

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 7

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

- ✓ 1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 9261. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^7)}, \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 16.
- ✓ 5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 5| + |y - x + 5| = 10, \\ (|x| - 12)^2 + (|y| - 5)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 10 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
- б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 12$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1 $9261 = 3^3 \cdot 7^3$

Число может состоять из трех „3“, трех „7“ и двух „1“, либо из „5“, „3“, трех „7“ и трех „1“.

В первом случае цифру „3“ можно поставить $S_3 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 56$ способами, цифру „7“ $S_7 = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 10$ способами и цифру „1“ $S_1 = \frac{2 \cdot 1}{1 \cdot 1} = 1$ способом. Итого способов чисел, состоящих из цифр: три „3“, три „7“ и две „1“ $P_1 = 56 \cdot 10 \cdot 1 = 560$ чисел.

Во втором случае цифру „3“ можно поставить $S_3 = \frac{8}{1} = 8$ способами, „5“ $S_5 = \frac{7}{1} = 7$ способами, „7“ $S_7 = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 20$ способами, „1“ $S_1 = \frac{2 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 1$ способом. Итого чисел, состоящих из цифр: одна „5“, одна „3“, три „7“ и три „1“ $P_2 = 8 \cdot 7 \cdot 20 \cdot 1 = 1120$ чисел.

Тогда общее количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 9261, $P = P_1 + P_2$; $P = 560 + 1120 = 1680$

Ответ: 1680

В.
$$\begin{cases} |x+y+5| + |y-x+5| = 10 \\ (|x+5|)^2 + (|y-5|)^2 = 9 \end{cases}$$

Первое уравнение задаёт график квадрата

1) $|x+y+5| \geq 0$; $|y-x+5| \geq 0$

$x+y+5+y-x+5=10$; $y=0$; $x \in \mathbb{R}$

Однако $|x| \leq 5 \Rightarrow$ при $y=0$, $x \in [-5, 5]$
(для всех случаев)

2) $|x+y+5| < 0$; $|y-x+5| < 0$

$-x-y-5-y+x-5=10$; $-2y=20$; $y=-10$; $x \in [-5, 5]$

3) $|x+y+5| \geq 0$; $|y-x+5| < 0$

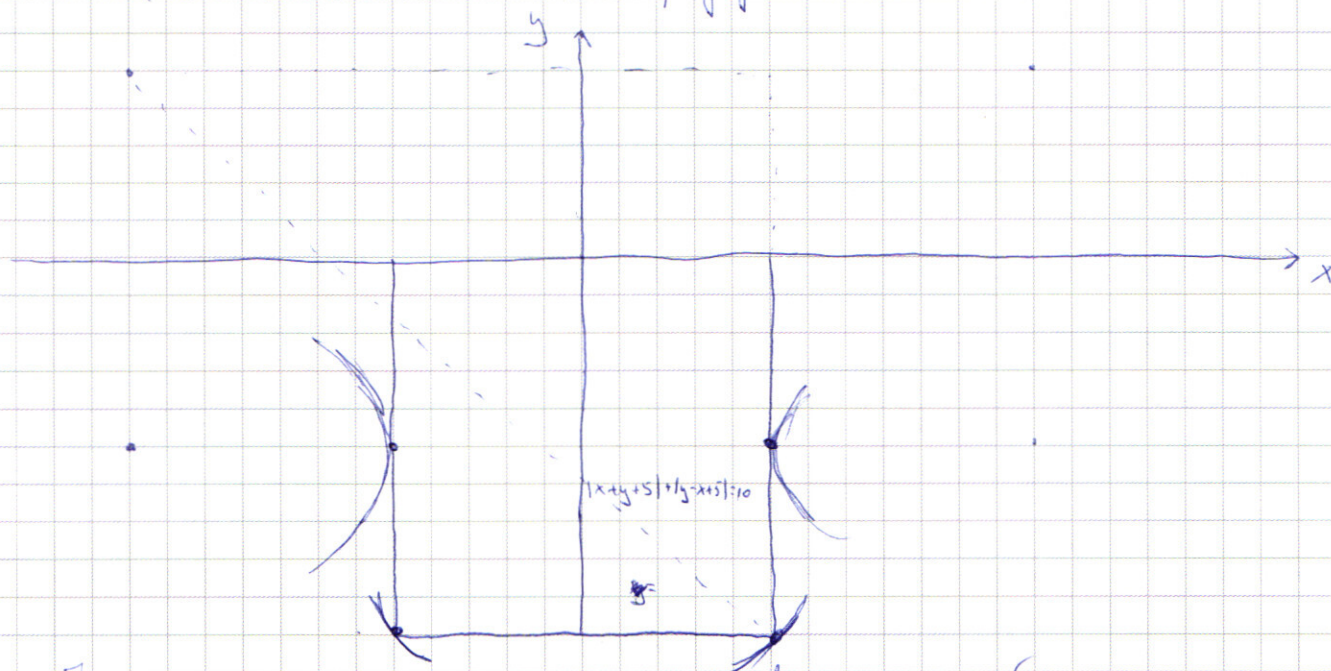
$x+y+5-y+x-5=10$; $x=5$; $y \in \mathbb{R}$

Однако $|y| \leq 5$ (для всех случаев) $\Rightarrow$ при $x=5$, $y \in [-5, 5]$

4) $|x+y+5| < 0$; $|y-x+5| \geq 0$

$-x-y-5+y-x+5=10$; $x=-5$; при $x=-5$ ($y \in [-10, 0]$)

Второе уравнение задаёт графики 4-х окружностей с центрами $(12, 5); (12, -5); (-12, 5); (-12, -5)$ и радиусом $\sqrt{a}$



При радиусе меньше 7 касаний с квадратом не будет

При радиусе ~~меньше~~ 7 касаний с квадратом будет 2, то что надо (точки касания $(-5, -5); (5, -5)$). Касаются окружности с центрами $(-12, -5); (12, 5)$

При радиусе больше 7 касаний будет больше, за исключением одного случая: окружности с центрами $(-12, 5); (12, 5)$ касаются проходят через вершины квадрата $(5, -10); (-5, -10)$ соответственно.

Радиус - r ; $r = \sqrt{15^2 + 17^2} = \sqrt{514}$ - по теореме Пифагора

Тогда $\begin{cases} a = 7^2 = 49 \\ a = \sqrt{514}^2 = 514 \end{cases}$

Ответ: 49; 514.

$$2 \cos 3x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 3x + \sin 5x = 0$$

$$-2 \sin 2x \cdot \sin 7x - \sqrt{2} \cos 4x + 2 \sin 7x \cdot \sin 2x = 0$$

$$2 \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2} (\cos^2 2x - \sin^2 2x) = 0$$

$$2 \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x) (\cos 2x + \sin 2x) = 0$$

$$(\cos 2x - \sin 2x) (2 \sin 7x - \sqrt{2} (\cos 2x + \sin 2x)) = 0$$

$$\begin{cases} \cos 2x - \sin 2x = 0 & * \\ 2 \sin 7x - \sqrt{2} (\cos 2x + \sin 2x) = 0 & ** \end{cases}$$

$$* \quad \cos 2x - \sin 2x = 0 \quad | : \cos 2x$$

$$1 - \tan 2x = 0; \quad \tan 2x = 1; \quad 2x = \frac{\pi}{4} + \pi k; k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}; k \in \mathbb{Z}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

** $2 \sin 7x - \sqrt{2} (\cos 2x + \sin 2x) = 0 \quad | :2$

$$\sin 7x = \cos 2x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \sin 2x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin 7x = \cos 2x \cdot \cos \frac{\pi}{4} + \sin 2x \cdot \sin \frac{\pi}{4}$$

$$\sin 7x = 0,5 (\cos(2x + \frac{\pi}{4}) + \cos(2x - \frac{\pi}{4})) - 0,5 (\cos(2x + \frac{\pi}{4}) - \cos(2x - \frac{\pi}{4}))$$

$$\sin 7x = 0,5 \cdot \cos(2x - \frac{\pi}{4}) + 0,5 \cdot \cos(2x - \frac{\pi}{4})$$

$$\sin 7x = \cos(2x - \frac{\pi}{4})$$

$$\sin 7x = \sin(\frac{\pi}{2} - 2x + \frac{\pi}{4})$$

$$\sin 7x = \sin(\frac{3\pi}{4} - 2x)$$

$$\begin{cases} 7x = \frac{3\pi}{4} - 2x + 2\pi N \\ 7x = \pi - \frac{3\pi}{4} + 2x + 2\pi L \end{cases} \begin{cases} 9x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi N \\ 5x = \frac{\pi}{4} + 2\pi L \end{cases} \begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi N}{9}; N \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{20} + \frac{2\pi L}{5}; L \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Ответ: $\frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}; k \in \mathbb{Z}; \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi N}{9}; N \in \mathbb{Z}; \frac{\pi}{20} + \frac{2\pi L}{5}; L \in \mathbb{Z}$

3 $\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^2)} \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0 \end{cases}$

* Это уравнение имеет график 2-х прямых: $y = 2x$ и $y = -x + 4$

** $(x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(\frac{y}{x^2})}$, $\frac{1}{x^{\ln x} \cdot y^{\ln x}} = \frac{y^{\ln y}}{y^{\ln x^2}}$, $y^{2\ln x} = y^{\ln y} \cdot x^{2\ln x} \cdot y^{\ln x}$
 $y^{3\ln x} = y^{\ln y} \cdot x^{2\ln x}$, $y^{3\ln x - \ln y} = x^{2\ln x}$

1) подставим в ~~уравнение~~ ^{в это} уравнение $y = 2x$

$$\frac{y^{3\ln x - \ln y}}{x^{2\ln x}} = 1; \text{ подставим } y = 2x$$

$$2x^{3\ln x - \ln 2x - 2\ln x} = 1$$

$$x^{\ln x - \ln 2 - \ln x} = 0,5; x^{-\ln 2} = \frac{1}{2} = x^{\log_2 0,5}; -\ln 2 = -\log_2 2$$

$$x = e; y = 2e$$

2) подставим в это уравнение $y = -x + 4$; $(-x + 4)^{3\ln x - \ln(-x + 4)} = x^{2\ln x}$

$$(4-x)^{\ln x^3 - \ln(4-x)} = x^{2 \ln x} ; (4-x)^{\ln \frac{x^3}{4-x}} = x^{\ln x^2}$$

Первая функция - убывающая

Вторая функция - возрастающая

⇒ Интервалов только одно решение.

x в интервале $(0; 4)$, $\ln \frac{x^3}{4-x} \geq 0 \Rightarrow (4-x)^{\ln \frac{x^3}{4-x}} \geq 1$ - убывающая; $x^{\ln x^2}$ - возрастающая; при $x > 1$

$$\text{Допустим } \begin{cases} 4-x = x \\ \ln \frac{x^3}{4-x} = \ln x^2 \end{cases} \begin{cases} x=2 \\ \frac{x^3}{4-x} = x^2 \end{cases} \begin{cases} x=2 \\ x^3 = 4x^2 - x^3 \end{cases} \begin{cases} x=2 \\ x^3 = 2x^2 \end{cases} \begin{cases} x=2 \\ x^2 = 2 \\ x=0 \end{cases} \Rightarrow x=2$$

Т.к. решение может быть только одно, то $x=2$; $y=2$ (из-за особенностей возрастания и убывания функций)

Ответ: $\{e; 2e\}$; $\{2; 2\}$

$$\ln \frac{x^3}{4-x} \geq 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$9261: 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$$

$$3^{\ln \frac{1}{3}} = 1^{\ln 1}$$

$$\begin{array}{r} 9261 \overline{) 3} \\ 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \ 3 \ 3 \ 7 \ 7 \ 7 \ 11 \\ 9 \ 3 \ 7 \ 7 \ 7 \ 111 \end{array}$$

$$-26$$

$$18$$

$$-81$$

$$81$$

$$0$$

$$\begin{array}{r} 1029 \overline{) 3} \\ 9 \end{array}$$

$$-12$$

$$12$$

$$-9$$

$$9$$

$$\begin{array}{r} 343 \overline{) 7} \\ 28 \end{array}$$

$$-63$$

$$63$$

$$0$$

$$3 \ 3 \ 7 \ 7 \ 1$$

$$-3 \ 3 \ 7 \ 1 \ 7$$

$$3 \ 3 \ 1 \ 7 \ 7$$

$$3 \ 1 \ 3 \ 7 \ 7$$

$$3 \ 1 \ 7 \ 3 \ 7$$

$$2 \ 1 \ 7 \ 7 \ 3$$

$$3 \ 7 \ 1 \ 3 \ 7$$

$$2 \ 1 \ 7 \ 3$$

$$3 \ 7 \ 3 \ 7 \ 1$$

$$3 \ 7 \ 3 \ 1 \ 7$$

$$3 \ 7 \ 7 \ 1 \ 3$$

$$3 \ 7 \ 7 \ 3 \ 1$$

$$7 \ 7 \ 3 \ 3 \ 1$$

$$7 \ 7 \ 3 \ 1 \ 3$$

$$7 \ 7 \ 1 \ 3 \ 7$$

$$7 \ 7 \ 1 \ 7 \ 3$$

$$7 \ 3 \ 1 \ 3 \ 7$$

$$7 \ 3 \ 1 \ 7 \ 3$$

$$7 \ 3 \ 1 \ 7 \ 3$$

$$7 \ 3 \ 3 \ 7 \ 1$$

$$7 \ 3 \ 3 \ 1 \ 7$$

$$7 \ 3 \ 7 \ 1 \ 3$$

$$7 \ 3 \ 7 \ 3 \ 1$$

$$7 \ 1 \ 7 \ 3 \ 3$$

$$7 \ 1 \ 3 \ 7 \ 3$$

$$2 \ 1 \ 3 \ 3 \ 7$$

$$1 \ 3 \ 3 \ 7 \ 7$$

$$1 \ 3 \ 7 \ 3 \ 7$$

$$1 \ 3 \ 7 \ 7 \ 3$$

$$1 \ 7 \ 3 \ 3 \ 7$$

$$1 \ 7 \ 3 \ 7 \ 3$$

$$1 \ 7 \ 7 \ 3 \ 3$$

$$1 \ 7 \ 7 \ 3 \ 3$$

$$1 \ 7 \ 7 \ 3 \ 3$$

$$1 \ 7 \ 7 \ 3 \ 3$$

$$1 \ 7 \ 7 \ 3 \ 3$$

$$1 \ 7 \ 7 \ 3 \ 3$$

$$\frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{2 \cdot 2 \cdot 1} = 56$$

$$5$$

$$\frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{2 \cdot 2 \cdot 1} = 10$$

$$= 30$$

$$\frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 1} = 10$$

$$\frac{3 \cdot 2}{2} = 3$$

$$5, \frac{7 \cdot 3}{2} = 6$$

$$3 \ 3 \ 7 \ 1$$

$$3 \ 3 \ 1 \ 7$$

$$3 \ 7 \ 1 \ 3$$

$$3 \ 7 \ 3 \ 1$$

$$3 \ 1 \ 3 \ 7$$

$$2 \ 1 \ 7 \ 3 = 12$$

$$1 \ 3 \ 3 \ 7$$

$$1 \ 3 \ 7 \ 3$$

$$1 \ 7 \ 3 \ 3$$

$$7 \ 1 \ 3 \ 3$$

$$7 \ 3 \ 1 \ 3$$

$$7 \ 3 \ 3 \ 1$$

$$3 \ 2 \ 1$$

$$\frac{4 \cdot 3}{2} = 6$$

$$2 \quad 3\sqrt{3+3}$$

$$4 \ 2 \ 1$$

$$6 \cdot 2 \cdot 1 = 12$$

$$4 \quad \frac{3 \cdot 2}{2} \quad 2\sqrt{2+2}$$

$$3^{\ln \frac{1}{3}} = 1^{\ln 1}$$

$$3^{\ln 3} = 1^{\ln 1}$$

$$\frac{x^3}{4-x} > 1$$

$$x^3 > 4-x$$

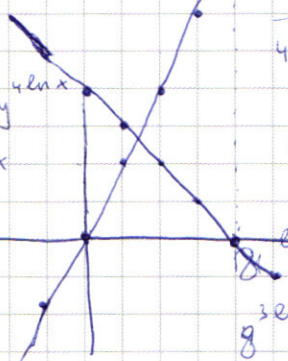
$$\frac{x^3+x-4}{4-x} > 0$$

$$(x^2 y)^{\ln x} = \ln\left(\frac{y}{x^2}\right)$$

$$\frac{1}{x^{2 \ln x} y^{\ln x}} = \frac{\ln\left(\frac{y}{x^2}\right)}{y^{\ln x} x^2}$$

$$\frac{2 \ln x}{y} = \frac{\ln y}{y} - \frac{2 \ln x}{x} \cdot \frac{\ln x}{y}$$

$$\frac{3 \ln x}{y} = \frac{\ln y}{y} - \frac{\ln x}{x}$$



$$\log_2 4 = 2$$

$$2 \log_2 2 = 16$$

$$\frac{1}{4 \log_2 2} = \frac{1}{2}$$

$$\log_2 8 = 64$$

$$3 \log_2 2 = 8$$

$$\frac{1}{8 \log_2 2}$$

$$y^2 + y - 2 - 8 - 4y = 0$$

$$y^2 - 3y - 10 = 0$$

$$5^2 - 4y - 32 + 21 - 4y = 0$$

$$y = -2, 5$$

$$y^2 - 5y - 50 + 40 - 4y = 0$$

$$y^2 - 9y - 10 = 0$$

$$y = 10, -1$$

$$y > 8; x > 4$$

$$y > 8; 0 < x < 4$$

$$0 < y < 8; 0 < x < 4$$

$$y^2 - 4y - 2x(x-4)$$

$$|7+y| + |y-3|$$

$$|8+y| + |y+2|$$

$$x = 1$$

$$|6+y| + |y+4|$$

$$-6-y+y+4 = 10$$

$$(2x+y)(4-x) + y(y-3) = 0$$

$$(2x+y)(4-x) = (3-y)y$$

$$y^2 - 3y - 18 + 24 - 4y = 0$$

$$\sin 7x = \cos 2x \cdot \cos \frac{\pi}{4} + \sin 2x \cdot \sin \frac{\pi}{4}$$

$$-0,5 (\cos \frac{3\pi}{4} + \sin \frac{3\pi}{4}) + \cos (2x - \frac{\pi}{4})$$

$$\sin \frac{2x - \frac{\pi}{4} + x - \frac{\pi}{4}}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2}$$

$$2x + \frac{\pi}{4} + 2 + \frac{\pi}{4}$$

$$y^2 - 7y + 6 = 0$$

$$\sum_{k=1}^n = \frac{n(n+1)}{2} - 2$$

$$-0,5$$

$$25 - 2u = 1$$

$$y = \frac{5+1}{2} = 3$$

$$5 - xy - 2x^2 + 2x - 4y = 0$$

$$y^2 - 2y - 8 + 16 - 4y = 0$$

$$|0 + 1,5 + 5| + |1,5 - 0 + 5|$$

$$|0 - 1 + 5| + |1 - 1 - 0 + 5|$$

$$|5 - 1 + 5| + |1 - 1 - 5 + 5|$$

$$9 +$$

$$\sum_{i=1}^n = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 56$$

$$y^2 + 2y - 8 - 16 - 4y = 0$$

$$y^2 - 2y - 24 = 0$$

$$\cos(2x + \frac{\pi}{4}) + \cos(2x - \frac{\pi}{4})$$

$$\sin 80 = \sin 150$$



$$\cos 60$$

$$\sin(50-60)$$

$$\sqrt{1 - 816^2} = \cos(2x - \frac{\pi}{4})$$

$$\sum_{i=1}^n = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 10$$

$$\cos 2x \cdot \cos$$

$$\cos(\frac{2x + \frac{\pi}{4} + 2x - \frac{\pi}{4}}{2}) \cdot \cos(\frac{2x + \frac{\pi}{4} - 2x - \frac{\pi}{4}}{2})$$

$$y^2 - 6y + 8 = 0$$

$$(x+12)^2 + (y-5)^2 = 1$$

$$\cos 120 = 50 - 120$$

$$\cos(50-45)^\circ$$

$$+ \sin(50-135)^\circ$$

$$\cos$$

$$\sum_{i=1}^n = \frac{2 \cdot 1}{2 \cdot 1} = 1$$

$$\cos 30 \cdot \sin 60$$

$$\cos 2x \cdot \sin \frac{\pi}{4}$$

$$- \sin 2x \cdot \cos \frac{\pi}{4}$$

$$\cos(2x - \frac{\pi}{4}) \cdot \cos \frac{\pi}{4}$$

$$+ \sin(50-135)^\circ$$

$$\sin 45$$

$$\cos 45$$

$$\cos 0$$

$$0,5 (\cos 6x + \frac{\pi}{4} + \cos(2x - \frac{\pi}{4}))$$

$$\cos(105-45) = 0,5$$

$$+ \sin(105-135) = 0,5$$

$$\cos(225-45) \cdot 6y = 0$$

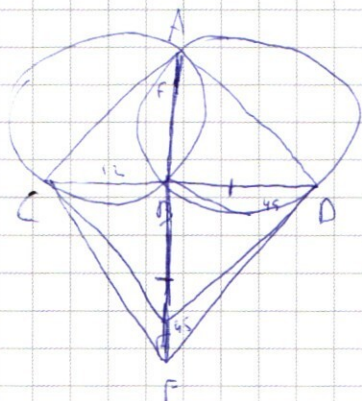
$$x+y+5+y-x+5=10$$

$$2x=0; x=5$$

$$\sin(180) = x - y - 5 - y + x - 5 = 10$$

$$-2y = 20; y = -10$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\sin 5x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x = -(\cos^2 5x + \sin^2 5x)$$

- 6

$$\frac{3 \ln x + \ln 2x}{2x} = \frac{2 \ln x}{x} - \frac{2 \ln x}{x}$$

$$-2 \cos 7x \cdot \cos 2x \quad 2 \cdot x$$

$$3\ln x - \ln^2 x - 2\ln x = 1$$

$$\cos 9x + \sin 9x$$

$$\ln x - \ln 2x = 0.5$$

$$\cos 9x - \cos 5x$$

$$-2 \sin 2x \cdot \sin 7x + 2 \sin 7x \cdot \cos 2x$$

$$\cos 3x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 3x + \sin 5x = 0$$

$$2 \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) \star$$

$$2 \sin 7x \cos 2x$$

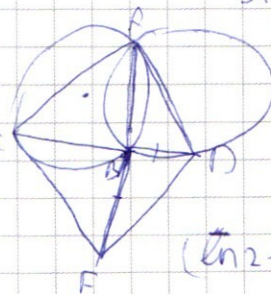
$$\ln 2 - \ln 4 = 2 - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\ln 2 - 2\ln 2 \cdot \frac{1}{2} \ln 2x (\cos 2x - \sin 2x)$$

$$- \ln 2 = -\frac{1}{\sqrt{2}} (\cos^2 2x - \sin^2 2x)$$

$$X^{2.5 \times 0.5} \cdot \sqrt{2} \sin 7x = \cos 2x + \sin 2x$$

$$\ln x - \ln 2x = \log_{10} 0.5 \quad \sin 7x = \frac{\cos 2x \sqrt{2}}{127}$$



$$\cos 2x = \cos \frac{\pi}{4} + \sin 2x \cdot \frac{\pi}{4}$$

$$(\ln 2 + \ln x) \ln$$

$$+ 225 \quad 0,5 P_r = S$$

$$\lambda_{n_2} = 0,5$$

$$2\sin 7x - \sqrt{2}(\cos 2x + \sin 2x)$$

$$\sqrt{2} \sin 7x - \cos 2x - \sin 2x = 0$$

$$\sin 2x (\sqrt{2} \cos x - 1) + \cos 2x (\sqrt{2} \sin x - 1) \cdot$$

$\frac{1}{2} \times 2 \times$

$$y - x = 2 \cdot 4 + 8 \cdot 2 - 4 \cdot 2$$

$$\frac{1}{x^2 \ln x} = \frac{y}{y^2 \ln x^2} = \frac{y}{2^2 \cdot 2} = \frac{y}{8}$$

$$y^{2 \ln x} = y^{\ln y} \cdot x^{2 \ln x} \cdot y^{\ln x}$$

$$\frac{-6 \text{ cm}}{2} = -3 \text{ cm}$$

$$y_{2 \ln x} = y_{\ln x} \cdot x^{2 \ln x}$$

$$y^{3 \ln x - \ln y} = x^{2 \ln x}$$

$$3 \ln \frac{x}{y} = x$$

324					545
75					16
349					333

$$\begin{array}{r} 345 \\ 289 \\ \hline 60 \end{array}$$

$$144 + (-4 - 5)^2 = 349$$

Sin 120

$\sin 90^\circ = 1$

$$\frac{3 \ln 2 - \ln 2}{2} = 2$$

2 ~~2~~ ~~2~~

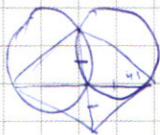
$$\begin{array}{r} + 225 \\ 289 \\ \hline 514 \end{array}$$

$$257.) - \ln 2 = -\log_{10} 2$$

$$2\omega_5(2x + \frac{\pi}{4}) - \frac{1}{2}$$

$$-\ln x$$

$$\frac{-\ln 1}{1} = \ln 1$$



$$S = \frac{a \cdot b}{2}$$

$$S = \frac{a}{2}$$

$$\frac{2 \cdot 12 \cdot 12 \sqrt{2}}{40} = \frac{12 \cdot 12 \sqrt{2}}{2}$$

$$2^{24} (2^{x-34} + 3)$$

$$(y^2 - 4y + 4) - (x^2 + 8x + 16) - x^2 + 12 - x$$

$$(y-2)^2 + (x-4)^2 - x^2 + 12 - x$$

$$-3xy + 12 \quad 6 - 3 = 3$$

$$4y^2 - 8y + 4x^2$$

$$y^2 - x^2 + xy - x^2 + 8x - 12$$

$$(y-1)(y+x)$$

$$288$$

$$2^x \geq 2 + 3 \cdot 2^{34}$$

$$1 < 76 + (2^{33} - 1)x$$

$$2^x + 3 \cdot 2^{34} > 76 + 2(2^{32} - 1)x$$

$$2, 7$$

$$y^2 - 2xy + x^2 - 3x^2 + xy$$

$$2xy \quad 4 \ln x$$

$$\log_2 2$$

$$2^{\log_2 2} = \sqrt{2}$$

$$\begin{aligned} -\ln 2 \quad \ln \frac{2}{2^2} \\ 4 \cdot 16 = 2 \\ -6 \ln 2 = -6 \ln 2 \end{aligned}$$

$$y^2 - 4xy + 4x^2 + 3xy$$

$$y^2 - 8xy + 16x^2 + 7xy$$

$$\ln 2^{-6}$$

$$12 \cdot 2^{4 - \ln x} = \ln \frac{2}{2^4}$$

$$2^{\frac{1}{\log_2 4}}$$

$$2^{-\log_2 4} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{-18 \ln 2}{2} = -9 \ln 2$$

$$2^{\frac{1}{\log_2 4}} xy$$

$$2x'y + y'x$$

$$2^{\log_2 4} = 4$$

$$3^{\log_2 4} = 3$$

$$2^{\log_2 2} = 2^{\frac{1}{2} \log_2 2} = 2^{\frac{1}{2}}$$

$$3(\log_2 \frac{4}{8})$$

$$2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$$

$$2$$

$$S = \frac{2^4}{\frac{a \cdot b \cdot c}{1}}$$

$$S = \frac{a \cdot b \cdot c}{40}$$

$$S_2 = \frac{a \cdot b \cdot c}{40} = S_1$$

$$S_2 = S_1$$

$$S(a+b+c) = S_1$$

$$S(d+f+c) = S_2$$

$$S_1 - S_2 = b \cdot s \cdot b \cdot f$$

$$5b + 5b + 10c + 5d + 5f = 0,5 \cdot b \cdot f$$

$$y(y-4) - 2x(x-4) - xy = 0$$

$$2 \cdot (-2) - 4 \cdot (-2) - 2 \cdot 2 = 0$$

$$-4 + 8 - 4 = 0$$

$$\frac{2^6}{2^3} = 2^3$$

$$y(y-4-x) = 2x(x-4)$$

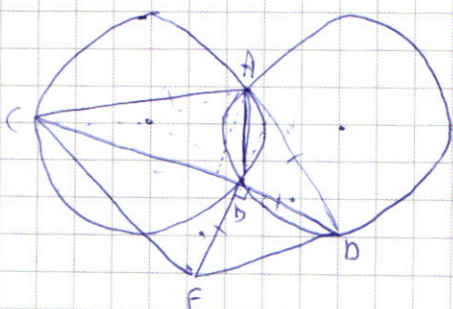
$$y(y-4-x) = x(2x-8)$$

$$2 \cdot (-4) = 2 \cdot (-4) \quad \frac{x^3}{4-x}$$

$$x \geq 4 \quad (4-x) \ln \frac{x^3}{4-x} = x^3$$

$$\frac{b \cdot c \cdot \ln x}{d \cdot e \cdot \ln(x^3 - 2)} = \frac{b \cdot c}{d \cdot e}$$

$$(4-x) \ln \frac{x^3}{4-x} = x^3$$



$$2y - (x-y) - 4x + 8 - 4 = 0$$

$$y - 5x = -4$$



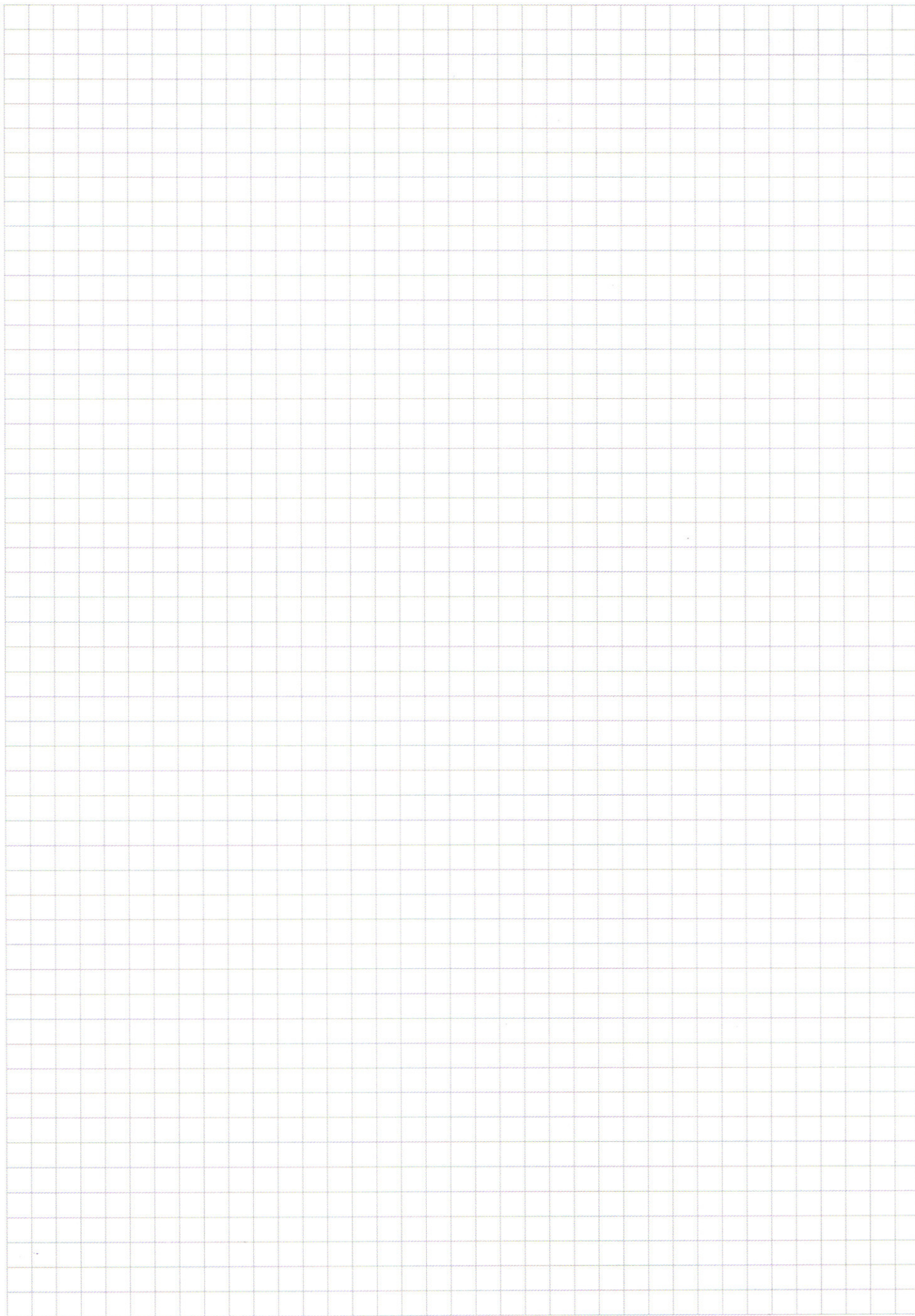
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)