

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 7

ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 9261. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^7)}, \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 16.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 5| + |y - x + 5| = 10, \\ (|x| - 12)^2 + (|y| - 5)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 10 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 12$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задание №1

а b c d e f g h

$$a \cdot b \cdot c \cdot d \cdot e \cdot f \cdot g \cdot h = 9261$$

разложим на ^{простых} множителей 9261

$$\begin{array}{r} 9261 \overline{) 27} \\ \underline{-81} \\ 116 \\ \underline{-108} \\ 8 \\ \underline{-8} \\ 0 \end{array}$$

$$9261 = 3^3 \cdot 7^3$$

т.к. у нас восемь цифр, то
число 9261 можно предста-
вить ~~в виде~~ в виде:

$$9261 = 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 1$$

т.к. произвед. = ненулевое

$$9261 = 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 1,$$

$$\text{т.к. } 343 = 7 \cdot 7 \cdot 7 = 7 \cdot 49$$

$$27 = 27 \cdot 1 = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3 \cdot 3$$

не цифра

подходят

т.к. произвед. - ненулевое $\Rightarrow$ все цифры отлич-
ны от 0 $\Rightarrow$ подогн. цифры - единицы.

Подсчитаем кол-во возм. чисел для разложен.

$$9261 = 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 1$$

$$\frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3!} \cdot \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3!} \cdot \frac{2 \cdot 1}{2!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{6} \cdot \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{6} \cdot \frac{2 \cdot 1}{2} \cdot 1 =$$

$= 560$ вар. мы знаем на!, т.к. неважно
какая "7" - на стоит на какой позиции, число

Будет единиц $\Rightarrow$ мы посчитали единицы
раз несколько раз.

Пример: есть, 1 - пер. ед.; 1 - 2 ед.; 2; 3
^{1 ед. 2 ед.} 1 1 2 3 ^{2 ед. 1 ед.} 1 2 3 ~~2 3~~
 тоже самое, что

Посчитаем кол-во вар. при разложении.

$$9261 = 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 9 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$$

$$\frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3!} \cdot \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3!} \cdot 2 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{6} \cdot \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{6} \cdot 2 =$$

$$= 1120$$

$$\text{Всего кол-во вар. } 1120 + 560 = 1680$$

Ответ: 1680 вар.

Задача №2

$$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 8x + \sin 5x = 0$$

$$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \cos\left(\frac{\pi}{2} - 8x\right) + \cos\left(\frac{\pi}{2} - 5x\right) = 0$$

$$\left(\cos 9x + \cos\left(\frac{\pi}{2} - 8x\right)\right) + \left(\cos\left(\frac{\pi}{2} - 5x\right) - \cos 5x\right) - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

(1)
(2)

$$(1) \quad \cos 9x + \cos\left(\frac{\pi}{2} - 8x\right) = 2 \cos\left(\frac{9x + \frac{\pi}{2} - 8x}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{9x - \frac{\pi}{2} + 8x}{2}\right)$$

$$= 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \cos\left(9x - \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2} \cos\left(9x - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$(2) \quad \cos\left(\frac{\pi}{2} - 5x\right) - \cos 5x = -2 \sin\left(\frac{\frac{\pi}{2} - 5x + 5x}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\frac{\pi}{2} - 5x - 5x}{2}\right)$$

$$\cdot \sin\left(\frac{\frac{\pi}{2} - 8x + 5x}{2}\right) = -2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sin\left(-5x + \frac{\pi}{4}\right) =$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$= +\sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{4} 5x - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\sqrt{2} \cos\left(9x - \frac{\pi}{4}\right) - \sqrt{2} \cos 4x = \sqrt{2} \left(\cos\left(9x - \frac{\pi}{4}\right) - \cos 4x\right) =$$

$$= \sqrt{2} \cdot (-2) \sin\left(\frac{9x - \frac{\pi}{4} - 4x}{2}\right) \sin\left(\frac{9x - \frac{\pi}{4} + 4x}{2}\right) =$$

$$= -2\sqrt{2} \sin\left(\frac{5x - \frac{\pi}{4}}{2}\right) \sin\left(\frac{13x - \frac{\pi}{4}}{2}\right)$$

$$\cancel{\sqrt{2}} \sin\left(5x - \frac{\pi}{4}\right) - 2\cancel{\sqrt{2}} \sin\left(\frac{5x - \frac{\pi}{4}}{2}\right) \sin\left(\frac{13x - \frac{\pi}{4}}{2}\right) = 0$$

$$\cancel{x} \sin\left(\frac{5x - \frac{\pi}{4}}{2}\right) \cos\left(\frac{5x - \frac{\pi}{4}}{2}\right) - \cancel{2} \sin\left(\frac{5x - \frac{\pi}{4}}{2}\right) \sin\left(\frac{13x - \frac{\pi}{4}}{2}\right) = 0$$

$$\sin\left(\frac{5x - \frac{\pi}{4}}{2}\right) \left(\cos\left(\frac{5x - \frac{\pi}{4}}{2}\right) - \sin\left(\frac{13x - \frac{\pi}{4}}{2}\right)\right) = 0$$

$$\cos\left(\frac{5x - \frac{\pi}{4}}{2}\right) - \sin\left(\frac{13x - \frac{\pi}{4}}{2}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{5x - \frac{\pi}{4}}{2}\right) -$$

$$- \sin\left(\frac{13x - \frac{\pi}{4}}{2}\right) \Leftrightarrow \cancel{2} \sin\left(\frac{\frac{3\pi}{4} - 9x}{2}\right)$$

$$\Leftrightarrow \sin\left(\frac{\frac{5\pi}{4} - 5x}{2}\right) - \sin\left(\frac{13x - \frac{\pi}{4}}{2}\right) =$$

$$= 2 \sin \left(\frac{\frac{5\pi}{4} - 5x - \frac{13x - \frac{\pi}{4}}{2}}{2} \right) \cos \left(\frac{\frac{5\pi}{4} - 5x + \frac{13x - \frac{\pi}{4}}{2}}{2} \right)$$

$$= 2 \sin \left(\frac{\frac{5\pi}{4} - 5x - 13x + \frac{\pi}{4}}{4} \right) \cos \left(\frac{\frac{5\pi}{4} - 5x + 13x - \frac{\pi}{4}}{4} \right) =$$

$$= 2 \sin \left(\frac{\frac{3\pi}{2} - 18x}{4} \right) \cos \left(\frac{8x + \pi}{4} \right)$$

$$\begin{cases} \sin \left(\frac{5x - \frac{\pi}{4}}{2} \right) = 0 & \begin{cases} \frac{5x - \frac{\pi}{4}}{2} = \pi k, k \in \mathbb{Z} \\ \frac{\frac{3\pi}{2} - 18x}{4} = \pi k, k \in \mathbb{Z} \\ \frac{8x + \pi}{4} = \pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases} \\ \sin \left(\frac{\frac{3\pi}{2} - 18x}{4} \right) = 0 \\ \cos \left(\frac{8x + \pi}{4} \right) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x = 2\pi k + \frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z} \\ -18x = 4\pi k - \frac{3\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \\ 8x = \pi + 4\pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases} \begin{cases} x = \frac{\pi}{20} + \frac{2}{5}\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{12} - \frac{2}{9}\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Ответ: $\frac{\pi}{20} + \frac{2}{5}\pi k$; $\frac{\pi}{12} - \frac{2}{9}\pi k$; $\frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №3

$$(x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^7)}$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

$$\frac{y}{x^7} > 0$$

$$y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0$$

$$y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0$$

$$y^2 + 2xy + x^2 - 3x^2 - 3xy - 4(y - 2x) = 0$$

$$(x+y)^2 - 3x(x+y) - 4(y-2x) = 0$$

$$(x+y)(y-2x) - 4(y-2x) = 0$$

$$(y-2x)(x+y-4) = 0$$

$$\begin{cases} y = 2x \\ y = 4 - x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ y/x^7 > 0 \end{cases} \quad (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^7)}$$

$$y = 2x$$

$$y = 4 - x$$

$$(x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^7)}$$

$$\frac{1}{(x^2 y^4)^{\ln x}} = y^{(\ln y - \ln x^7)}$$

$$\frac{1}{(x^2)^{\ln x} \cdot y^{4 \ln y}} = \frac{y^{\ln y}}{y^{7 \ln x}}$$

$$\frac{1}{x^{2 \ln x} \cdot y^{4 \ln y}} = \frac{y^{\ln y}}{y^{7 \ln x}}$$

$$\begin{cases} (x^4 y)^{\ln y} = \left(\frac{y^7}{x^2}\right)^{\ln x} \\ y = 2x \end{cases}$$

$$(2x^5)^{\ln 2x} = \left(\frac{128x^5}{x^2} \right)^{\ln x}$$

$$(2x^5)^{\ln 2 + \ln x} = (128x^5)^{\ln x}$$

$$(2x^5)^{\ln 2} \cdot (2x^5)^{\ln x} = (128x^5)^{\ln x}$$

$$\left(\frac{128x^5}{2x^5} \right)^{\ln x} = (2x^5)^{\ln x}$$

$$(64)^{\ln x} = 2^{\ln 2} \cdot (x^5)^{\ln x}$$

$$\frac{(x^6)^{\ln 2}}{(x^5)^{\ln 2}} = 2^{\ln 2}$$

$$(x)^{\ln 2} = 2^{\ln 2}$$

$$(x)^{\ln 2} = 2^{\ln 2}$$

$$\begin{cases} x=2 \\ y=4 \end{cases}$$

~~при $y=4-x$~~

Ответ: (2; 4).

Задача №5

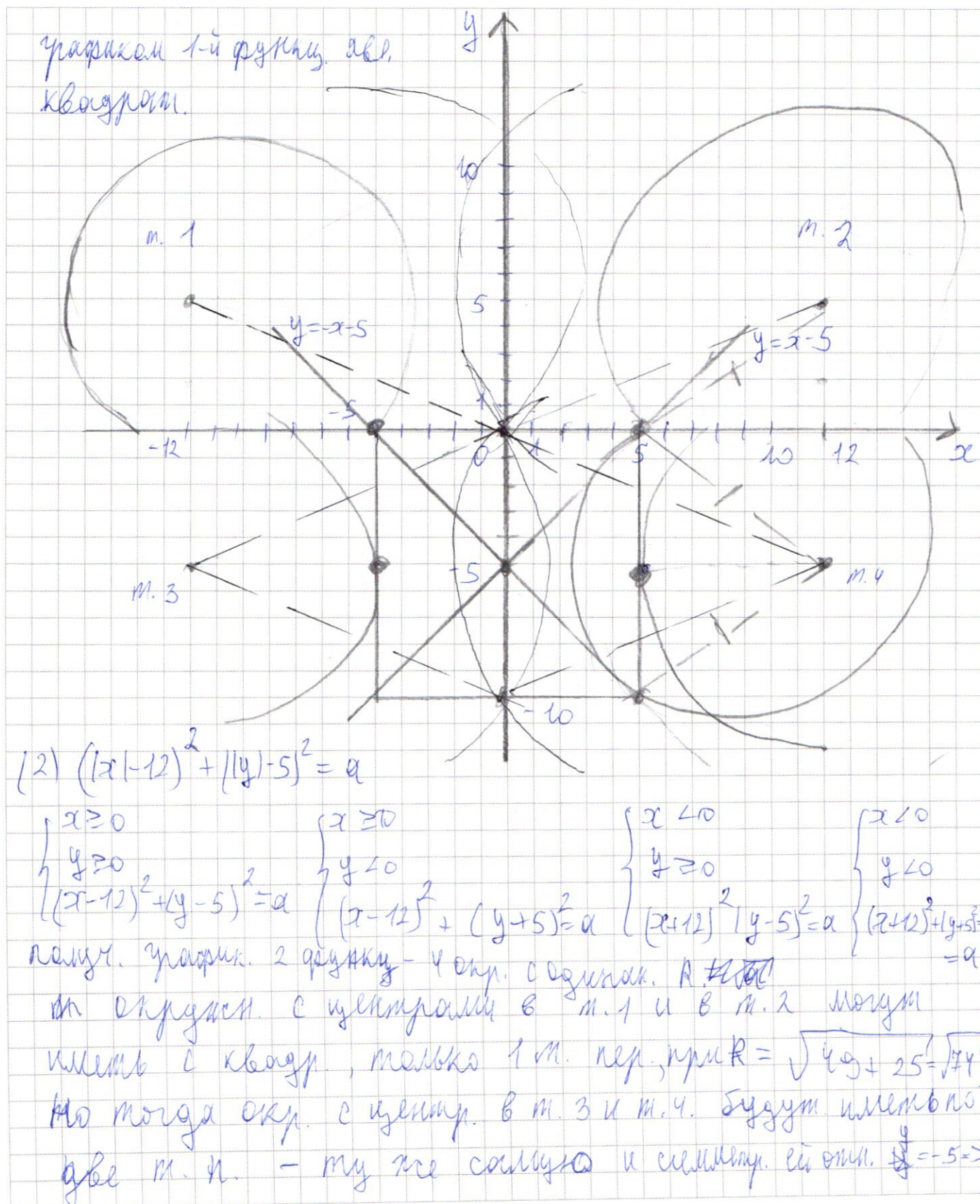
а-? 2 рещ.

$$\begin{cases} |x+y+5| + |y-x+5| = 10 & (1) \\ (|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = a & (2) \end{cases}$$

$$(1) \begin{cases} x+y+5 \geq 0 \\ y-x+5 \geq 0 \end{cases} \begin{cases} x+y+5 \geq 0 \\ y-x+5 < 0 \end{cases} \begin{cases} x+y+5 < 0 \\ y-x+5 \geq 0 \end{cases} \begin{cases} x+y+5 < 0 \\ y-x+5 < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \geq -x-5 \\ y \geq x-5 \\ y=0 \end{cases} \begin{cases} y \geq -x-5 \\ y < x-5 \\ x=5 \end{cases} \begin{cases} y < -x-5 \\ y \geq x-5 \\ x=-5 \end{cases} \begin{cases} y < -x-5 \\ y < x+5 \\ y=-10 \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$|x+y+5| + |y-x+5| = 10$$

$$\begin{cases} x+y+5 \geq 0 \\ y-x+5 \geq 0 \end{cases}$$

$$y-x+5 \geq 0$$

$$x+y+5+y-x+5=10$$

$$2y=0$$

$$y=0$$

$$\begin{cases} y \geq -x-5 \\ y \leq x-5 \end{cases}$$

$$y \geq x-5$$

$$\begin{cases} x+y+5 \geq 0 \\ y-x+5 < 0 \end{cases}$$

$$y-x+5 < 0$$

$$x+y+5-y-x-5=10$$

$$\begin{cases} y-x+5 \geq 0 \\ x+y+5 < 0 \end{cases}$$

$$x+y+5 < 0$$

$$-x-y-5+y-x-5=10$$

$$x=5$$

$$x=-5$$

$$-x-y-5-y-x-5=10$$

$$-2y=20$$

$$y=-10$$

получаем и реш. $\Rightarrow$ не подх. $\Rightarrow$ не окр. с центр.

в т. 1 и в т. 2 не пересек. с квадр. $\Rightarrow$

т. 1 и т. 2 не влият. на кол-во пересек., т.к.

при любых $R < \sqrt{74}$, не пересек. с квадр.,

кроме случ., когда т. пер. окр. т. 1 и т. 2 совп. -

точка $(0; 0)$ и т. пер. окр. т. 3 и т. 4 совп. из-за

одинак. R - $(0; -10)$

$$R = \sqrt{144 + 25} = 13$$

И еще будет две т. пересек., когда окр. т. 3 ; т. 4 касаются боковых сторон квадр. такое происх. при

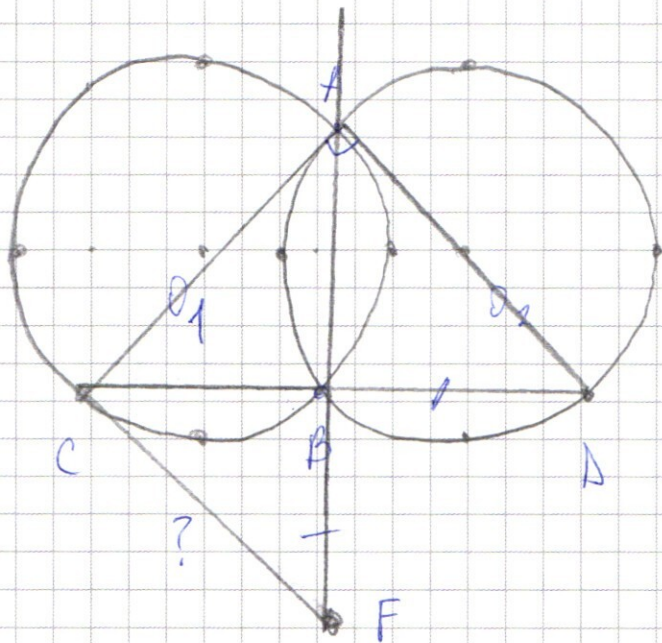
$$R=7$$

$$\begin{cases} R=13 \\ R=7 \\ \alpha=R^2 \end{cases} \quad \begin{cases} \alpha=169 \\ \alpha=49 \end{cases}$$

Ответ: 49; 169.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задание №6.



1 шаг. $A \in$ перпенд. BF
 $\Rightarrow$ тогда ΔCAD - $\text{прям.} \Rightarrow$
 $AC = AD = d$; $\angle CAD = \angle ADC =$
 $= 45^\circ \Rightarrow \Delta CA$

$\Rightarrow \text{прям. } \Delta ACB = \text{прям. } \Delta ABD$
 $AB = BD$

по т. Пиф.

$$AB^2 + BD^2 = AD^2$$

$$2AB^2 = AD^2$$

$$AB^2 = 50$$

$$AB = 5\sqrt{2}$$

$$CB = BD$$

$$\left\{ \begin{array}{l} BD = BF \\ BD = BC \\ BA = BD \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$BC = BD \Rightarrow$$

$$BF = BA$$

$$\Rightarrow \text{по т. Пиф. } CF^2 = BF^2 + BC^2 = 100 \quad CF = 10$$

$$\text{б) } BC = 12$$

$$S_{\Delta ACF}$$

$$\text{т. к. } AC = 10 = CF \neq AF \text{ по т. обратн.}$$

$$AF = 10\sqrt{2}$$

т. Пифаг.

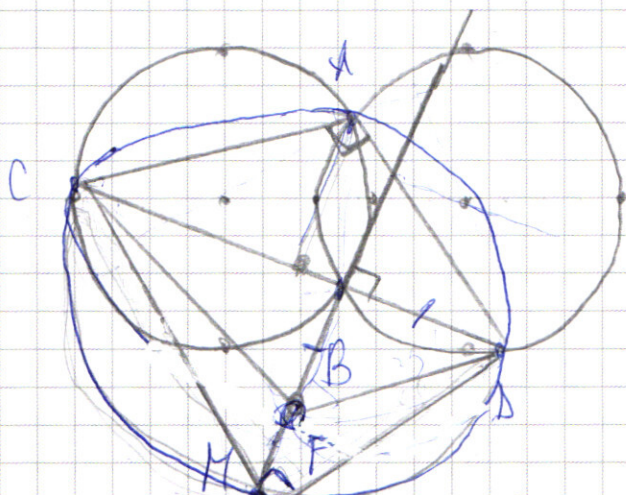
$$AF^2 = 200 = AC^2 + CF^2 \Rightarrow \Delta ACF \text{ - прямой.}$$

$$S_{\Delta ACF} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot CF = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 10 = 50.$$

Допустим M — перпендикул. — к BF

$$BD = BF \Rightarrow \triangle BFD - \text{пр. } \angle$$

$$\angle BFD = \angle BDF = 45^\circ$$



т.к. $\angle CAD = 90^\circ$, то опишем окружность, диаметр — CD , тогда $\angle CFD$ — угол, опирающийся на диаметр CD тогда $\angle CMD = 90^\circ$ получаем четырехугольн., у кот. два противоп. угла равны 90° $\angle CMD = 90^\circ = \angle CAD$, а также может быть $\angle C = \angle F \Rightarrow$ у нашего четырехугольн. должны быть паралл. стороны $\Rightarrow$ 1 вар.

Ответ: $CF = 10$; $S = 50$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

✓ ✓ ✓ ✓ ✓ ✓ ✓ ✓

$$9261 = 9 \cdot 1029 = 9 \cdot 3 \cdot 343 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 343$$

$$\begin{array}{r} 9261 \overline{) 3} \\ \underline{-3} \\ 26 \\ \underline{-18} \\ 81 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1029 \overline{) 3} \\ \underline{-3} \\ 12 \\ \underline{-12} \\ 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 343 \overline{) 3} \\ \underline{-3} \\ 18 \\ \underline{-18} \\ 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 343 \overline{) 11} \\ \underline{-13} \\ 13 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 343 \overline{) 13} \\ \underline{-12} \\ 83 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 343 \overline{) 23} \\ \underline{-23} \\ 143 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9261 \overline{) 27} \\ \underline{-81} \\ 116 \\ \underline{-108} \\ 81 \\ \underline{-81} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 343 \overline{) 7} \\ \underline{-28} \\ 63 \end{array}$$

$$3 \cdot 4 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 11$$

$$C_8^2 = \frac{8!}{6! \cdot 2!} = \frac{7 \cdot 8}{2} = 28$$

$$1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = a \cdot b \cdot c \cdot d \cdot e \cdot f \cdot g \cdot h$$

Нужно выкидывать
факторы!

$$C_8^3 + C_8^3 + C_8^2$$

$$\begin{aligned} 3. \quad & (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln \left(\frac{y}{x^7} \right)} \\ & y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0 \\ & y^2 - 2xy + x^2 - 3x^2 - 3xy + 8x - 4y = 0 \\ & (y+x)^2 - 3x(x+y) + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (x+y)(x+y-3x) &= \\ &= (x+y)(y-2x) \\ 4(2x-y) &= -4(y-2x) \end{aligned}$$

$$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$$

$$\cos 9x - \cos 5x = -2 \sin 7x \sin 2x - \sqrt{2} \cos 4x$$

$$\sin 9x + \sin 5x = 2 \sin 7x \cos 2x$$

$$2 \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\sqrt{2} \sin 7x (\cos$$

$$\cos 2x - \sin 2x = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos^2 x - 2 \sin x \cos x + 1$$

$$\cos 2x - \cos \left(\frac{\pi}{2} - 2x \right) = -2 \sin \left(\frac{2x + \frac{\pi}{2} - 2x}{2} \right) \cdot \frac{2}{2}$$

$$\sin \left(\frac{2x - \frac{\pi}{2} + 2x}{2} \right) =$$

$$= -2 \sin \frac{\pi}{4} \cdot \sin \left(\frac{4x - \frac{\pi}{2}}{2} \right)$$

$$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \cos \left(\frac{\pi}{2} - 9x \right) + \cos \left(\frac{\pi}{2} - 5x \right) = 0$$

$$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \cos \frac{\pi}{2} \cos 9x + 2 \cos \frac{\pi}{2} - 9x + \frac{\pi}{2} - 5x$$

$$\cos \left(\frac{\pi}{2} - 9x \right) + \cos \left(\frac{\pi}{2} - 5x \right) = 2 \cos \left(\frac{\frac{\pi}{2} - 9x + \frac{\pi}{2} - 5x}{2} \right) \cos \left(\frac{\frac{\pi}{2} - 9x - \frac{\pi}{2} + 5x}{2} \right)$$

$$= 2 \cos \left(\frac{\pi - 14x}{2} \right) \cos 2x$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$$

$$\begin{aligned} \cos 3x &\approx 1 \cos 3x \approx 3 \cos x \\ \cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x &= 0 \\ \cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x &= 0 \end{aligned}$$

$$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \cos\left(\frac{\pi}{2} - 9x\right) + \cos\left(\frac{\pi}{2} - 5x\right) = 0$$

$$\cos 9x + \cos\left(\frac{\pi}{2} - 9x\right) + \cos\left(\frac{\pi}{2} - 5x\right) - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \cos\left(\frac{9x + \frac{\pi}{2} - 9x}{2}\right) \cos\left(\frac{9x - \frac{\pi}{2} + 9x}{2}\right) =$$

$$= 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) \cos\left(9x - \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2} \cos\left(9x - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - 5x\right) - \cos 5x = -2 \sin\left(\frac{\frac{\pi}{2} - 5x + 5x}{2}\right) \sin\left(\frac{\frac{\pi}{2} - 5x - 5x}{2}\right)$$

$$= -2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \sin\left(-5x + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\sqrt{2} \cos\left(9x - \frac{\pi}{4}\right) - \sqrt{2} \cos 4x = \sqrt{2} \left(\cos\left(9x - \frac{\pi}{4}\right) - \cos 4x\right) =$$

$$\sqrt{2} \sin(5x - \frac{\pi}{4}) + \sqrt{2} \cos(5x - \frac{\pi}{4}) - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\sin(5x - \frac{\pi}{4}) + \cos(5x - \frac{\pi}{4}) - \cos 4x = 0$$

$$\sin(5x - \frac{\pi}{4}) = 2 \sin\left(\frac{5x - \frac{\pi}{4}}{2}\right) \sin$$

$$\cos\left(\frac{5x - \frac{\pi}{4}}{2}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{5x - \frac{\pi}{4}}{2}\right)$$

$$\sin\left(\frac{\pi - 5x + \frac{\pi}{4}}{2}\right)$$



$$-18\varphi = 4\pi k - \frac{3\pi}{2}$$

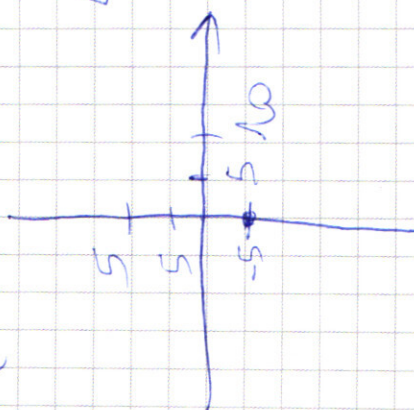
$$x = \frac{4\pi k}{-18} + \frac{3\pi}{2(-18)} =$$

$$x = -\frac{4\pi k}{9} - \frac{2\pi k}{9} + \frac{3\pi}{2 \cdot 18} =$$

$$x^2 = |5+x-8| + |5+x-1|$$

$$(12-x)^2 + (8-x)^2 = a$$

$$(x-12)^2 + (x-8)^2 = a$$



$$\frac{8x+11}{4} = \frac{\pi}{2} + \pi k$$

$$8x+11 = 2\pi + 4\pi k$$

$$8x = \pi + 4\pi k$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$(x+y)^2 - 3x(x+y) - 4(y-2x) = 0$$

$$(x+y)(x+y-3x) - 4(y-2x) = 0$$

$$(x+y)(y-2x) - 4(y-2x) = 0$$

$$(y-2x)(x+y-4) = 0$$

$$\begin{cases} y = 2x \\ y = -x + 4 \end{cases}$$

$$(x^2 y^4)^{\ln x} = y^{\ln \left(\frac{y}{x^7} \right)}$$

$$\frac{1}{(x^2 y^4)^{\ln x}} = y^{\ln \left(\frac{y}{x^7} \right)}$$

$$\frac{1}{(x^2 y^4)^{\ln x}} = y^{(\ln y - \ln x^7)}$$

$$\frac{1}{(x^2 y^4)^{\ln x}} = \frac{y^{\ln y}}{y^{\ln x^7}} = \frac{y^{\ln y}}{x^7 \ln y} = \left(\frac{y}{x^7} \right)^{\ln y}$$

$$(x^2 y^4)^{\ln x} = (x^2)^{\ln x} \cdot (y^4)^{\ln x} =$$

$$C_8^3 = \frac{8!}{5! \cdot 3!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{6} = 56$$

✓ ✓ ✓ ✓

6 4 1 4 1 1
3 2 1 1 1 1

$$6 = 1 \cdot 2 \cdot 3$$

1 1 2 3
1 1 3 2

1 2 3
1 3 2
2 1 3
2 3 1

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

$$\ln e \left(\frac{y}{x^7} \right) = \frac{1}{\log_y \frac{y}{x^7}}$$

5 6
5 6

$$C_8^3 = 56$$

$$6 = 1 \cdot 2 \cdot 3$$

vvv

1 · 2 · 3

1 3 2

2 1 3

2 3 1

3 1 2

3 2 1

6 1 1

1 6 1

1 1 6

3 day

$$C_3^1 = \frac{3!}{2! \cdot 1!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3}{2} = 3$$

$$C_3^1 = 3 \cdot 2 \cdot 1$$

~~3 2 1~~

$$3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$$

$$C_3^2 = \frac{3!}{1! \cdot 2!} = 3$$

~~3 2 1~~

$$3 \cdot 1 \cdot 1 = 3$$

$$1 \cdot 1 \cdot 3 = 3$$

1 1 2 3

1 1 3 2

1 2 1 3

1 2 3 1

~~2 1 1 3~~

~~1 2 3 1~~

1 3 1 2

1 3 2 1

2 1 1 3

2 1 3 1

2 3 1 1

2 3

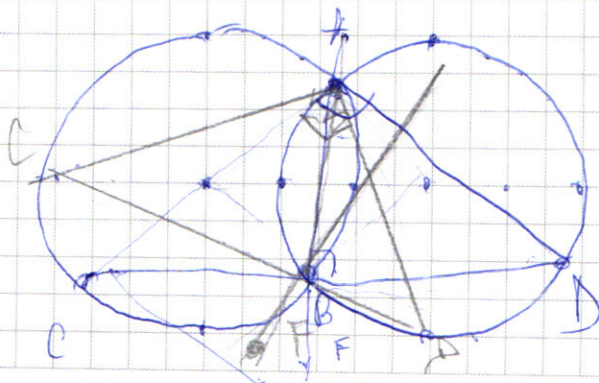
$$\frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3!} \cdot \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3!} \cdot \frac{2 \cdot 1}{2!} =$$

$$= \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{6} \cdot \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{2 \cdot 3} \cdot 1 =$$

$$\rightarrow 560$$

$$7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$$

$$\frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3!} \cdot \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3!} \cdot 2$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\ln(x^2 y^4)^{-\ln x} = y \ln\left(\frac{y}{x^2}\right)$$

$$\frac{1}{(x^2 y^4)^{\ln x}} = \frac{1}{y^{\ln(y \cdot x^{-7})}}$$

$$\begin{cases} y = 2x \\ y = 4 - x \end{cases}$$

$$\frac{1}{y} = y^{\ln y - \ln 2}$$

$$\int y = 2x$$

$$\int (x^2 \cdot (2x)^4) \cdot \ln x = \frac{1}{2x} \ln \left(\frac{2x}{x} \right)$$

$$x \ln(x^2 y^4)$$

$$\frac{x^2 \cdot 16x^4}{(16x^6)^{-\ln x}} = 2x^{\ln\left(\frac{2}{x^6}\right)}$$

$$\frac{1}{x^{\ln x^2 + \ln y^4}} = y^{\ln y - \ln x^4}$$

$$\left(\frac{1}{16x^6}\right)^{\ln x} = 2x^{\ln\left(\frac{2}{x^6}\right)}$$

$$\frac{1}{x^{\ln x^2} \cdot x^{\ln y^4}} = \frac{y^{\ln y}}{y^{\ln x^2}}$$

$$\frac{1}{x^{2 \ln x} \cdot x^{4 \ln y}} = \frac{y^{\ln y}}{x^{\ln x} y}$$

$$\cancel{(y^x)^{\ln x}} = (x^y)^{\ln y} \cdot (x^2)^{\ln x} = (y^y)^{\ln x}$$

$$(x^4 y)^{\ln y} = x^4 \left(\frac{y^7}{x^2} \right)^{\ln x}$$

$$(x^4, 2x)^{\ln 2x} = \left(\frac{(2x)^7}{x^2} \right)^{\ln x}$$

$$(2x^5)^{\ln 2x} = (x^2)^{\ln x}$$

$$(225)^{\ln 2 + \ln x} = (225)^{\ln x}$$

$$(2x^5)^{\ln 2} \cdot (2x^5)^{\ln 7} = (128x^5)^{\ln x}$$

$$\frac{(128x^5)^{\ln x}}{(2x^5)^{\ln x}} = (2x^5)^{\ln 2}$$

$$\left(\frac{128x^5}{2x^5}\right)^{\ln x} = (2x^5)^{\ln 2}$$

$$(64)^{\ln x} = (2x^5)^{\ln 2}$$

$$64^{\ln x} = 2^{\ln 2} \cdot (x^5)^{\ln 2}$$

$$64^{\ln 2}$$

$$\frac{(1x)^6}{(x^5)^{\ln 2}} = 2^{\ln 2}$$

$$(x^5)^{\ln 2} = 2^{\ln 2}$$

$$(x)^{\ln 2} = 2^{\ln 2}$$

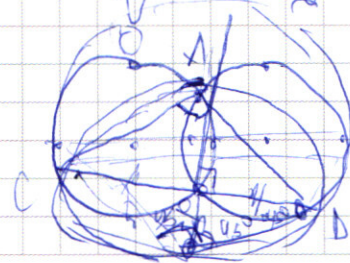
$$x = 2$$

$$(x^4(4-x))^{\ln 4-x} = \left(\frac{(4-x)^7}{x^2}\right)^{\ln x}$$

$$\frac{(4-x)^{\ln(4-x)}}{(x^2)^{\ln x}} = \frac{(4-x)^{\ln 4-x}}{(x^2)^{\ln x}}$$

$$x > \frac{x}{x-1}$$

$$x^{\ln 4-x} \cdot (4-x)^{\ln(4-x)} = \frac{7 \ln(4-x)}{x}$$



$$\frac{(x^2)^{\ln x}}{(x^2)^{\ln x}} = (x^2)^{\ln(4-x)}$$



$$\frac{x^{\ln 4-x}}{b^{\ln 4-x}} = \frac{b^{\ln 4-x}}{b^{\ln 4-x}}$$

