

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 7

ШИФ]

Бланк задания должен быть вложен в р:
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 9261. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^7)}, \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 16.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 5| + |y - x + 5| = 10, \\ (|x| - 12)^2 + (|y| - 5)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 10 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
- б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 12$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{array}{r} 9261 \overline{) 3} \\ 3087 \overline{) 3} \\ 1029 \overline{) 3} \\ 343 \overline{) 7} \\ 49 \overline{) 7} \\ 7 \overline{) 7} \\ 1 \end{array}$$

$$777$$

$$C_8^3 (C_5^1 \cdot C_4^1 + C_5^2)$$

$$\begin{array}{r} 3 \quad 2 \\ 3 \quad 4 \quad 3 \\ \times \quad 2 \quad 1 \\ \hline 2401 \\ 686 \\ \hline 9261 \end{array}$$

$$\frac{5!}{3! \cdot 2!} \cdot 2 = 4.5 \quad 5.4$$

~2.

$$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$$

$$\cos(7+2)x - \cos(7-2)x = -2 \sin 7x \sin 2x$$

$$\sin(9x) + \sin(5x) = 2 \sin 7x \cos 2x$$

$$2 \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

⊗

$$\sqrt{2} (2 \sin 7x - (\cos 2x + \sin 2x)) (\cos 2x - \sin 2x) = 0$$

$$\sqrt{2} \sin(2x + \frac{\pi}{4})$$

$$\sin 7x = \sin(2x + \frac{\pi}{4})$$

$$\sqrt{2} (\cos 5 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} + \sin \frac{1}{\sqrt{2}})$$

$$1 + 4.4 = 17$$

$$(x-2)(x^2+x-4) =$$

$$= x^3 + x^2 - 4x - 2x^2 - 2x + 8$$

$$\frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

~1.

$$9261 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7.$$

Или это в числе нет "0",
если его произв. цифр = 9261

Э! цифр 9, 2, 6, 1, 7 - 7 то 7. Причем если число
кратно 7^3 , то в нем ровно 3 цифры 7, т.к. любая цифра
не делится на 49, а кроме 7, любая не $\div 7$ (если это не 0).
Для каждого возможного количества цифр 7 в числе
рассмотрим произв. оставшихся цифр.

Кратны 3 цифры 9, 3, 6. Причем 6 не может
быть, т.к. $6 \div 2$, а $9261 \div 2$. Если есть 9,
то набор цифр таков: 7, 7, 7, 9, 3, 1, 1, 1 (т.к. кроме
7 и 3 на это все дел.). Если нет 9, то должно
быть 3 "3", т.е. 7, 7, 7, 3, 3, 3, 1, 1.

В первом случае перестановок всего $C_8^3 \cdot C_5^1 \cdot C_4^1 =$
 $= C_8^3 \cdot 20$
 видир. 7 → видир. 9 → видир. 3
 последовательно

Во втором случае перестановок $C_8^3 \cdot C_5^3 = C_8^3 \cdot \frac{5!}{3! \cdot 2!} = 10$
 Всего $C_8^3 (20 + 10) = \frac{8!}{5! \cdot 3!} \cdot 30 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{1 \cdot 2} \cdot 30 = 560 \cdot 3 = 1680$.
 Ответ: 1680.

~2.

$$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$$

$$\cos 9x - \cos 5x = \cos((7+2)x) - \cos((7-2)x) = -2 \sin 7x \sin 2x$$

$$\sin 9x + \sin 5x = 2 \sin 7x \cos 2x$$

по общему формулам

$$\text{Итого } -2 \sin 7x \sin 2x - \sqrt{2} (\cos^2 2x - \sin^2 2x) + 2 \sin 7x \cos 2x = 0$$

$$2 \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x) (\cos 2x + \sin 2x) = 0$$

$$\sqrt{2} (\sqrt{2} \sin 7x - (\cos 2x + \sin 2x)) (\cos 2x - \sin 2x) = 0$$

$$\sqrt{2} (\sqrt{2} \sin 7x - \sqrt{2} \sin(2x + \frac{\pi}{4})) (\cos 2x - \sin 2x) = 0 \quad | :2$$

по формуле
вспом. арг.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$(\sin 7x - \sin(2x + \frac{\pi}{4}))(\cos 2x - \sin 2x) = 0$$

$$\begin{cases} \cos 2x - \sin 2x = 0 & (1) \\ \sin 7x - \sin(2x + \frac{\pi}{4}) = 0 & (2) \end{cases}$$

м.к. $\cos 2x$ и $\sin 2x$ не $= 0$ одновр.

$\cos 2x = 0$ по удовн. (2) $\rightarrow$ разделим обе части (1) на $\cos 2x$.

Получим (1): $\tan 2x = 1 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}; x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2} n, n \in \mathbb{Z}.$

Ур. (2) даёт равенствам. мст.:

$$\begin{cases} 7x = 2x + \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ 7x = \pi - 2x - \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{10} + \frac{2}{5}\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{9} - \frac{\pi}{36} + \frac{2}{9}\pi n, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$\frac{\pi}{12}$

Ответ: $\begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2} n \\ x = \frac{\pi}{10} + \frac{2}{5}\pi n \\ x = \frac{\pi}{12} + \frac{2}{9}\pi n \end{cases}, \text{ где } n \in \mathbb{Z}.$

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(\frac{y}{x^2})} & (1) \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0 & (2) \end{cases} \sim 3.$$

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} x > 0 \\ \frac{y}{x^2} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

(1) равносильно на ОДЗ:

$$-\ln x \cdot \ln(x^2 y^4) = \ln \frac{y}{x^2} \cdot \ln y$$

$$-\ln x (2\ln x + 4\ln y) = \ln y (\ln y - 2\ln x)$$

$$-2\ln^2 x - 4\ln y \ln x = \ln^2 y - 2\ln y \ln x$$

$$\ln^2 y + 2\ln^2 x - 3\ln y \ln x = 0$$

$$(-\ln y + \ln x)(2\ln x - \ln y) = 0$$

Равносильно системе $\begin{cases} \ln x = \ln y \\ \ln x^2 = \ln y \end{cases}$ на ОДЗ $\Rightarrow \begin{cases} x = y \\ x^2 = y \end{cases}$

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(\frac{y}{x^2})} \\ y^2 - 4y - 2x^2 + 8x - 4y = 0 \end{cases}$$

$$\text{DZS: } \begin{cases} x > 0 \\ \frac{y}{x^2} > 0 \end{cases} \Rightarrow x, y > 0$$

$$-2\ln^2 x - 4\ln x \ln y = \ln^2 y \rightarrow \ln x \ln y$$

$$\begin{cases} -\ln x (2\ln x + 4\ln y) = \ln y (\ln y - 7\ln x) \end{cases}$$

~~ln~~

$$-2x(x-4) - y(x-4) + y^2$$

$$\begin{cases} \ln x = a \\ \ln y = b \end{cases}$$

$$y^2 = (2x+y)(x-4)$$

$$b^2 + 2a^2 - 3ab = 0$$

$$(a-b)(2a-b) = 2a^2 + b^2 - 2ab - ab$$

$$\begin{cases} x=y \\ x^2=y \end{cases} \Rightarrow$$

$$\cancel{x^2} - \cancel{x^2} - 2x^2 + 8\cancel{x^2} - 4x = 0$$

$$x^2 - 2x = 0$$

$$x^4 - x^3 - 2x^2 + 8x - 4x^2 = 0$$

$$x(\cancel{x^3} - x^2 - 6x + 8) = 0$$

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & 6 & -8 & -1 & x \\ \hline & 1 & -1 & & & \\ \hline & & 2 & 6 & & \\ \hline & & -2 & -2 & & \\ \hline & & & 6 & -8 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|rrrrrr} 1 & -1 & -6 & 8 & 1 & -2 \\ \hline & 1 & -2 & & & \\ \hline & & 1 & -6 & & \\ \hline & & & 1 & -2 & \\ \hline & & & & -4 & +8 \\ \hline & & & & -4 & +8 \\ \hline & & & & & 0 \end{array}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Иск. сист. равносильна на $\mathbb{R}^2$ такой:

$$\begin{cases} x=y \\ (2) \\ x^2=y \\ (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=y \\ x^2 - x^2 - 2x^2 + 8x - 4x = 0 \\ x^2=y \\ x^4 - x^3 - 2x^2 + 8x - 4x^2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=y \\ 2x(2-x)=0 \quad (*) \\ x^2=y \\ x(x-2)(x^2+x-4)=0 \quad (**) \end{cases}$$

С учетом $\mathbb{R}^2$, (*) даёт решение $(2; 2)$.

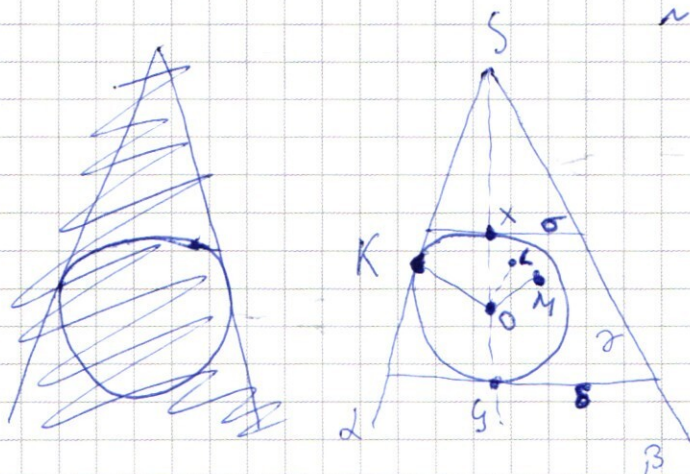
(**) даёт реш. для x : $0; 2; \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$

С учетом $\mathbb{R}^2$, тогда $x=2$ и $x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$

$y=4$

$$y = \frac{1+17}{4} - \frac{2\sqrt{17}}{4} = \frac{18-\sqrt{17}}{2}$$

Ответ: $(2; 4); (2; 2); \left(\frac{-1+\sqrt{17}}{2}, \frac{9-\sqrt{17}}{2}\right)$.



нч.

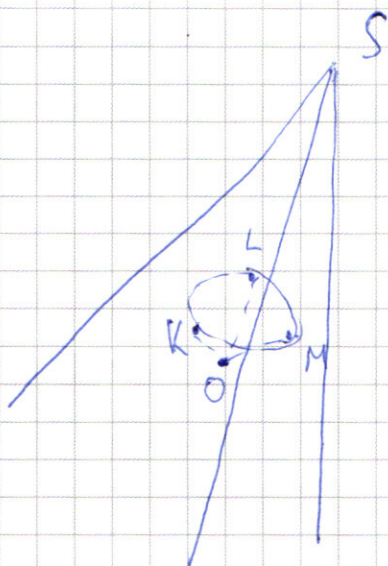
Пусть Ω - сфера

α, β, γ - стороны треугольника

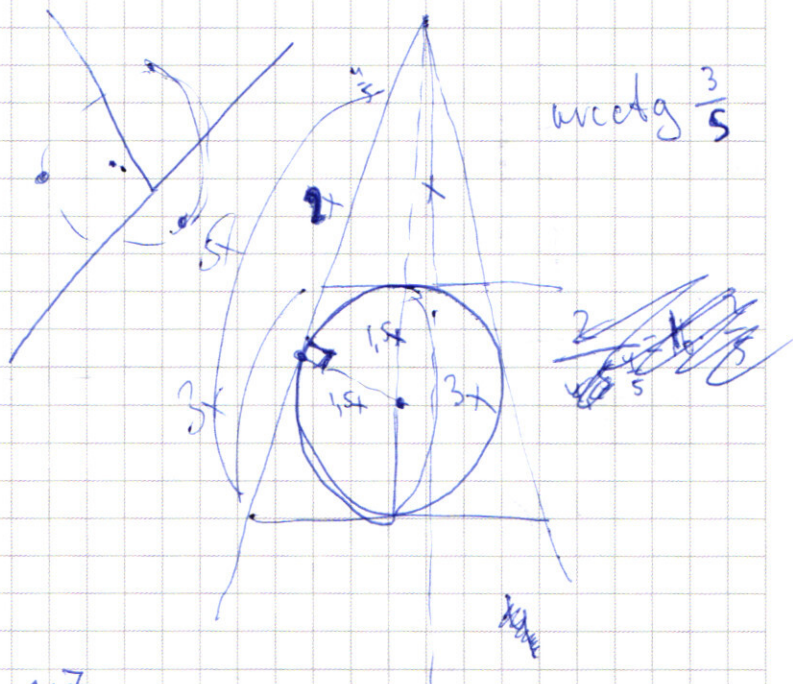
$K \in \alpha; M \in \beta; L \in \gamma$

$(L \perp \text{пл. рисунка})$

пл. $\sigma, \delta \perp SD$ и кас-ся Ω
 $\sigma(\cdot) \times \cup \gamma$ соотв.



~4.



~7.

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)x \end{cases}$$

$\frac{d}{dx} = \ln 2 \cdot 2^x$

$\frac{d}{dx} = 2(2^{32} - 1)$

$$76 + 2x - 2x > 2^x + 6 \cdot 2^{33}$$

$$76 - 2x > 2^x + 6 \cdot 2^{33}$$

$$x \leq -2^{35}$$

$$2^x + 2x + (6 - x)$$

$$76 + 2x$$

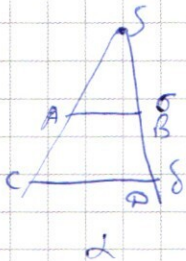
$$2^x - 2(2^{32} - 1)x + 3 \cdot 2^{34} - 76 < 0$$

$$2^x + 3 \cdot 2^{34} = 76 + 2(2^{32} - 1)x$$

$$x \div 8$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\sigma \perp SO$
 $\delta \perp SO \Rightarrow \sigma \parallel \delta \Rightarrow \sigma$ и δ пересекут α по паралл. кр.
AB и CD совм.



Тогда $\angle SAB = \angle SCP$ так как совм.
 $\angle ASB - \text{общ.} \Rightarrow \triangle ASB \sim \triangle CSP \Rightarrow$
 $\Rightarrow \frac{SA}{SC} = \frac{SB}{SD}$

Аналогично $\frac{SA}{SC} = \frac{SE}{SF}$, где

E и F пересекут σ и δ с (3 и 8)

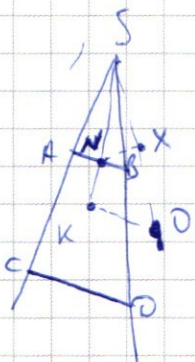
Докажем, что $\triangle AEB$ и $\triangle CFD$ подобны
с центром в S $\Rightarrow$ они подобны с коэф. $\frac{SA}{SC} = \sqrt{\frac{SA \cdot SE}{SC \cdot SF}} = \frac{1}{4}$.

Заметим, что $OX, OY \perp \sigma$ и $\delta \Rightarrow X, Y \in$ прямой SO

Тогда H_s переводит X в Y $\Rightarrow SY = 4 SX$.

Прямая X-Y - diam. окружностей $\Rightarrow XY = 3SX = 2R$ где
R - рад. Ω .

Тогда $\frac{OK}{SO} = \frac{R}{R + \frac{2}{3}R} = \frac{3}{5} = \operatorname{tg} \angle KSO$ (так как $\alpha \perp OK$)
 $\angle KSO = \arctg \frac{3}{5}; \cos \angle KSO = \frac{4}{5}; \sin \angle KSO = \frac{3}{5}$.



Но OK - перпенд. кр. и сфере, $KL = SM =$
 $= \sqrt{SO^2 - OK^2} = \frac{4}{3}R$

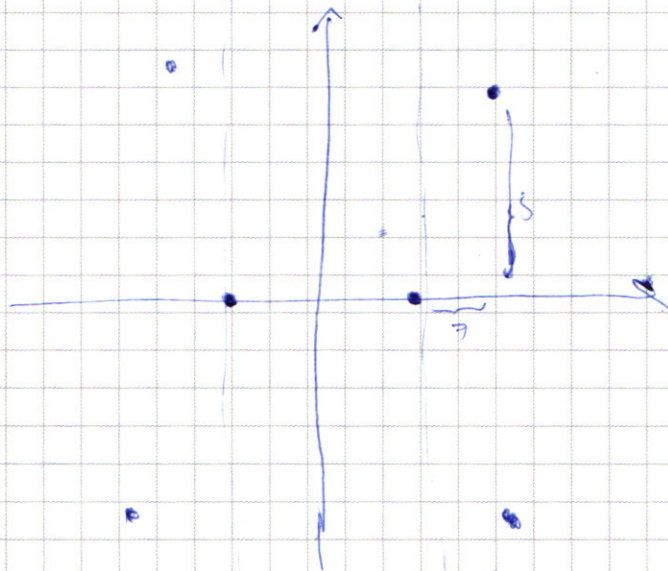
Тогда SO - кр., равноуд. от K, L, M $\Rightarrow (KLM) \perp SO \Rightarrow$
 $\Rightarrow (KLM) \parallel \sigma \parallel \delta \Rightarrow \triangle PQW$ подобен $\triangle ABE$, где
 $\triangle PQW$ - ~~сечение~~ сечение трехпр. угла на (KLM).

Пусть $S \cap AB = N$. Тогда $NX \perp SO$, так как $NX \subset \sigma$. Тогда $SN =$
 $= SX \cdot \frac{1}{\cos \angle KSO} = SX \cdot \frac{5}{4}$. Прямая $SO = SX + R = \frac{5}{2}SX$; $R = \frac{3}{2}SX$. Тогда $SN =$

1

графич. разр.

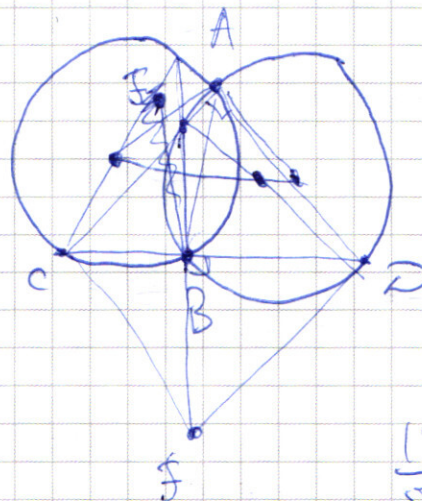
O_y



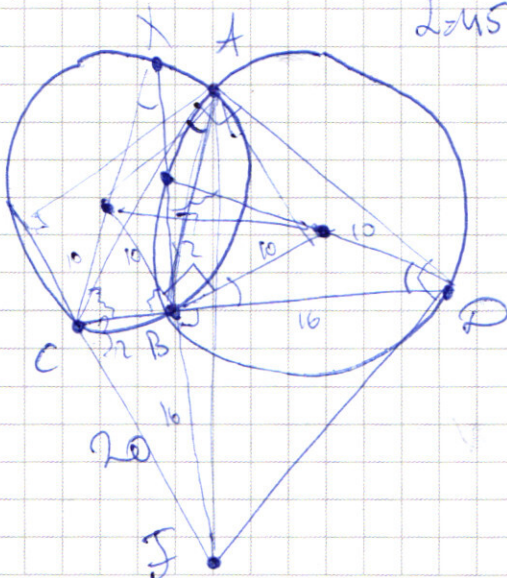
$y+5=a$
 ~~$y+5=b$~~
 $|a+x|+|a-x|$

$|y+5| < |x| \Rightarrow x=1$ ~~и~~ $y=5$
 $|y+5| \leq 5$
 $y=0$
~~2x=10~~

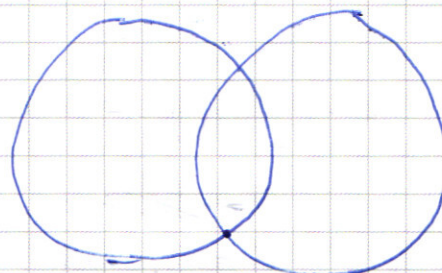
26.



$\frac{\cos \angle}{\sin \angle} = 20$
 $\angle = 45^\circ$



$\frac{12}{\sin} = \frac{16}{\cos}$



$\tan = \frac{4}{3}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$= R \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{4_2} = \frac{5}{6} R = SK \cdot \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{4} = \frac{5}{8} SK.$$

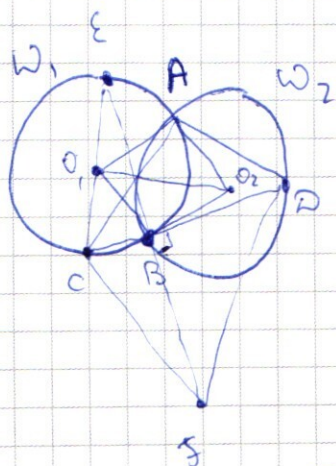
Ясно, что при копировании с ц. S , переводящ. ABE в PQU
 N перес. в $K \Rightarrow \frac{S_{PQU}}{S_{ABE}} = \left(\frac{SK}{SN}\right)^2$, т.е. $\frac{SK}{SN}$ — коэффициент подобия *

* Известно, что если при копировании фигура $\mathcal{F}$ перес. в
фиг. $\mathcal{E}$ и $A \in \mathcal{F}$ перес. в $B \in \mathcal{E}$, то $\frac{OA}{OB}$ — коэффициент
подобия $\mathcal{F}$ и $\mathcal{E}$, где O — ц. копирования.

$$\text{Тогда } S_{\text{ран}} = 1 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{64}{25}.$$

$$\text{Ответ: } \arctg \frac{3}{5}; \frac{64}{25}.$$

в.



а) ω_1, ω_2 — окружности; O_1, O_2 — центры
 $\angle O_2 O_1 B = \frac{\angle A O_1 B}{2}$ (в силу симм. отн. отн. лин. центров) =

$$= \angle ACB$$

$$\angle B O_2 O_1 = \angle A D B \Rightarrow \angle O_1 B O_2 = \pi -$$

$$- \angle A D B - \angle A C B = \frac{\pi}{2}$$

$$O_1 B = O_2 B \Rightarrow \angle B O_1 O_2 = 45^\circ = \angle A C B = \angle A D B; AC = AD$$

Пусть $\mathcal{E}$ — перес. $\mathcal{F}$ и ω_1 .

Т.к. $\angle O_1 B O_2 = 90^\circ$, $R_B^{-90^\circ}$ переводит ω_1 в ω_2 .

Т.к. $R_B^{-90^\circ}$ перес. BE в BD (т.к. $\angle E B D = 90^\circ$) $\Rightarrow E$ перес. в D (т.к. E отн.).

Тогда $EB = BD = BF \Rightarrow E$ и F симм. отн. $CD \Rightarrow CE = CF = 2 \cdot 10$, т.к. C и E
диам. противоп. в ω_1 , т.к. $\angle C B E = 90^\circ$.

8) AO, BO - радиусы прямой окружности $\Rightarrow$ это квадрат.

$AB = 10\sqrt{2}$ как диаг. этого кв.

Пусть $AC = x$.

Тогда для $\triangle ABC$ (углом $\angle ACB = 45^\circ$; $BC = 12$; $AB = 10\sqrt{2}$):

$$200 = x^2 + 144 - 24x \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$x^2 - 12\sqrt{2}x - 56 = 0$$

$$\left[\begin{aligned} x &= 6\sqrt{2} + \sqrt{72 + 56} = 6\sqrt{2} + 8\sqrt{2} = 14\sqrt{2} \\ x &= 6\sqrt{2} - \sqrt{72 + 56} \end{aligned} \right.$$

Тогда $AC = AD = 14\sqrt{2}$.

из прямоугол. $\triangle CEB$: $BE = BD - BF = \sqrt{CE^2 - CB^2} = 16$.

из равноб. прямоугол. $\triangle BDF$: $\begin{cases} DF = 16\sqrt{2} \\ \angle BDF = 45^\circ \end{cases}$

$$\angle ADF = \angle ADB + \angle BDF = 90^\circ.$$

$$\begin{aligned} S_{ACF} &= S_{ACFD} - S_{ADF} = S_{ACD} + S_{BCD} - S_{ADF} = \frac{AC \cdot CD}{2} + \frac{FB \cdot BD}{2} - \\ &- \frac{AD \cdot DF}{2} = \frac{14^2 \cdot 2 + 16 \cdot 28 - 16 \cdot 14 \cdot 2}{2} = 14^2 + 16 \cdot 14 - 16 \cdot 14 = 196 \\ &\text{Ответ: } 196. \end{aligned}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~5.

$$|x+y+5| + |y-x+5| = 10$$

$$10 \geq 2y + 10$$

$$y \leq 0$$

$y=0$ — рассм.

$$y+5 \leq 5$$

$$y+5 \leq 5$$

$$|a-b| + |a+b| =$$

$$= |b-a| + |b+a|$$

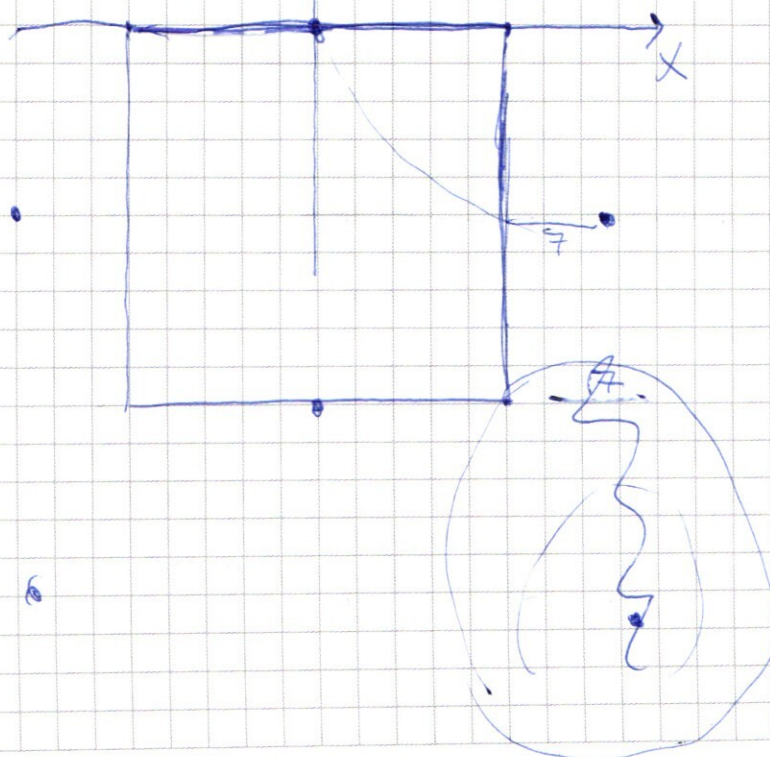
$$|x| \geq |y+5|$$

$$2|y+5| = 10$$

$$|y+5| = 5$$

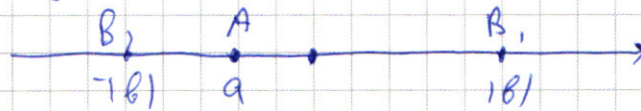
$$y+5 \leq 5$$

$$y+5 = -5$$



нб.

Рассмотрим уравнение вида $|a-b| + |a-(-b)| = 10$, где $a \in [-|b|; |b|]$.



Тогда $|a-b| = AB_1$; $|a+b| = AB_2$; $AB_1 + AB_2 = B_1B_2 \Rightarrow |b| = 10$.

При этом данному ур. удовл. любая отрез. B_1B_2 и никакая вне его (т.к. тогда одно из раст. больше B_1B_2), если $B_1B_2 = 10$.

Но среди чисел $y+5$ и x можно выбрать наибольшее (кстрое, т.е. может быть $x=y+5$) число b и наименьшее a . Найм. только лежит на отрезке $(-\max(|y+5|, |x|); \max(|y+5|, |x|))$.

Тогда первое ур. равносильно совокупности систем:

$$\begin{cases} |x| \geq |y+5| \\ 2|x| = 10 \\ |y+5| \geq |x| \\ 2|y+5| = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -10 \leq y \leq 0 \\ \begin{cases} y = 5 \\ x = -5 \end{cases} \\ \begin{cases} y = -10 \\ y = 0 \end{cases} \\ -5 \leq x \leq 5 \end{cases}$$

На плоскости это задает квадрат:

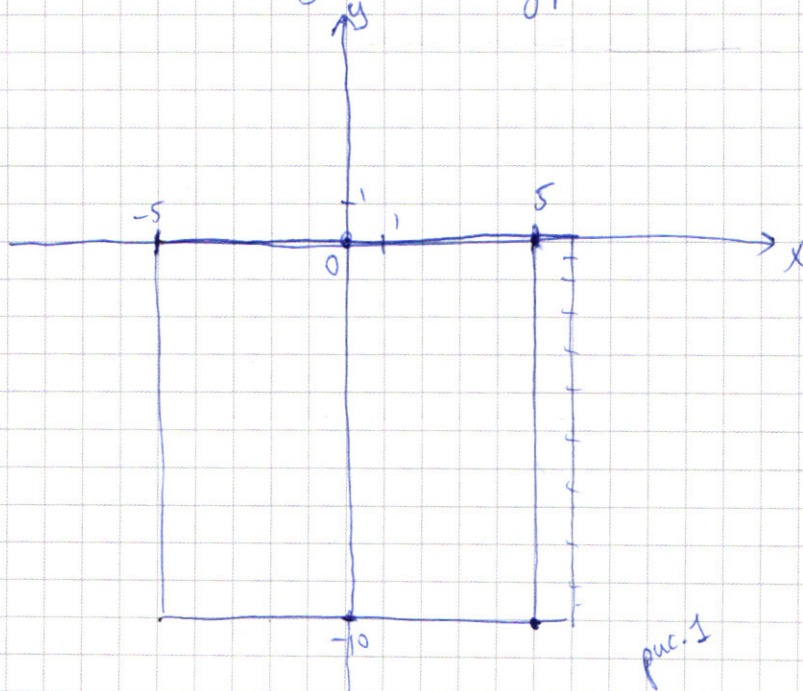
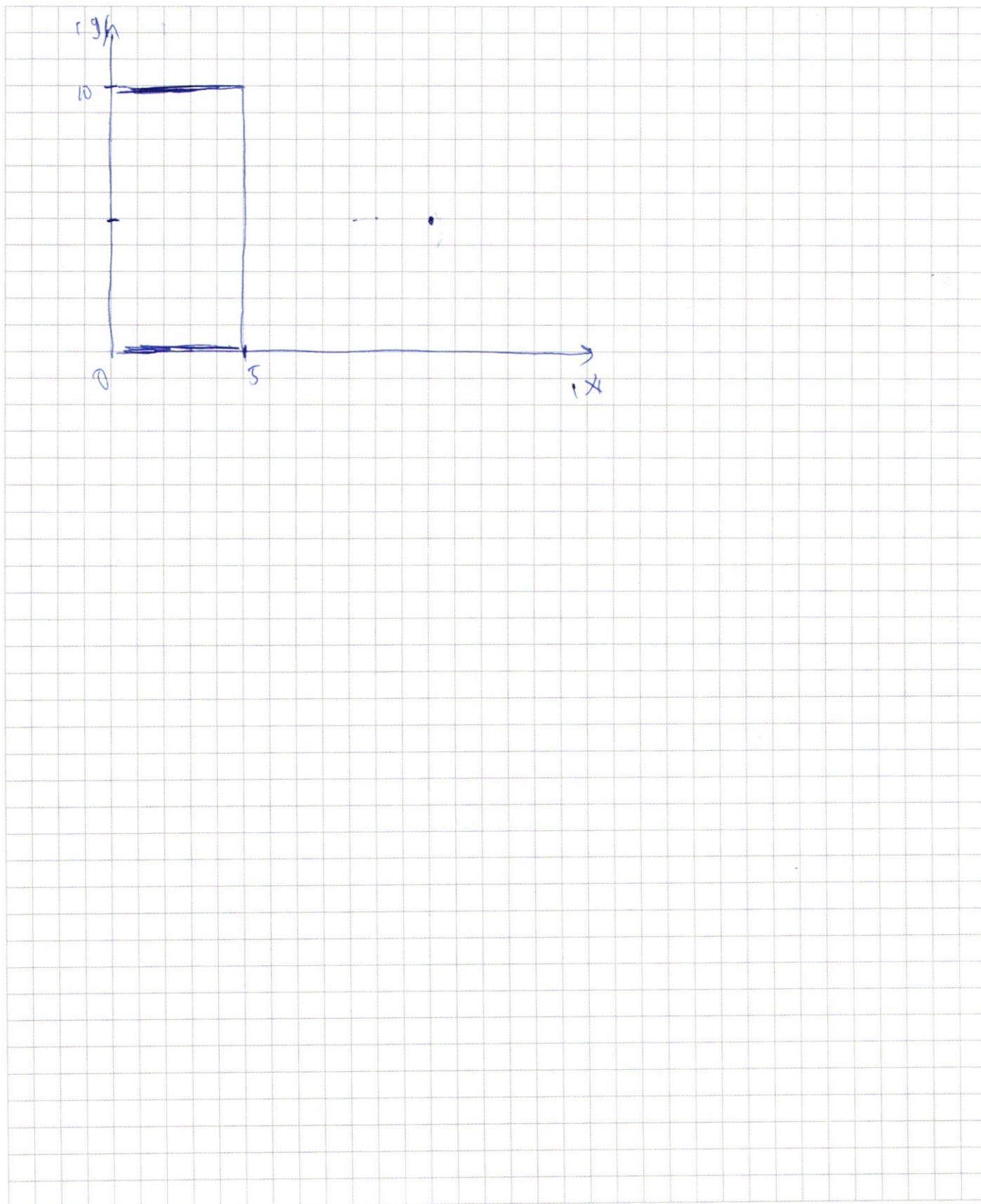
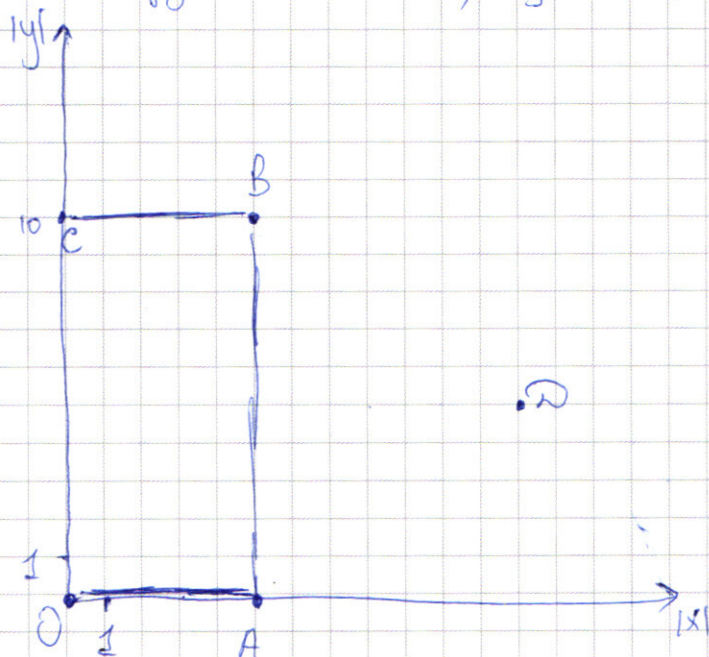


рис. 1

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



В координатах $|x|, |y|$ эта сист. задаёт ломаную OABC:



Второе ур. задаёт окр.

(или совокупность дуг)

с центром $D(12; 5)$

~~Если точка~~

Если $(x_0; y_0)$ удовл. сист., то

$(-x_0; y_0)$ удовл. сист., т.к.

при замене $x \rightarrow -x$ сист. не измен-ся.

Т.к. кв. лежит ниже оси Ox (см. рис. 1), то при $y > 0$ если

$(x_0; y_0)$ удовл. сист., то $(x_0; -y_0)$ и $(-x_0; -y_0)$ не удовл. сист.

Исходя из этого, любая точка пересек. окр. $(D; r_a)$ и OABC, кроме AD и C даёт ровно 2 реш. для сист.

В силу симм. окр. и ломаной отн. пр. $|y|=5$, в этом случае окр. должна касаться кв. (т.к. в м. $|x|, |y|$ должно быть 1 пересек.). Тогда $r_a = 7$; $a = 49$.

Все точки OA, кроме O, не подходят, т.к. тогда будет $(.) \in CB$, также лежащая на окр. и дающая еще 2 реш. (в силу симм. отн. $|y|=5$). Остается случай, когда окр. прох. через O и C. Тогда 2 решения: $(0; 0)$ и $(0; 10)$. В этом случае $a = (\sqrt{12^2 + 5^2})^2 = 169$.

Ответ: 49; 169.