МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 7 ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 9261. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2}\cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$.

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(x^2y^4\right)^{-\ln x} = y^{\ln\left(y/x^7\right)}, \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения трёхгранного угла плоскостью KLM, если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO, равны 1 и 16.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, при которых система

$$\begin{cases} |x+y+5| + |y-x+5| = 10, \\ (|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 10 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF.

   б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 12$. Найдите площадь треугольника ACF.

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y), удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geqslant 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2\left(2^{32} - 1\right)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

① $9261 = 3\cdot3\cdot3\cdot7\cdot7\cdot7$

т.е восьмизначное число будет состоять из

1) 1133377

2) 11193777 и все перестановки

Расчитаем кол-во комбинаций:

$$N = \frac{8!}{2!3!3!} + \frac{8!}{3!3!} = \frac{8!}{3!3!}\cdot\left(\frac{1}{2}+1\right) = \frac{\cancel{3!}\cdot4\cdot5\cdot\cancel{6}\cdot7\cdot8}{\cancel{3!}\cancel{6}}\cdot\frac{3}{2} =$$

$= 1680$

Ответ: 1680

③ $\begin{cases} (x^2y^4)^{-\ln x} = y^{\ln\left(\frac{y}{x^7}\right)}, \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0 \end{cases}$

Решим второе уравнение:

$y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0$

$y^2 - 2xy + x^2 + xy - 3x^2 + 8x - 4y = 0$

$y^2 - (x+4)\cdot y + 8x - 2x^2 = 0$

$D = (x+4)^2 - 4(8x - 2x^2) = x^2 + 8x + 16 - 32x + 8x^2 = 9x^2 - 24x + 16 =$

$= (3x-4)^2$

$y_{1,2} = \frac{(x+4) \pm \sqrt{(3x-4)^2}}{2} = \frac{(x+4) \pm (3x-4)}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} y_1 = 2x \\ y_2 = 4 - x \end{array}\right.$

Подставим во второе уравнение:

$(x^2\cdot16x^4)^{-\ln x} = (2x)^{\ln\left(\frac{2x}{x^7}\right)}$

$(16x^6)^{-\ln x} = 2x^{\ln\frac{2}{x^6}}$

$-\ln x\cdot\ln(16x^6) = \ln \frac{2}{x^6}\cdot\ln 2x$

$-\ln x \cdot (\ln 16 + 6\ln x) = (\ln 2 - 6\ln x)\cdot(\ln 2 + \ln x)$

Пусть $\ln x = t$, тогда

$-t(\ln 16 + 6t) = (\ln 2 - 6t)\cdot(\ln 2 + t)$

$-t\ln 16 - \cancel{6t^2} = (\ln 2)^2 + t\ln 2 - 6t + \ln 2 - \cancel{6t^2}$

$-t\ln 16 - t\ln 2 + 6t\ln 2 = (\ln 2)^2$

$-t\left(\ln \frac{1}{2}\right) = (\ln 2)^2$

$t\cdot\ln 2 = (\ln 2)^2$

$t = \ln 2 \Rightarrow \ln x = \ln 2$

$\underline{x = 2}$

Решение: $(2;4)$

Ответ: $(2;4)$

(5) $\begin{cases} |x+y+5| + |y-x+5| = 10 \\ (|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = a \end{cases}$

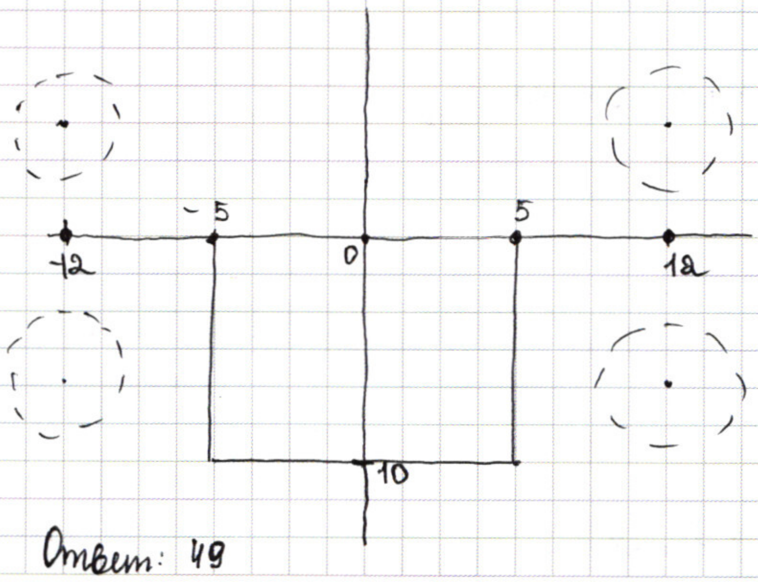
$|x+y+5| + |y-x+5| = 10$ – квадрат, образованный прямыми: $y=0$, $y=10$, $x=-5$, $x=5$.

$(|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = a$ $(a>0)$ –

окружность с центрами $(\pm 12; \pm 5)$

т.е 2 решения будет при касании окружности и ~~прямую~~ прямой $y = \pm 5$, т.е при $a = 49$

~~при $a = 49$~~



Ответ: 49

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

7) $\begin{cases} y \geq 2^x + 3\cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32}-1)x \end{cases} \Leftrightarrow 76 + 2^{33}x - 2x > y$

Пусть при каком-то целом x $a - b > 0$

При целом $x \geq 0$; a и b целые,

тогда при целом $x \geq 0$, кол-во пар $(x; y)$ при этом фиксированном x равно $a - b$

$a - b > 0 \Leftrightarrow \underbrace{76 + 2^{33}x - 2x - 2^x - 3\cdot 2^{34}}_{f(x)} > 0$

$f'(x) = 2^{33} - 2 - (\ln 2)\cdot 2^x$

Найдем точку максимума: $\nearrow + \cdot x - \searrow$ $f'(x)$ $f(x)$

$2^{33} - 2 - \ln 2 \cdot 2^x = 0 \Leftrightarrow x = \log_2\left(\frac{2^{33}-2}{\ln 2}\right) =$

$= 1 + \log_2(2^{32} - 1) - \log_2(\ln 2)$

$\log_2(2^{33} - 1) \in (31, 32)$

$\log_2(\ln 2) \in (-1; 0)$, т.к $\ln 2 \in (\frac{1}{2}; 1)$, т.к $e > 2 e^{0,5}$

$x^* \in (31; 33)$

Т.к $x^* \in (31; 33)$, а $f(6) = 76 + 2^{33}\cdot 6 - 2\cdot 6 - 2^6 - 3\cdot 2^{34} =$
$= 76 + 2^{34}\cdot 3 - 12 - 64 - 3\cdot 2^{34} = 0$, то при $x < 6$, $f(x)$ - возрастает

при всех $x < 6$: $f(x) < 0 \Rightarrow$ нет таких пар $(x; y)$ при $x < 6$.

Аналогично $f(38) = 76 + 2^{32}\cdot 38 - 2^{33} - 3\cdot 2^{34} = 76 + 2^{33}\cdot(6 + 2^5) -$
$- 2\cdot 38 - 2^{38} - 3\cdot 2^{34} = 0$

При $x > 38$: $f(x) < 0$, $f(x)$ - убывает при $x > 38$, а т.к $f(38) = 0$, $f(x) < 0$ при $x > 38 \Rightarrow$ нет пар $(x; y)$ при $x > 38$

$f(7)+f(8)\dots\; f(37)=$

$=76\,(37-7+1)+2^{33}\cdot\left(\dfrac{(7+37)\cdot(37-7+1)}{2}\right)-2\left(\dfrac{(7+37)(37-7+1)}{2}\right)-$

$-2^7-2^8\dots-2^{37}-3\cdot 2^{34}=$

$=2356+682\cdot 2^{33}-2\cdot 682-2^7-2^8\dots-2^{37}-3\cdot 2^{34}=$

$=2356+(338+3)\cdot 2^{34}-1364-2^7-2^8\dots-2^{37}-3\cdot 2^{34}=$

$=992+2^{34}\cdot\left(2^3+2^2+2+1+\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}\dots\frac{1}{2^{27}}+322+\frac{1}{2^{37}}\right)=$

$=992+2+128+322-2^{34}=\underline{1122+322\cdot 2^{34}}$

Ответ: $1122+322\cdot 2^{34}$

③ $\begin{cases}(x^2\cdot y^4)^{-\ln x}=y^{\ln\left(\frac{y}{x^7}\right)}\\ y^2-xy-2x^2+8x-4y=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x>0\\ \frac{y}{x^7}>0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x>0\\ y>0\end{cases}$

(1): $-\ln(x^2y^4)\cdot\ln x=\ln y\cdot\ln\frac{y}{x^7}$

$-(2\ln x+4\ln y)\cdot\ln x=\ln y\,(\ln y-7\ln x)$

$-(2\ln x)^x-4\ln x\cdot\ln y=\ln^2 y-7\ln x\cdot\ln y$

$\ln^2 y-3\ln x\cdot\ln y+2\ln^2 x=0\qquad |:\ln^2 y$

$2\left(\frac{\ln x}{\ln y}\right)^2-3\frac{\ln x}{\ln y}+1=0$

$\frac{\ln x}{\ln y}=\frac{-(-3)\pm\sqrt{1}}{4}=\frac{1}{2};\,1$

$\left[\begin{array}{l}2\ln x=\ln y\\ \ln x=\ln y\end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l}y=\ln^{2\ln x}=x^2\\ y=x\end{array}\right.$

(2): $y^2+xy-4y-2x^2+8x-2xy=0$

$y(y+x-4)-2x\,(x-4+y)=0$

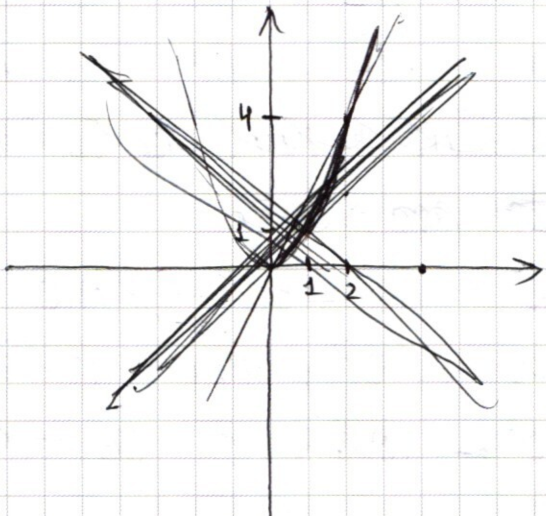
$(y-2x)(y+x-4)=0$

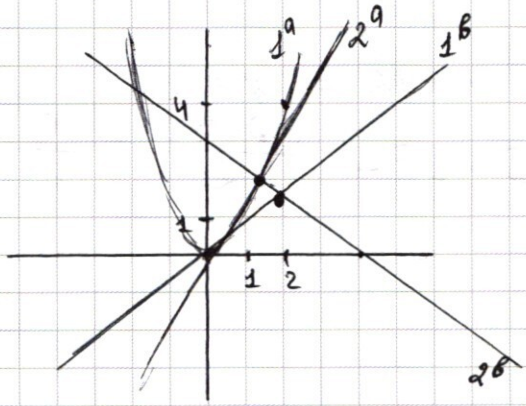
$\left[\begin{array}{l}y=2x\\ y=-x+4\end{array}\right.$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

т.е
$$\begin{cases} \left[\begin{array}{ll} y = x^2 & (1^а) \\ y = x & (1^в) \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{ll} y = 2x & (2^а) \\ y = -x+4 & (2^в) \end{array}\right. \\ x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$$





I. $(x;y) = (2;2)$

II. $(x;y) = (2;4)$

III $\begin{cases} y = x^2 \\ y = -x+4 \end{cases}$

$x^2 - x - 4 = 0$

$x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$

т.к $x > 0$ $\Rightarrow$ $x = \dfrac{\sqrt{17}-1}{2}$

$y = 4 - x = \dfrac{9-\sqrt{17}}{2}$

$(x;y) = \left(\dfrac{\sqrt{17}-1}{2}; \dfrac{9-\sqrt{17}}{2}\right)$

Ответ: $(x;y) = \left(\dfrac{\sqrt{17}-1}{2}; \dfrac{9-\sqrt{17}}{2}\right)$

6 Дано: 1) Окружности, которые пересекаются в т. A и B

2) $\angle CAD = 90^\circ$

3) $BC = 12$

4) $BF = BD$

Найти CF - ?

Найти $S_{\triangle ACF}$

Решение:

Т.к окружности равны, то $\angle ACD = \angle ADC$ (опираются на одну дугу AB

Т.к $\angle$ ~~ABD~~ $ACD = \angle ADC$ и $\angle CAD = 90° \Rightarrow ACD = \angle ADC = 45° \Rightarrow$

$\Rightarrow AC = AD$

т.к $\angle ACB = 45° \Rightarrow \angle AOB = 90° \Rightarrow AB = 10\sqrt{2}$

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 - \cancel{2} AC \cdot BC \cdot \frac{\sqrt{2}}{\cancel{2}}$$

$$200 = AC^2 + 144 - 12\sqrt{2}\,AC$$

$$AC^2 - 12\sqrt{2}\,AC - 56 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 72 + 56 = 128 \Rightarrow AC = 6\sqrt{2} + 8\sqrt{2} = 14\sqrt{2}$$

$$S(\triangle ACF) = \frac{AC + DF}{2} \cdot AD - \frac{1}{2} AD \cdot DF = \frac{AD \cdot AC}{2} = \frac{AC^2}{2} =$$

$$\underline{= 196}$$

Ответ: б) 196

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$= 9x^2 - 24x + 16 = (3x-4)^2$

$y_{1,2} = \dfrac{(x+4) \pm \sqrt{(3x-4)^2}}{2} = \dfrac{x+4 \pm (3x-4)}{2} =$

$\Rightarrow y_1 = 2x$

$y_2 = 4 - x$

Подставим во второе у-е

$(x^2 \cdot 16x^4)^{-\ln x} = (2x)^{\ln\left(\frac{2x}{x^7}\right)}$

$(16x^6)^{-\ln x} = 2x^{\ln \frac{2}{x^6}}$

$-\ln x \cdot \ln(16x^6) = \ln \frac{2}{x^6} \cdot \ln 2x$

$-\ln x \cdot (\ln 16 + 6\ln x) = (\ln 2 - 6\ln x) \cdot (\ln 2 + \ln x)$

Пусть $\ln x = t$

$-t(\ln 16 + 6t) = (\ln 2 - 6t) \cdot (\ln 2 + t)$

$-t\ln 16 - \cancel{6t^2} = (\ln 2)^2 + t\ln 2 - 6t \ln 2 - \cancel{6t^2}$

$-t\ln 16 - t\ln 2 + 6t\ln 2 = (\ln 2)^2$

$-t\left(\ln \frac{1}{2}\right) = (\ln 2)^2$

$t \cdot \ln 2 = (\ln 2)^2$

$t = \ln 2 \Rightarrow \ln x = \ln 2$

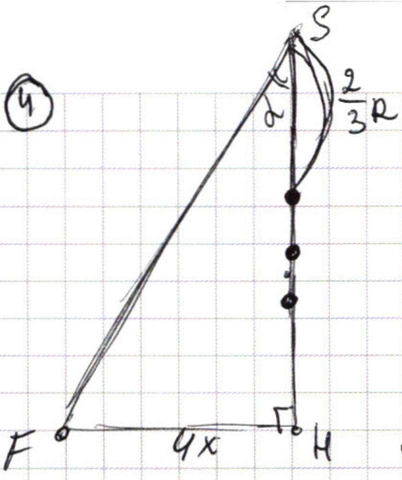
$x = 2$

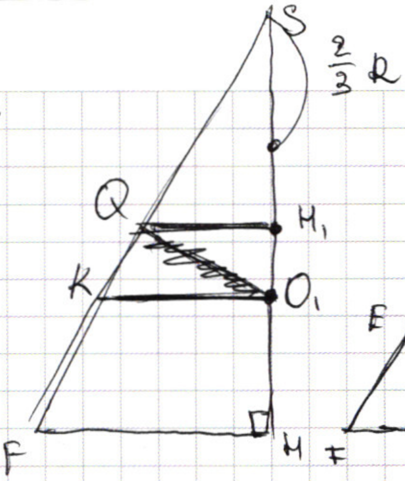
Ответ: $(2; 4)$

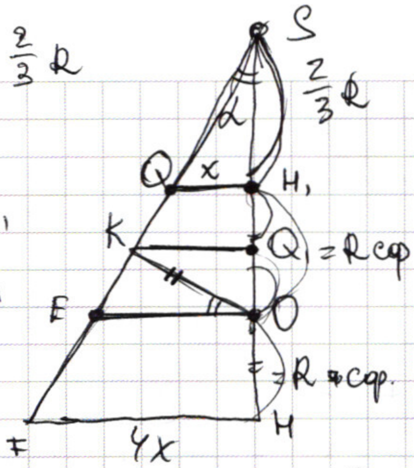
☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

④







$SH_1Q \sim SHF$

$\Rightarrow SH_1 = \frac{1}{4} SH$

$SO = \frac{2}{3}R + R = \frac{5}{3}R$

$\sin\alpha = \frac{R}{\frac{5}{3}R} = \frac{3}{5}$

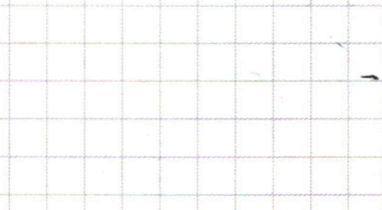
Ответ: $\arcsin\frac{3}{5}$

⑤ $\begin{cases} |x+y+5| + |y-x+5| = 10 \\ (|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = a \end{cases}$

$|x+y+5| + |y-x+5| = 10$ - квадрат, образованный прямыми $y=0$, $y=10$, $x=-5$, $x=5$

$(|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = a$ ← параметр $(a>0)$

④



☒ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3 $\begin{cases}(x^2y^4)^{-\ln x} = y^{\ln\left(\frac{y}{x^7}\right)} \\ y^2 = xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \frac{y}{x^7} > 0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 0 \\ y > 0\end{cases}$

$(1): -\ln(x^2y^4)\cdot\ln x = \ln y \cdot \ln\frac{y}{x^7}$

$-(2\ln x + 4\ln y)\cdot \ln x = \ln y(\ln y - 7\ln x)$

$-(2\ln x)^{\cancel{2}} - 4\ln x\ln y = \ln^2 y - 7\ln x\ln y$

$\ln^2 y - 3\ln x\ln y + 2\ln^2 x = 0 \quad | : \ln^2 y$

$2\left(\frac{\ln x}{\ln y}\right)^2 - 3\frac{\ln x}{\ln y} + 1 = 0$

$\frac{\ln x}{\ln y} = \frac{-(-3)\pm\sqrt{1}}{4} = \frac{1}{2};\ 1$

$\left[\begin{array}{l} 2\ln x = \ln y \\ \ln x = \ln y\end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} y = \ln^{2\ln x} = x^2 \\ y = x\end{array}\right.$

$(2): \cancel{y^2 \ldots}\ y^2 + xy - 4y - 2x^2 + 8x - 2yx = 0$

$y(y + x - 4) - 2x(x - 4 + y) = 0$

$(y - 2x)(y + x - 4) = 0$

$\left[\begin{array}{l} y = 2x \\ y = -x + 4\end{array}\right.$

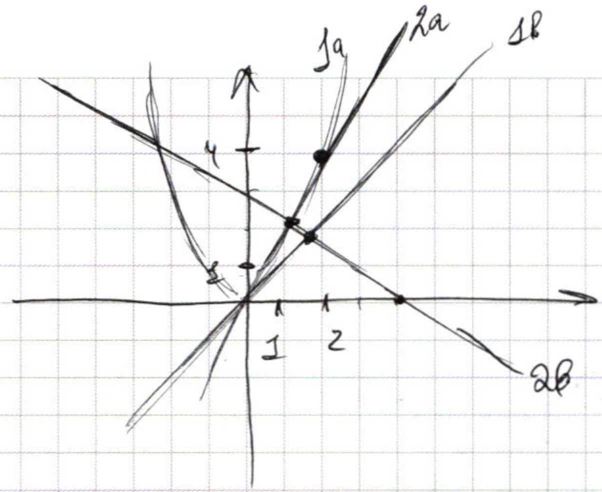
☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

т.е $\left\{\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} y = x^2 \\ y = x \end{array}\right. \quad (1^a) \\ \left[\begin{array}{l} y = 2x \quad (1^б) \\ y = -x+4 \quad (2^a) \end{array}\right. \\ x > 0 \quad (2^б) \\ y > 0 \end{array}\right.$



I $(x;y) = (2;2)$

II $(x;y) = (2;4)$

III $\begin{cases} y = x^2 \\ y = -x+4 \end{cases}$

1 3б

3 5б

5 5б

7 6б

19б.

$x^2 - x - 4 = 0$

$x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$

т.к $x > 0 \Rightarrow x = \dfrac{\sqrt{17}-1}{2}$

$y = 4 - x = \dfrac{9 - \sqrt{17}}{2}$

$(x;y) = \left(\dfrac{\sqrt{17}-1}{2}; \dfrac{9-\sqrt{17}}{2}\right)$

---

⑦ $y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \iff$

$y < 76 + 2(2^{32} - 1) \cdot x$

$\iff \underbrace{76 + 2^{33}x - 2x}_{a} > y$

пусть при каком-то целом x $a - b > 0$

При целом $x \geq 0$: a и b целые

тогда при целом $x \geq 0$, кол-во пар $(x; y)$ при этом фиксированном x равно $a - b$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

(2) $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2}\cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$

$\cos 9x = \cos 4x + \cos 5x$

$\sin 9x = \sin 5x + \sin 4x$

$\cos(4x+5x) - \cos 5x - \sqrt{2}\cos 4x + \sin(5x+4x) + \sin 5x = 0$

$(\cos 4x \cdot \cos 5x - \sin 4x \cdot \sin 5x) - \cos 5x - \sqrt{2}\cos 4x + (\sin 5x \cdot \cos 4x + \sin 4x \cdot \cos 5x) + \sin 5x = 0$

$\boxed{\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta - \sin\alpha \cdot \sin\beta}$?

$2\cdot 2\cos^2 x - 1$ $\quad$ $2 \cdot 2\sin x \cdot \cos x$ $\quad$ $\cos^2 x - 1$ $\quad$ $\cos^2 x - 1$ $\quad$ $4\sin x \cdot \cos x$

$(2\cdot\cos 2x \cdot \cos 5x - 2\cdot \sin 2x \cdot \sin 5x) - \cos 5x - \sqrt{2}\cdot 2 \cdot \cos 2x \cdot (\sin 5x \cdot 2\cdot\cos 2x + 2\cdot\sin 2x \cdot \cos 5x) = 0$

$2\cdot((2\cos^2 x - 1)\cdot\cos 5x - \cancel{(4\sin x\cdot\cos x)}\cdot\sin 5x) - \cos 5x - 2\cdot\sqrt{2}(\cos^2 x - 1)\cdot(\sin 5x(2\cos^2 x - 1) + 4\sin x \cdot \cos x \cdot \cos 5x$

$2\cdot(2\cos^2 x - 1)\cos 5x - \sin 5x - \cancel{\cos 5x} - 2\sqrt{2}(2\cos^2 x - 1) + \sin 5x \cdot 2\cdot(2\cos^2 x - 1) + \cancel{\cos 5x} = 0$

$2(2\cos^2 x - 1)\cdot\cos 5x - \sqrt{2}(2\cos^2 x - 1) + 2\cdot(2\cos^2 x - 1) = 0$

$(2\cos^2 x - 1)(2\cdot\cos 5x - \sqrt{2} + 2) = 0$

$2\cos^2 x - 1 = 0$ или $2\cos 5x - \sqrt{2} + 2 = 0$

$2\cos^2 x = 1$ $\qquad$ $2\cos 5x = \sqrt{2} - 2$

$\cos^2 x = \frac{1}{2}$

$\cos x = \frac{1}{2}$

☒ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

$2^{2+(-5)}$ 13б.

x^{2+}

$$\begin{cases} (x^2y^4)^{-\ln x} = y^{\ln\left(\frac{y}{x^2}\right)} \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0 \end{cases}$$

$(x^2y^4)^{-\ln x} + y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4x = y^{\ln\left(\frac{y}{x^2}\right)}$

$x^{2\cdot\ln x} \cdot y^{4\cdot\ln x} + y^2 - x\cdot y - 2\cdot x^2 - 4x = y^{\ln\left(\frac{y}{x^2}\right)}$

$(x^2 \cdot x^{\ln x} \cdot y^4 + y^{\ln x}) + y^2 - xy - 2x^2 - 4x = y^{\ln\frac{y}{x^2}}$

1 +

2

3 +

4

5 +

6

(1) $9261 = 3\cdot3\cdot3\cdot7\cdot7\cdot7$

Т.к восьмизначное число будет состоять из

1) 11333777

2) 11193 777 и все перестановки их ~~этих~~ чисел

пересчитаем ~~произведения этих чисел~~: кол-во комбинаций

$$N = \frac{8!}{2!\,3!\cdot3!} + \frac{8!}{3!\,3!}$$

$$= \frac{8!}{3!\,3!}\cdot\left(\frac{1}{2}+1\right) = \frac{\cancel{3!}\cdot4\cdot5\cdot\cancel{6}\cdot7\cdot8}{\cancel{6}\cdot\cancel{3!}}\cdot\frac{3}{2}$$

$= 1680$

$y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0$

~~$y^2 - 2x^2 + 8x - 4$~~ $y(y - x - 2x^2$

$y^2 - 2xy + x^2 + xy - 3x^2 + 8x - 4y = 0$

$y^2 - (x+4)y + 8x - 2x^2 = 0$

$D = (x+4)^2 - 4(8x - 2x^2) = x^2 + 8x + 16 - 32x + 8x^2$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)