

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 7

ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в р:
Работы без вложенного задания не проверяются.

- ① [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 9261. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
- ② [5 баллов] Решите уравнение $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$.
- ③ [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^7)}, \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0. \end{cases}$$

- + ④ [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 16.

- ⑤ [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 5| + |y - x + 5| = 10, \\ (|x| - 12)^2 + (|y| - 5)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

- ⑥ [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 10 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .

- б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 12$. Найдите площадь треугольника ACF .

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)x \end{cases} \quad \text{43 пер. 40-60 мин.}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1. Разложим на ^{простые} множители число 9261.

$$9261 = 3 \cdot 3087 = 3 \cdot 3 \cdot 1029 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 343 = 3^3 \cdot 7^3$$

Разберём все возможные случаи:

1) Есть цифра 9.

тогда $9261 = 9 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$.

Заметим, что произведение любых двух делителей ≥ 10 , чего быть не может в случае цифр, т.е. цифр в рангом случаев также:

9, 3, 7, 7, 7, 1, 1, 1.

2) Нет цифр 9.

тогда $9261 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$.

Заметим, что в (1) разоб. случаи, где есть цифра 9, а также произведение любых двух множителей ≥ 10 (или 9, но это случаи (1)).

т.е. цифр в рангом

случае: 3, 3, 3, 7, 7, 7, 1, 1.

* Очевидно, более одной "9"

быть не может.*

* Единицы на произв-е цифр не влияют, поэтому воспользуемся, чтобы "добить" до 8-ми цифр.

• Из известной комбинаторной формулы количества

перестановок с ^{нечетными} одинаковыми символами, кол-во 8-ми знач.

чисел в (1) и (2) случаях соотв:

$$\frac{8!}{1! \cdot 1! \cdot 3! \cdot 3!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{3!} = 1120$$

$$\frac{8!}{3! \cdot 3! \cdot 2!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{3! \cdot 2!} = 560$$

Сложим ответы (1) и (2) и получим $1120 + 560 = 1680$

Ответ: 1680 чисел 8-мизнач. с произв. цифр 9261.

12

$$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0.$$

$$(\cos 9x + \sin 9x) - (\cos 5x - \sin 5x) - \sqrt{2} \cos 4x = 0.$$

$$\sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cos 9x + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 9x \right) - \sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cos 5x - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 5x \right) - \sqrt{2} \cos 4x = 0.$$

$$\sqrt{2} \cdot \sin \left(9x + \frac{\pi}{4} \right) - \sqrt{2} \cdot \cos \left(5x + \frac{\pi}{4} \right) - \sqrt{2} \cos 4x = 0.$$

$$\sin \left(9x + \frac{\pi}{4} \right) - \left(\cos \left(5x + \frac{\pi}{4} \right) + \cos 4x \right) = 0.$$

$$2 \cdot \sin \frac{9x + \frac{\pi}{4}}{2} \cdot \cos \frac{9x + \frac{\pi}{4}}{2} - 2 \cdot \cos \frac{9x + \frac{\pi}{4}}{2} \cdot \cos \frac{x + \frac{\pi}{4}}{2} = 0.$$

$$\cos \frac{9x + \frac{\pi}{4}}{2} \left(\sin \frac{9x + \frac{\pi}{4}}{2} - \cos \frac{x + \frac{\pi}{4}}{2} \right) = 0.$$

$$\cos \left(\frac{9x + \frac{\pi}{4}}{2} \right) = 0 \quad \text{или} \quad \sin \frac{9x + \frac{\pi}{4}}{2} - \sin \left(\frac{\pi}{2} - \frac{x}{2} - \frac{\pi}{8} \right) = 0.$$

$$\frac{9x + \frac{\pi}{4}}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$\sin \left(\frac{9x}{2} + \frac{\pi}{8} \right) - \sin \left(-\frac{x}{2} + \frac{3\pi}{8} \right) = 0.$$

$$9x + \frac{\pi}{4} = \pi + 2\pi n$$

$$2 \sin \frac{\frac{9x}{2} + \frac{\pi}{8} + \frac{x}{2} - \frac{3\pi}{8}}{2} \cdot \cos \frac{\frac{9x}{2} + \frac{\pi}{8} + \frac{x}{2} - \frac{3\pi}{8}}{2} = 0.$$

$$9x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi n$$

$$x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi n}{9}$$

$$\sin \frac{5x - \frac{\pi}{4}}{2} \cdot \cos \frac{4x + \frac{\pi}{2}}{2} = 0.$$

$$\frac{5x - \frac{\pi}{4}}{2} = \pi n \quad \text{или} \quad \frac{4x + \frac{\pi}{2}}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi n$$

$$5x - \frac{\pi}{4} = 2\pi n$$

$$4x + \frac{\pi}{2} = \pi + 2\pi n$$

$$5x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n$$

$$4x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$$

$$x = \frac{\pi}{20} + \frac{2\pi n}{5}$$

$$x \neq \frac{\pi}{10} + \frac{\pi n}{2}$$

$$x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}$$

$$\text{Order: } x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi n}{9}, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{20} + \frac{2\pi n}{5}, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$x \neq \frac{\pi}{10} + \frac{\pi n}{2}, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}, \quad n \in \mathbb{Z}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\text{№ 3.} \quad \begin{cases} (x^2 y)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^2)} & (1) \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0 & (2) \end{cases}$$

Решим (1). Из первого показателя следует $x > 0$
Тогда из второго показателя следует $y > 0$

Тогда:

$$e^{\ln(x^2 y^4) \cdot (-\ln x)} = e^{\ln y \cdot \ln(y/x^2)}$$

$$-(2 \ln x + 4 \ln y) \cdot \ln x = \ln y \cdot (\ln y - 2 \ln x)$$

$$\text{Пусть } \ln x = a, \ln y = b$$

$$-(2a + 4b) \cdot a = b(b - 2a)$$

$$-2a^2 - 4ab = b^2 - 2ab$$

$$2a^2 - 3ab + b^2 = 0; \quad (2a - b)(a - b) = 0.$$

$$(2 \ln x - \ln y)(\ln x - \ln y) = 0.$$

$$\ln x^2 - \ln y = 0 \quad \text{или} \quad \ln x - \ln y = 0$$

$$\ln x^2 = \ln y$$

$$x^2 = y$$

$$\ln x = \ln y$$

$$x = y$$

Решим (2)

$$y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0$$

$$\text{т.е. } (y - 2x)(y + x - 4) = 0.$$

$$y^2 - 2xy + xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0$$

$$y = 2x \quad \text{или} \quad y = -x + 4$$

$$y(y - 2x) + x(y - 2x) - 4(y - 2x) = 0$$

$$\begin{cases} \begin{cases} y = x^2 \\ y = x \end{cases} & , \begin{matrix} x > 0 \\ y > 0 \end{matrix} \\ \begin{cases} y = 2x \\ y = -x + 4 \end{cases} \end{cases}$$

Таким образом решим 4 системы.

$$1. \begin{cases} y = x^2 \\ y = 2x \end{cases} \quad \begin{matrix} x^2 = 2x \\ x = 0 \text{ или } x = 2 \\ x \neq 0 \quad y = 4 \end{matrix}$$

$$2) \begin{cases} y = x^2 \\ y = -x + 4 \end{cases} \quad \begin{matrix} x^2 = -x + 4 \\ x^2 + x - 4 = 0 \\ D = 1 + 16 = 17 \end{matrix}$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}, \text{ но } x > 0 \Rightarrow x = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2} > 0$$

$$y = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2} + 4 = \frac{9 - \sqrt{17}}{2} > 0$$

$$3) \begin{cases} y = x \\ y = 2x \end{cases} \quad \begin{matrix} x = 2x \\ x = 0 \\ x \neq 0 \end{matrix}$$

$$4) \begin{cases} y = x \\ y = -x + 4 \end{cases} \quad \begin{matrix} x = -x + 4 \\ x = 2 \\ y = 2 \end{matrix}$$

Order: $(2; 4)$, $(\frac{\sqrt{17}-1}{2}; \frac{9-\sqrt{17}}{2})$, $(2; 2)$

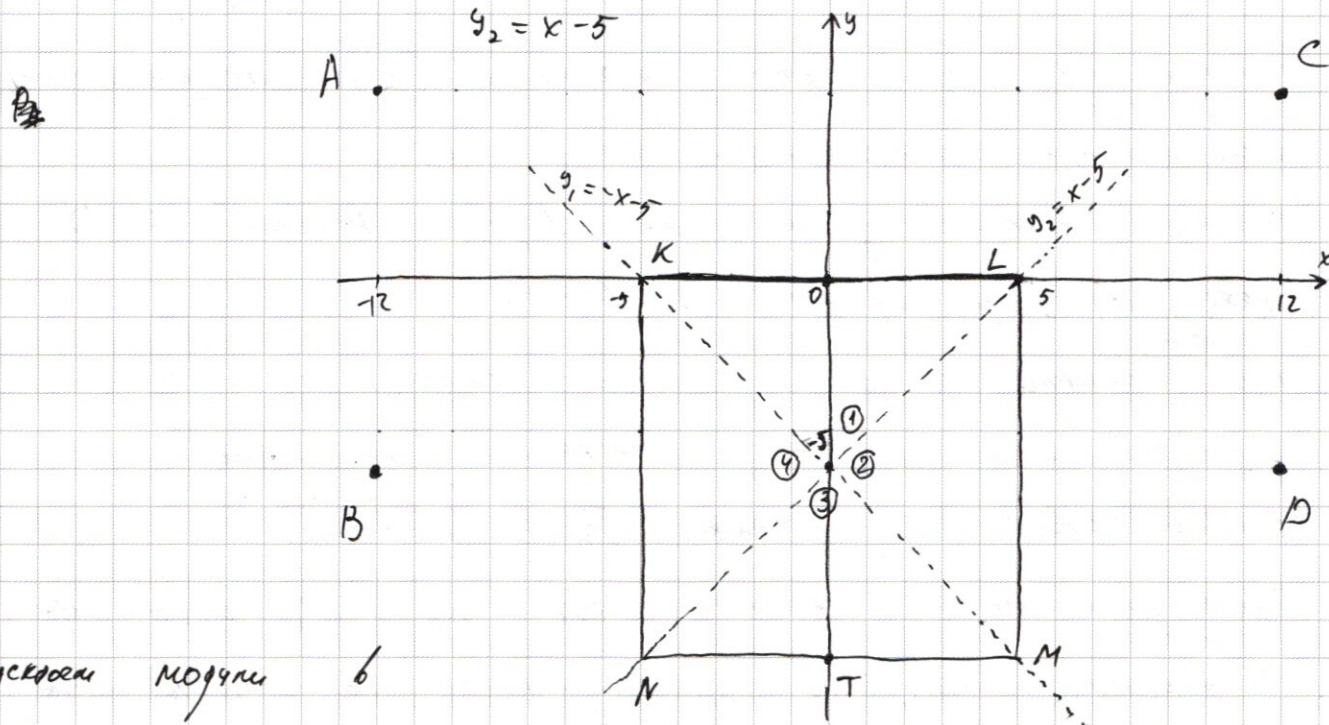
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} |x+y+5| + |y-x+5| = 10 & (1) \\ (|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = 9 & (2) \end{cases}$$

Решим графически
в xOy

Построим (1)

Граничные прямые $y_1 = -x - 5$
 $y_2 = x - 5$



Раскроем модули в

каждой из областей:

$$\begin{aligned} \textcircled{1} (+ +): \quad & x+y+5 + y-x+5 = 10 \\ & 2y = 0 \\ & y = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} (+ -): \quad & x+y+5 - y+x-5 = 10 \\ & 2x = 10, \quad x = 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{3} (- -): \quad & -x-y-5 - y+x-5 = 10 \\ & -2y = 20, \quad y = -10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{4} (- +): \quad & -x-y-5 + y-x+5 = 10 \\ & -2x = 10, \quad x = -5 \end{aligned}$$

Графиком (1) явл. квадрат.

Рассмотрим (2).

Заметим при $x \geq 0, y \geq 0$:

$$(x-12)^2 + (y-5)^2 = 9 \quad (2')$$

При $a < 0$ - не имеет реш.

При $a = 0$, точка $(12; 5)$

при $a > 0$, окружность с центром $(12; 5)$, $R = \sqrt{a}$

Также заметим, что если $(x_0; y_0)$ - решение (2), то и

$(-x_0; y_0)$ и $(x_0; -y_0)$ и $(-x_0; -y_0)$ - тоже решения (2), т.е.

График (2) это график окружности (2'), симметрич.

последовательно относительно осей x и y .

Отметим "верхние" центры, как A, B , "нижние" C, D .

Также имеем квадрат $KLMN$.

При ^{постеп.} увеличении a от 0 первое пересеч. (1) и (2)

дадут окружности W_B, W_D (касание), при этом

решений равно 2, а также $\sqrt{a} = 4$, $\boxed{a = 16}$

Далее из симметрии карты пкц окр W_B и W_D будут давать

^{и более} 4 решения (вним, если $(x_0; y_0)$ - пересеч, то $(-x_0; y_0)$ - тоже).

Кроме $x_0 = 0$. Заметим, при прохождении W_B и W_D ч/з

точки $(0; 0)$ они дают равно два решения $(0; 0)$ и $(0; -10)$

Однако из симметрии (2) следует, что и W_A и W_C

пересекют (1) в $(0; 0) \Rightarrow W_A$ и W_C дают ещё хотя

бы 2 решения. (Очев-но окр. W_A и W_C не проходят

через $(0; 0)$ и $(0; -10)$ одновременно), что нас уже

не устраивает, т.к. при таких a решений не может

~~бы~~ четырех. (кроме $a = 49$).

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

При дальнейшем увеличении a окружности W_A и W_B перестанут пересекать квадрат. ~~Квадрат~~ $R_{\text{кв}} = \sqrt{5^2 + 17^2}$

$$\sqrt{a_{\text{кр}}} = \sqrt{5^2 + 17^2}$$

$$a_{\text{кр}} = 314.$$

Т.е. при $a > 314$

начнём считать за пересечениями W_A и W_C

Заметим, что аналогично 1) симметрии картинки, если $(x_0; y_0)$ - пересеч., то $(-x_0; y_0)$ - также пересеч.

Рассмотрим окр. W_C ~~и "необычные" точки~~

Заметим, что при $a > 314$, окружность W_C идёт пересеч.

за диагональю КМ (т.к. $CM = \sqrt{15^2 + 3^2} < \sqrt{314}$).

Таким образом, единств. возм. ситуация - прохождение.

W_C ч/з N (сл-ко проход. W_A ч/з M).

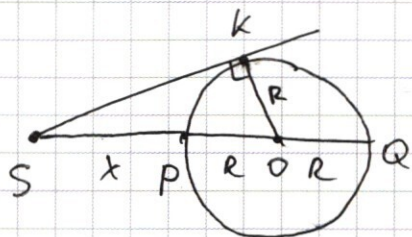
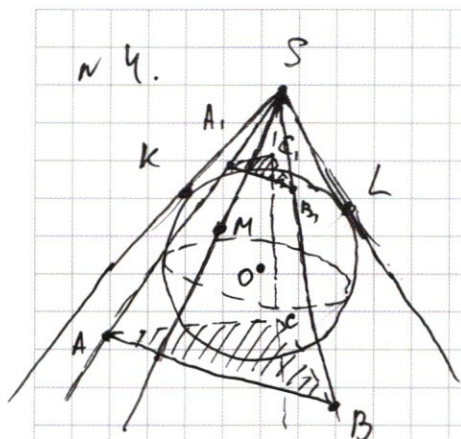
Заметим, что W - самая удалённая точка квадрата от точки $C \Rightarrow$ решение будет равно 2 (точки M и N).

$$R = CN = \sqrt{17^2 + 15^2} = \sqrt{514} = \sqrt{a} \Rightarrow a = 514.$$

~~Ответ~~. При дальнейшем увелич. a никакие окруж-
не пересекут квадрат.

Ответ: $a = 49$, $a = 514$ - система будет иметь
ровно два решения.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Дано: сфера ω с радиусом R .

Найти: $\angle KSO$, $S_{\text{сеч. KLM}}$.

Решение: ~~Введем, что~~

Пусть радиус сферы R , расстояние от точки S до сферы равно x .

~~Введем, что~~ Пусть ~~Введем~~ первое пересечение ~~с~~ сферой ω $\neq SO$ — точка P , второе, точка Q

Тогда пусть, плоскость из условия ~~проходит ч/з P~~
 ~~первая~~

α отсекает в трёх гранях угол $\Delta A, B, C$,

А вторая плоскость отсекает ΔABC .

Тогда заметим, что ~~сфера~~ пирамиды SA, B, C , и

$SABC$ порожда с коэф. порожд k , т.к. $SO \perp A, B, C$, $\alpha \Rightarrow$
 $SO \perp ABC$

$\Rightarrow (ABC) \parallel (A, B, C)$.

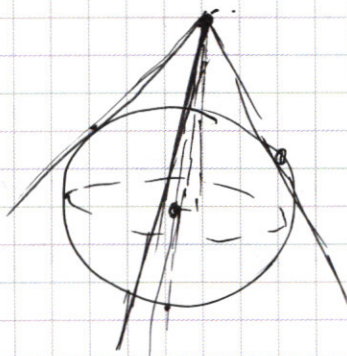
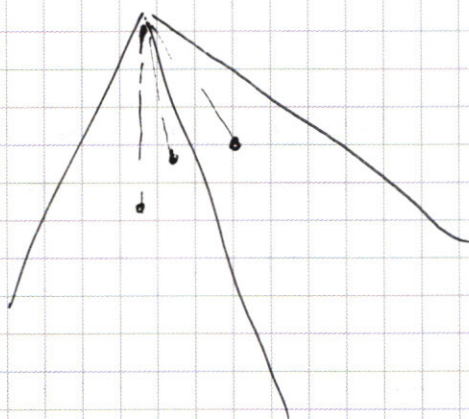
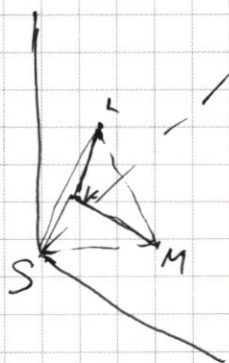
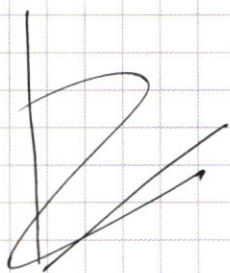
Сп-но $k^2 = \frac{S_{A, B, C}}{S_{ABC}} = \frac{1}{16}$, $k = \frac{1}{4} \Rightarrow$ рассмотрим планimeter.

Чертёж: $k = \frac{SO}{SQ} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{x}{x+2R} = \frac{1}{4}$, $4x = x + 2R$, $3x = 2R$.

$\Rightarrow \sin \angle KSO = \frac{R}{x+R} = \frac{R}{\frac{2R}{3} + R} = \frac{R}{\frac{5R}{3}} = \frac{3}{5}$, $\angle KSO < 90^\circ$, т.к.

кас. $KS \perp KO$ радиусу
пров. в эту точку.

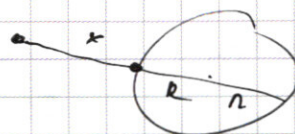
Ответ: $\angle KSO = \arcsin \frac{3}{5}$



$$\frac{x}{x+2r} = \frac{1}{4}$$

$$4x = k+2r$$

$$3x = 2r$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

7. $\cos 9x - \cos 5x$

* $A = \sin 5x$

$a = \sin 4x$

$B = \cos 5x$

$b = \cos 4x$

$bB - aA = B +$

$\sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cos 5x - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 5x \right) = -\sqrt{2} \cdot \left(\cos \left(5x + \frac{\pi}{4} \right) \right)$

~~$\sqrt{2}$~~

$-\sqrt{2} \left(\cos \left(5x + \frac{\pi}{4} \right) \cos 4x \right) =$

$-\sqrt{2} \cos \frac{9x + \frac{\pi}{4}}{2} \cdot \cos \frac{x - \frac{\pi}{4}}{2}$

5/4

$\frac{259}{225}$

$259 = 11 + 14$

25

3/4

$\frac{225}{+49}$

~~$\sqrt{2} \cdot \cos \left(9x + \frac{\pi}{4} \right)$~~
 $\sin \left(9x + \frac{\pi}{4} \right)$

$\cos a \cdot \cos b = \frac{1}{2} (\cos(a-b) + \cos(a+b))$

$\cos \cdot \sin \rightarrow \sin$

$\sin \cdot \sin \rightarrow \cos$

196

$\frac{14}{98}$

$(100-2) \cdot 4 = 400-8 = 392$

$$3) \begin{cases} y = 2x \\ y = -x + 4 \end{cases}$$

$$\begin{matrix} x > 0 \\ y > 0 \end{matrix}$$

$$\left(\frac{x^2 y}{y} \right)^{\ln x} = y^{\ln(x^2/y)}$$

$$\left(\frac{x^2 y}{y} \right)^{\ln x} = y^{\ln(x^2/y)}$$

$$\frac{2 \ln x}{x} \cdot \frac{y \ln x}{y} = \frac{y \ln y}{y^{\ln y}}$$

$$x^{2 \ln x} \cdot y^{3 \ln x} \cdot y^{\ln y} = 1$$

~~$$x^{2 \ln x} \cdot y^{3 \ln x} \cdot y^{\ln y} = 1$$~~

$$x^{2 \ln x \cdot \ln x} \cdot y^{3 \ln x \cdot \ln y} \cdot y^{\ln y \cdot \ln y} = 1$$

~~$$2a^2 + 3ab + b^2 = 0$$~~

~~$$(2a+b)(a+b) = 0$$~~

~~$$2 \ln x + \ln y = 0$$~~

~~$$\ln x^2 \cdot y = 0$$~~

~~$$x^2 \cdot y = 1 \quad x \cdot y = 1$$~~

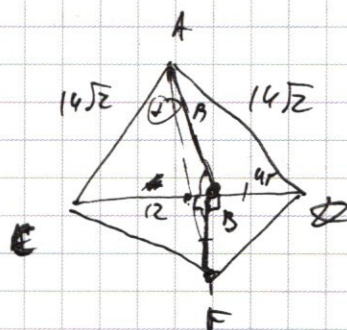
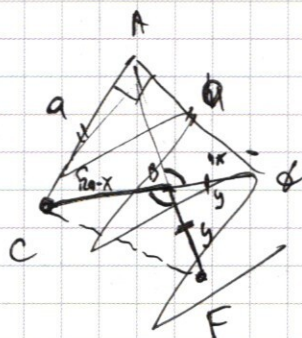
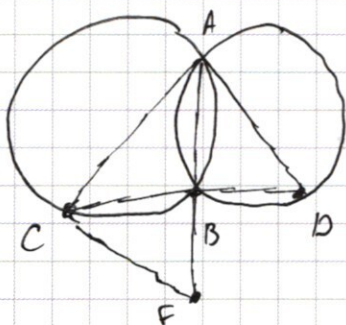
~~$$x^2(-x+4) = 1$$~~

~~$$-x^3 + 4x^2 - 1 = 0$$~~

~~$$x^3 - 4x^2 + 1 = 0$$~~

~~$$x^3 - 4x^2 + 1 = 0$$~~

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$12 + 16 = 28.$$

$$14\sqrt{2}$$

$$CB = 2R \cdot \sin \alpha$$

$$BD = 2R \cdot \cos \alpha.$$

$$\textcircled{BC=12} \Rightarrow \alpha \Rightarrow B \Rightarrow$$

~~BC~~

$$\sin \alpha = \frac{BC}{2R} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{4}{5}$$

$$\Rightarrow \sin B = \frac{4}{5}$$



$$BD = 2R \cdot \frac{4}{5} = 20 \cdot \frac{4}{5} = 16.$$

$$y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34}$$

$$y < 16 + 2(2^{32} - 1) \cdot x$$

~~$$y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34}$$~~

$$y \geq 2^x + 6 \cdot 2^{33}$$

$$y < 16 + 2^{33} x - 2x$$

Значит, что при таких x $6 \cdot 2^{33}$ main, and $\emptyset$.

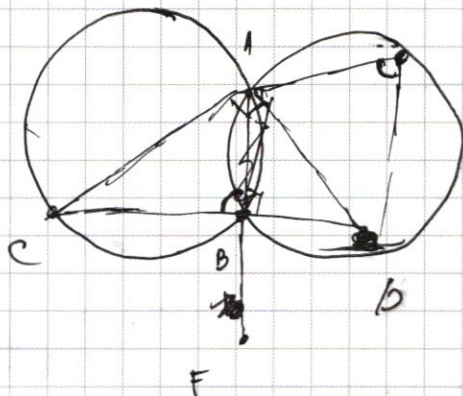
~~$$x = -\infty$$~~

~~$$y \geq 6 \cdot 2^{33}$$~~

~~$$y < 16 + 2^{33} + 2\infty$$~~

$$y' =$$

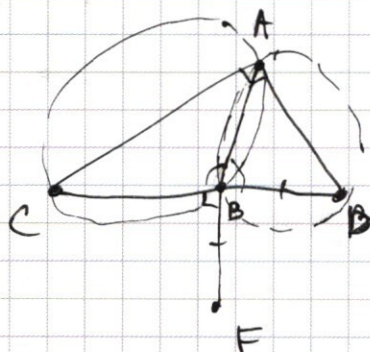
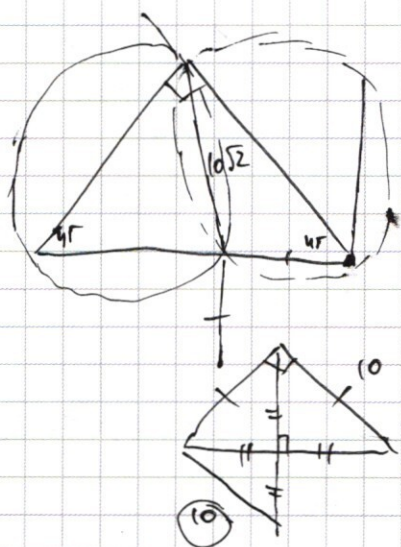
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$R = 40$$

$$\angle 90^\circ.$$

$$7^2 + 15^2 = R_1$$



$$R_{01} = R_{02} = 10.$$

$$2R = \frac{a}{\sin X}$$

$$Q = 2R \cdot \sin \alpha$$

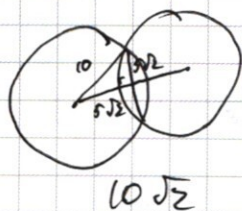
$$a = 7 \cdot 10 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 10\sqrt{2}$$

2 180-2

$$\sin A = \sin (180 - A)$$

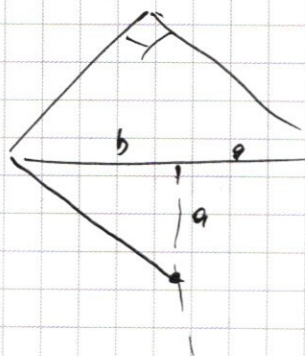
$$AD = AC$$

$$2R \cdot \sin L + 2R \cdot \sin(90 - L) = L \quad \checkmark$$

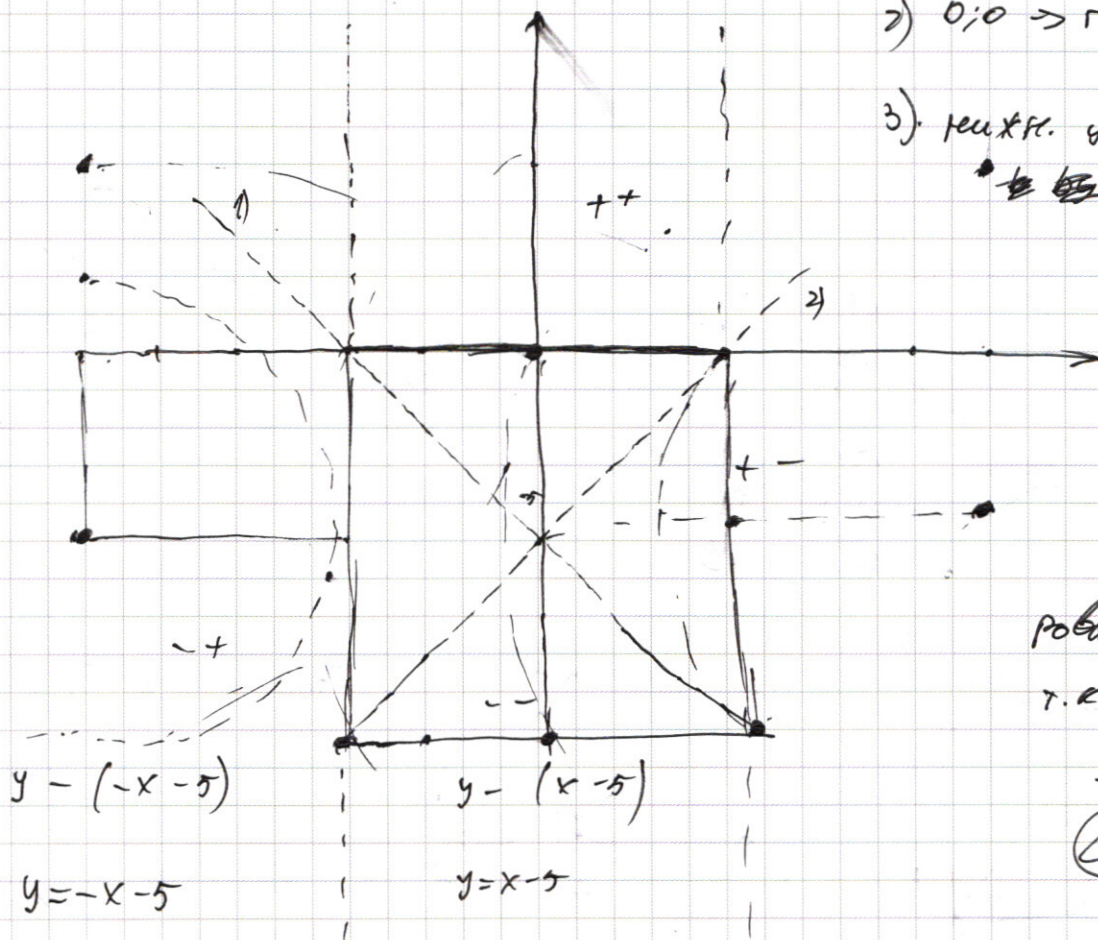


$$\sqrt{a^2 + b^2}$$

$$a^2 + b^2$$



$$I. \quad |x+y+5| + |y-x+5| = 10.$$



1) кас.

2) 0:0 → глвно т.к. верхн. окр.

3) реш хт. угл. точки.
• ~~from~~ from верхн. окр.

ровно 1 реш.

т.к. $x:y$ - реш.

$-x:y$
→ $y = -x$
 $x \neq 0$.

++: $x+y+5 + y-x-5 = 10$

$y=0$.

--: $-x-y-5 - y+x-5 = 10$

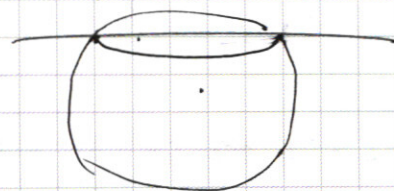
$-2y=20$.

$y=-10$.

+-

$x+y+5 - y+x-5 = 10$

$x=5$



II. $(12; 5)$

$R = \sqrt{91}$

Заметим что.

$(x; y)$

$(-x; y)$

$(x; -y)$

$(x; -y)$

1) $a < 0 \rightarrow$ нет реш.

$a = 0 \rightarrow$ точка $(12; 5)$

~~то же~~ точки.

два решения. ~~кас~~ ~~кас~~ ~~кас~~ $x=0$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

①

$$9261 = 3 \cdot 3087 = 3 \cdot 3 \cdot 1029 = \\ = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 343$$

~~1~~ ~~2~~ ~~3~~ ~~4~~ ~~5~~ ~~6~~ 7 ~~8~~ ~~9~~ ~~10~~

$$\begin{array}{r} 343 \overline{) 7} \\ 28 \overline{) 49} \\ 63 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ 21 \\ 441 \\ 21 \\ \hline 441 \\ 882 \\ \hline 9261 \end{array}$$

$$9261 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot \textcircled{7} \textcircled{7} \textcircled{7}$$

1) кет 9

2) сев 9.

3 3 3 7 7 7 111

9 3 7 7 7 111.

Orig

$$\frac{8!}{3! \cdot 3! \cdot 2!}$$

+

$$\frac{8!}{3! \cdot 3!}$$

$$8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 2 = 560$$

$$\frac{261}{3}$$

$$\frac{261}{3} = \frac{240}{3} + \frac{21}{3} = \\ = 80 + 7$$

$$\begin{array}{r} 1029 \overline{) 3} \\ 9 \overline{) 12} \\ 12 \overline{) 343} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9261 \overline{) 27} \\ 81 \overline{) 1343} \\ 116 \\ 108 \\ \hline 31 \end{array}$$

$$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$$

$$\cancel{\cos 4x \cdot \cos 5x - \sin 4x \cdot \sin 5x}$$

$$\cancel{-\cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 5x \cdot \cos 4x}$$

$$\cos 9x + \sin 9x = \sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \cos 9x + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sin 9x \right)$$

$$\sin 5x - \cos 5x = \sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sin 5x - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \cos 5x \right)$$

$$\sqrt{2} \cdot \cos 4x$$

$$\sqrt{2} \cdot \sin \left(9x + \frac{\pi}{4} \right) + \sqrt{2} \cdot \sin \left(5x - \frac{\pi}{4} \right) - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \cdot \sin 4x \cdot \cos \left(2x + \frac{\pi}{4} \right) - \cos 4x$$

$$(x^2 \cdot y)^{-\ln x} = y^{\ln \left(\frac{y}{x^2} \right)} \rightarrow (x^2 \cdot y)^{-\ln x} = y^{-\ln \left(\frac{x^2}{y} \right)}$$

$$\begin{matrix} x > 0 \\ y > 0 \end{matrix}$$

$$y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0$$

$$x^2 \cdot y^{\ln x} = y^{4 \ln x - \ln y}$$

$$y^2 - y(x+4) - (2x^2 - 8x) = 0$$

$$(x^2 \cdot y)^{\ln x} = (y^4)^{\ln x}$$

$$\begin{aligned} D &= (x+4)^2 + 4(2x^2 - 8x) = x^2 + 8x + 16 + 8x^2 - 32x = \\ &= 9x^2 - 24x + 16 = (3x-4)^2 \end{aligned}$$

$$y_{1,2} = \frac{x+4 \pm (3x-4)}{2}$$

$$\frac{x+4+3x-4}{2} = 2x$$

$$\frac{x+4-3x+4}{2} = 4-x$$

$$(y-2x)/(y+x-4) = 0$$

$$y = 2x$$

$$y = -x+4$$