3 \cdot 2^{34} = 2^x$$

$$y - 3 \cdot 2^{34} \geq 64$$

$$y \geq 64 + 3 \cdot 2^{34}$$

$$(y - 64 + 3 \cdot 2^{34}) \cdot x \geq 6 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y \geq$$

$$\frac{y - 72}{2(2^{32} - 1)} < x$$

$$33 \cdot 2^{33} - 2^{33} = 2^{33} \cdot 32$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$76 + 2(2^{32} - 1) \cdot x < 2^x + 3 \cdot 2^{34}$$

$$76 + 2^{33}x - 2x - 2^x < 3 + 2^{34}$$

$$\begin{cases} 2^{33}x - 2x - 2^x < 3 \cdot 2^{34} - 76 \\ x > 6 \end{cases}$$

$$x(2^{33} - 2) - 2^x < 3 \cdot 2^{34} - 76$$

~~$$10 \cdot 2^{33} - 10 - 2^{10} < 3 \cdot 2^{34}$$~~

$$8 \cdot (2^{33} - 2) - 2^2 < 3 \cdot 2^{34} - 76$$

~~$$2^{36} - 2^{36} < 3 \cdot 2^{34} - 76$$~~

$$2^{33+\log_2 x} - 2^x - 2x < 3 \cdot 2^{34} - 76$$

~~$$2^{33+\log_2 x} - 2^x - 2x < 3 \cdot 2^{34} - 76$$~~

~~$$2^{39} - 2^{39}$$~~

~~$$2^{38}$$~~

~~$$2^{37}$$~~

~~$$2^{33} - 2^{33}$$~~

$$2^{39} - 2^{30}$$

$$2^{38} \cdot \frac{2^t - 1}{2 - 1}$$

$$5 < \Delta t < 6$$

$$2^{33} \cdot (2^{\Delta t} - 2^5) \quad \left(2^{33} / (2^{\Delta t} - 2^6) \right)$$

$$10 \cdot 10$$

~~$$x \in \{5, 6, 7, 8, 9\}$$~~

$$x \in (6; 39)$$

$$(32)$$

$$x = 39$$

$$76 + 2^{33} \cdot 39 - 39 \cdot 2$$

$$2^{33} \cdot 39 - 2$$

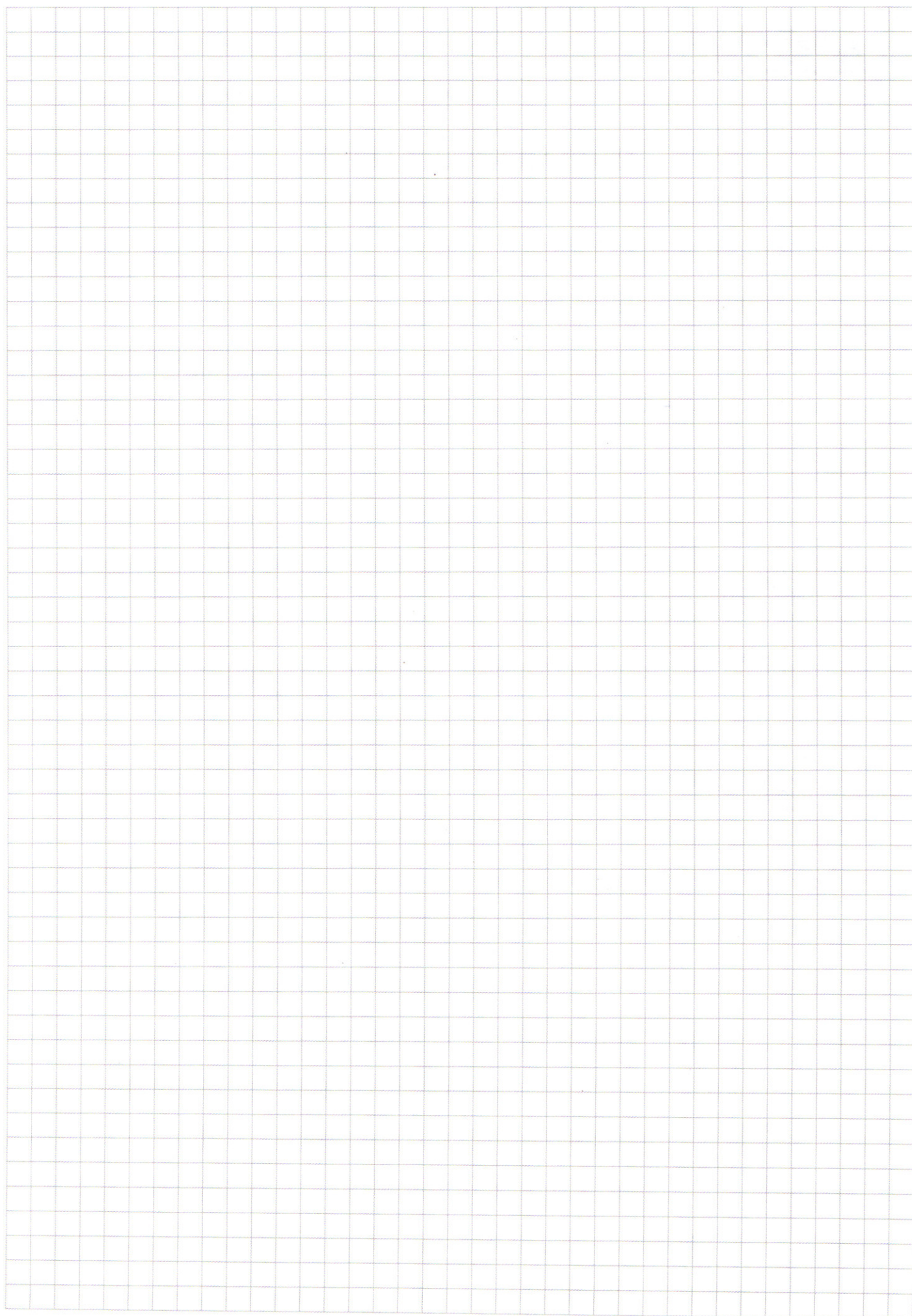
$$8 \cdot 2^{39} - 3 \cdot 2^{34}$$

$$\log_2 3$$

$$2^{39} + 2^{34 \cdot \log_2 3}$$

$$2^{38+\Delta t} - 2 - 2^{38} - 2^{34 \cdot \log_2 3}$$

$$t=0$$



☒ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

I.

$$y^2 + 5y - 50 + 40 - 4y = 0$$

$$y^2 + y - 90 = 0$$

$$y_{1,2} = 1 + 360 = 361 = 19^2$$

$$y_{1,2} = \frac{-1 \pm 19}{2}$$

$$\underline{y = -10} \quad y = 9$$

IV

$$100 + 20x - 2x^2 + 8x + 40 = 0$$

$$-2x^2 + 18x + 140 = 0$$

$$x^2 - 9x - 70 = 0$$

$$D = 81 + 280 = 361$$

$$x_{1,2} = \frac{9 \pm 19}{2}$$

$$\underline{x = -5} \quad x = 14$$

II. $y = 0$

$$-2x^2 + 8x = 0$$

$$x(-2x + 8) = 0$$

$$\underline{x = 0} \quad \underline{x = 4}$$

III. $x = 5$

$$y^2 - 5y - 50 + 40 - 4y = 0$$

$$y^2 - 9y - 10 = 0$$

$$D = 81 + 40 = 121$$

$$y_{1,2} = \frac{9 \pm 11}{2}$$

$$\underline{y = -1} \quad y = 10$$

$$x = -5, y = -10$$

$$\underline{x = 5, y = -1}$$

$$x = 5, y = -1$$

$$y = 0, x = 0$$

$$y = 0, x = 4$$

$$12 + \sqrt{a-25} \geq 5 \quad a < 25$$

$$\sqrt{a-25} > -7$$

$$a > 25$$

$$12 - \sqrt{a-25} < 0$$

$$-\sqrt{a-25} < -12$$

$$\sqrt{a-25} > 12$$

$$a > 169$$

$$12 - \sqrt{a-25} \geq 5$$

$$-\sqrt{a-25} \geq -7$$

$$\sqrt{a-25} \leq 7$$

$$a < 49 + 25 \Rightarrow a < 83$$

$$a \in (25; 83) \quad \left\{ \begin{array}{l} a \in (-\infty; 25) \vee (25; 83) \\ a \in (58; 83) \end{array} \right.$$

при $a = 25$
при $a = 58$

$$a > 25$$

$$12 + \sqrt{a-25} < 5$$

$$\sqrt{a-25} < -7$$

$$(a \in (58; 83))$$

$$x = 12 - \sqrt{a-25}$$

$$5 = 12 - \sqrt{a-25}$$

$$\sqrt{a-25} = 7$$

$$a = 83$$

$$-5 = \pm \sqrt{a-58}$$

$$\sqrt{a-58} = 5$$

$$a = 83$$

$$|y| = 5 \pm 5$$

$$|y| = 10$$

$$y = 10$$

$$x = 2$$

$$|y| = 0$$

$$y = 0$$

$$x = 5$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

9. 3 7³

5 1 3

~~3.2.6~~

1	1	1	9	0
1	1	1	0	2
1	1	2	1	0
1	1	0	1	2
1	0	1	1	2
1	2	1	1	0

2 1 1 1 0
0 1 1 1 2
2 0 1 1 1
0 2 1 1 1

527.3.

$$\frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{3!}$$

$$\frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{3!}$$

1	2	3	0	0
1	1	0	1	0
1	1	0	0	1
1	0	1	1	0
1	0	1	0	1
1	0	0	1	1
0	1	1	1	0
0	0	1	1	1

5.3.4

$$\frac{5.4}{2} = 10$$

$$\begin{array}{r} 543 - 21 \\ \hline 3 \end{array}$$

$$\cos 9x - \cos 5x + \sin 9x + \sin 5x = 0$$

with

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - 9x\right) + \sin\left(\frac{\pi}{2} - 5x\right)$$

$$+\sin 9x + \sin 5x = 0$$

1	2	3	0	0
1	2	0	3	0
1	2	0	0	3
1	0	2	0	3
1	0	2	3	0
1	0	2	3	

1	1	1	0	0
0	1	1	1	0
0	0	1	1	1
1	0	1	1	0
1	0	0	1	1
1	1	0	1	0
1	1	0	0	1
1	0	1	0	1
0	1	1	0	1
0	1	0	1	1

$$2 \sin \frac{\pi}{4} \cdot \cos \left(\frac{\pi}{4} - \theta \right)$$

$$\frac{1}{2} - 9x - \frac{1}{2} + 5x =$$

$$\sin 5x \sin \left(\frac{\pi}{2} - 5x \right) = 2 \sin \frac{\pi}{5}$$

$$+ 2 \sin\left(5x - \frac{\pi}{4}\right) \cdot \cos \frac{\pi}{4}$$

11

$S_x = \frac{R}{2} + S_y$

$\frac{R}{2}$

$S_y = \frac{R}{H}$

R

H

$-2\sin$

$$\cos\left(\frac{\pi}{4} - 9x\right) + \sin\left(5x - \frac{\pi}{4}\right) - \cos 4x = 0$$

$$2 \sin\left(\frac{\pi}{8} - 6,5x\right) \cdot \sin\left(6,5x - \frac{\pi}{8}\right) + 2 \sin\left(2,5x - \frac{\pi}{8}\right) + \cos\left(2,5x - \frac{\pi}{8}\right) = 0$$

$$\sin(2,5x - \frac{\pi}{8}) = 0$$

$$\sin(\frac{\pi}{8} - 6,5x) + \cos(2,5x - \frac{\pi}{8}) = 0$$

$$\sin(\frac{\pi}{8} - 6,5x) + \sin(\frac{\pi}{2} - 2,5x + \frac{\pi}{8}) = 0$$

$$\sin(\frac{\pi}{8} - 6,5x) + \sin(\frac{5\pi}{8} - 2,5x) = 0$$

$$\frac{\pi}{8} - 6,5x + \frac{5\pi}{8} - 2,5x = \frac{6\pi}{8} - 9x = \frac{3\pi}{8} - 4,5x$$

$$\sin(\frac{3\pi}{8} - 4,5x) = 0$$

$$\cos(\frac{\pi}{4} + 2x) = 0$$

$$\frac{\pi}{8} - 6,5x - \frac{5\pi}{8} + 2,5x = -\frac{\pi}{2} - 4x$$

3.

$$y = 2x$$

$$y = 4 - x$$

$$(x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^2)}$$

$$3 \log_2 3$$

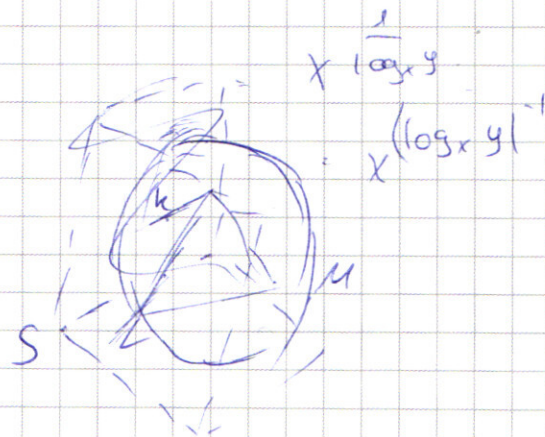
$$4 \log_2 4$$

$$8 \log_2 8$$

$$(x^2)^{-\ln x} \cdot y^{-\ln x^4} = y^{\ln(y/x^2)} = 0$$

$$y^{\ln(y/x^2)} \left((x^2)^{-\ln x} \cdot y^{-\ln(x^4)} \right) = 1 = 0$$

$$x^{-\ln x^2} \cdot y^{-\ln \frac{y}{x^2}} = 1$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

9261

9261/3

1029

1029/7

2.

147/2

3327

3327

3732

3332

3377

3737

33

373

3723

7733

2323

7337

9261 = 9 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 21 = 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7

3 - 3

2 - 1

3737

3 - 7

u = 2

8 \cdot 7 \cdot 6

3

2323

5261

cos 9x + cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0

log₂ 8

log₂ 8

(x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^2)}

y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0

(x^2)^{-\ln x} = x^{-2\ln x} = (x^{\ln x})^{-2}

y^{-2\ln x} = 0

-4 - (-7) =

y = 0

x^{-2\ln x} \cdot y^{3\ln x} \cdot \ln y = 0

x^{-2\ln x} \cdot y^{-4\ln x} = y^{\ln y - \ln x^2}

x^{-2\ln x} \cdot y^{-4\ln x} = y^{\ln y} \cdot y^{-2\ln x}

y^{-2\ln x} \cdot (x^{-2\ln x} \cdot y^{3\ln x} - y^{\ln y}) = 0

$$D = (x+4)^2 + 4 \cdot (2x^2 - 8x) =$$

$$= x^2 + 8x + 16 + 8x^2 - 32x = 9x^2 - 24x + 16 = (3x-4)^2$$

$$y = \frac{x+4 \pm (3x-4)}{2}$$

$$y = 2x$$

$$y = \frac{x+4-3x+4}{2} = -x+4$$

$$(x^2 \cdot (2x)^4)^{-\ln x} = y_{2x}^{\ln(2x/x^2)}$$

$$3261 \approx 3^3 \cdot 2^3$$

$$(2^4 \cdot x^6)^{-\ln x} = (2x)^{\ln(\frac{2}{x^6})}$$

$$3^3 \cdot 2^3 \rightarrow 27 \cdot 8 = 216$$

$$(2^4 \cdot x^6)^{-\ln x} = (2x)^{\ln 2 + 6 \ln x}$$

$$(2) \quad 8 \cdot 27 = 216$$

$$2^{-4 \ln x} \cdot x^{-6 \ln x} \rightarrow 2^{\ln 2 + 6 \ln x} \cdot x^{\ln 2 + 6 \ln x} = 0$$

$$2 \cdot 2 \cdot 1 = 4$$

$$2^{-4 \ln x} \left(x^{-6 \ln x} - 2^{\ln 2 + 10 \ln x} \cdot x^{\ln 2 + 6 \ln x} \right) = 0$$

$$1 \cdot 1 \cdot 0 \\ 1 \cdot 0 \cdot 1 \rightarrow \\ 0 \cdot 1$$

$$(2x)^{\ln \frac{x^2}{2}} = x^{\ln x^2}$$

$$(2x)^{\ln x^2 - \ln 2} = x^{\ln x^2}$$

$$\left(\frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3!} \cdot \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3!} \right)$$

$$x^{\ln x^2} \left(2^{\ln x^2 - \ln 2} - x^{\ln x^2 - \ln 2} - 1 \right) = 0$$

$$2^{\ln x^2 - \ln 2} = x^{\ln x^2 - \ln 2}$$

$$2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$$

$$\frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{2!} \cdot \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3!} \cdot 2$$

$$\frac{15 \cdot 3}{2!} \cdot \frac{3 \cdot 2}{2} = 10$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

д. 403

$$y_1 = 2^x + 3 \cdot 2^{34}$$

$$y_2 = 26 + 2 \cdot (2^{32} - 1) \cdot x$$

при $x = 6$ — графики пересекаются

при $x = 32$

$$2^{38} + 3 \cdot 2^{34} - 26 - 2^{33+1} + 2 \cdot 32$$

$$5 < 1 < 6$$

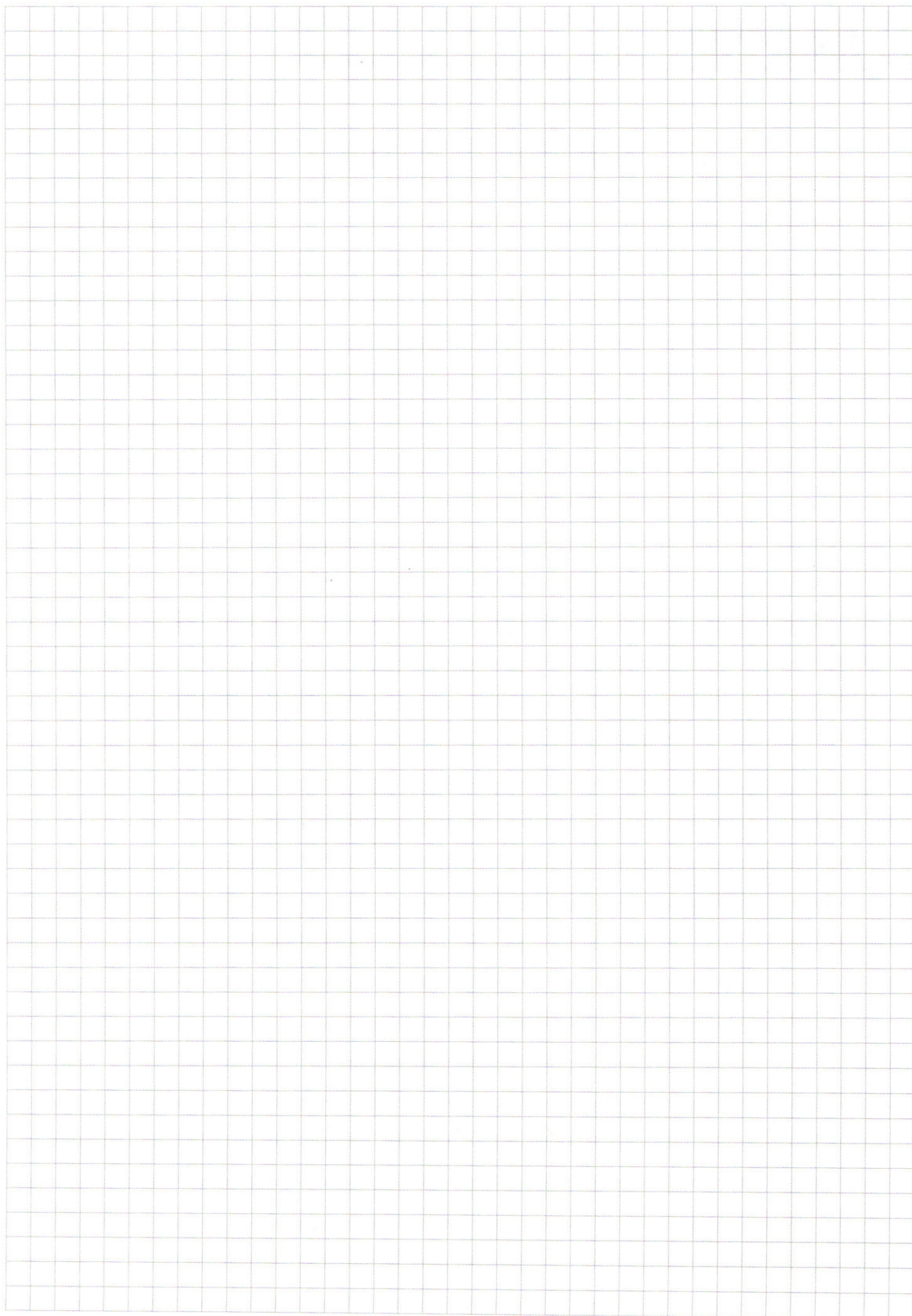
$$\text{т.е. } 1 = \log_2 38$$

$$2^{33} (2^{35} - 2^1) + 3 \cdot 2^{34} - 26 + 2 \cdot 32 \leq 0 \Rightarrow$$

при $x = 32$ $2^{33} (2^6 - 2^1) + 3 \cdot 2^{34} \stackrel{=}{>} y_1 < y_2$
(д. число)

$y_1 > y_2 \Rightarrow$ при $x \in (6; 32)$ — нет
решения

Ответ: $32 - 6 - 1 = 32$



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$(x-12)^2 + (y-5)^2 = a$$

I.

$$49 + 4y^2 - 10|y| + 25 - a = 0$$

$$y^2 - 10|y| + (83 - a) = 0$$

$$\frac{83}{4} \geq \frac{232}{4}$$

$$5 - \sqrt{a-83} \leq 10$$

$$-\sqrt{a-83} \leq 5$$

$$a \in [58, 83]$$

$$|y|_{\min} = 100 - 4 \cdot 83 = 4(25 - 83) \geq 0$$

$$|y| = \frac{10 \pm 2\sqrt{25-83}}{2}$$

$$232/4$$

$$D = 100 - 83 \cdot 4 + 4a = 4a - 232 =$$

$$= 4(a - 58)$$

$$a \geq 58$$

$$|y| = \frac{10 \pm 2\sqrt{a-58}}{2} = 5 \pm \sqrt{a-58}$$

$$58 \leq a \leq 83$$

$$y \in [-10; 0] \rightarrow |y| \in [0; 10]$$

II.

$$x^2 - 24|x| + 169 - a = 0$$

$$|x|_{\min} = \frac{12 \pm \sqrt{144 - 169 + a}}{1} = 12 \pm \sqrt{a-25} = 12 \pm \sqrt{a-25}$$

III.

$$1) |y| = 5 \pm \sqrt{a-58}$$

$$|y| \in [0; 10], a \leq 5$$

$$|x| \in [0; 5]$$

$$2) |x| = 12 \pm \sqrt{a-25}$$

$$5 - \sqrt{a-58} \geq 0$$

$$(x=5, y=0)$$

$$5 + \sqrt{a-58} \leq 10$$

$$0 \leq 5 - \sqrt{a-58} \leq 10$$

$$5 - \sqrt{a-58} \leq 10$$

$$5 + \sqrt{a-58} \leq 10$$

$$\sqrt{a-58} \leq 5$$

$$-5 \leq -\sqrt{a-58} \leq 5$$

$$-\sqrt{a-58} \leq 5$$

$$a - 58 \leq 25$$

$$-5 \leq \sqrt{a-58} \leq 5$$

$$-\sqrt{a-58} \leq 5$$

$$\sqrt{a-58} \geq -$$

$$[a \leq 83]$$

$$5 - \sqrt{a-58} \geq 0 \rightarrow$$

$$-\sqrt{a-58} \geq -5$$

$$\sqrt{a-58} \leq 5$$

№2

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2^x / (2^{33} - 2) \cdot x \end{cases}$$

32

35

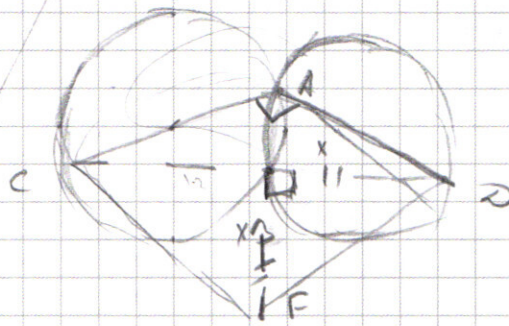
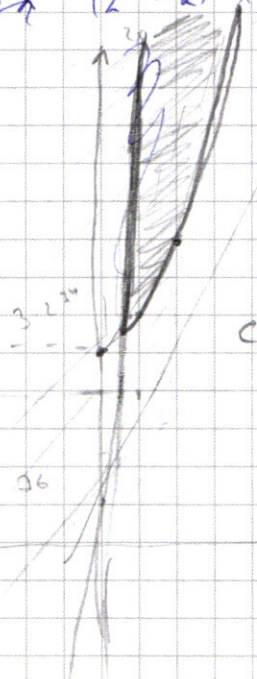
$$(x^2 y^4)^{-1/4} = y^{1/4} (y/x^2)^{-1/4}$$

$$(2^{33} - 2) \cdot x$$

$$y < 76 + 2^{33} \cdot x$$

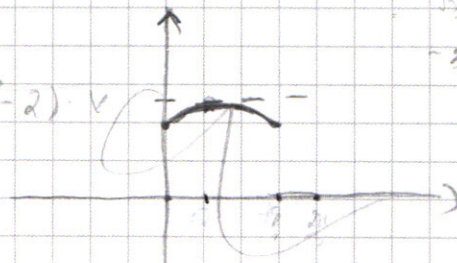
$$y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0$$

$$y^2 - (x+4)y - (2x^2 - 8x) = 0$$



$$y > 2^{34}$$

$$2^x + 3 \cdot 2^{34} = 76 + (2^{33} - 2) \cdot x$$



№2

$$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$$

$$-2 \sin 7x \cdot \sin 2x + 2 \sin 7x \cdot \cos 2x - \frac{\sqrt{2}}{2} (2 \sin 2x \cos 2x) = 0$$

$$2 \sin 7x (-\sin 2x + \cos 2x) - \sqrt{2} (\cos^2 2x - \sin^2 2x) = 0$$

$$2 \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2} (\cos 2x + \sin 2x) (\cos 2x - \sin 2x) = 0$$

$$\cos 2x - \sin 2x = 0$$

$$2 \sin 7x - \sqrt{2} (\cos 2x + \sin 2x) = 0$$

$$2 \sin 2x - \sqrt{2} \cos 2x - \sqrt{2} \sin 2x = 0$$

9x

$$2 \sin 7x - \sqrt{2} (2 \sin^2 x - \frac{1}{2} + 2 \sin x \cdot \cos x)$$

$$= 2 \sin 7x - \sqrt{2} (2 \sin^2 x - \sin^2 x - \cos^2 x)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$y \ln y / (x - 2 \ln x) \cdot y^{3 \ln x - \ln y - 1} = 0$$

$$y \ln y = 0$$

$$x - 2 \ln x \cdot y^{3 \ln x - \ln y} = 1$$

$$x - 2 \ln x \cdot y^{\ln \frac{x^3}{y}} = 1$$

$$y^{\ln \frac{x^3}{y}} = x \ln x^2$$

$$y^2 - xy - 2x^2 + 3x - 4y = 0$$

$$x + y + 5 = 0$$

$$y = -x - 5$$

$$y = x - 5$$

$$y - x + 5 > 0$$

$$y > x - 5$$

где Γ :

$$x \in (-\infty; 0)$$

$$-x - y - 5 + y - x + 5 = 10$$

$$-2x = 10$$

$$x = -5, y \in [-10; 0]$$

где Π :

$$x + y + 5 + y - x + 5 = 10$$

$$2y = 0$$

$$y = 0, x \in [-5; 5]$$

где Σ :

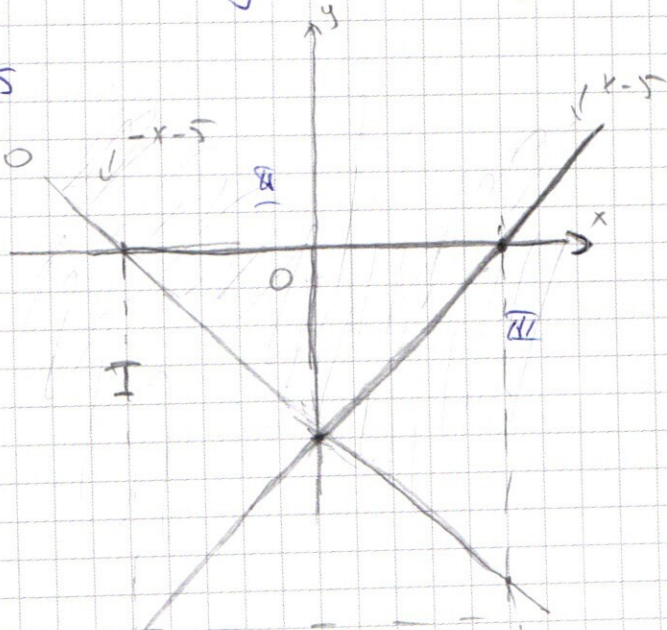
$$|x + y + 5| + |y - x + 5| = 10$$

$$(|x| - 12)^2 + |y - 5|^2 = 4$$

$$x + y + 5 = 0$$

$$x^2 - 24|x| + 144 + y^2 - 10|y| + 25 = 4$$

$$x^2 + y^2 - 24|x| - 10|y| + 169 = 4$$



$$x + y + 5 - y + x - 5 = 10$$

$$2x = 10$$

$$x = 5, y \in [-10; 0]$$

где Π :

$$-x - y - 5 - y + x - 5 = 10$$

$$-2y = 20, y = -10, x \in [-5; 5]$$

☒ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № ____
(Нумеровать только чистовики)