

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МА

11 класс

ВАРИАНТ 7

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 9261. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^7)}, \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 16.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 5| + |y - x + 5| = 10, \\ (|x| - 12)^2 + (|y| - 5)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 10 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 12$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~ 1.

$9267 = 3^3 \cdot 7^3$. При $n \geq 2$ $7^n > 10 \Rightarrow$ в восьмизначном, $3 \cdot 7 = 21, 21 > 10 \Rightarrow$ в восьмизначном числе произведем цифры 9267 ровно 3 семёрки.

$3 \cdot 3 = 9, 9 < 10 \Rightarrow, 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27, 27 > 10 \Rightarrow$ в этом числе 3 тройки или одна девятка и одна тройка. Остальные цифры могут быть только 1, т.к. 3 и 7 не делят числа $\Rightarrow$ их можно разбить на группы множителей.

Если в этом числе 3 семёрки, 3 тройки, то остальные 2 цифры - единицы. Кол-во таких чисел: $C_8^3 \cdot C_5^3$, т.к. это кол-во способов выбрать 3 места для семёрок, умноженное на кол-во способов выбрать 3 места для троек из оставшихся 5.

Если в этом числе 3 семёрки, одна девятка, одна тройка, то оставшиеся 3 цифры - единицы. Кол-во таких чисел равно $C_8^3 \cdot 5 \cdot 4$, т.к. это кол-во выбрать 3 места из 8 для семёрок, умноженное на кол-во способов выбрать место для "9" из 5 оставшихся, умноженное на кол-во способов выбрать место для "3" из 4 оставшихся.

$$\text{Итого таких чисел: } C_8^3 \cdot C_5^3 + C_8^3 \cdot 5 \cdot 4 = C_8^3 (C_5^3 + 5 \cdot 4) = \frac{8!}{3! \cdot 5!} \left(\frac{5!}{3! \cdot 2!} + 20 \right) = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3 \cdot 2} \left(\frac{5 \cdot 4}{2} + 20 \right) = 8 \cdot 7 \cdot 10 = 560$$

Ответ: 560.

~ 3.

$$\begin{cases} (x^2 y^2)^{\ln x} = y^{\ln(y/x^2)}, \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0 \end{cases}$$

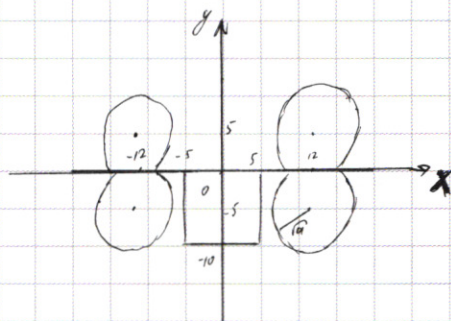
$$\text{ОДЗ: } x > 0, \frac{y}{x^2} > 0$$

$$y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0$$

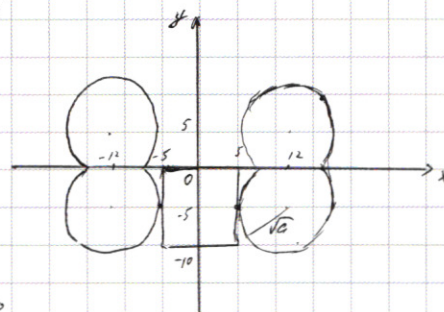
и 5. (проверка)

отрицательные значения координат. Кол-во решений системы — это кол-во пересечений квадрата с окружностями, $(x-12)^2 + (y-5)^2 = 0 \Rightarrow 0 \neq 0$.

При $a < 364$, решение нет, т.к. тогда радиус меньше 7, а мин. расстояние от центров окр. до квадрата = 7.

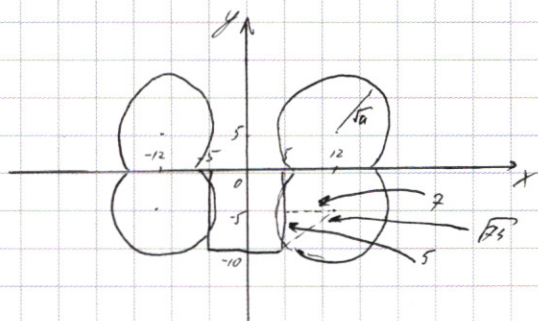


Если $a = 364$, то система имеет 2 решения:
 $(-5, -5)$ и $(5, -5)$.



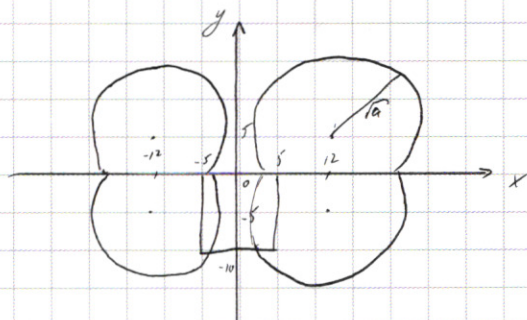
При $a \in (364, 676)$, система имеет 4 решения, это

точки на боковых сторонах квадрата, т.к. квадрат размещен от центров точек окружностей до вершин квадрата равен $25 + 49 = 5^2 + 7^2 = 74$, по теореме Пифагора.

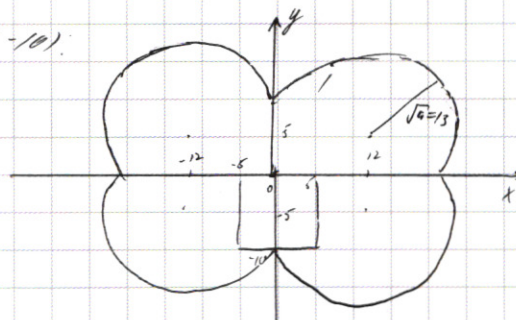


Окружности пересекаются на осях координат, т.к. они симметричны относительно них.

При $a \in (74, 169)$ система также имеет 4 решения, т.к. расстояние от центров симметрич. окр. до точки $(0, -10)$ равно $\sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{169} = 13$.



При $a = 169$ система имеет 2 решения:
 $(0, 0)$ и $(0, -10)$.



При $a > 169$ система не имеет решений.

Ответ: 49; 169.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 3 (продолжение).

$$y^2 - y(x+4) - 2x(x-4) = 0$$

$$D = x^2 + 8x + 16 + 8x^2 + (32x) = 9x^2 - 24x + 16 = (3x - 4)^2$$

$$y = \frac{x+4 \pm (3x-4)}{2} = \begin{cases} 2x \\ -x+4 \end{cases}$$

$$(x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(\frac{4}{x^2})} \quad \text{Если } y = 2x, \text{ то } (x^2 \cdot 16x^4)^{-\ln x} = (2x)^{\ln(\frac{2x}{x^2})}$$

$$2^{-4\ln x} \cdot x^{-6\ln x} = 2^{\ln(\frac{2}{x^2})} \cdot x^{\ln(\frac{2}{x^2})}$$

$$2^{-4\ln x} \cdot x^{-6\ln x} = (2x)^{\ln 2 - \ln x^2}$$

$$2^{-6\ln x} \cdot x^{-2\ln x} = (2x)^{\ln 2} \cdot (2x)^{-6\ln x}$$

$$(2x)^{-6\ln x} \cdot 2^{2\ln x} = (2x)^{-6\ln x} \cdot (2x)^{\ln 2}$$

$$2^{2\ln x} = (2x)^{\ln 2}$$

$$e^{2\ln x \cdot \ln 2} = e^{\ln 2 \cdot \ln 2x}$$

$$2\ln x \cdot \ln 2 = \ln 2 \cdot \ln 2x$$

$$2\ln x = \ln 2 + \ln x$$

$$\ln x = \ln 2 \Rightarrow x = 2, \quad y = 4, \quad \frac{y}{x^2} = 1$$

$$\text{Если } y = -x+4: (x^2(-x+4)^4)^{-\ln x} = y^{\ln \frac{-x+4}{x^2}} \cdot (x^2(-x+4)^4)^{-\ln x} = (-x+4)^{\ln \frac{-x+4}{x^2}}$$

$$(x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln y - 7\ln x}$$

$$x^{-2\ln x} \cdot y^{-4\ln x} = y^{\ln y - 7\ln x}$$

$$x^{-2\ln x} = y^{\ln y - 3\ln x}$$

$$e^{-2\ln^2 x} = e^{\ln^2 y - 3\ln x \cdot \ln y}$$

$$-2\ln^2 x = \ln^2 y - 3\ln x \cdot \ln y$$

$$\ln^2 y - 3\ln y \cdot \ln x + 2\ln^2 x = 0$$

и 3 (подождем).

$$\ln^2 y - 3 \ln y \ln x + 2 \ln^2 x = 0, \text{ относительно } \ln y:$$

$$D = 9 \ln^2 x - 8 \ln^2 x = \ln^2 x$$

$$\ln y = \frac{3 \ln x \pm \ln x}{2} = \begin{cases} 2 \ln x \\ \ln x \end{cases}$$

$$\text{Если } \ln y = 2 \ln x, \text{ то } \ln y = \ln x^2 \Rightarrow y = x^2, y = -x + 5 \Rightarrow -x + 5 = x^2$$

$$x^2 + x - 5 = 0$$

$$D = 1 + 20 = 21$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{21}}{2}, x > 0 \Rightarrow x = \frac{-1 + \sqrt{21}}{2}, y = \frac{-\sqrt{21} + 1}{2} + 5 = \frac{-\sqrt{21} + 9}{2}, y = 18 \Rightarrow y > \sqrt{21} \Rightarrow y > 0 \Rightarrow \frac{y}{x^2} > 0$$

$$\text{Если } \ln y = \ln x, \text{ то } y = x \Rightarrow -x + 5 = x \Rightarrow x = 2, y = 2, x > 0 \text{ и } \frac{y}{x^2} > 0$$

$$\text{Ответ: } (2, 2), \left(\frac{-1 + \sqrt{21}}{2}, \frac{-\sqrt{21} + 9}{2} \right), (2, 4).$$

и 5.

$$\begin{cases} |x + y + 5| + |y - x + 5| = 10, \\ (|x| - 12)^2 + (|y| - 5)^2 = 9, \end{cases} \text{ для решения.}$$

$$\text{Если } x + y + 5 \geq 0 \text{ и } y - x + 5 \geq 0, \text{ то } x + y + 5 + y - x + 5 = 10 \Rightarrow y = 0$$

$$x + 5 \geq 0 \Rightarrow x \geq -5, -x + 5 \geq 0 \Rightarrow x \leq 5 \Rightarrow x \in [-5; 5]$$

$$\text{Если } x + y + 5 \geq 0, \text{ а } y - x + 5 \leq 0, \text{ то } x + y + 5 - y + x - 5 = 10 \Rightarrow 2x = 10 \Rightarrow x = 5$$

$$y + 10 \geq 0 \Rightarrow y \geq -10, y - 5 + 5 \leq 0 \Rightarrow y \leq 0 \Rightarrow y \in [-10; 0]$$

$$\text{Если } x + y + 5 \leq 0 \text{ и } y - x + 5 \geq 0, \text{ то } -x - y - 5 + y - x + 5 = 10 \Rightarrow -2x = 10 \Rightarrow x = -5$$

$$y \leq 0, y + 10 \geq 0 \Rightarrow y \geq -10 \Rightarrow y \in [-10; 0]$$

$$\text{Если } x + y + 5 \leq 0 \text{ и } y - x + 5 \leq 0, \text{ то } -x - y - 5 - y + x - 5 = 10 \Rightarrow -2y = 20 \Rightarrow y = -10$$

$$x - 5 \leq 0 \Rightarrow x \leq 5, -x - 5 \leq 0 \Rightarrow x \geq -5 \Rightarrow x \in [-5; 5].$$

Значит уравнение $|x + y + 5| + |y - x + 5| = 10$ описывает квадрат с вершинами в точках $(-5; 0)$, $(5; 0)$, $(5; -10)$ и $(-5; -10)$.

Уравнение $(|x| - 12)^2 + (|y| - 5)^2 = 9$ описывает четыре окружности с радиусом 3 и центрами в точках $(12; 5)$, $(-12; 5)$, $(12; -5)$ и $(-12; -5)$,

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 7.

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y \leq 76 + 2(2^{32} - 1)x \end{cases}$$

Для целых x $2^x + 3 \cdot 2^{34}$ и $76 + 2(2^{32} - 1)x$ — целые $\Rightarrow$ при фиксированном x кол-во подходящих целых y равно $76 + 2(2^{32} - 1)x - 2^x - 3 \cdot 2^{34}$, если это число ≥ 0 , иначе кол-во подходящих $y = 0$.

$$(76 + 2(2^{32} - 1)x - 2^x - 3 \cdot 2^{34})' = 2(2^{32} - 1) - e^{x \ln 2}, \text{ это уравнение упрощаем}$$

$$2(2^{32} - 1) - e^{x \ln 2} = 0 \text{ имеет 1 корень} \Rightarrow \text{функция } y = 76 + 2(2^{32} - 1)x - 2^x - 3 \cdot 2^{34}$$

имеет 1 экстремум. Допустим $2(2^{32} - 1) - e^{x \ln 2} = 0$, тогда при x_0

$$x < x_0 \quad 2(2^{32} - 1) - e^{x \ln 2} > 0, \text{ при } x > x_0 \quad 2(2^{32} - 1) - e^{x \ln 2} < 0 \Rightarrow \text{множество } x,$$

при которых $2(2^{32} - 1)x + 76 - 2^x - 3 \cdot 2^{34} > 0$ — это непрерывный отрезок

между точками пересечения графика $y = 76 + 2(2^{32} - 1)x - 2^x - 3 \cdot 2^{34}$ и оси Ox .

$$\text{При } x = 6 \quad 76 + 2x(2^{32} - 1) - 2^x - 3 \cdot 2^{34} = 0 \Rightarrow x = 6 \text{ — один из корней этого уравнения.}$$

$$\text{При } x = 5 \quad 76 + 2x(2^{32} - 1) - 2^x - 3 \cdot 2^{34} < 0 \Rightarrow \text{на } x \in (-\infty; 6) \text{ функция возрастает, так как}$$

$$\Rightarrow \text{при } x \leq 5 \quad 76 + 2x(2^{32} - 1) - 2^x - 3 \cdot 2^{34} < 0, \text{ т.к. эта функция имеет 1 максимум,}$$

$$\text{который } > 5, \text{ т.к. } 6 > 5 \Rightarrow x_0 > 5 \Rightarrow \text{на } (-\infty; 5] \text{ функция возрастает}$$

$$x = 6 \text{ — При } x = 7 \quad 76 + 2x(2^{32} - 1) - 2^x - 3 \cdot 2^{34} > 0 \Rightarrow 7 \text{ — левая граница отрезка,}$$

на котором существуют подходящие y .

$$\text{При } x = 38 \quad 76 + 2x(2^{32} - 1) - 2^x - 3 \cdot 2^{34} > 0, \text{ при } x = 39 \quad 76 + 2x(2^{32} - 1) - 2^x - 3 \cdot 2^{34} < 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = 38 \text{ — правая граница отрезка, на котором существуют } y,$$

$$\text{подходящие по системе. При } x = 6 \quad 76 + 2(2^{32} - 1)x - 2^x - 3 \cdot 2^{34} = 0, \text{ так как} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{на } x \in [7; 38] \quad 76 + 2(2^{32} - 1)x - 2^x - 3 \cdot 2^{34} = 2(2^{32} - 1)(x - 6) - 2^{x-6} - 2 + 2^6$$

~ 7 (предположение).

Найдем пар (x, y) , удовлетворяющих системе равно сумме

$2(2^{32-7})(x-6) - 2^x + 2^6$ по всем целым $x \in [7; 38]$.

$$\sum_{x=7}^{38} (2(2^{32-7})(x-6) - 2^x + 2^6) = \sum_{x=7}^{38} (2(2^{32-7})(x-6)) + \sum_{x=7}^{38} (-2^x + 2^6) = 2(2^{32-7}) \cdot \frac{(38-6+7-6)(38-6)}{2} +$$

$$+ \sum_{x=7}^{38} (-2^x + 2^6) = 16 \cdot 33 \cdot 2(2^{32-7}) + 2^6 \cdot 32 + \sum_{x=7}^{38} (-2^x) = 2^{36} \cdot 33 - 32 \cdot 33 + 2^6 \cdot 32 - (2^{39} - (2^7 - 1)) =$$

$$= 2^{36} \cdot 33 - 2^5 \cdot 33 + 2^6 \cdot 32 - 2^{39} + 2^7 = 2^{36} \cdot 33 - 2^5 \cdot 33 + 2^{11} - 2^{39} + 2^7 = 2^{47} + 2^{36} - 2^{10} - 2^5 + 2^{11} - 2^{35} = 2^{47} - 2^{39} + 2^{36} + 2^{10} + 2^7 - 2^5 = 2^{30} \cdot 3 + 2^{36} + 2^{10} + 2^5 \cdot 3 =$$

$$= 2^{47} + 2^{36} - 2^{10} - 2^5 + 2^{11} - 2^{35} = 2^{47} - 2^{39} + 2^{36} + 2^{10} + 2^7 - 2^5 = 2^{30} \cdot 3 + 2^{36} + 2^{10} + 2^5 \cdot 3 =$$

$$= 2^{36} (8 \cdot 3 + 1) + 2^5 (2^{12} + 3) = 2^{36} \cdot 25 + 2^5 \cdot 35,$$

$$\text{Ответ: } 2^{36} \cdot 25 + 2^5 \cdot 35.$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

9267

$$\begin{array}{r} 9267 \overline{) 9} \\ \underline{9} \\ 26 \\ \underline{18} \\ 81 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -1025 / 3 \\ \underline{ 2} \\ -12 \\ \underline{ 12} \\ 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 333 \overline{) 755} \\ \underline{28} \\ 63 \\ \underline{63} \\ 0 \\ \leftarrow 343 \\ 27 \\ \hline 2901 \\ + 686 - \\ \hline 3587 \end{array}$$

~~$$\begin{array}{r} 1029 \overline{) 9} \\ \underline{-12} \\ 69 \end{array}$$~~

$$49 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 9 = 7^3 \cdot 3^3$$

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

77733311

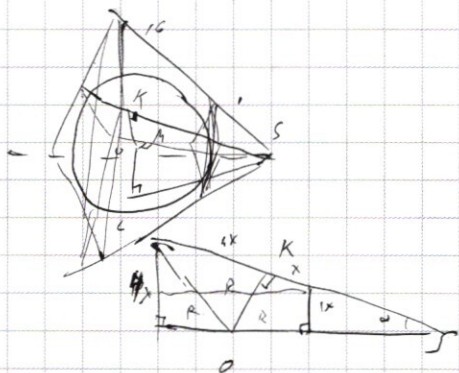
777 93111

777

$$C_8^3 - C_5^3$$

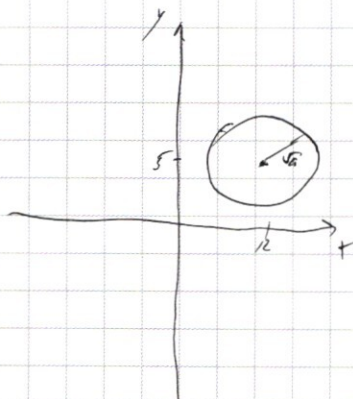
$$C_8^3 \cdot 5 \cdot 4$$

29.



$$|x+y+5| + |y-x+5| = 10$$

$$(1x1-12)^2 + (1y1-5)^2 = 4$$



~ 3

$$\begin{cases} (x^2y)^{-\ln x} = y^{\ln(x^2)} \\ y^{2-xy-2x^2+2x-y} = 0 \end{cases}$$

$$x^{-2 \ln x} \cdot y^{-4 \ln x} = y^{\ln y} \cdot x^7$$

$$x^{-2\ln x} \cdot y^{-\ln x} = y^{\ln x} - \ln x^2$$

$$e^{-2\ln^2 x} = \ln x \cdot \ln y \quad x = e^{-\ln x} = e^{-\ln^2 x}$$

$$e^{-2\ln^2 x} \cdot e^{-\ln x \cdot \ln y} = e^{\ln^2 y - \ln x^2 \cdot \ln y}$$

$$-2 \ln^2 x - 3 \ln x \cdot \ln y = \ln^2 y - \ln x^3 \cdot \ln y$$

$$-\ln^2 x^2 - 2\ln^2 x - 4\ln x \cdot \ln y = \ln^2 y - 7\ln x \cdot \ln y$$

$$\begin{cases} 3 \ln x \ln y - 2 \ln^2 x - \ln^2 y = 0 \\ y^2 - y(x+1) - 2x(x-1) = 0 \end{cases}$$

$$D = x^2 + 8x + 16 + 8x^2 - 32x = 9x^2 - 24x + 16 =$$

$$= (3x - 4)^2$$

$$y = \frac{x + 5 + (3x - 5)}{2} = \begin{cases} 2x \\ -x + 5 \end{cases}$$

$$3 \ln x \cdot \ln 2x - 2 \ln^2 x - \ln^2 2x = 0$$

$$x^{-2 \ln x} \cdot y^{-3 \ln x} = y^{\ln x - 2 \ln x}$$

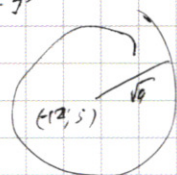
$$x^{-2 \ln x} = y^{\ln y - 3 \ln x}$$

$$38 - 7 = 31$$

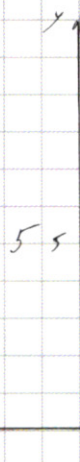
$$16 \cdot 3^3 - 2(2^{30} - 1) = 32 \text{ мина}$$

$$38 - 4 = 34$$

$$2 \cdot 6 = 12$$



$$2^{39} - 1 - (2^{39} - 1)$$



$$2y + 10 = 10$$

$$y = 0$$

$$x - 5 = 5$$

$$-x + 5 = 5$$

$$x - 5 = 5$$

$$x + y + 5 = x + y - 5 = 10$$

$$2x = 10$$

$$x = 5$$

$$y = 10$$

$$y = 0$$

$$-x - y - 5 + y - x + 5 = 10$$

$$-2x = 10$$

$$x = -5$$

$$x = 5$$

$$y = 5 + 5 = 10$$

$$-x - y - 5 - x + y - 5 = 10$$

$$-2y = 10$$

$$y = -5$$

$$x = -5$$

$$x = 5$$

$$-10 + 5 - x = 0$$

$$x = -5$$

$$x = 5$$

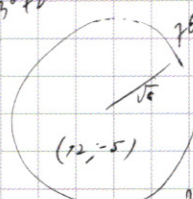
$$33 \cdot 6 - 12 = 6 + 2$$

$$3^5 + 2 = 3^5 + 2$$

$$46 + 2 = 48$$

$$-69 = -69$$

$$-256 = -256$$



$$64 + 32 = 32 + 16 = 48 \leq 16.3$$

$$3^3 \cdot 3 - 96 = 27 \cdot 3 - 96 = 81 - 96 = -15$$

$$32 + 16 = 16 + 24 = 40$$

$$25 + 36 = 61$$

$$49 + 25 = 74$$

$$40 = 8 \cdot 5$$

$$7 \cdot 6 + 2 \cdot 2^{32} - 7 = 2 \cdot 3 \cdot 2^{34}$$

$$76 + 2 \cdot 8 = 16 + 3 \cdot 2^{35}$$

$$76 + 2 \cdot 16 = 256 + 3 \cdot 2^{35}$$

$$76 + 2 \cdot 32 = 2^{16} + 3 \cdot 2^{35} + 2^{34}$$

$$76 + 2 \cdot 2^{39} < 2^{64} + 3 \cdot 2^{35} + 2^{34}$$

$$36 = 8 \cdot 4.5$$

$$2 \cdot 5 - 80 < 2$$

$$32 + 10 = 42$$

$$16 + 140 = 156$$

$$36 = 9 \cdot 4$$

$$37.9 - 72 = 22.1$$

$$36 + 40 = 76$$

$$18 + 10 = 28$$

$$76 + 2 \cdot 7 = 147$$

$$128 + 2 \cdot 2^{35}$$

$$76 \cdot 2^{39} \cdot 13 - 76 = 2$$

$$2 \cdot 38 + 3 \cdot 2^{34}$$

$$76 + 12 \cdot 2^{32} - 12 = 64 + 3 \cdot 2^{39}$$

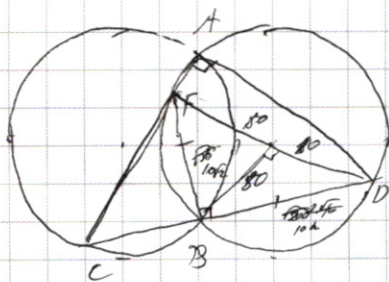
$$76 + 2 \cdot 39 = 78 < 2 \cdot 2^{39}$$

$$2 \cdot 38 + 2 \cdot 2^{32} < 2 \cdot 2^{39} + 2^{35} + 2^{34}$$

$$2 \cdot 38 + 2 \cdot 2^{36} < 2 \cdot 2^{39} + 2^{35} + 2^{34}$$

$$2 \cdot 38 + 2 \cdot 2^{30} + 2 \cdot 2^{35} + 2 \cdot 2^{34} < 2 \cdot 2^{39} + 2^{35} + 2^{34}$$

$$1000 - 10 = 990$$



$$CF = ?$$

$$\frac{100}{2} = 50$$

$$25 \cdot 2 = 50$$

$$x^2 = 25$$

$$x = 5$$

$$2^x + 3 \cdot 2^{35} < 76 + 2x \cdot 2^{32} - 2x$$

$$3 \cdot 2^{35} - 76 < -2x + 2x(2^{32} - 1)$$

$$\frac{76}{2} = 38$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 12 + \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$\begin{cases} 9x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k \\ 5x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k \end{cases}$$

$$4x = 2\pi k - 2\pi n$$

$$4x = \frac{2\pi 8}{2}$$

$$x = \frac{\pi 8}{2}$$

$$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos x + \sin 9x + \sin 5x = 0$$

$$\cos 4x = \cos (9x - 5x) = \cos 9x \cos 5x + \sin 9x \sin 5x$$

$$\cos 9x = a, \cos 5x = b$$

$$a - b - \sqrt{2} (4b + \sqrt{(4 - a^2)(1 - b^2)}) + \sqrt{1 - a^2} + \sqrt{1 - b^2} = 0$$



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № ____
(Нумеровать только чистовики)

