

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 7

ШИД

Бланк задания должен быть вложен в р  
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 9261. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение  $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$ .
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^7)}, \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром  $O$  вписана в трёхгранный угол с вершиной  $S$  и касается его граней в точках  $K, L, M$  (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол  $KSO$  и площадь сечения трёхгранного угла плоскостью  $KLM$ , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой  $SO$ , равны 1 и 16.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 5| + |y - x + 5| = 10, \\ (|x| - 12)^2 + (|y| - 5)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 10 пересекаются в точках  $A$  и  $B$ . На первой окружности выбрана точка  $C$ , а на второй – точка  $D$ . Оказалось, что точка  $B$  лежит на отрезке  $CD$ , а  $\angle CAD = 90^\circ$ . На перпендикуляре к  $CD$ , проходящем через точку  $B$ , выбрана точка  $F$  так, что  $BF = BD$  (точки  $A$  и  $F$  расположены по разные стороны от прямой  $CD$ ). Найдите длину отрезка  $CF$ .
- б) Пусть дополнительно известно, что  $BC = 12$ . Найдите площадь треугольника  $ACF$ .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел  $(x, y)$ , удовлетворяющих системе неравенств

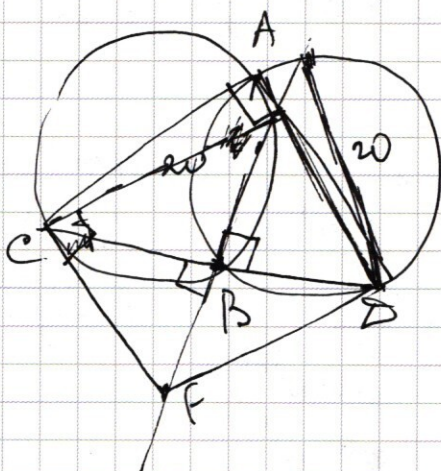
$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

6. а)



$$\cos 4x \cdot \cos 5x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x - \sin 4x \cdot \sin 5x + \sin 4x \cdot \cos 5x + \sin 5x \cdot \cos 4x + \sin 5x = 0$$

$$\cos 5x (\cos 4x - 1 + \sin 4x) + \sin 5x (\cos 4x - \sin 4x + 1) - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\cos 5x (\cos 4x - 1 + \sin 4x) + \sin 5x (\cos 4x - \sin 4x + 1) - \sqrt{\cos^2 4x + 1 - \sin^2 4x} = 0$$

$$(\cos 4x - \sin 4x)(\cos 4x + \sin 4x)$$

$$\cos 5x \cdot (+1) + (-1) - \sqrt{1}$$

$$\cos^2 4x - (\sin 4x)^2$$

$$\cos^2 4x$$

$$\sin 4x (\cos^2 2x - \sin^2 2x - 2 \sin 2x \cdot \cos 2x + \cos^2 2x + \sin^2 2x)$$

$$\cos 5x - \cos 4x (\cos 5x - \sqrt{2} + \sin 5x) - 2 \cos 2x \cdot \sin 5x (\cos 2x - \sin 2x)$$

$$\cos^2 2x - \sin^2 2x - 1 + \sin 2x \cdot \cos 2x - 2 \sin^2 2x + 2 \sin 2x \cdot \cos 2x$$

$$2(\cos 2x + \sin 2x) \cdot \sin 7x - \sqrt{2} (\cos^2 2x - \sin^2 2x) =$$

$$- 2 \sin 2x (\sin 2x - \cos 2x) \cdot \cos 5x$$

$$= \sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x) (\sqrt{2} \cdot \sin 7x - \cos 2x - \sin 2x)$$

$$\begin{cases} x=y \\ y=x^2 \end{cases}$$

$$(2): \delta) \begin{cases} x = -x + 4 \\ 2x - x^2 - x + 4 = x^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=2 \\ x^2 + x - 4 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=2 \\ x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=2 \\ x = \frac{-1 - \sqrt{17}}{2} - \text{н.к. } x > 0 \\ x = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y_0 = 2 \\ y = 2 \\ x = -\frac{1 + \sqrt{17}}{2} \\ y = \frac{8 + 1 - \sqrt{17}}{2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=2 \\ x = -\frac{1 + \sqrt{17}}{2} \\ y = \frac{9 - \sqrt{17}}{2} \end{cases}$$

Ответ:  $(2; 4);$   
 $(2; 2);$   
 $(-\frac{1 + \sqrt{17}}{2}, \frac{9 - \sqrt{17}}{2})$

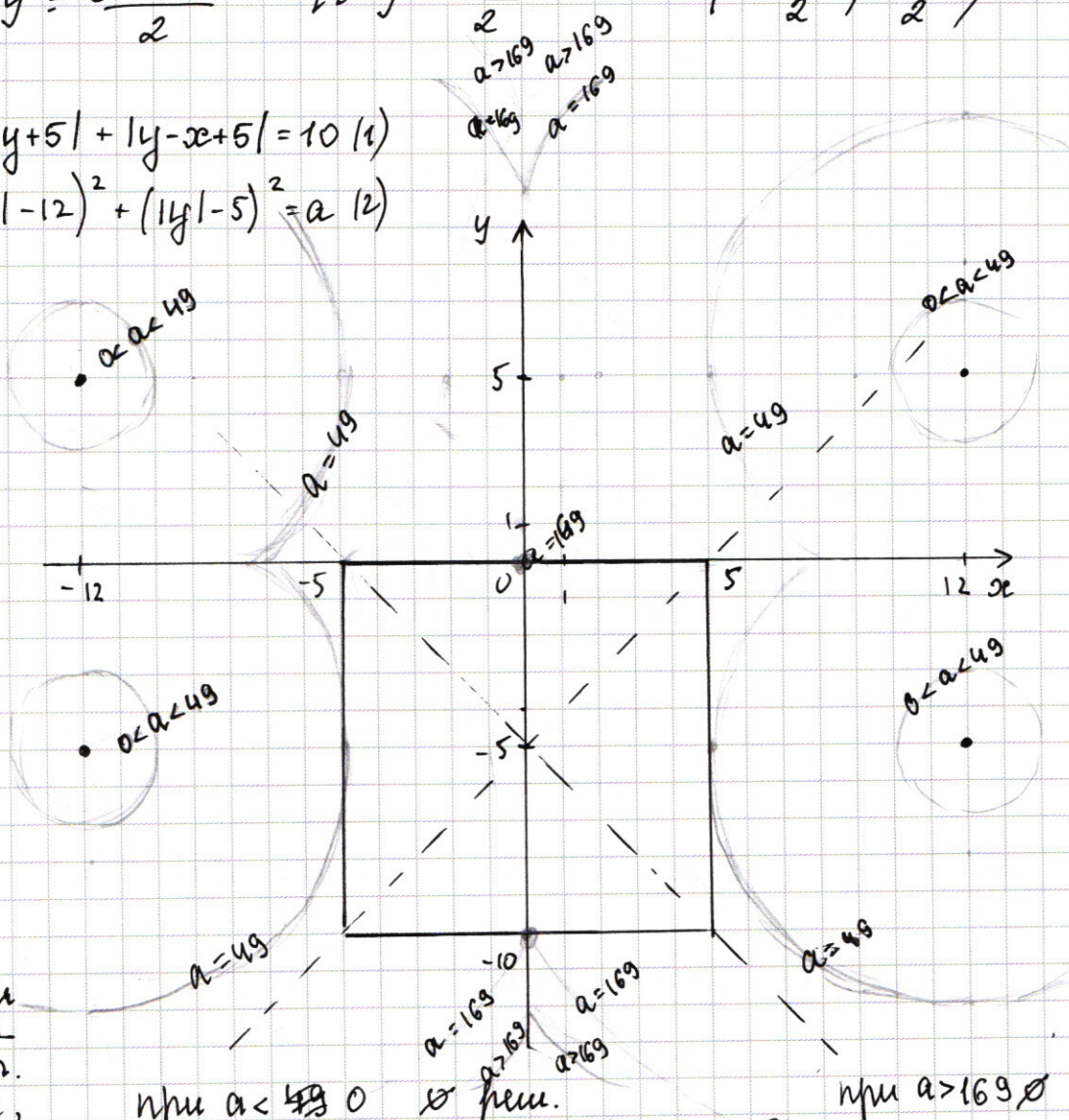
$$5. \begin{cases} |x+y+5| + |y-x+5| = 10 \quad (1) \\ (|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = a \quad (2) \end{cases}$$

$$(1) \begin{cases} y \geq -x-5 \\ y \geq x-5 \\ y=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y < -x-5 \\ y > x-5 \\ x=-5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y > -x-5 \\ y < x-5 \\ x=5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y < -x-5 \\ y = -10 \\ y < x-5 \end{cases}$$



(2) график  
 представ. окр.  
 или каска  
 окр, зони в  
 центр окр.  
 описи коорд,  
 с центрами  
 $(12; 5); (-12; 5);$   
 $(-12; -5); (12; -5),$   
 радиусом  $\sqrt{a}$

при  $a < 49$  0 р-ш.  
 при  $a = 49$  2 р-ш  $(-5; -5); (5; -5)$   
 при  $49 < a < 169$  4 р-ш  
 при  $a = 169$  2 р-ш  $(0; 0); (0; -10)$

Ответ:  
 $a \in \emptyset$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{array}{r}
 1. \quad 9261 \overline{) 3} \\
 3087 \overline{) 3} \\
 1029 \overline{) 3} \\
 343 \overline{) 7} \\
 49 \overline{) 7} \\
 7 \overline{) 7} \\
 1
 \end{array}$$

$$343$$

$$\begin{array}{r}
 19 \\
 \times 19 \\
 \hline
 + 171 \\
 19 \\
 \hline
 361
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 4! \\
 \hline
 2! \cdot 2!
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 4! \\
 \hline
 2! \cdot 2!
 \end{array}$$

$$4!$$

$$\begin{array}{r}
 4! \cdot 2! \\
 \hline
 4
 \end{array}$$

$$9261 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 9 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$$

$$\begin{array}{r}
 333777 \\
 373377 \\
 337377
 \end{array}$$

$$3$$

$$\begin{array}{r}
 332 \quad 3! \\
 323 \quad 2! \\
 232
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 6633 \\
 6363 \\
 3366 \\
 3636 \\
 3663 \\
 6336
 \end{array}$$

$$63$$

$$36$$

$$4!$$

$$3!$$

$$\begin{array}{r}
 8! \\
 \hline
 3! \cdot 3! \cdot 2!
 \end{array}
 +
 \begin{array}{r}
 8! \\
 \hline
 3! \cdot 3! \cdot 2!
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \\
 \hline
 3 \cdot 2 \cdot 2
 \end{array}
 +
 \begin{array}{r}
 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \\
 \hline
 3 \cdot 2
 \end{array}$$

$$560$$

$$56 \cdot 20$$

$$\begin{array}{r}
 560 \\
 \times 3 \\
 \hline
 1680
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 6663 \\
 6366 \\
 3666 \\
 6636
 \end{array}$$

$$1680$$

$$2. \quad \cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cdot \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$$

$$\cos 5x \cdot \cos 4x - \sin 5x \cdot \sin 4x - \cos 5x - \sqrt{2} \cdot \cos 4x + \sin 4x \cdot \cos 5x + \sin 5x \cdot \cos 4x + \sin 5x = 0$$

$$\begin{aligned}
 & \cos 5x (\cos 4x + \sin 4x) - \sin 5x (\sin 4x + \cos 4x) - \cos 5x + \sin 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \\
 & (\cos 4x + \sin 4x) (\cos 5x - \sin 5x) - (\cos 5x - \sin 5x) - \sqrt{2} \cos 4x = 0 \\
 & (\cos 5x - \sin 5x) (\cos 4x + \sin 4x - 1) - \sqrt{2} \cos 4x = 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \cos^2 2x - \sin^2 2x + 2 \sin 2x \cdot \cos 2x - \cos^2 2x - \sin^2 2x \\
 & - 2 \sin^2 2x + 2 \sin 2x \cdot \cos 2x
 \end{aligned}$$

$$2 \sin 2x (\cos 2x - \sin 2x)$$

$$2 \sin 2x (\cos 2x - \sin 2x) (\cos 5x - \sin 5x) - \sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x) (\cos 2x + \sin 2x)$$

$$3. \begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y \ln(y/x^2) & (2) \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0 & (1) \end{cases}$$

$$(1) y^2 - y(x+4) - 2x^2 + 8x = 0$$

$$D = x^2 + 8x + 16 + 8x^2 - 32x = 9x^2 - 24x + 16 = (3x - 4)^2$$

$$y = \frac{x+4 \pm 3x-4}{2}$$

$$\begin{cases} y = 2x & (a) \\ y = -x + 4 & (b) \end{cases}$$

$$(2): a) (x^2 (2x)^4)^{-\ln x} = 2x \ln \frac{2x}{x^2}$$

$$(16x^6)^{-\ln x} = 2x \ln \frac{2x}{x^2}$$

$$16^{-\ln x} \cdot x^{-6 \ln x} = \frac{2x \ln 2x}{x^2} \cdot x^{-7 \ln 2x}$$

$$2^{-4 \ln x} \cdot x^{-6 \ln x} = 2x \ln 2x \cdot 2^{-7 \ln x} \cdot x^{-7 \ln x}$$

$$\begin{matrix} 2^{-2 \ln x} \\ x^{-7 \ln x} \end{matrix} \neq 0 \Rightarrow 2^{3 \ln x} \cdot x \ln x = 2 \ln 2x \cdot x \ln 2x$$

$$2^{3 \ln x} \cdot x \ln x = 2 \ln 2 \cdot x \ln 2 \cdot x \ln x \cdot 2 \ln x$$

$$x \neq 0 \Rightarrow 2^{3 \ln x} = 2 \ln 2 \cdot x \ln 2 \cdot 2 \ln x$$

$$2^{2 \ln x} = 2 \ln 2 \cdot x \ln 2$$

$$2^{2 \ln x} = 2 \ln 2 \cdot 2 \ln x$$

$$2^{\ln x} \neq 0 \Rightarrow 2^{\ln x} = 2 \ln 2$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases}$$

$$(2) x^{-2 \ln x} \cdot y^{-4 \ln y} = y \ln y \cdot y^{-7 \ln x} \quad \begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

$$y^{3 \ln x} = y \ln y \cdot x^{2 \ln x}$$

$$x \ln y \cdot y^{2 \ln x} = y \ln y \cdot x^{2 \ln x}$$

$$\left(\frac{x}{y}\right)^{\ln y} = \left(\frac{x}{y}\right)^{2 \ln x}$$

$$\begin{cases} \frac{x}{y} = 0 - \text{н.к.}, \text{т.к. } x \neq 0 \\ \frac{x}{y} = 1 \\ \frac{x}{y} = -1 - \text{н.к.}, \text{т.к. } x > 0 \text{ и } y > 0 \\ \ln y = 2 \ln x \end{cases}$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} \cos 2x = \sin 2x & \sin 2x \neq 0 \quad \cos 2x = 1 \quad 1 \neq 0 \rightarrow \operatorname{ctg} 2x = 1 \quad 2x = \frac{\pi}{4} + \pi n \\ \sqrt{2} \cdot \sin 2x (\cos 5x - \sin 5x) = \cos 2x + \sin 2x & x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2} \end{cases}$$

$$\sqrt{2} (\cos 5x - \sin 5x) = \operatorname{ctg} 2x + 1$$

$$-2 \sin \left( 5x - \frac{\pi}{4} \right) = \operatorname{ctg} 2x + 1$$

$$-2 \sin \left( 5x - \frac{\pi}{4} \right) \cdot \sin 2x$$

$$-2 \sin 2x \cdot \sin \left( 5x - \frac{\pi}{4} \right) = \sqrt{2} \cdot \sin \left( 2x + \frac{\pi}{4} \right)$$

$$- \sqrt{2} \cdot \sin 2x \cdot \sin \left( 5x - \frac{\pi}{4} \right) = \sin \left( 2x + \frac{\pi}{4} \right)$$

$$\frac{\cos 2x + \sin 2x}{\sin 2x}$$

$$\sqrt{2} \left( \sin \left( 2x + \frac{\pi}{4} \right) \right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{2}$$

$$2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\frac{\cos \left( 3x - \frac{\pi}{4} \right) - \cos \left( 7x - \frac{\pi}{4} \right)}{2}$$

$$= \frac{\cos 2x - \cos \left( 2x + \frac{\pi}{2} \right)}{2}$$

$$\frac{\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)}{2}$$

$$\frac{6 - 2}{4} \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{3} + \sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{3} + \sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3} + 1}{4} = \frac{\sqrt{3} + 1}{8}$$

$$\sin 75 = \sin 45 \cdot \cos 30 + \cos 45 \cdot \sin 30 =$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$$

$$\cos 75 = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$$

$$\cos 2x - \cos \left( 2x + \frac{\pi}{2} \right) + \cos \left( 3x - \frac{\pi}{4} \right) -$$

$$- \cos \left( 7x - \frac{\pi}{4} \right) = 0$$

$$2 \sin \left( 5x - \frac{\pi}{4} \right) \cdot \cos \left( x - \frac{\pi}{4} \right) -$$

$$- \cos \left( 9x + \frac{\pi}{4} \right) \cdot \cos \left( 5x - \frac{3\pi}{4} \right) = 2 \sin \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \cdot \cos \left( \frac{\alpha - \beta}{2} \right)$$

$$\cos \left( \frac{3\pi}{4} - 5x \right) = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \sqrt{3}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = \frac{\sqrt{3} + 1}{2}$$

$$2 \cdot \left( \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4} \right)^2 = 2 \cdot \frac{6 + 4\sqrt{3} + 2}{4} =$$

$$= \frac{8 + 4\sqrt{3}}{2} = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$2 \sin \left( 5x - \frac{\pi}{4} \right) \left( \cos \left( x - \frac{\pi}{4} \right) + \cos \left( 9x + \frac{\pi}{4} \right) \right) = 0$$

$$\sin \left( 5x - \frac{\pi}{4} \right) \cdot \sin 5x = \cos \left( 4x + \frac{\pi}{4} \right) = 0$$

$$30 \quad 60 \quad \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\begin{array}{r|l}
 1. & 9261 & 3 \\
 & 3087 & 3 \\
 & 1029 & 3 \\
 & 343 & 7 \\
 & 49 & 7 \\
 & 7 & 7 \\
 & 1 & 7
 \end{array}$$

$$9261 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 1 \cdot 1 = 3 \cdot 9 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 1 \cdot 1$$

$$\frac{8!}{3! \cdot 3! \cdot 2!} + \frac{8!}{3! \cdot 3!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4^2}{3 \cdot 2 \cdot 2} + \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2} = 560 + 560 \cdot 2 = 1680$$

Ответ: 1680

$$2. \cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cdot \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$$

$$\cos 5x \cdot \cos 4x - \sin 5x \cdot \sin 4x - \cos 5x - \sqrt{2} \cdot \cos 4x + \sin 4x \cdot \cos 5x + \sin 5x \cdot \cos 4x + \sin 5x$$

$$\cos 5x (\cos 4x - 1 + \sin 4x) - \sin 5x (\sin 4x - 1 - \cos 4x) - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\begin{aligned}
 & \cos^2 2x - \sin^2 2x - \cos^2 2x - \sin^2 2x + \\
 & + 2 \sin 2x \cdot \cos 2x = \\
 & = -2 \sin 2x (\sin 2x - \cos 2x)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & 2 \sin 2x \cdot \cos 2x - \\
 & - \cos^2 2x - \sin^2 2x - \\
 & - \cos^2 2x + \sin^2 2x = \\
 & = +2 \cos 2x (\sin 2x - \cos 2x)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \sqrt{2} (\cos^2 2x - \sin^2 2x) = \\
 & = \sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x) \cdot \\
 & \cdot (\cos 2x + \sin 2x)
 \end{aligned}$$

$$(\sin 2x - \cos 2x) (2 \cos 5x \cdot \sin 2x + 2 \cos 2x \cdot \sin 5x + \sqrt{2} (\cos 2x + \sin 2x)) = 0$$

$$\begin{cases} \sin 2x = \cos 2x & (1) \\ 2 \sin 7x + \sqrt{2} (\cos 2x + \sin 2x) = 0 & (2) \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
 (1) \cos 2x & \neq 0 & \lg 2x & = 1 \\
 1 & = 0 & 2x & = \frac{\pi}{4} + \pi n \\
 \text{н.р.} & \rightarrow \cos 2x \neq 0 & x & = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}
 \end{aligned}$$

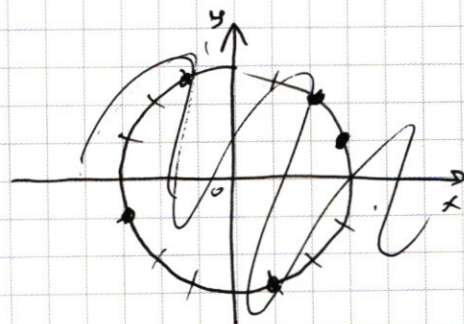
$$(2) \sqrt{2} \sin 7x + \cos 2x + \sin 2x = 0$$

$$\sqrt{2} \sin 7x + \sqrt{2} \sin (2x + \frac{\pi}{4}) = 0$$

$$\sin 7x + \sin (2x + \frac{\pi}{4}) = 0$$

$$2 \cos (\frac{9x}{2} + \frac{\pi}{8}) \cdot \cos (\frac{5x}{2} - \frac{\pi}{8}) = 0$$

$$\begin{cases} \frac{9x}{2} + \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi R \\ \frac{5x}{2} - \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi L \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi R}{9} \\ x = \frac{\pi}{4} + \frac{2\pi L}{5} \end{cases}$$



Ответ:

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2} \\ x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi R}{9} \\ x = \frac{\pi}{4} + \frac{2\pi L}{5} \end{cases} \quad n, R, L \in \mathbb{Z}$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Тіроверка:

$$1) |-5-5+5| + |-5+5+5| = 10$$

B.P.

$$(|-5| - 2)^2 + (|-5| - 5)^2 = 49$$

B.P.

3)  $|0+0+5| + |0-0+5| \geq 10$   
RP

B. P.

$$(101-12)^2 + (101-5)^2 = 169$$

B. P.

$$2) |5+5+5| + |-5-5+5| = 10$$

B. P.

$$(|5|-12)^2 + (|-5|-5)^2 = 49$$

B. P.

$$4) |0-10+5| + |-10-0+5| = 10$$

B.P

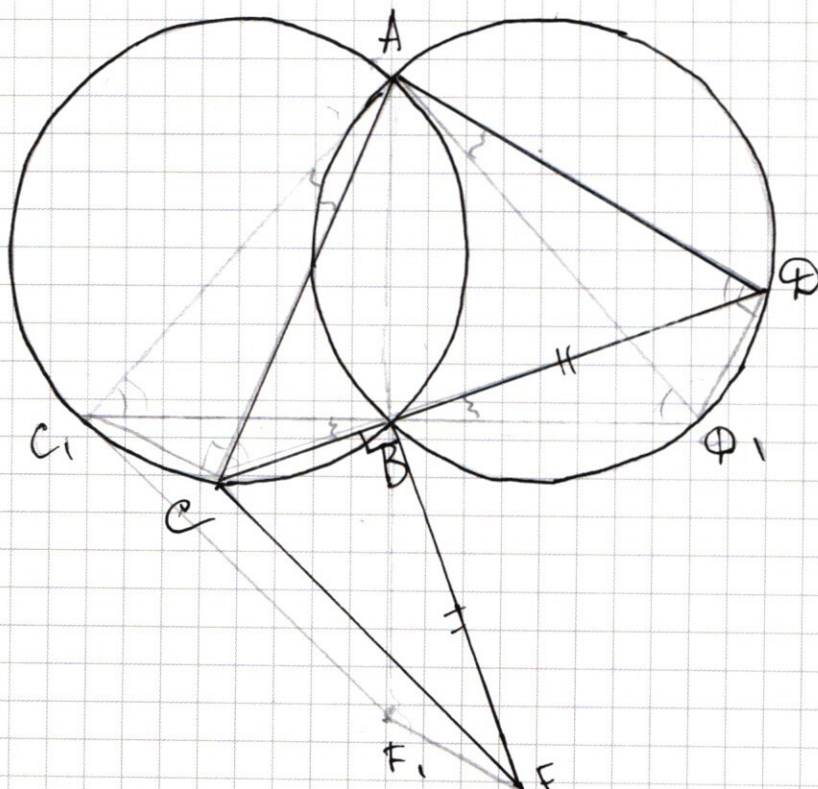
B. P.

$$(101-12)^2 + (1-101-5)^2 = 169$$

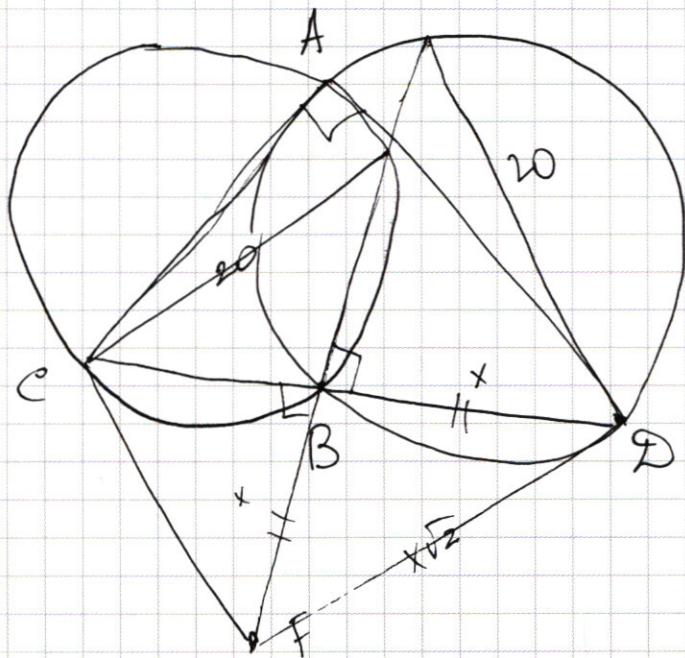
B P.

Omben:  $a \in \{49; 169\}$

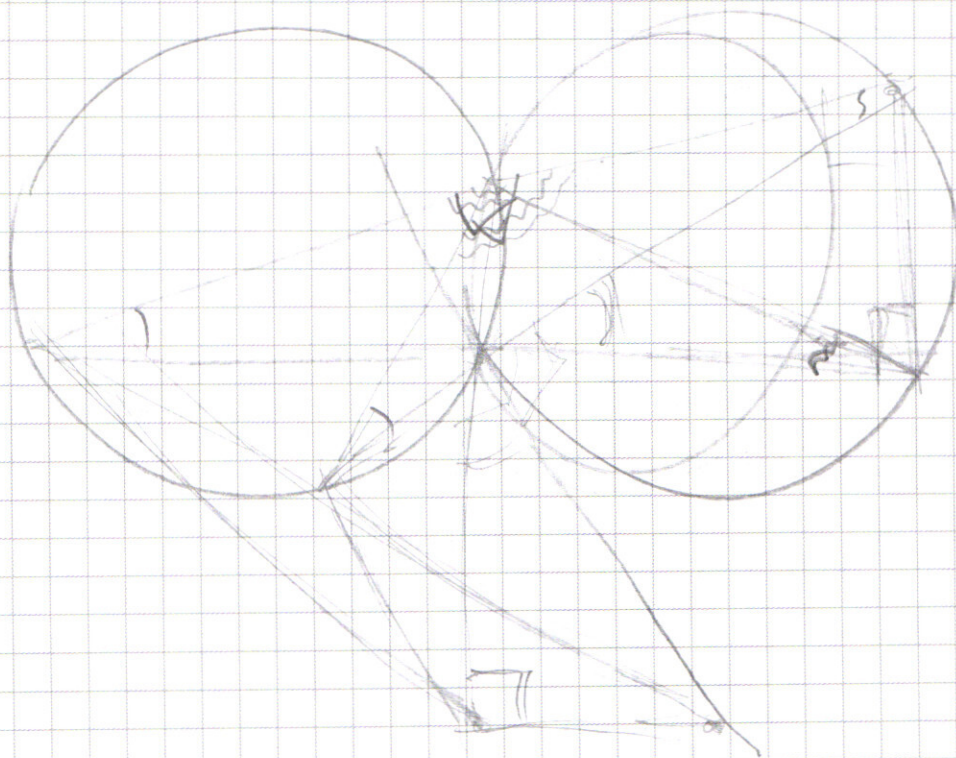
6.



6.



$$\begin{aligned} & \cancel{400} + x^2 + x^2 + 2x\sqrt{400-x^2} && 2x^2 + 400 \\ & \cancel{400} + 2x\sqrt{400-x^2} && 2x^2 + \cancel{400} \\ & + \sqrt{400-x^2} && \times \end{aligned}$$



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1) Рассмотрим треугольник  $AC_1D_1$ , где  $AC_1$  и  $AD_1$  - диаметры  
одной окр. и  $\Delta AC_1D_1$ :

$$\angle ADC = \angle AD_1B \text{ (впис, опир на 1 окр.)}$$

$$\angle ACB = \angle AC_1B \text{ (впис, опир на 1 окр.)} \Rightarrow \angle CAD = \angle C_1AD_1 = 90^\circ$$

2)  $\Delta AC_1D_1$  -  $\text{пр}$  в еще симметрии отн.  $AB$

3)  $AB \perp C_1B, C_1B = BD_1$

3)  $BF_1 \in AB$  и  $BF_1 = BD_1 = BC_1 = x$

4)  $AB = \sqrt{C_1B \cdot BD_1} = x$

5)  $AC_1 = 20, BC_1 = x, AB = x$ . т. Пифагора.  $\Delta ABC_1$ :

$$400 = x^2 + x^2 \quad x = \sqrt{200} = 10\sqrt{2}$$

6)  $\Delta C_1BF_1$ . т. Пифагора:  $C_1F_1^2 = x^2 + x^2 = 400$

$$C_1F_1 = 20$$

7)  $\angle ABD = \angle F_1BC, \angle CBF = \angle ABD = 90^\circ$

$$\angle FBF_1 = \angle D, BD$$

8) Рассмотрим  $\Delta F_1BF$  и  $\Delta D_1BD$ . В них:

1)  $BF = BD$  (усл.)

2)  $BD_1 = BF_1$  (постр.)

3)  $\angle FBF_1 = \angle D_1BD$  (док.)

$$\Delta F_1BF = \Delta D_1BD \text{ по 2-м ст. и } \angle \text{ м. н.}$$

9) В  $\Delta = \Delta$  соотв. т. л. равни.  $\Delta F_1BF = \Delta D_1BD$ ,  
значит  $FF_1 = DD_1$  (и-н.  $\angle FBF_1 = \angle D_1BD$ )

10)  $CC_1 = DD_1$ , т.к. стел.  $\angle CC_1 = \angle DD_1$  (на них опир.  
 $\angle CBC_1 = \angle D, BD$ )

11)  $CC_1 = DD_1, FF_1 = DD_1 \Rightarrow CC_1 = DD_1 = FF_1 \Rightarrow CC_1FF_1$  - паралл.  
12)  $CC_1 \parallel FF_1, C_1F_1 = CF = 20$

Объем: 20

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\cos \alpha - \cos \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cdot \sin \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\cos 60^\circ - \cos 30^\circ$$

$$= 2 \sin 15^\circ \cdot \sin 45^\circ$$

$$= 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$= 2 \cdot \frac{(\sqrt{6} - \sqrt{2})(\sqrt{6} + \sqrt{2})}{4 \cdot 4} = \frac{6 - 2}{8} = \frac{1}{2}$$

$$= 2 \sin 2x \cdot \sin 7x$$

$$\sin \alpha + \sin \beta$$

$$\sin 30^\circ + \sin 15^\circ$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\frac{\sqrt{3} + 1}{2}$$

$$15^\circ \text{ и } 45^\circ$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$$

$$\frac{2\sqrt{3} + 2}{8}$$

$$\frac{\sqrt{3} + 1}{4}$$

$$2 \cos \frac{\alpha - \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$= 2 \sin 2x \cdot \sin 7x$$

$$\cos 5x (\cos 4x - 1) + \cos 4x (\sin 5x - \sqrt{2})$$

$$\sin(9x + \frac{\pi}{4}) + \sin(5x - \frac{\pi}{4}) - \cos 4x = 0$$

$$2 \cos 7x \cdot \cos(2x + \frac{\pi}{2}) - \cos 4x = 0$$

$$= 2 \cos 7x \cdot \sin 2x - 1 + 2 \sin^2 2x$$

$$2 \sin 2x (\sin 2x - \cos 7x) - 1 = 0$$

$$2 \sin 2x (\sin(\frac{\pi}{2} - 2x) \cos(\frac{\pi}{2} - 2x) - \cos 7x) - 1 = 0$$

$$= 4 \sin 2x \cdot \sin(\frac{5x}{2} + \frac{\pi}{4}) \sin(\frac{9x}{4} - \frac{\pi}{4}) - 1 = 0$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha \cdot \sin \beta = \frac{-\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)}{2}$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$x = 2x \quad x > 0 \quad -n.k.$$

$$2x = x^2$$

$$5x = \frac{5\pi}{4} + 2\pi k$$

$$9x + \frac{\pi}{4} = \pi + 2\pi k$$

$$\Rightarrow x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k \quad x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi k}{9}$$

$$x = \frac{\pi}{4} + \frac{2\pi k}{5}$$

$$\frac{5\pi + 8\pi}{20} \quad \frac{13\pi}{20}$$

$$3. (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^2)} \quad y \neq 0$$

$$(x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln y} - y^{\ln x^2}$$

$$x^{-2 \ln x} \cdot y^{-4 \ln x} = y^{\ln y} - y^{2 \ln x}$$

$$x^{-2 \ln x} = y^{\ln y + 4 \ln x} - y^{2 \ln x + 4 \ln x}$$

$$x^{-2 \ln x} = y^{\ln y \cdot x^4} - y^{11 \ln x}$$

$$(1) (x^2 \cdot 16x^4)^{-\ln x} = (2x)^{\ln \frac{2}{x^6}}$$

$$(16x^6)^{-\ln x} = \frac{2}{x^6} \ln 2x$$

$$\left(\frac{16}{x^6}\right)^{\ln x} = \frac{2}{x^6} \ln 2x$$

$$\left(\frac{1}{16x^6}\right)^{\ln x} = \frac{2}{x^6} \cdot \frac{2 \ln 2}{x^6}$$

$$\left(\frac{1}{32}\right)^{\ln x} = \left(\frac{2}{x^6}\right)^{\ln 2}$$

$$y^2 y(4+x) + 8x - 2x^2 = 0$$

$$D = 16 + 8x + x^2 + 8x^2 - 32x =$$

$$= 9x^2 - 24x + 16 = (3x - 4)^2$$

$$y = \frac{x+4 \pm 3x-4}{2}$$

$$\begin{cases} y = 2x & (1) \\ y = -x + 4 & (2) \end{cases}$$

$$2^{-5 \ln x} = 2^{\ln 2} \cdot x^6 \ln 2$$

$$x^{-5 \ln 2} \cdot x^6 \ln 2 = 2^{\ln 2}$$

$$x^{\ln 2} = 2^{\ln 2}$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases}$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\left(x^2/(4-x)^4\right)^{-\ln x} = (4-x) \ln \frac{4-x}{x^2}$$

$$x^{-2\ln x} \cdot (4-x)^{-4\ln x} = (4-x) \ln \frac{4-x}{x^2}$$

$$x^{-2\ln x} = (4-x) \ln \left(\frac{4-x}{x^2} \cdot x^4\right)$$

$$x^{-2\ln x} = (4-x) \ln \frac{4-x}{x^3}$$

$$x^{-2\ln x} = \left(\frac{4-x}{x^3}\right) \ln(4-x)$$

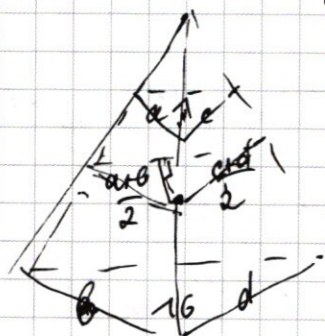
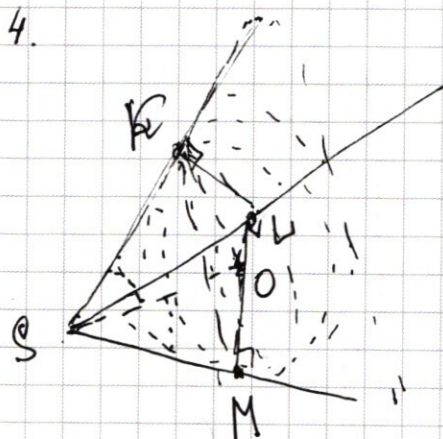
$$x^{-2\ln x} = (4-x) \ln(4-x) \cdot x^{-3\ln(4-x)}$$

$$\cancel{x^2} \cdot \frac{(4-x)^3}{x^4} \cdot x \ln \frac{(4-x)^3}{x^2} = (4-x) \ln(4-x)$$

$$\frac{(4-x)^3 \ln x}{x^2 \ln x} = (4-x) \ln(4-x)$$

$$(4-x) \frac{\ln x^3}{4-x} = x^2 \ln x$$

$$4 > x > 0 \quad \xrightarrow{0 \quad 4}$$



$$a \cdot c = \frac{\sin x}{\sin x}$$

$$b \cdot d = 32$$

$$\frac{(a+b)(c+d)}{4}$$

$$2,5 \cdot 2,5 = 6,25$$

$$\frac{1+4}{2} = 2,5$$

$$\frac{m \cdot k}{n \cdot h} = \frac{1}{16}$$

$$\frac{m}{n} = \frac{1}{4}$$

5.  $x > -y - 5$   $y = x - 5$

$x < y + 5$

$2y + 10 = 10$

$y = 0$

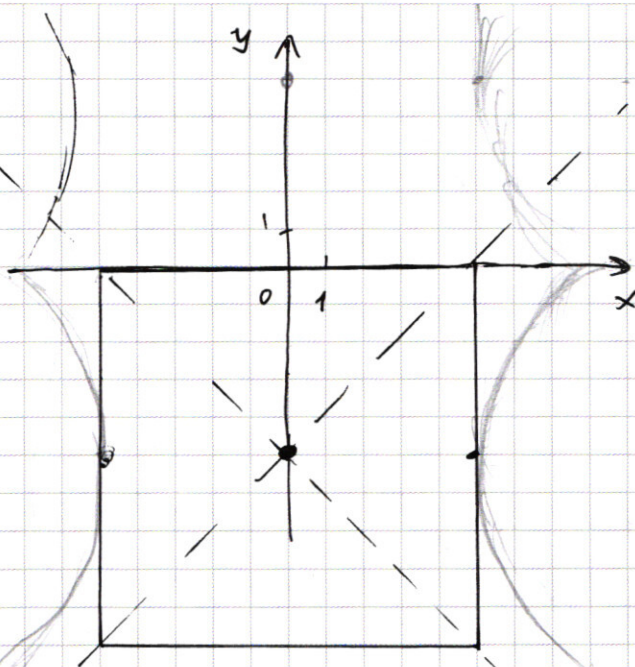
$x < -y - 5$

$x < y + 5$

$-x - y - 5 + y - x + 5 = 10$

$-2x = 10$

$x = -5$



$x > -y - 5$

$x > y + 5$

$-5 + 5 + 5$

$x + y + 5 + x - y - 5 = 10$

$x = 5$

$x < -y - 5$

$x > y + 5$

$-x - y - 5 - y + x - 5 = 0$

$-2y = 10$

$y = -5$

$(x)^2$

$|x + y + 5| + |y - x + 5| = 10$

$x^2$

$-x - y - 5 - y + x - 5 = 10$

$-2y = -20$

$144 + 25$

$x^{-2 \ln x} \cdot y^{-4 \ln x} = y^{\ln y} \cdot y^{-2 \ln x}$

$x^{-2 \ln x} \cdot y^{3 \ln x} = y^{\ln y}$

$y^{3 \ln x} = y^{\ln y} \cdot x^{2 \ln x}$

$y^{\ln y} \cdot y^{2 \ln x} = y^{\ln y} \cdot x^{2 \ln x}$

$\left(\frac{x}{y}\right)^{\ln y} = \left(\frac{x}{y}\right)^{2 \ln x}$

$\frac{x}{y} = 0$  - н.к.

$\frac{x}{y} = 1$

$\frac{x}{y} = -1$  - н.к.

$\ln y = 2 \ln x$

$y = x^2$



черновик



чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №\_\_

(Нумеровать только чистовики)