

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 7

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 9261. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^7)}, \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 16.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 5| + |y - x + 5| = 10, \\ (|x| - 12)^2 + (|y| - 5)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 10 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
- б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 12$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1) $9261 \mid 3$
 $3087 \mid 3$
 $1029 \mid 3$
 $343 \mid 7$
 $49 \mid 7$
 $7 \mid 7$
 1

2) $9261 = 3^3 \cdot 7^3$
 Запишем 8 цифр, произведение которых = 9261.
 каждая цифра $\in \{0, 9\} \Rightarrow$ должно быть равно 3
 цифра $\neq 7$. Далее возможны 2 случая:

1) ровно 3 цифры "3"
 2) 1 цифра "9" и 4 цифры "3"
 (тогда число тогда произведение = 9261, остальные цифры = 1).
 Решаем только с натуральными числами! (ответ жюри)

1) 3 цифры "7" и 3 цифры "3" $\Rightarrow$ еще 2 цифры "1" в числе.
 Начнем строить число: кол-во способов разместить 7 =
 $= \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{6} = 8$ (8 способов поместить первую "7", 7 способов - вторую "7",
 6 способов - третью "7", но т.к. цифры расставляются по очереди, то можно получить
 6 способов (зависит от времени выбора 7 на это место, т.е. первая,
 вторая или третья "7" будет на месте 0), но необходимо разделить на
 $C_8^3 = \frac{8!}{5! \cdot 3!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{6}$ (затем через кол-во сочетаний).
 Теперь рассмотрим случаи: (начнем с сочетания для "3")
 $C_5^3 = \frac{5!}{3! \cdot 2!} = \frac{5 \cdot 4}{2} = 5 \cdot 2$. В оставшемся месте всегда "1" $\Rightarrow$
 $\Rightarrow$ кол-во различных чисел из набора "7", "7", "7", "3", "3", "3",
 "1", "1" = $C_8^3 \cdot C_5^3 = 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 2 = 560$
 не имеет значения, что такое расстановки скобки, т.к. мы и так все вычислили.
 2) Теперь рассмотрим случай 1 цифра "9" и 4 цифры "3" и 1 цифра "1":
 расстановка цифр аналогична предыдущему случаю.
 кол-во способов составить восьмизначное число: $C_8^3 \cdot C_5^1 \cdot C_4^1 =$
 $= \frac{8!}{5! \cdot 3!} \cdot \frac{5!}{4! \cdot 1!} \cdot \frac{4!}{3! \cdot 1!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{6} \cdot \frac{5}{1} \cdot \frac{4}{1} = 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2 = 560 \cdot 2 =$
 $= 1120$
 Итого: $1120 + 560 = 1680$

способом сложения получим логарифмическое уравнение
 $\log_2 1080 = 9.261$

(Ответ: 1680 чисел.)

13) Запишем исходное уравнение:

$$(x^2 \cdot y^4)^{-\log x} = y^{\log(\frac{y}{x^2})} = y^{\log y - 2\log x} = \frac{y^{\log y}}{y^{2\log x}} \quad 0.9.3.$$

$$(x^2 \cdot y^4)^{-\log x} = \frac{1}{x^{2\log x} \cdot y^{4\log x}}$$

$$\begin{matrix} x \neq 0 \\ y \neq 0 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} x > 0 \\ y > 0 \end{matrix}$$

(так $\log_2(x)$, где $x < 0$, не определено; $\log_2(y)$ определено)

Пусть $\log x = a$; $\log y = b$. Тогда $x = e^a$, $y = e^b$.

$x > 0, y > 0$ (или неопределенность). Подставим вместо x и y ,

$$\frac{1}{(e^a)^{2a} \cdot (e^b)^{4b}} = \frac{(e^b)^b}{(e^b)^{2a}}$$

$$\frac{1}{e^{2a^2} \cdot e^{4b^2}} = \frac{e^{b^2}}{e^{2ab}}$$

$$\cdot e^{4ab}$$

$$\frac{1}{e^{2a^2}} = \frac{e^{b^2}}{e^{2ab}} \Rightarrow e^{2ab} = e^{b^2} \cdot e^{2a^2} = e^{2a^2 + b^2}$$

⇓

$$2ab = 2a^2 + b^2$$

$$a^2 + b^2 - 2ab + a^2 - ab = 0$$

$$(a-b)^2 + a(a-b) = 0$$

$$(a-b)(a-b+a) = 0$$

1) $a-b=0 \Rightarrow a=b \Rightarrow \log x = \log y \Rightarrow x=y$. Подставим в 2 уравнение:

$$y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0 \quad y^2 - y^2 - 2y^2 + 8y - 4y = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -2y^2 + 4y = 0$$

$$\cdot \frac{1}{2}$$

$$y(2-y) = 0$$

$$\downarrow$$

$$(x_1 = y_1 = 0; x_2 = y_2 = 2)$$

2) $2a-b=0 \Rightarrow 2a=b \Rightarrow 2\log x = \log y \Rightarrow \log x^2 = \log y \Rightarrow$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\Rightarrow x^2 = y$. Подставим во 2-е уравнение:

$$y' - xy - 2x^2 + 8x - 4y = x^4 - x \cdot x^2 - 2x^2 + 8x - 4 \cdot x^2 =$$

$$= x^4 - x^3 - 6x^2 + 8x = 0$$

$$x(x^3 - x^2 - 6x + 8) = 0$$

2.1) $x = y = 0$ (требуется решение).

$$2.2) x^3 - x^2 - 6x + 8 = 0$$

$$\begin{array}{r|l} x^3 - x^2 - 6x + 8 & x - 2 \\ \hline x^3 - 2x^2 & x^2 + x - 4 \\ \hline x^2 - 6x + 8 & \\ \hline x^2 - 2x & \\ \hline -4x + 8 & \\ \hline -4x + 8 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$x^3 - x^2 - 6x + 8 = (x - 2)(x^2 + x - 4) = 0$$

2.2.1)

$$x = 2 \Rightarrow y = 4$$

$$2.2.2) x^2 + x - 4 = 0$$

$$D = 1 + 4 \cdot 4 = 9$$

$$x = \frac{-1 \pm 3}{2} = \begin{cases} 1 \\ -2 \end{cases}$$

$$x_1 = 1 \Rightarrow y_1 = 1$$

(Если подставить корни в исходное уравнение, то все верно)

Ответ: ~~$x = 0, y = 0$~~ ; $x_1 = 2, y_1 = 4$; $x_2 = -2, y_2 = 4$; $x_3 = 1, y_3 = 1$.

15) Запишем первое уравнение:

1) при $x < -5$:

$$5 + x = -k; k > 0; 5 - x = 5 - (-k - 5) = 5 + k + 5 = 10 + k$$

Тогда:

$$|x + y + 5| + |y - x + 5| = |y - k| + |y + 10 + k| = 10$$

$$\text{т.к. } |y - k| \geq 0; |y + 10 + k| \geq 0 \Rightarrow |y - k| \leq 10; |y + 10 + k| \leq 10$$

$$y \in [-10 + k; 10 + k] \quad y \in [-20 - k; -k]$$

Запишем второе уравнение: $y = -k$. Тогда $|y - k| + |y + 10 + k| = |-2k| + |10| = 10 + 2k$

> 10 ($k > 0$). Будем уменьшать y ($y \in [-20-k; -k]$).

$$y = -k - \Delta; \quad \Delta > 0; \quad -k - \Delta \geq -20 - k \Rightarrow \Delta \leq 20$$

$$|y - k| + |10 + y + k| = |-2k - \Delta| + |10 - \Delta| = 2k + \Delta + |10 - \Delta|;$$

$$\text{при } \Delta \leq 10, \quad 2k + \Delta + |10 - \Delta| = 2k + \Delta + 10 - \Delta = 2k + 10 > 10;$$

$$\text{при } \Delta > 10, \quad 2k + \Delta + |10 - \Delta| \geq 2k + 10 + |10 - \Delta| > 20 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{не спец. найдем } y, \text{ чно при } x < -5, |x + y + 5| + |y - x + 5| = 10.$$

2) при $x > 5$.

$$x = 5 + k; \quad k > 0; \quad |y + x + 5| + |y - x + 5| = |y + 10 + k| + |y - k| = 10$$

$$-10 \leq y + k \leq 10 \quad (\text{т.к. } |y + 10 + k| \geq 0)$$

$\Downarrow$

$$-10 + k \leq y \leq 10 + k$$

$$\text{при } y = -10 + k: |y + 10 + k| + |y - k| = |-10 + k + 10 + k| + |-10 + k - k| =$$

$$= |2k| + |-10| = 10 + 2k > 0. \text{ Будем увеличивать } y \text{ до } 10 + k:$$

$$y = -10 + k + \Delta \leq 10 + k \Rightarrow \Delta \leq 10 + k + 10 - k = 20$$

$$|y + 10 + k| + |y - k| = |-10 + k + \Delta + 10 + k| + |-10 + k + \Delta - k| = |2k + \Delta| + |\Delta - 10| =$$

$$= 2k + \Delta + |\Delta - 10|.$$

$$\text{при } \Delta \geq 10: 2k + \Delta + |\Delta - 10| \geq 2k + 10 + |\Delta - 10| > 10$$

$$\text{при } \Delta < 10: 2k + \Delta + |\Delta - 10| = 2k + \Delta - (\Delta - 10) = 2k + \Delta - \Delta + 10 =$$

$$= 2k + 10 > 10 \Rightarrow \text{не спец. найдем } y, \text{ чно при } x > 5, |x + y + 5| + |y - x + 5| = 10.$$

3) при $x \in [-5; 5] \Rightarrow x + 5 \geq -5 + 5 = 0; 5 - x \geq 5 - 5 = 0$

$$3.1) y \geq 0: |x + y + 5| + |y - x + 5| = x + y + 5 + (y - x + 5) =$$

$$= x + y + 5 + y + 5 - x = 10 + 2y = 10 \Rightarrow 2y = 0 \Rightarrow y = 0.$$

$$3.2) y < 0: y = -k; \quad k > 0: |x + 5 - k| + |5 - k - x| = 10$$

$$-10 \leq x + 5 - k \leq 10$$

$$-10 \leq 5 - k - x \leq 10$$

$$\Downarrow$$

$$-15 + k \leq x \leq 5 + k$$

$$15 - k \leq 5 - k - x \Rightarrow x \geq 5 - k - 10 = -k - 5$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$5+k > 5 \quad (k > 0) \Rightarrow x \in [\max(-15+k; -5); 5].$$

$$\text{при } x=5: |x+5-k| + |5-k-x| = |10-k| + |-k| = k + |10-k|$$

$$\text{при } k \geq 10, k + |10-k| \geq 10 + |10-k| \geq 10 \Rightarrow k \in [0; 10] \Rightarrow \\ \Rightarrow k + |10-k| = k + 10 - k = 10 \Rightarrow \text{невозможно } y \in [-10; 0]$$

$$\text{Теперь уменьшаем } x: x = 5 - \Delta; \Delta \neq 0; \begin{cases} 5 - \Delta \geq -5 \Rightarrow \Delta \leq 10 \\ 5 - \Delta \geq -15 + k \Rightarrow \Delta \leq 20 - k \end{cases}$$

$$|x+5-k| + |5-k-x| = \begin{cases} 10-k-\Delta + |\Delta-k| = 10 & (10-k-\Delta \geq 0 \Rightarrow 10-k-\Delta \geq 0) \\ 10-k-\Delta + |\Delta-k| = 10 & (10-k-\Delta < 0 \Rightarrow 10-k-\Delta < 0) \end{cases}$$

$$1) k \geq 10 \Rightarrow |10-k-\Delta| + |\Delta-k| = -10+k+\Delta - \Delta+k = -10+2k > -10+20=10 \\ = 10 \Rightarrow \text{невозможно } k \geq 10.$$

$$2) k \leq 10: 20-k \geq 10 \Rightarrow \Delta \leq 10; |10-k-\Delta| + |\Delta-k| = \\ = |\Delta-k| + |\Delta-k| = \Delta - \Delta + k = k = 10 \Rightarrow y = -10; \Delta - \text{любое}$$

$$(x \in [-5; 5]). \text{ Пусть } k < 10: 20-k \geq 10 \Rightarrow \Delta \leq 10;$$

$$10-\Delta \geq 0. |10-k-\Delta| + |\Delta-k| = 10$$

$$1) 10-k-\Delta < 0; \Delta-k < 0:$$

$$-10+k+\Delta - \Delta+k = -10+2k = 10 \Rightarrow k=10 \quad (k < 10)$$

$$2) 10-k-\Delta < 0; \Delta-k \geq 0:$$

$$-10+k+\Delta + \Delta-k = -10+2\Delta = 10 \Rightarrow \Delta=10 \quad (\text{невозможно, так } \Delta \leq 10 \text{ и } 10-\Delta-k < 0)$$

$$x = -5; y \in (0; 10).$$

$$3) 10-k-\Delta \geq 0; \Delta-k < 0:$$

$$10-k-\Delta - \Delta+k = 10-2\Delta = 10 \Rightarrow \Delta=0 \quad (\text{невозможно, } \Delta > 0)$$

$$4) 10-k-\Delta \geq 0; \Delta-k \geq 0$$

$$10-k-\Delta + \Delta-k = 10-2k = 10 \Rightarrow k=0 \quad (k < 10).$$

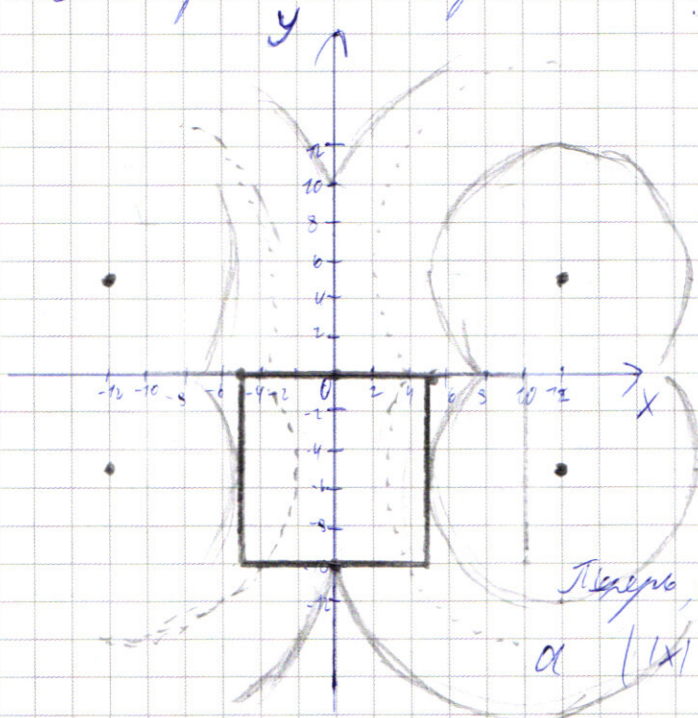
Итак: получаются 4 группы решений:

- 1) $y=0; x \in [-5; 5];$ 2) $y=-10; x \in [-5; 5];$
 3) $x=-5; y \in (0; 10);$ 4) $x=5; y \in (-10; 0).$

Все случаи рассмотрены;

~~Рассмотреть~~

Рассмотрим множество решений $|x+y-5|+|y-x+5|=10$:



Перейдем к анализу
внешней ур-ния.

при $x, y \geq 0$:

$$(|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = a$$

$$= (x-12)^2 + (y-5)^2 = a$$

окружность с центром в $(12; 5)$ и
радиусом $\sqrt{a}$.

Перейдем к ур-нию $(x-12)^2 + (y-5)^2 =$

$$a \quad (|x|-12)^2 + (|y|-5)^2, \text{ но получаем}$$

не одну окружность, а 4, с центрами в

$(12; 5), (-12; -5), (12; -5)$ и $(-12; 5)$. Радиусы окружностей $= \sqrt{a}$;

если $\sqrt{a} >$ чем расстояние до одной из осей координат, то касаясь

окружностей, выходящая за пределы квадрата, большей частью
центр, смещаясь. (не точки не являются решениями ур-ния).

Возьмем $a=0$ и будем постепенно увеличивать a ($(|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = 0 \Rightarrow x=12, y=5$)

при $a \in [0; (12-5)^2]$ точек пересечения двух множеств не

будет.

$$(12-5=7)$$

при $a \in (12-5)^2 = 49$ (в III и IV четвертях окр. касаются

квадрата) $\Rightarrow$ точек пересечения равно 2.

при $a \in (12-5)^2; 12^2 + (10-5)^2$ точек пересечения равно 4

(в II и IV четвертях окр. касаются квадрата (в I и III - симметрично, не касаются квадрата)).

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

при $\alpha = (10-5)^2 + 12^2 = 5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169$ ($r = \sqrt{\alpha} = 13$)

точка пересечения равна 2: $(0; 0)$ и $(0; -10)$

при $\alpha \notin (169; +\infty)$, точек пересечения нет.

при $\alpha_1 = 49$ и $\alpha_2 = 169$ точек пересечения равна 2.

Ответ: $\alpha_1 = 49$; $\alpha_2 = 169$.

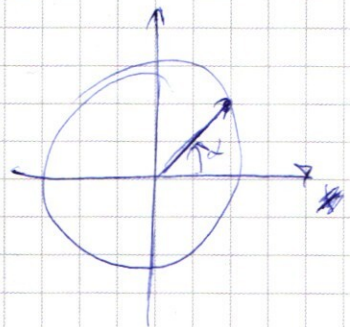
$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \cdot \sin \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \cdot \cos \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right);$$

$$-\cos \alpha = \cos \left(\pi + \alpha \right);$$

$$\cos \left(\alpha + \frac{\pi}{2} \right) = \sin \alpha; \quad \cos \alpha = \sin \left(\frac{\pi}{2} + \alpha \right)$$

$$\cos \left(\alpha - \frac{\pi}{2} \right) = -\sin \alpha$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \cdot \cos \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right)$$



Формулы, которые будут использоваться в решении.

$$\sin 9x + \sin 5x = 2 \cdot \sin \left(\frac{9x + 5x}{2} \right) \cdot \cos \left(\frac{9x - 5x}{2} \right) = 2 \cdot \sin(7x) \cdot \cos(2x)$$

$$\cos 9x - \cos 5x = \cos 9x + \cos(\pi + 5x) = 2 \cdot \cos \left(\frac{9x + 5x + \pi}{2} \right) \cdot \cos \left(\frac{9x - 5x - \pi}{2} \right)$$

$$\times \cos \left(\frac{9x - 5x - \pi}{2} \right) = 2 \cdot \cos \left(7x + \frac{\pi}{2} \right) \cdot \cos \left(2x - \frac{\pi}{2} \right) = 2 \cdot \sin(7x) \sin(2x)$$

$$\cos 9x - \cos 5x + \sin 9x + \sin 5x = 2 \cdot \sin(7x) \cdot \sin(2x) + 2 \cdot \sin(7x) \cdot \cos(2x) =$$

$$= 2 \cdot \sin(7x) \cdot (\sin(2x) + \cos(2x)) = 2 \cdot \sin(7x) \cdot \left(\sin(2x) + \sin \left(\frac{\pi}{2} + 2x \right) \right) =$$

$$= 2 \cdot \sin(7x) \cdot \left(2 \cdot \sin \left(\frac{\frac{\pi}{2} + 2x}{2} \right) \cdot \cos \left(\frac{\frac{\pi}{2} + 2x - 2x}{2} \right) \right) = 4 \cdot \sin(7x) \cdot \sin \left(2x + \frac{\pi}{4} \right) \times$$

$$\times \cos \left(\frac{\pi}{4} \right)$$

$$\cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow 4 \cdot \sin(7x) \cdot \sin \left(2x + \frac{\pi}{4} \right) \cdot \cos \frac{\pi}{4} = 2 \cdot \sin(7x) \cdot \sin \left(2x + \frac{\pi}{4} \right) \cdot \sqrt{2}$$

Поскольку начальное уравнение эквивалентно:

$$2 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(7x) \cdot \sin \left(2x + \frac{\pi}{4} \right) = \sqrt{2} \cdot \cos 4x = 0$$

$$| \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\cos 4x = \sin\left(4x + \frac{\pi}{2}\right) = \sin\left(2 \cdot \left(2x + \frac{\pi}{4}\right)\right) = 2 \cdot \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) \cdot \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$$

(формула синуса двойного угла).

Переходим к следующему уравнению:

$$2 \cdot \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) \cdot \left(\sin(7x) - \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)\right) = 0$$

$$1) \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = 0 \Rightarrow 2x + \frac{\pi}{4} = \pi k; k \in \mathbb{Z}$$

$$2x = \frac{3}{4}\pi + \pi k; k \in \mathbb{Z} \Rightarrow \boxed{x_1 = \frac{3}{8}\pi + \frac{\pi k}{2}; k \in \mathbb{Z}} \quad \text{решение}$$

$$\begin{aligned} 2) \sin(7x) - \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) &= \sin(7x) - \sin\left(2x + \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2}\right) \\ &= \sin 7x + \cos\left(2x + \frac{\pi}{4} - \pi\right) = \sin(7x) + \cos\left(2x - \frac{3}{4}\pi\right) = \\ &= \sin(7x) + \sin\left(2x - \frac{3}{4}\pi + \frac{\pi}{2}\right) = \sin 7x + \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = 0 \end{aligned}$$

$$2 \cdot \sin\left(\frac{7x + 2x - \frac{\pi}{4}}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{7x - 2x + \frac{\pi}{4}}{2}\right) = 2 \cdot \sin\left(4,5x - \frac{\pi}{8}\right) \cdot$$

$$\cdot \cos\left(2,5x + \frac{\pi}{8}\right) = 0$$

$$2.1) 4,5x - \frac{\pi}{8} = \pi k; k \in \mathbb{Z}$$

$$4,5x = \pi k + \frac{\pi}{8}$$

$$\boxed{x_2 = \frac{2}{9}\pi k + \frac{\pi}{36}; k \in \mathbb{Z}}$$

$$2.2) \cos\left(2,5x + \frac{\pi}{8}\right) = 0 \Rightarrow 2,5x + \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi k; k \in \mathbb{Z}$$

$$2,5x = \pi k + \frac{3}{8}\pi$$

$$\boxed{x_3 = 0,4\pi k + 0,15\pi; k \in \mathbb{Z}}$$

$$\text{Итого: } \boxed{x_1 = \frac{3}{8}\pi + \frac{\pi k}{2}; x_2 = \frac{2}{9}\pi k + \frac{\pi}{36}; x_3 = 0,4\pi k + 0,15\pi; k \in \mathbb{Z}}$$

После преобразования исходное уравнение имеет вид:

$$4 \cdot \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) \cdot \sin\left(4,5x - \frac{\pi}{8}\right) \cdot \cos\left(2,5x + \frac{\pi}{8}\right) = 0$$

переходим все x , при которых

$$\begin{cases} \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = 0, & (\text{группа } x_1) \\ \sin\left(4,5x - \frac{\pi}{8}\right) = 0, & (\text{группа } x_2) \\ \cos\left(2,5x + \frac{\pi}{8}\right) = 0. & (\text{группа } x_3) \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$9261 \cdot 3$
 $3087 \cdot 3$
 $7029 \cdot 3$
 $343 \cdot 7$
 $49 \cdot 7$
 $7 \cdot 7$
 1
 1
 $2 \ln x$
 $4 \ln x$
 $x \cdot y$
 $343 \cdot 7$
 $28 \cdot 49$
 63
 $(x^2 y)^{\ln x} = y \ln \left(\frac{y}{x}\right)$
 $a \cdot b \cdot c \cdot d \cdot e \cdot f \cdot g \cdot h = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$
 $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 1$
 $2) 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$
 $8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 8 \cdot 7 \cdot 10 \cdot 2 =$
 $= 1120$
 1720
 560
 1680
 $76 + 2(2^{32} - 1) \cdot x - 2^3 \cdot 2^{34} \geq 0$
 $76 + 2 \cdot 2^{32} \cdot x - 2x - 2^3 \cdot 2^{34} \geq 0$
 $76 + 2^{33} \cdot x - 2x - 2^3 \cdot 2^{34} \geq 0$
 $2^{33}(x - 6) + 76 - 2x - 2^3 \cdot 2^{34} \geq 0$
 $12 - 2x = -2(x - 6) \cdot y^x = \frac{1}{y} = \frac{1}{x}$
 $2 \cdot \cos \frac{\pi}{4} = 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$
 $\cos 9x - \cos 5x = \sqrt{2} \cdot (\cos 4x + \sin 9x + \sin 5x) = 0$
 $\sin 2 + \sin 6 = 2 \cdot \sin \frac{2+6}{2} \cdot \cos \frac{2-6}{2}$
 $\sin 5x - \cos 5x = \sin 4x - \sin \left(\frac{\sqrt{6}}{2} - 5x\right) = \sin 5x + \sin \left(5x - \frac{\sqrt{6}}{2}\right) =$
 $\cos 5x = \sin \left(\frac{\sqrt{6}}{2} - 5x\right) = 2 \cdot \sin \left(\frac{5x + 5x - \frac{\sqrt{6}}{2}}{2}\right) \cdot \cos \left(\frac{5x - 5x + \frac{\sqrt{6}}{2}}{2}\right) =$
 $= 2 \cdot \sin \left(5x - \frac{\sqrt{6}}{4}\right) \cdot \cos \frac{\sqrt{6}}{4}$
 $\sin \left(5x - \frac{\sqrt{6}}{4}\right) = \sin 5x \cdot \cos \frac{\sqrt{6}}{4} - \sin \frac{\sqrt{6}}{4} \cdot \cos 5x$
 $\cos 9x - \cos 5x = \cos 9x + \cos \sqrt{6} \cdot 5x = 2 \cdot \cos \left(\frac{9x + \sqrt{6}}{2}\right) \cdot \cos \left(\frac{5x - \sqrt{6}}{2}\right)$
 $- \cos 5x = \cos \left(\sqrt{6} + 5x\right)$
 $\sin 9x + \sin 5x = 2 \cdot \sin 7x \cdot \cos 2x$
 $\sin 5x + \sin 9x = 2 \cdot \sin 7x \cdot \cos 2x$
 $\cos 9x + \cos \left(\sqrt{6} + 5x\right) = 2 \cdot \cos \left(7x + \frac{\sqrt{6}}{2}\right) \cdot \cos \left(2x - \frac{\sqrt{6}}{2}\right)$
 $\cos 2x = \sin \left(2x + \frac{\pi}{2}\right) = \sin \left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = 2 \cdot \sin \left(x + \frac{\pi}{4}\right) \cdot \cos \left(x + \frac{\pi}{4}\right)$

$$\frac{x^1}{x^{2 \ln x}} = \frac{y^{\ln y}}{y^{3 \ln x}}$$

$$y^{3 \ln x} = y^{\ln y} \cdot x^{2 \ln x}$$

$$y^{3 \ln x} = l \cdot l^2 = l^3$$

$$(y^{\ln x})^3 = l^3$$

$$y^{\ln x} = l$$

$$x = y$$

$$y^2 - x \cdot y - 2x^2 + 8x - 4y = 0$$

$$x - x^2 - 2x^2 + 8x - 4x = 0$$

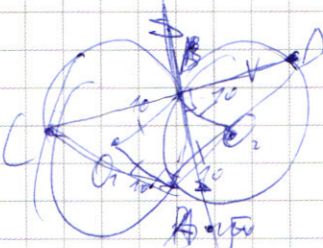
$$-2x^2 + 4x = 0$$

$$x^2 - 2x = 0$$

$$x(x-2) = 0$$

$$1) x = y = 0$$

$$2) x = y = 2$$



$$|x+y+5| + |y-x+5| = 10$$

$$(|x|-12) + (|y|-5) = 9$$

$$2^3 = 8$$

$$2^2 = 4$$

$$8 - 4 - 12 + 8 = 16 - 16 = 0$$

$$|y-5| + |y+10| (2^2 \cdot 2^4)^{-\ln 2} = 2^{\ln(\frac{2}{2^2})}$$

$$2^{-6 \ln 2} = 2^{-6 \ln 2 - 9}$$

$$y = \frac{1}{2} \ln(\frac{2}{2^2})$$

$$x = \frac{1}{2} \ln(\frac{2}{2^2})$$

$$a \leq 75$$

$$|y-k| + |y+10-k|$$

$$(x-12) + (y-5) = 9$$

$$y = 10 + k$$

$$x + y + 5 \geq 0$$

$$-x + y + 5 \geq 0$$

$$x \geq -y - 5$$

$$y \geq x - 5$$

$$x \geq -8 + 76$$

$$y \geq 16 + 32$$

$$x \in [-5, 5] \Rightarrow x - 5 \geq -10$$

$$x \in [-5, 5] \Rightarrow x - 5 \geq -10$$

$$7 - 2^{33} - 10 + 76 > 47, 32 + 3 \cdot 2^{33} - 10 + 76$$