МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 7 ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра(
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 9261. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2}\cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$.

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(x^2y^4\right)^{-\ln x} = y^{\ln\left(y/x^7\right)}, \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения трёхгранного угла плоскостью KLM, если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO, равны 1 и 16.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, при которых система

$$\begin{cases} |x+y+5| + |y-x+5| = 10, \\ (|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 10 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD = 90°$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF.

б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 12$. Найдите площадь треугольника ACF.

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y), удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geqslant 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2\left(2^{32} - 1\right)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3 $\begin{cases} (x^2y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^7)} & (1) \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0 & (2) \end{cases}$ [ОДЗ: $x>0$, $y>0$]

(1) $x^{-2\ln x} y^{-4\ln x} = y^{\ln y} y^{-7\ln x}$

$y^{3\ln x} x^{-2\ln x} = y^{\ln y}$

$x^{2\ln x} y^{\ln y} = y^{3\ln x}$ $\quad / \ln$

$2\ln x \cdot \ln x + \ln y \cdot \ln y = 3\ln x \cdot \ln y$

$\ln^2 y - 3\ln x \ln y + 2\ln^2 x = 0$

$\ln^2 y \left(1 - 3\frac{\ln x}{\ln y} + 2\left(\frac{\ln x}{\ln y}\right)^2\right) = 0$

$\ln^2 y \left(\frac{\ln x}{\ln y} - 1\right)\left(\frac{\ln x}{\ln y} - \frac{1}{2}\right) = 0$

$(\ln x - \ln y)(2\ln x - \ln y) = 0$

$\ln x = \ln y$

$x = y$

подставляем в (2)

$y^2 - y^2 - 2y^2 + 8y - 4y = 0$

$-2y^2 + 4y = 0 \quad / :(-2)$

$y^2 - 2y = 0$

$y(y-2) = 0$

$\left[\begin{array}{l} y=0,\ x=0 \text{ - не уд. ОДЗ.} \\ y=2,\ x=2 \end{array}\right.$

$2\ln x = \ln y$

$y = x^2$

подставляем в (2)

$x^4 - x^3 - 2x^2 + 8x - 4x^2 = 0 \quad / :x$ $(x \neq 0)$

$x^3 - x^2 - 6x + 8 = 0$

$(x-2)(x^2+x-4) = 0$

$\begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases}$

$D = 1 + 16 = 17$

$x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$

$y = \frac{9 - \sqrt{17}}{2}$

(выкидываем случай с минусом по ОДЗ)

[Ответ: $(2;2)$, $(2;4)$, $\left(\frac{-1+\sqrt{17}}{2}; \frac{9-\sqrt{17}}{2}\right)$.]

№2 $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2}\cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$

$\underset{7+2}{\cos 9x}$, $\underset{7-2}{\cos 5x}$, $\underset{7+2}{\sin 9x}$, $\underset{7-2}{\sin 5x}$

$-2\sin 7x \sin 2x - \sqrt{2}\cos 4x + 2\sin 7x\cos 2x = 0$

$2\sin 7x(\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2}\cos 4x = 0$ $\qquad \cos 4x = \cos^2 2x - \sin^2 2x$

$(\cos 2x - \sin 2x)(2\sin 7x - \sqrt{2}(\cos 2x + \sin 2x)) = 0$

I $\cos 2x - \sin 2x = 0$

$\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$

$2x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + \pi n$

$x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}$

II $\sqrt{2}\sin 7x - \cos 2x - \sin 2x = 0$

$\sqrt{2}\sin 7x - \sqrt{2}\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$

$\sin 7x - \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$

$\cancel{\left(4{,}5x + \frac{\pi}{8}\right)} \cancel{\left(2{,}5 - \frac{\pi}{8}\right)}$

$\sin\left(2{,}5x - \frac{\pi}{8}\right)\cos\left(4{,}5x + \frac{\pi}{8}\right) = 0$

$2{,}5x - \frac{\pi}{8} = \pi n$ $\qquad 4{,}5x + \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi n$

$x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi n}{2{,}5}$ $\qquad x = \frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{4{,}5}$

Ответ: $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2} \\ x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi n}{2{,}5} \\ x = \frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{4{,}5} \end{array}\right.$

№1 $9261 = 7^3 \cdot 3^3$ рассматриваем эти множители потому что „произведение цифр".

два варианта:

I) $1\,1\ 3\ 3\ 3\ 7\ 7\ 7$ — $C_8^2 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3$ кол-во позиций

II) $1\,1\,1\ 9\ 3\ 7\ 7\ 7$ — $C_8^3 \cdot C_5^1 \cdot C_4^1 \cdot C_3^3$

$$\underbrace{\frac{8!}{3!\,2!\,3!}}_{560} + \underbrace{\frac{8!}{3!\cdot 3!}}_{1120} = 1680.$$

простых множителей меньше кол-ва цифр поэтому остальные цифры „1".

[Ответ: 1680]

см далее

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№7 $\begin{cases} y \geq 2^x + 3\cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32}-1)x \end{cases}$ $x, y \in$ пространству целых чисел на плоскости (Z)

$\exists (x,y) \in Z$
$2^x + 3\cdot 2^{34} \leq y < 76 + 2(2^{32}-1) \Rightarrow \exists x \in Z \quad 2^x + 3\cdot 2^{34} < 76 + 2(2^{32}-1)x$

$\Leftrightarrow \exists x \in Z \quad f(x) = 2^x + 3\cdot 2^{34} - 2(2^{32}-1)x - 76 < 0$

$f'(x) = 2^x \ln 2 - 2(2^{32}-1)$; $f'(x_0) = 0 \Leftrightarrow 2^{x_0} = \frac{2^{33}-2}{\ln 2}$

$\frac{1}{2} < \ln 2 < 1 \Rightarrow 2^{33} - 2 < \frac{2^{33}-2}{\ln 2} < 2\cdot(2^{33}-2) = 2^{34} - 4 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ если $2^{x_0} = \frac{2^{33}-2}{\ln 2}$, то $2^{33} - 2 < 2^{x_0} < 2^{34} - 4 \Rightarrow 33 \leq x_0 < 34$

$f(33) = 2^{33} + 3\cdot 2^{34} - 2(2^{32}-1)\cdot 33 - 76 = 2^{32}\underbrace{(2+12-66)}_{<0} + \underbrace{66 - 76}_{<0} < 0$

$f(34) = 2^{34} + 3\cdot 2^{34} - 2(2^{32}-1)34 - 76 = 2^{32}\underbrace{(4+12-68)}_{<0} + \underbrace{68-76}_{<0} < 0$

$f'(x)$ - степенная функция, монотонно возрастает непрерывно, значит при $x < x_0$ $f'(x) < 0$, а при $x > x_0$ $f'(x) > 0$

$\Rightarrow$ в т. x_0 минимум f и $f(x_0) < 0$

~~$f(x) = 2$~~ Найдем все целые x: $f(x) < 0$:
$f(x) = 2^{32}(2^{x-32} - 2x + 12) + 2x - 76$

Отметим, что f непрерывн. и $f(x)$ возрастает при $x > x_0 \geq 33$ т.к. $f'(x) > 0$

Число 76 выглядит необычно. Возьмем x так чтобы $2x - 76 = 0$

$\Leftrightarrow x = 38$

$f(38) = 2^{32}(2^5 - 76 + \cancel{..} + 12) + 76 - 76 = 0$

Значит при всех $x \in (6; 33]$ $\Rightarrow f(x) < 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow f(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (6; 38)$.

При $x = 7$ имеем $f(7) = 2^{32}(2^{-25} - 14 + 12) + 14 - 76 = 128 - 2^{34} - 62 =$

$= 66 - 2^{34} < 66 - 100 < -44$

Значит ~~найдется~~ $y \in Z$: $2^7 + 3\cdot 2^{34} \leq y < 76 + 2(2^{32}-1)7$

~~см. на стр. 4.~~

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

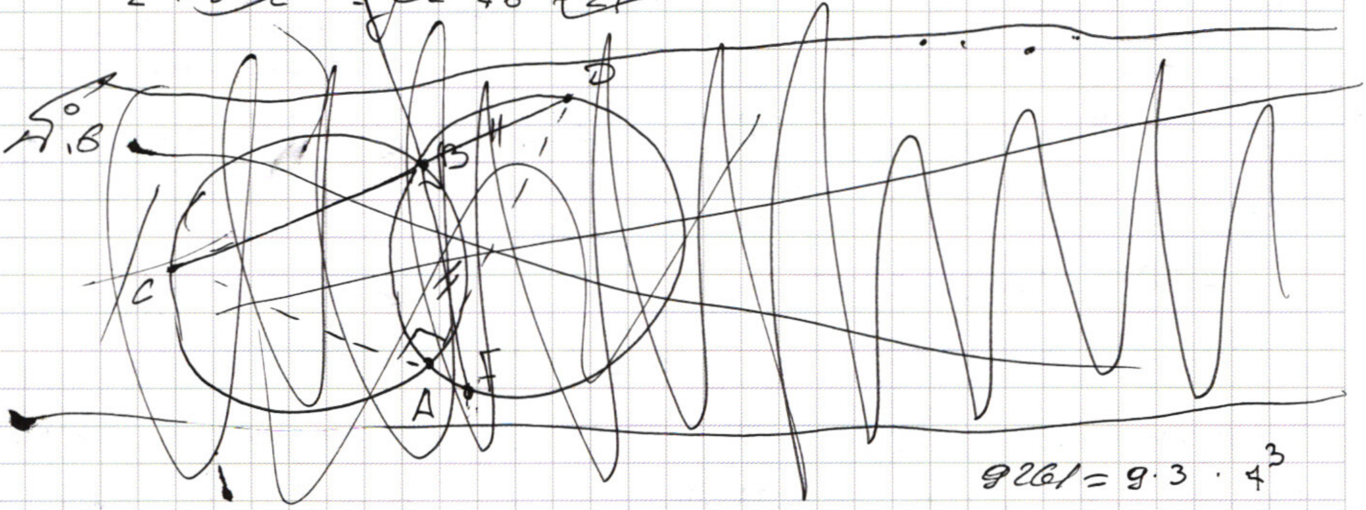
При $x=37$ $\rightarrow$ $f(32) = 2^{32}(32-74+12)+74-76 =$
$= 2^{32}\cdot(-30)-2 < -30$

$\Rightarrow$ Найдется $y \in \mathbb{Z}$: $2^{37}+3\cdot 2^{34} \le y < 76 + 2(2^{32}-1)\cdot 37$

~~В силу монотон. $f(x)$ при $x \in [7;33]$ и $x \in [34;37]$, заключаем, что подходящие $y \in \mathbb{Z}$: $2^x + 3\cdot 2^{34}$~~

~~$2^x + 3\cdot 2^{34} \le y < 76 + 2($~~

№6



$9261 = 9\cdot 3\cdot 7^3$

№1 7 7 7 3 3

4

7 7 7 3 3 - 4 3 2   110

11 333 777

111 3 3 7 7 7

$\frac{5!}{3!\cdot 2!}$ C_5^3

$\frac{8!}{2!\cdot 6!}\cdot\frac{6!}{3!\cdot 3!} = \frac{8}{2!\cdot 3!\, 3!}$ $\frac{8}{2!\,3!\,3!} + \frac{8!}{3!\cdot 3!}$

$4\cdot 5\cdot 6 / 7\cdot 8$ $4\cdot 5\cdot 7\cdot 8$

$\frac{8!}{3!}$ $\frac{4!}{3!\,1!}$ $\frac{4!}{3!\cdot 1!}$ $2\cdot 5\cdot 7\cdot 8$

560

1120

1680

$9261 : 9 = 1029$

$1029 : 3 = 343$

$343 : 7 = 49 = 7\cdot 7$

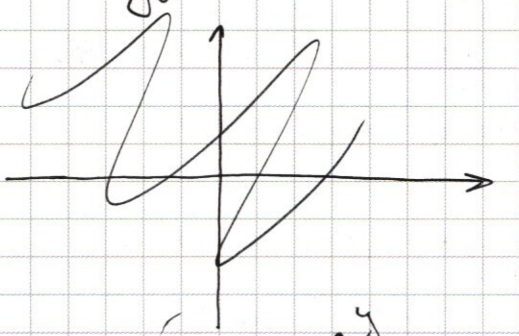
$3\cdot 3\cdot 3\cdot 7\cdot 7\cdot 7$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5 a-? два реш.

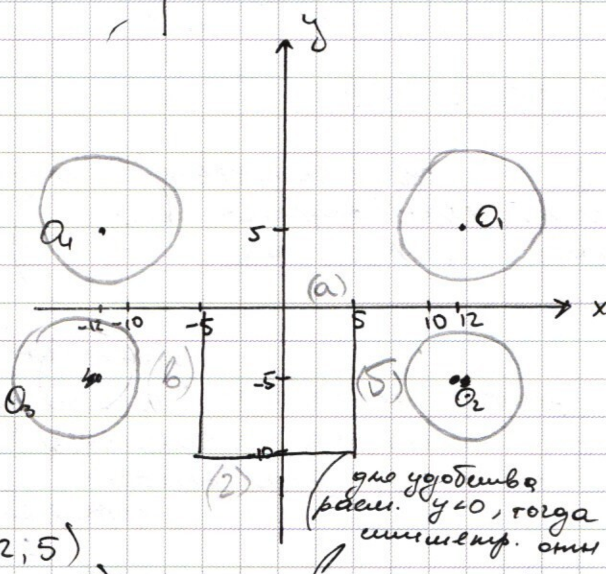
$$\begin{cases} |x+y+5| + |y-x+5| = 10 & (1) \\ (|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = a & (2) \end{cases}$$

$\cancel{\begin{cases} y \geq 2^x + 3\cdot 2^{34} \\ y \leq 76 + 2(2^{32}-1)x \end{cases}}$



Рассм. (1):

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} \cancel{x}+y+5+y-\cancel{x}+5=10 \\ x+y+5 \geq 0 \\ y-x+5 \geq 0 \end{cases} & (a) \\ \begin{cases} x+y+5-y+x-5=10 \\ x+y+5 \geq 0 \\ y-x+5<0 \end{cases} & (б) \\ \begin{cases} -x-y-5+y-x+5=10 \\ x+y+5<0 \\ y-x+5 \geq 0 \end{cases} & (в) \\ \begin{cases} -x-y-5-y+x-5=10 \\ x+y+5<0 \\ y-x+5<0 \end{cases} & (г) \end{array}\right.$$



Рассм (2): окружность симметричная относительно т. начала отсчета координат из-за модулей в ур. окр.

R окружности $= \sqrt{a}$ (зависит от параметра)

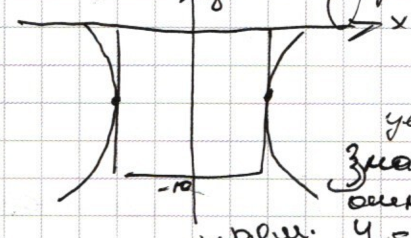
(для удобства рассм. $y<0$, тогда картинка симметр. отн $(0;-5)$)

$O_1\ (12;5)$
$O_2\ (12,-5)$
$O_3\ (-12,-5)$
$O_4\ (-12,5)$

Случаи пересечения:

I. Окружности не пересекают квадрат $\Rightarrow$ реш. нет.

II. Касание квадрата



два решения:

центры окружн. лежат на прямой $y=-5$ значит в силу симметрии картинки относительно оси Оу и относительно прям. $y=-8$ (при $y<0$) мы получаем то, что самый первый случай, когда есть решение, это тогда, когда окр. ~~пересекают~~ ~~кас~~ касаются квадрата

В этом случае „верхние" окр. при $y>0$ не имеют точки пересечения с квадратом.

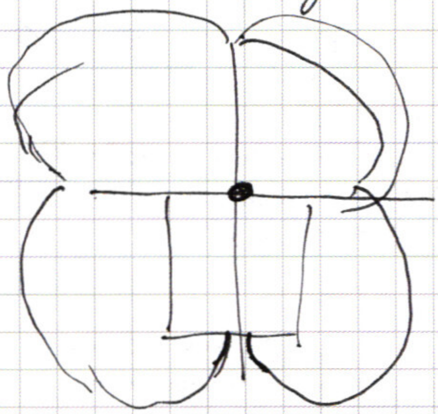
[Тогда точки ~~пересечения~~ пересечения (касания) — $(5; -5)$, $(-5; -5)$

$$(5-12)^2 + (\cancel{5-5})^2 = a$$

$$a = 7^2 = 49 \;]$$ (т.е. при $a \in [0; 49)$ — 0 реш. $a = 49$ — 2 реш.)

III При увеличении радиуса окр. для любой из „нижних" окружностей будет 2 точки пересеч. $\Rightarrow$ решений будет не менее 4.

До тех пор пока картинка не будет выглядеть так



При этом ~~x=0~~, $y = -10$ и $x = 0$

$$(-12)^2 + (+10-5)^2 = a$$

$$144 + 25 = 169$$

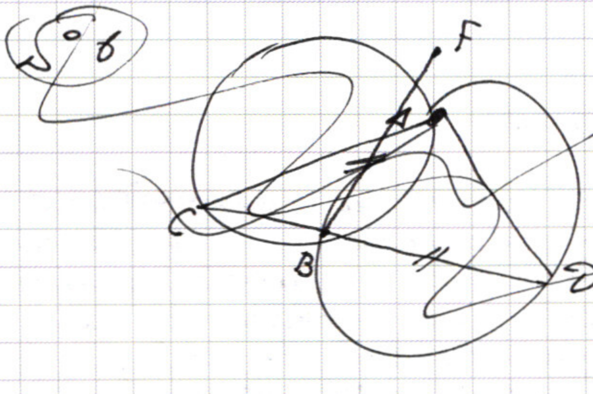
$a = 169$ — пограничный случ. когда окр. схлопнулись как показано на рисунке

Меньше, не включая это значение, существует некоторое количество значений a при которых существует два решения данной системы. (некоторый интервал) :с

Ответ: 1) при $a = 49$

2) при $a \in (?; 169)$

№6



см решение данной задачи на стр 6

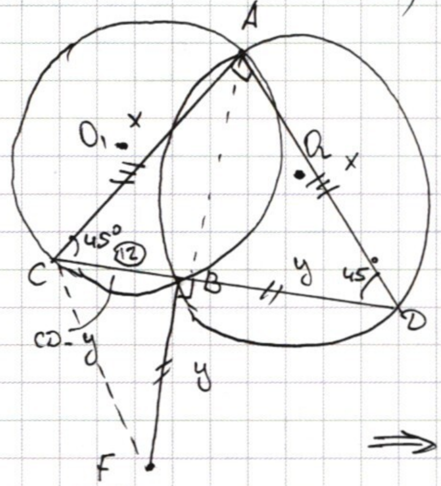
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№6

CF - ?

$R = 10$

$CB = 12$



а) 1) Рассмотрим $\triangle ABC$:

Из т. синусов $\Rightarrow |AB| = 2R \cdot \sin\angle ACB$

$|AB| = 20 \dfrac{|AD|}{|CD|}$. (1)

2) Аналогично рассмотрим $\triangle ABD$:

$|AB| = 2R \sin\angle ADB = 20 \dfrac{|AC|}{|CD|}$ (2)

Из (1) и (2) $\Rightarrow \cancel{20}\dfrac{|AC|}{|CD|} = \cancel{20}\dfrac{|AD|}{|CD|} \Rightarrow$

$\Rightarrow |AC| = |CD|$.

3) Т.к. в $\triangle ACD$ $\angle CAD$ прямой (по усл.) и $|AC| = |CD|$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle ACD$ и $\angle ADC = 45°$.

4) $|AB| = 2R \sin\angle ADB = 20 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 10\sqrt{2}$.

5) $BD = y$, $AD = x$ $\Rightarrow$ т. Пифагора для $\triangle CAD$: $(|CB| + y)^2 = 2x^2$

~~$|CB| = 2y\sqrt{2} - x$~~ ~~$|CB| = 2y$~~ $|CB| = x\sqrt{2} - y$

$|CF| = \sqrt{|CB|^2 + y^2} = \sqrt{2x^2 + y^2 - 2\sqrt{2}xy + y^2} =$

$= \sqrt{2x^2 + 2y^2 - 2\sqrt{2}xy} \Rightarrow |CF|^2 = 2y^2 - 2\sqrt{2}xy + 2x^2$

В $\triangle ABD$: т. косинусов: $|AB|^2 = x^2 + y^2 - \sqrt{2}xy$

$|CF|^2 = 2|AB|^2 \Longrightarrow |CF| = \sqrt{2}|AB|$

$\left[|CF| = \sqrt{2} \cdot 10\sqrt{2} = 20\right]$

б) $|CB| = 12$ $|CB| = x\sqrt{2} - y$ $|CB|^2 = 2x^2 - 2\sqrt{2}xy + y^2$ (из (а))

$|CF|^2 = 400 = 2x^2 + 2y^2 - 2\sqrt{2}xy$

$|CF|^2 - |CB|^2 = \cancel{2x^2} + 2y^2 - \cancel{2\sqrt{2}xy} - \cancel{2x^2} - y^2 + \cancel{2\sqrt{2}xy} = y^2$

$400 - 144 = 256 \Longrightarrow y = 16$

$|CB| = 12 = x\sqrt{2} - y = x\sqrt{2} - 16 \Rightarrow x\sqrt{2} = 28$ $x = \dfrac{28}{\sqrt{2}} = \dfrac{14 \cdot \sqrt{2}^2}{\sqrt{2}}$

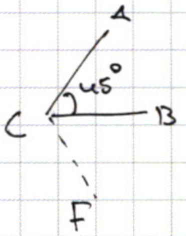
$x = 14\sqrt{2}$

продол. на странице 7

~~$S_{\triangle ACF}$~~ Рассмотрим $\triangle ACF$:

$$S = \frac{1}{2}|CF|\cdot|\overset{x}{AC}|\cdot\sin\angle ACF = \frac{1}{2}\cdot 20\cdot x\cdot\sin\angle ACF =$$

$$= 10\cdot 14\sqrt{2}\cdot\sin\angle ACF$$



$$\angle ACF = \angle BCF + 45^\circ$$

$$\sin\angle BCF = \frac{|BF|}{|CF|} = \frac{y}{20} = \frac{16}{20}$$

$$\cos\angle BCF = \frac{|CB|}{|CF|} = \frac{12}{20}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\cancel{16}^{\,8\,4}}{\cancel{20}_{10}} + \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\cancel{12}^{\,6\,3}}{\cancel{20}_{10}}$$

$\parallel$

$$S_{\triangle ACF} = 10\cdot 14\sqrt{2}\cdot\sin(45^\circ + \angle BCF) =$$

$$= 10\cdot 14\sqrt{2}\cdot\left(\frac{4\sqrt{2}}{10} + \frac{3\sqrt{2}}{10}\right) =$$

$$= \cancel{10}\cdot 14\sqrt{2}\cdot\frac{7\sqrt{2}}{\cancel{10}} = 14\cdot 7\cdot 2 = 196$$

$[S_{\triangle ACF} = 196]$

[Ответ: а) $|CF| = 20$
б) $S_{\triangle ACF} = 196$]

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3 $y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0$

$y^2 - y(x+4) + 8x - 2x^2 = 0$

$D = (x+4)^2 + 8x^2 - 32x = 9x^2 - 24x + 16 = (3x-4)^2$

$D \geq 0$

$x^{-2\ln x} y^{-4\ln x} = y^{\ln y - \ln x^7}$

$x^{-2\ln x} y^{-4\ln x} = y^{\ln y} \cdot y^{-7\ln x}$ $\quad y^{8\ln x} \cdot y^{-4\ln x} = y^{2\ln x} y^{\ln y}$

$x^{2\ln x} y^{\ln y} = y^{3\ln x}$

$2\ln x \ln x + \ln y \ln y = 3\ln x \ln y$

$\ln^2 y - 3\ln x \ln y + 2\ln x^2 = 0$

$\ln^2 y \left(1 - 3\frac{\ln x}{\ln y} - 2\frac{\ln x^2}{\ln y^2}\right)$

$\ln^2 y \left(1 - 3\frac{\ln x}{\ln y} + 2\left(\frac{\ln x}{\ln y}\right)^2\right)$

$\ln^2 y (a-1)(a-\frac{1}{2}) = 0$ не 0

$\ln^2 y \left(\frac{\ln x}{\ln y} - 1\right)\left(\frac{\ln x}{\ln y} - \frac{1}{2}\right) = 0$

$(\ln x - \ln y)(2\ln x - \ln y) = 0$

$t^3 - t^2 - 6t + 8 \;|\; t-2$

$t^3 - 2t^2$ $\quad t^2 + t - 4$

$t^2 - 6t$

$t^2 - 2t$

$-4t + 8$

$-4t + 8$

0

$(x-2)(t^2 + t - 4)$

$x = 2$

$y = 4$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

№2 $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2}\cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$

$7+2 \quad 7-2 \quad 7+2 \quad 7-2$

$-2\sin 7x \sin 2x - \sqrt{2}\cos 4x + 2\sin 7x\cos 2x = 0$

$\cancel{-\sin 7x \sin 2x = \frac{\cos 4x}{\sqrt{2}} + \sin 7x \cos 2x}$

$+2\sin 7x(\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2}\cos 4x = 0$

$\cos 4x = (\cos 2x + \sin 2x)(\cos 2x - \sin 2x)$

$(\cos 2x - \sin 2x)(-\sqrt{2}(\cos 2x + \sin 2x) + 2\sin 7x)$

$\cos 2x - \sin 2x = 0$

$\cos(2x + \frac{\pi}{4}) = 0$

$2x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + \pi n$

$x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}$

$\sqrt{2}\sin 7x - \cos 2x - \sin 2x = 0$

$\sin 7x - \sqrt{2}\sin(2x + \frac{\pi}{4}) = 0$

$\sin 7x - \sin(2x + \frac{\pi}{4}) = 0$

$(4{,}5x + \frac{\pi}{8})\ (2{,}5x - \frac{\pi}{8})$

$\sin(2{,}5x - \frac{\pi}{8})\cos(4{,}5 + 8\pi) = 0$

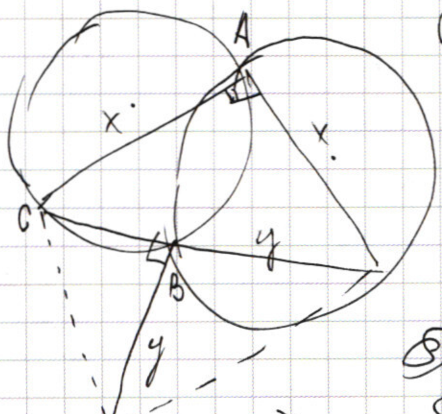
I. $2{,}5x - \frac{\pi}{8} = \pi n$

$x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi n}{2{,}5}$

II. $4{,}5x + \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi n$

$x = \frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{4{,}5}$

№4



(1)

$AB = 2R \sin \angle ACB$

$AB = 20 \frac{|AD|}{|CD|}$

$AB = 2R\sin ADB$

$AB = 20\frac{\sqrt{2}}{2} = 20\sqrt{2}$

$\Rightarrow AC = CD$

(2)

т. кос: $AB^2 = x^2 + y^2 - \sqrt{2}xy$

$|CF|^2 = 2|AB|^2$

$CF = \sqrt{2}AB$

$CF = 20$

$CB^2 = 2x^2 - 2\sqrt{2}xy + y^2$

$CF = 400$

$CF = 2x^2 + 2y^2 - 2\sqrt{2}xy$

$CF^2 - CB^2 =$

$(CB + y)^2 = 2x^2$

$CB = x\sqrt{2} - y$

$CF = \sqrt{2x^2 + y^2 - 2\sqrt{2}xy + y^2}$

$|CF|^2 = 2y^2 + 2x^2 - 2\sqrt{2}xy$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№7

$f(33) = 2^{33} + 3\cdot 2^{34} - 2(2^{32}-1)\,33 - 76 =$
$= 2^{32}(2+12-66) + 66 - 76 < 0$

-52

$f(34) = 2^{34} + 3\cdot 2^{34} - 2(2^{32}-1)\,34 - 76 =$
$= 2^{33}(4+12-68) + (68-76) < 0$

$-52 \qquad -18$

$f(38) = 2^{32}(2^{5} - 76 + 12) \; + 76 - 76 = 0$

$f(7) = 2^{32}(2^{-25} - 14 + 12) + 14 - 76 = 128 - 2^{34} - 62$
$= 66 - 2^{34}$

$-44 > 66 - 2^{34}$

$f'(x) = 2^{x}\ln 2 - 2(2^{32}-1)$

$2^{x_0} = \dfrac{2^{33}-2}{\ln 2}$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)