

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

ВАРИАНТ 7

$$\frac{8!}{3!} \left(\frac{4 \cdot 5}{2} + 5 \cdot 4 \right)$$

11 класс

$$\frac{720 \cdot 7 \cdot 8}{2!} \cdot 50$$

ШИФР

Запол



2 0 0 0 8 5 8 4

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 9261. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^7)}, \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0. \end{cases}$$

$$144 + 5^2$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 16.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 5| + |y - x + 5| = 10, \\ (|x| - 12)^2 + (|y| - 5)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 10 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .

- б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 12$. Найдите площадь треугольника ACF .

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

$$4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot \left(\frac{240}{12} \right) \cdot 56 \cdot 144 = 169$$

$$2 \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2} (\cos^2 2x - \sin^2 2x)$$

$$y^2 - y(x+4) + (-2x^2+8x) = 0$$

$$y = e^{\ln y}$$

$$y_{1,2} = \frac{x+4 \pm \sqrt{(x+4)^2 - 4(-2x^2+8x)}}{2}$$

$$y_{1,2} = \frac{x+4 \pm \sqrt{(3x-4)^2}}{2}$$

$$y_{1,2} = \frac{x+4 \pm (3x-4)}{2}$$

$$x^2 + 8x + 16 + 8x^2 - 32x = 9x^2 - 24x + 16$$

$$3x \cdot 2 \cdot 4$$

$$(3x-4)^2 = 9x^2 - 24x + 16$$

$$y_{1,2} = \frac{4x}{2} = 2x$$

$$\frac{2x+8}{2} = -x+4 \quad x=0 \quad y=0$$

$$(x^2 \cdot 16x^4)^{-\ln x} = (2x)^{\ln(\frac{2x}{x^2})}$$

$$(16x^6)^{-\ln x} = 2x^{\frac{2}{x^2}} (2x)^{\ln(\frac{2}{x^2})}$$

$$(16x^6)^{-\ln x} = (64x^6)^{-\ln \frac{x}{2}} \quad 2x^{-\ln \frac{x}{2}} \quad \ln x - \ln 2$$

$$-\sqrt{2} \cos 4x$$

$$2 \sin 7x \cos 2x$$

$$-2 \cdot \sin 2x \cos 7x$$

$$2^{-\ln 2} = 2^{-1}$$

$$a^{\ln b} = b^{\ln a}$$

$$b^{\log_a a \ln b} = e^{\log_a a \ln b}$$

$$b = a^{\log_a b}$$

$$(16x^6)^{-\ln x} = (64x^6)^{-\ln \frac{x}{2}} = (64x^6)^{-\ln x + \ln 2} = (64x^6)^{-\ln x} \cdot (64x^6)^{\ln 2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$(4 \cdot 16)^{-\ln 2} = 2^{\ln \frac{1}{64}}$$

$$64^{-\ln 2} = 2^{-\ln 64}$$

$$2^{-\log_2 64 \ln 2} = 2^{-\ln 64}$$

$$64 e^{-\ln 2 \ln 64} = 2^{-\ln 64}$$

$$e^{-\ln 2 \ln 64} = e^{-\ln 2 \ln 64}$$

$$y = -5 - x$$

$$x + y + 5 \geq 0$$

$$y \geq -x - 5$$

$$y - x + 5 \geq 0$$

$$y \geq x - 5$$

$$\text{при } \begin{cases} x + y + 5 \geq 0 \\ y - x + 5 \geq 0 \end{cases} \quad \left| \quad \begin{cases} y \geq -x - 5 \\ y \geq x - 5 \end{cases}$$

$$x + y + 5 + y - x + 5 = 0$$

$$y = 0$$

$$y \leq -x - 5$$

$$y \geq x - 5$$

$$x + y + 5 - y + x + 5 = 0$$

$$2x = 0$$

$$x = 0$$

$$-x - y - 5 - y + x - 5 = 0$$

$$-2y - 10 = 0$$

$$-2y = 10$$

$$(x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln \left(\frac{y}{x^2} \right)}$$

$$y = 2x$$

$$(x^2 \cdot 16x^4)^{-\ln x} = (2x)^{\ln \left(\frac{2}{x^2} \right)}$$

$$(16x^6)^{-\ln x} = (2x)^{-\frac{\ln x^2}{2}}$$

$$(16x^6)^{-\ln x} = (64x^6)^{-\ln x + \ln 2}$$

$$\left(\frac{16x^6}{4 \cdot 64x^6} \right)^{-\ln x} = (64x^6)^{\ln 2}$$

$$4^{\ln x} = (64x^6)^{\ln 2}$$

$$e^{\ln x \ln 4} = 64 e^{\ln x \cdot \ln 2}$$

$$e^{\ln x \ln 4} (e^x - 64 e^6) = 0$$

$$x^{\ln 2}$$

$$4 - 64.$$

$$\underline{x = 4}$$

$$(x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln \left(\frac{y}{x^2} \right)}$$

$$(x^2 (-x+4)^4)^{-\ln x} = (-x+4)^{\ln \left(\frac{-x+4}{x^2} \right)}$$

$$\cancel{x^2 = (-x+4)^{2 \ln (-x+4) x}} \quad \cancel{(-x+4)^{2 \ln x}}$$

$$x^2 = e^{2 \ln x}$$

$$(-x+4)^4 = e^{4 \ln (-x+4)}$$

$$e^{\ln (-x+4) (\ln (-x+4) - \ln x^2)}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$9261 = 9 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 8 =$$

$$= \cancel{3^4} \cdot \cancel{2^4} \cdot \cancel{7} \cdot 9 \cdot 3 \cdot 7^3 = \underline{\underline{3^3 \cdot 2^3}}$$

$$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$$

~~abcde fgh~~

~~буквенно-цифровое
число~~

~~{7; 6; 3; 3; 3; 2; 2; 2}~~

~~7 мест~~

~~{7; 3; 3; 3; 3; 2; 2}~~

	1	2	2 ²	2 ³	2 ⁴
1	1	2	4	8	16
3 ²	9	18	36	72	144
3 ³	27	54	108	216	432
3 ⁴	81	162	324	648	1296

	1	3	3 ²	3 ³
1	1	3	9	27
7	7	21	63	189
7 ²	49	147	441	1323
7 ³	343	1029	3087	9261

т.к. в них входят четыре цифры

7 3 7 7 3 3 1 1

3 3 3 1 1

3 9 1 1 1

$$\begin{array}{r} 9261 \overline{) 9} \\ 9 \\ \hline 26 \\ 18 \\ \hline 81 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1029 \overline{) 3} \\ 9 \\ \hline 12 \\ 12 \\ \hline 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 343 \overline{) 7} \\ 28 \\ \hline 63 \end{array}$$

$$48 = 6 \cdot 8$$

$$\begin{array}{r} 1 \quad 1 \\ 3 \quad 2 \\ 3^2 \quad 2^2 \\ 3^3 \quad 2^3 \\ 3^4 \quad 2^4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 27 \\ \times 7 \\ \hline 189 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1029 \\ \times 3 \\ \hline 3087 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 648 \\ \times 2 \\ \hline 1296 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 147 \\ \times 3 \\ \hline 441 \end{array}$$

I Существует C_8^3 способов расставить "7"

II В оставшиеся места можно расставить C_5^3 "3" или A_5^2 "9" и "3"

Всего способов размещения игроков:

$$C_8^3 \cdot C_5^3 + C_8^3 \cdot A_5^2 = C_8^3 (C_5^3 + A_5^2) = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{6} (10 + 20) = \frac{8!}{5! 3!} \left(\frac{5!}{2! 3!} + \frac{5!}{3! 2!} \right) = \frac{8!}{5! 3!} \cdot \frac{5!}{3!} =$$

Ответ: 1680 = ~~$\frac{8!}{3! 2! 3! 2!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 1120$~~

~~$\frac{8!}{3!} \left(\frac{1}{2! 3!} + \frac{5! 2!}{3! 2!} \right) = \frac{8!}{3!} \cdot \frac{240}{12} = \frac{8!}{3!} \cdot 20 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot 20 = 1120 \cdot 20 = 22400$~~

~~$\frac{8!}{3!} \left(\frac{1}{2! 3!} + \frac{5! 2!}{3! 2!} \right) = \frac{8!}{3!} \left(\frac{240}{12} \right) = \frac{8!}{3!} \cdot 20 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot 20 = 1120 \cdot 20 = 22400$~~

~ 2. Ответ: 134400

$$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$$

$$-2 \sin 2x \sin 7x - \sqrt{2} \cos 4x + 2 \sin 7x \cos 2x = 0$$

$$2 \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2} (\cos^2 2x - \sin^2 2x) = 0$$

$$2 \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x)(\cos 2x + \sin 2x) = 0$$

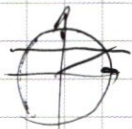
$$(\cos 2x - \sin 2x) (2 \sin 7x - \sqrt{2} \cos 2x - \sqrt{2} \sin 2x) = 0$$

$$\begin{cases} \cos 2x - \sin 2x = 0 \\ \sin 7x = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 2x + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 2x \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos 2x = \cos \left(\frac{\pi}{2} - 2x \right) \\ \sin 7x = \sin \frac{\pi}{4} \cos 2x + \cos \frac{\pi}{4} \sin 2x \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos 2x = \cos \left(\frac{\pi}{2} - 2x \right) \\ \sin 7x = \sin \left(2x + \frac{\pi}{4} \right) \end{cases}$$

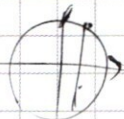
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\sin \alpha = \sin \beta$$

$$\begin{cases} \alpha = \beta + 2\pi k \\ \alpha = \pi - \beta + 2\pi k \end{cases}$$

$$\cos \alpha = \cos \beta$$



$$\begin{cases} \alpha = \beta + 2\pi k \\ \alpha = -\beta + 2\pi k \end{cases}$$

~ 2 (продолжение)

$$\begin{cases} 2x = \frac{\pi}{2} - 2x + 2\pi k \\ 2x = \frac{\pi}{2} + 2x + 2\pi k \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} 7x = 2x + \frac{\pi}{4} + 2\pi h \\ 7x = \pi - (2x + \frac{\pi}{4}) + 2\pi h \end{cases}, h \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} 4x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k \\ 0 = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} 5x = \frac{\pi}{4} + 2\pi h \\ 9x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi h \end{cases}, h \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2} \\ x = \frac{\pi}{20} + \frac{2\pi h}{5} \\ x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi h}{9} \end{cases}, \begin{matrix} h \in \mathbb{Z} \\ k \in \mathbb{Z} \end{matrix}$$

Ответ: $\frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}$; $\frac{\pi}{20} + \frac{2\pi h}{5}$; $\frac{\pi}{12} + \frac{2\pi h}{9}$, $h, k \in \mathbb{Z}$

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(\frac{y}{x^2})} \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0 \end{cases} \quad (*)$$

$$4x^2 - 2x^2 - 2x^2 + 8x - 4x$$

$$(*) \quad y^2 - y(x+4) - 2x^2 + 8x = 0$$

$$y_{1,2} = \frac{x+4 \pm \sqrt{(x+4)^2 - 4(-2x^2+8x)}}{2}$$

$$y_{1,2} = \frac{x+4 \pm \sqrt{(3x-4)^2}}{2}$$

$$y_{1,2} = \frac{x+4 \pm |3x-4|}{2}$$

т.к. перед модулем стоит $\pm$,
то его можно упростить,
потому что все варианты
раскрытые несовместны.

$$y_1 = 2x ; y_2 = -x+4$$

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(\frac{y}{x^2})} \\ \begin{cases} y = 2x \\ y = -x+4 \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ x^2 y^4 \neq 0 \\ \frac{y}{x^2} > 0 \end{cases} \begin{cases} \ln x = 0 \quad \{x=1\} \\ \ln \frac{x^2}{2} = 0 \end{cases}$$

$$\text{I. } \begin{cases} (x^2 \cdot 16x^4)^{-\ln x} = (2x)^{\ln(\frac{2}{x^2})} \\ y = 2x \end{cases} \quad (x \neq 1) \quad (16x^6)^{-\ln x} = (2x)^{-\ln \frac{x^2}{2}}$$

$$(16x^6)^{-\ln x} = (64x^6)^{-\ln \frac{x}{2}}$$

$$(16x^6)^{-\ln x} = \frac{(64x^6)^{-\ln x}}{4^{-\ln x}}$$

$$(64x^6)^{-\ln x} \left(\frac{1}{4^{-\ln x}} - (64x^6)^{\ln x} \right) \stackrel{=0}{=} \frac{(64x^6)^{-\ln x}}{4^{-\ln x}} = (64x^6)^{-\ln x + \ln 2}$$

$$4^{\ln x} - (64x^6)^{\ln 2} = 0$$

$$e^{\ln 4 \ln x} - (64)^{\ln 2} \cdot e^{(6 \ln x) \cdot \ln 2} = 0$$

$$e^{2 \ln x} (e^{\ln 2} - (64)^{\ln 2} \cdot e^{3 \ln 2}) = 0$$

$$e^{\ln 2} (1 - 64^{\ln 2} \cdot e^3) \neq 0$$

$$1 - e^3 < -7 < 0 \quad -e^3 < -8$$

$$64^0 < 64^{\ln 2} < 64^{\frac{\ln e}{2}} < 64$$

$$e > 2 \\ e^3 > 8$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~~II~~ ~~$(-x+y)^4 = (x^2(-x+y)^4)^{\ln x}$~~

(**) $(16x^6)^{-\ln x} = (2x)^{-\ln \frac{x^6}{2}}$

$$(16x^6)^{-\ln x} = (2x)^{-\ln x^6 + \ln 2}$$

$$(16x^6)^{-\ln x} - (2x)^{-6 \ln x} \cdot (2x)^{\ln 2} = 0$$

$$(16x^6)^{-\ln x} - (64x^6)^{-\ln x} - (2x)^{\ln 2} = 0$$

$$u > 0 \quad (16x^6)^{-\ln x} (1 - 4^{-\ln x} \cdot (2x)^{\ln 2}) = 0$$

$$1 - 4^{-\ln x} \cdot (2 \cdot x^{\ln 2})^{\ln 2} = 0$$

$$1 - e^{-\ln 4 \ln x} \cdot 2^{\ln 2 \ln x} \cdot e^{\ln 2 \ln x} = 0$$

$$e^{\ln x} (1 - e^{-2 \ln 2} \cdot 2^{\ln 2} \cdot e^{\ln 2}) = 0$$

$$x (1 - e^{-\ln 2} \cdot 2^{\ln 2}) = 0$$

(x > 0) $1 - 2^{-1} \cdot 2^{\ln 2} = 0$

$$1 - 2^{\ln \frac{2}{e}} \leq 0$$

$$2^0 \neq 2^{\ln \frac{2}{e}}$$

II $\begin{cases} (x-y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(\frac{y}{x^2})} & (***) \\ y = -x+4 \end{cases} \quad 0 \neq \ln \frac{2}{e} \quad (\neq \ln 1 \quad \ln \frac{2}{e} \neq 2)$

$$***) (x^2(-x+4)^4)^{-\ln x} = (-x+4)^{\ln(-\frac{x+4}{x^2})}; \quad \begin{matrix} x < 4 \\ -x+4 > 0 \end{matrix}$$

$$e^{(\ln x)(-\ln x)} \cdot e^{4 \ln(-x+4)(-\ln x)} = e^{(\ln(-x+4))(\ln(-\frac{x+4}{x^2}))}$$

$$2(\ln x)(-\ln x) + 4 \ln(-x+4)(-\ln x) = \ln(-x+4)(\ln(-\frac{x+4}{x^2}))$$

$$-2 \ln^2 x + 4 \ln(-x+4) \ln x = \ln(-x+4)(\ln(-x+4) - \ln x^2)$$

$$-2 \ln^2 x - 4 \ln(-x+4) \ln x = \ln^2(-x+4) - 7 \ln x \ln(-x+4)$$

$$-2 \ln^2 x + 3 \ln(-x+4) \ln x - \ln^2(-x+4) = 0$$

Положим $t = \ln x$
 $g = \ln(-x+4)$

$$-2t^2 + 3gt - g^2 = 0$$

$$2t^2 - 3gt + g^2 = 0$$

$$t_{1,2} = \frac{3g \pm \sqrt{9g^2 - 8g^2}}{4}$$

$$t_{1,2} = \frac{3g \pm |g|}{4} \quad \begin{cases} t_1 = g \\ t_2 = \frac{g}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \ln x = \ln(-x+4) \\ \ln x = \frac{\ln(-x+4)}{2} \end{cases}$$

Ответ: $(2; 2)$
 $(\frac{-1+\sqrt{17}}{2}; \frac{9-\sqrt{17}}{2})$

$$\frac{-1+5}{2} = 2$$

$$\begin{cases} x = -x+4 \\ \ln x^2 = \ln(-x+4) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x^2 + x - 4 = 0 \end{cases}$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1-4(1)(-4)}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

Ответ: $(\frac{-1+\sqrt{17}}{2}; 2)$

$$\frac{-1-\sqrt{17}}{2} < 0$$

$$\frac{-1+\sqrt{17}}{2} < \frac{-1+5}{2} = 2 < 4$$

$$\begin{cases} x = 2; y = 2 \\ x = \frac{-1+\sqrt{17}}{2}; y = \frac{9-\sqrt{17}}{2} \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\sim 9.$
 $S_1 \text{ сек} = 1$
 $S_2 \text{ сек} = 16$

$\angle KSO = ?$
 S_{KLM}

S (1) O_1 — точка касания
 сферы со второй плоскостью

$A_1 B_1 \parallel AB$

$OM \perp (ABS) \Rightarrow OM \perp A_1 B_1 C_1 (ABS)$

$K = \frac{AB}{A_1 B_1}$

$(MKL) \parallel ABC$

$S_{A_1 B_1 C_1} \sim S_{ABC} \Rightarrow K^2 = \frac{16}{1} \Rightarrow K = 4$

② Точка O — центр сферы
 в центре $A_1 B_1 C_1$
 значит SO — перпендикуляр

$R = OK$
 $\angle KSO = \frac{1}{\frac{2}{3}R + R} = \frac{1}{\frac{5}{3}}$

$2R + n = 4$
 $3n = 2R$
 $n = \frac{2}{3}R$

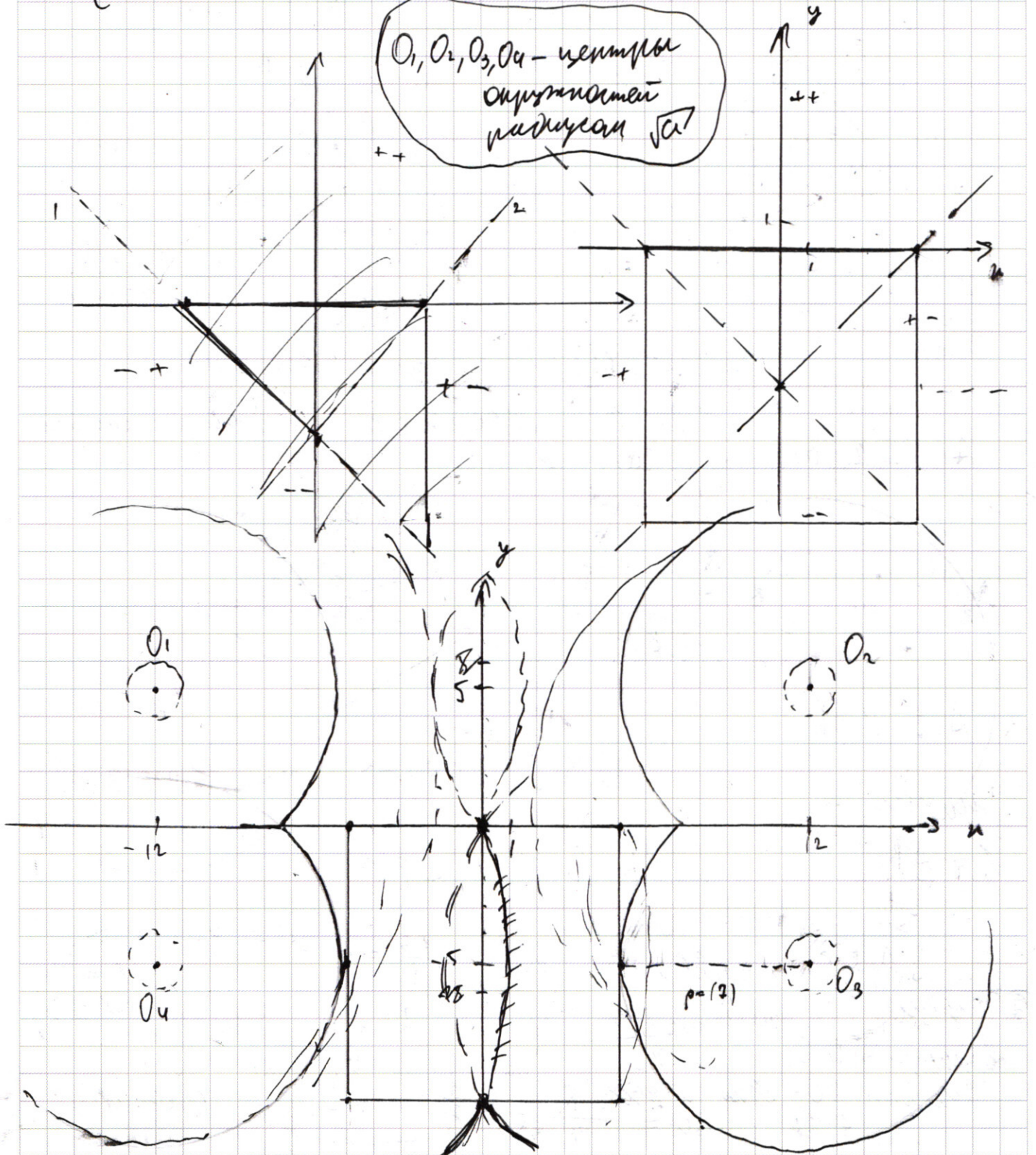
$\angle KSO = \arctg \frac{3}{5}$
 Ответ: $\arctg \frac{3}{5}$

2 решения

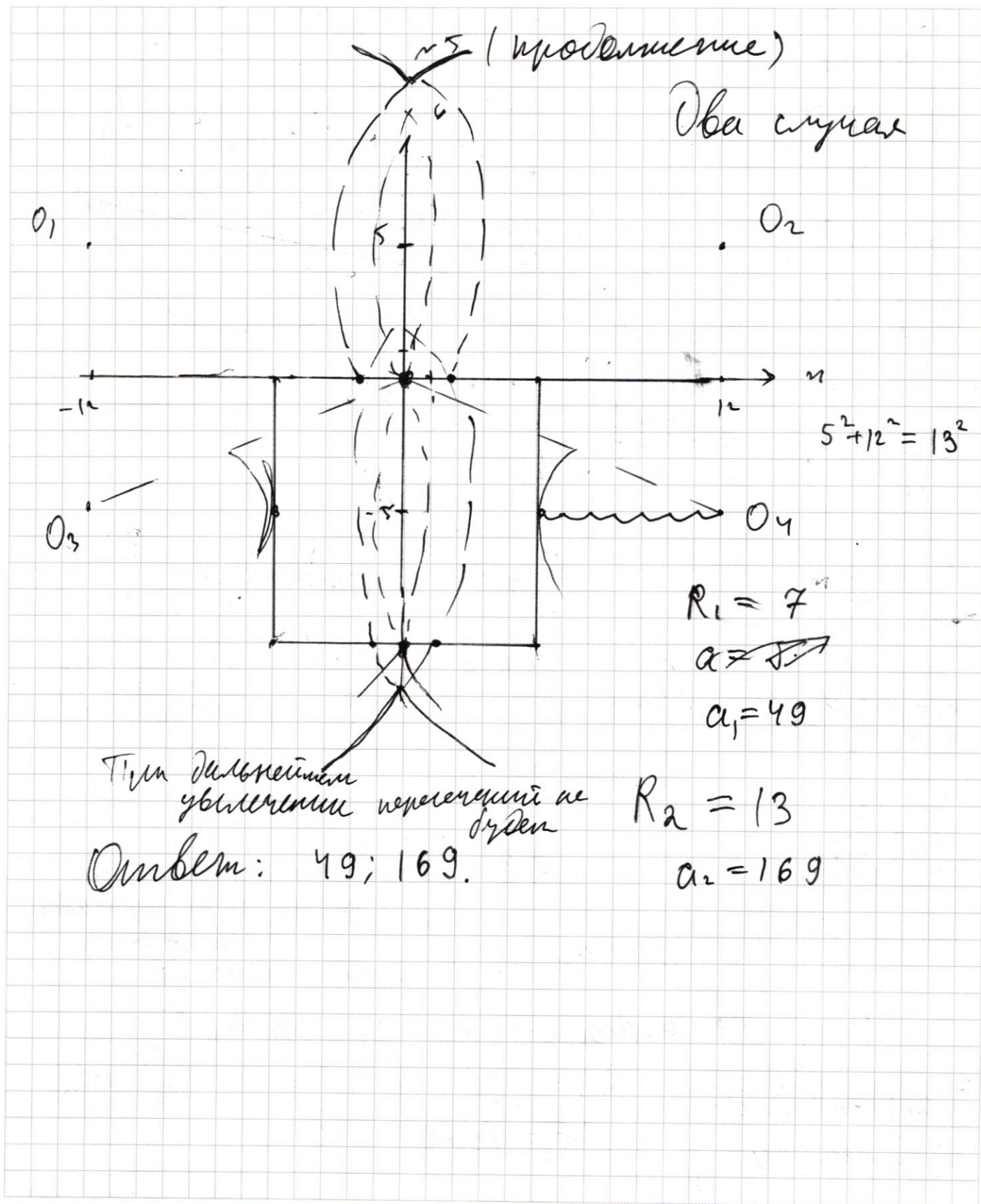
№ 5.

$$\begin{cases} |x+y+5| + |y-x+5| = 10 \\ (|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = a \end{cases}$$

O_1, O_2, O_3, O_4 — центры окружностей радиусом $\sqrt{a}$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



~ 6.

Решение:

a) $R = 10$

$w_1, w_2 = \{A, B\}$

$C \in w_1$

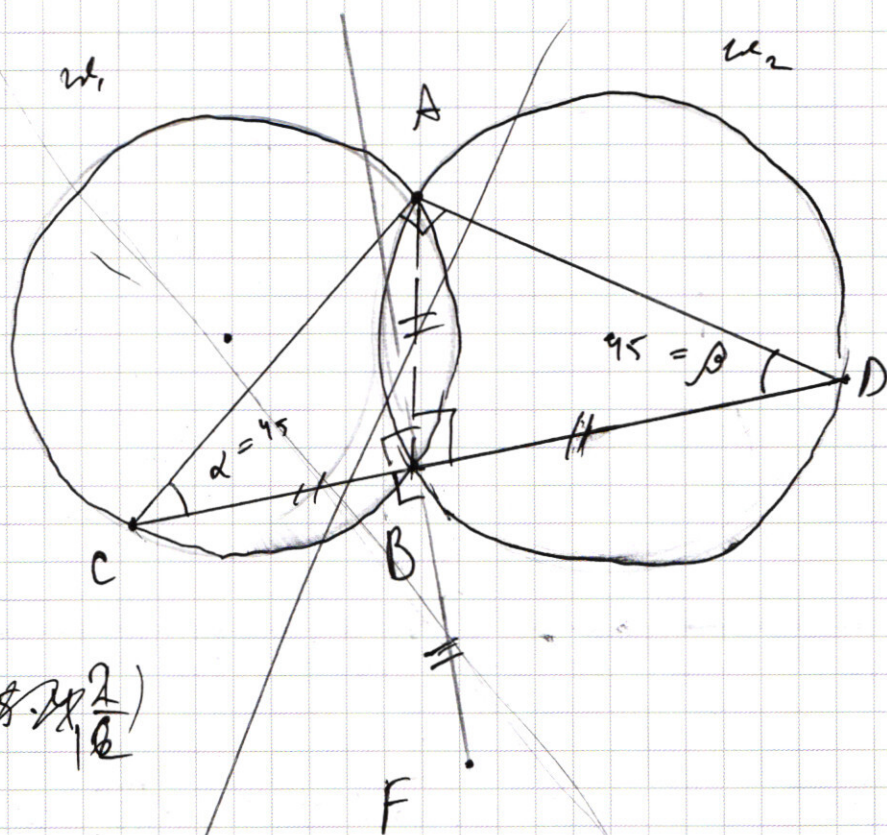
$D \in w_2$

$B \in CD$

$\angle CAD = 90^\circ$

$BF = BD$

$A \perp F$



$$\frac{8!}{3!} \left(\frac{1}{12} + 8 \cdot \frac{2}{12} \right)$$

$$\frac{8!}{3!} \left(\frac{4}{4} \right)$$

$$\frac{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 2}{4}$$

$$\begin{array}{r} 42 \\ \times 20 \\ \hline 840 \end{array}$$

AB — общая сторона

$$\frac{AB}{\sin \alpha} = 2R = \frac{AD}{\sin \beta} \Rightarrow \alpha = \beta \Rightarrow \alpha = \beta = 45^\circ$$

Значит, $\triangle CAD$ — равнобедрен

AB — средний перпендикуляр к CD (по св-ву перпендикуляра в равнобедренном $\triangle$)

значит $F \in$ продолжению AB

П.ч. AB — медиана $\Rightarrow AB = CB = BD = BF$

$$AB = 2R \cdot \sin 45^\circ = 10 \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 10\sqrt{2}$$

$$CF = \sqrt{2} AB = 20$$

a) Ответ: $10\sqrt{2}$

a) Ответ: 20

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} h = \frac{n+y}{2} \\ CF = \sqrt{n^2 + y^2} \end{cases}$$

$$(y+n)^2 + \left(\frac{n+y}{2}\right)^2 = 200$$

$$y^2 - 2ny + n^2 + \frac{n^2 + 2ny + y^2}{2} = 200$$

$$2y^2 - 4ny + 2n^2 + (n^2 + 2ny + y^2) = 400$$

$$3y^2 - 2ny + 3n^2 = 400$$

$$CF^2 = n^2 + y^2$$

$$3CF^2 - 2ny = 400$$

$$\frac{ny}{2} = S_{\Delta EBF}$$

$$3CF^2 - 4S_{\Delta EBF} = 400$$

а б

a) $R = \omega$

$\omega_1 \cap \omega_2 = \{A, B\}$

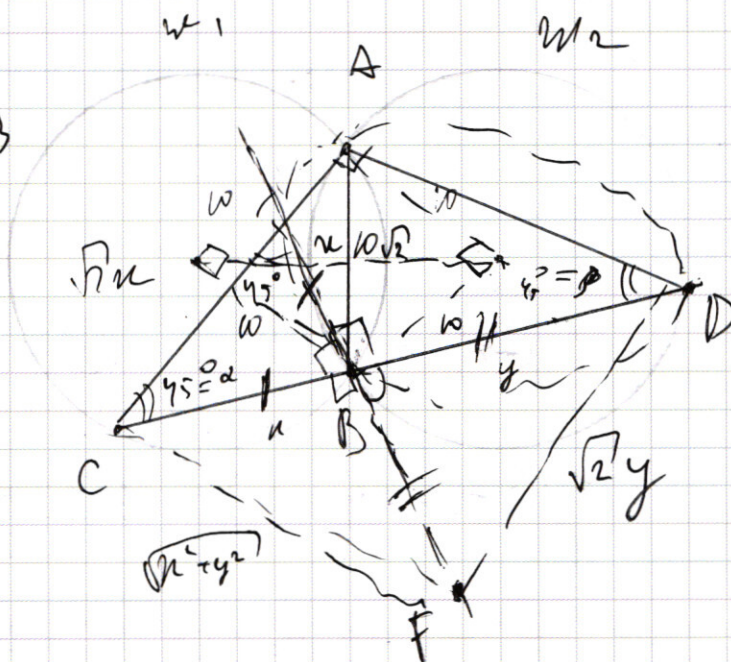
$C \in \omega_1$

$D \in \omega_2$

$B \in CD$

$\angle CAD = 90^\circ$

$BF = BD$



a) CF-?

AB - общая сторона

$$\frac{AB}{\sin \alpha} = 2R = \frac{AD}{\sin \beta} \Rightarrow \alpha = \beta$$

$\angle CAD = 90^\circ \Rightarrow \alpha = \beta = 45^\circ$

$\triangle CAD$ - равнобедрен

$AB = 2R \cdot \sin 45^\circ = \omega \sqrt{2}$

$\frac{x+y}{2} = h$

$(y-x)^2 + h^2 = (\omega \sqrt{2})^2$

$(y-x)^2 + \left(\frac{x+y}{2}\right)^2 = (\omega \sqrt{2})^2$

$k = \frac{y}{x}$

