

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 7

ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в р;
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 9261. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^7)}, \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 16.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 5| + |y - x + 5| = 10, \\ (|x| - 12)^2 + (|y| - 5)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 10 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 12$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\text{N5. } \begin{cases} |x+y+5| + |y-x+5| = 10 & (2) \\ (|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = 0 & (1) \end{cases}$$

$$(1) \begin{cases} y \geq 0 \\ (|x|-12)^2 + (y-5)^2 = 0 \\ y < 0 \\ (|x|-12)^2 + (-y-5)^2 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y \geq 0 \\ \begin{cases} x \geq 0 \\ (x-12)^2 + (y-5)^2 = 0 - \text{окр.}^{0_1} \text{ центр } (12; 5), r = \pm 5a \\ x < 0 \\ (x+12)^2 + (y-5)^2 = 0 - \text{окр.}^{0_2} \text{ центр } (-12; 5), r = \pm 5a \end{cases} \\ y < 0 \\ \begin{cases} x \geq 0 \\ (x-12)^2 + (y+5)^2 = 0 - \text{окр.}^{0_3} \text{ центр } (12; -5), r = \pm 5a \\ x < 0 \\ (x+12)^2 + (y+5)^2 = 0 - \text{окр.}^{0_4} \text{ центр } (-12; -5), r = \pm 5a \end{cases} \end{cases}$$

$$(2) |x+y+5| + |y-x+5| = 10$$

$$\begin{cases} x+y+5 \geq 0 \\ x+y+5 + y-x+5 = 10 \\ x+y+5 < 0 \\ -x-y-5 + y-x+5 = 10 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y \geq -x-5 \\ \begin{cases} y-x+5 \geq 0 \\ x+y+5 + y-x+5 = 10 \\ y-x+5 < 0 \\ x+y+5 - y-x+5 = 10 \end{cases} \end{cases}$$

$\Rightarrow$

$$\begin{cases} y < -x-5 \\ \begin{cases} y-x+5 \geq 0 \\ -x-y-5 + y-x+5 = 10 \\ y-x+5 < 0 \\ -x-y-5 - y-x+5 = 10 \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \geq -x-5 \\ \begin{cases} y \geq x-5 \\ 2y+10 = 10 \\ y < x-5 \\ 2x = 10 \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \geq -x-5 \\ \begin{cases} y \geq x-5 \\ y = 0 \\ y < x-5 \\ x = 5 \end{cases} \end{cases}$$

$\Rightarrow$

$$\begin{cases} y < -x-5 \\ \begin{cases} y \geq x-5 \\ -2x = 10 \\ y < x-5 \\ -2y-10 = 10 \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y < -x-5 \\ \begin{cases} y \geq x-5 \\ x = -5 \\ y < x-5 \\ y = -10 \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{x^{\ln x}} = y^{\ln y - \ln x} & (4) \\ y = 4 - x \\ 0 < x < 4 \end{cases}$$

$$(4) \frac{1}{x^{\ln x}} = (4-x)^{\ln(4-x) - \ln x}$$

При $x=2$:

$$\frac{1}{2^{\ln 2}} = 2^{\ln 2 - \ln 2}$$

$$\frac{1}{4^{\ln 2}} = 2^{-2 \ln 2}$$

$$\frac{1}{4^{\ln 2}} = \frac{1}{2^{2 \ln 2}} \text{ — верно.}$$

$$\begin{cases} x=2 \\ y=4-x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=2. \end{cases}$$

Ответ: $(2, 4); (2, 2)$

№1. Число 9261 представляется как произведение чисел от 2 до 9 такими образом:

$$9261 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7, \text{ или } 9261 = 3 \cdot 9 \cdot 7 \cdot 7$$

Такими образом число можно представить, как в числе должны присутствовать: либо 3 тройки, 3 семерки и 2 единицы, либо одна 1 тройка, 1 девятка, 3 семерки и 3 единицы.

В первом случае количество чисел будет равно:

$$\frac{8!}{3! \cdot 3! \cdot 2!}$$

Во втором случае количество чисел равно:

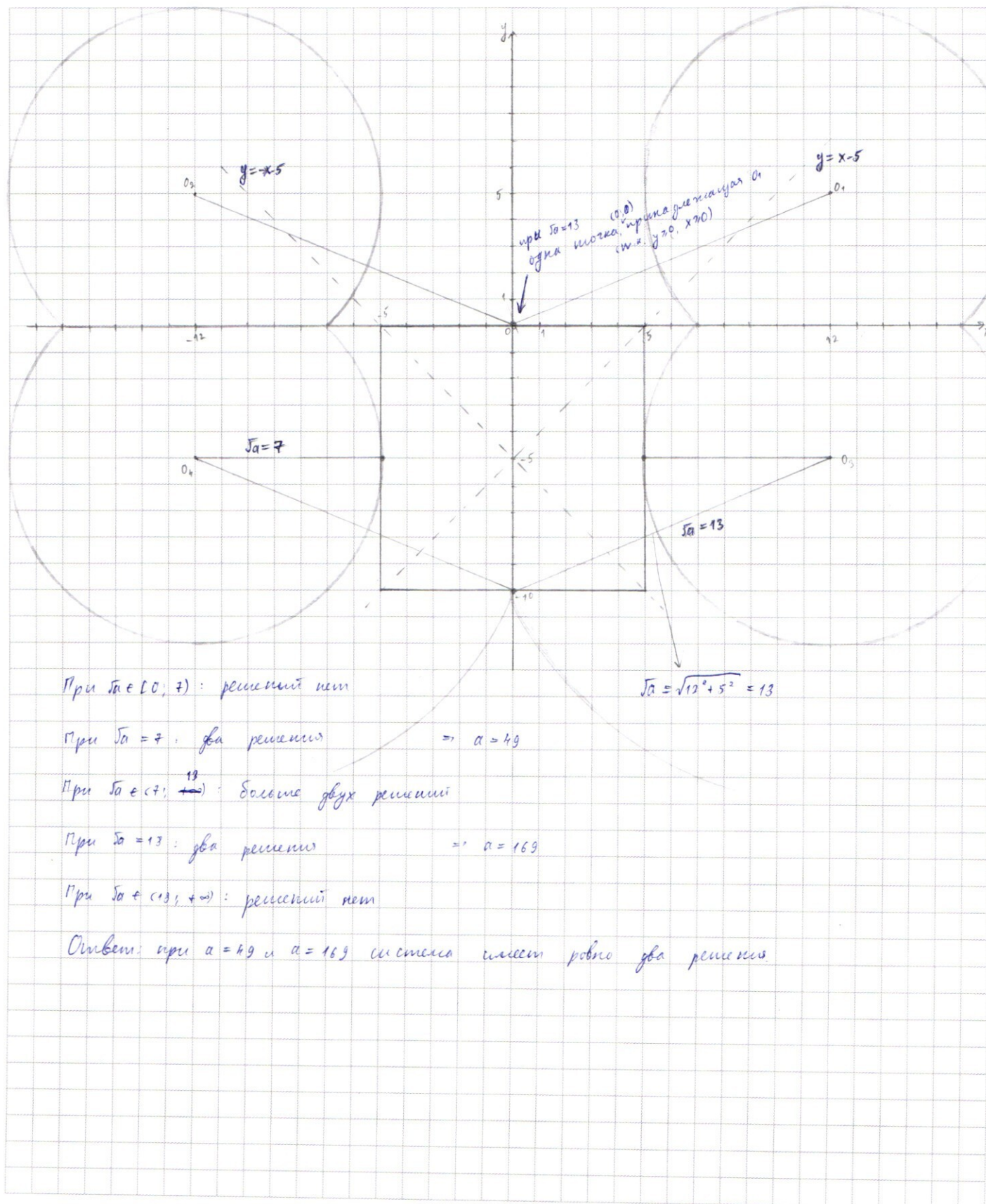
$$\frac{8!}{1! \cdot 1! \cdot 3! \cdot 3!} = \frac{8!}{3! \cdot 3!}$$

Тогда всего чисел будет:

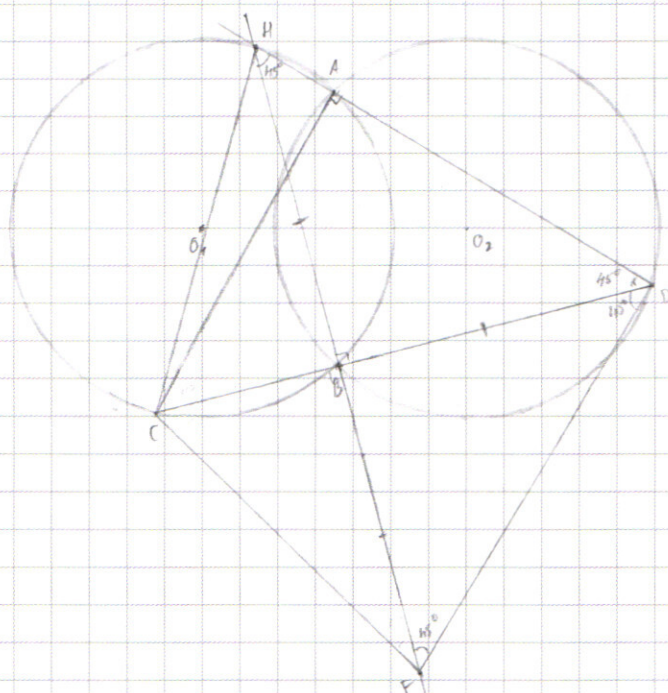
$$\frac{8!}{3! \cdot 3!} + \frac{8!}{3! \cdot 3!} = \frac{8!}{36} + \frac{8!}{72} = \frac{3 \cdot 8!}{72} = \frac{8!}{24} = \frac{8!}{4!} = 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 = 1680$$

Ответ: $\frac{8!}{24} = 1680$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



№ 6.



а) 1) Поскольку радиусы окружностей равны, то дуги $\widehat{AB}$ на ~~каждой~~ обеих окружностях равны.

То есть, $\angle ACD$ и $\angle ADC$ — вписанные, и опираются на равные дуги, ~~то есть~~ $\Rightarrow$

$\angle ACD = \angle ADC$. $\Rightarrow$ т.к. $\triangle ACD$ — н/у и р/б, то $\angle ACD = \angle ADC = 45^\circ$.

2) $\triangle BDF$ также н/у и р/б $\Rightarrow \angle BFD = \angle BDF = 45^\circ \Rightarrow \angle ADF = 90^\circ$
Предположим, что

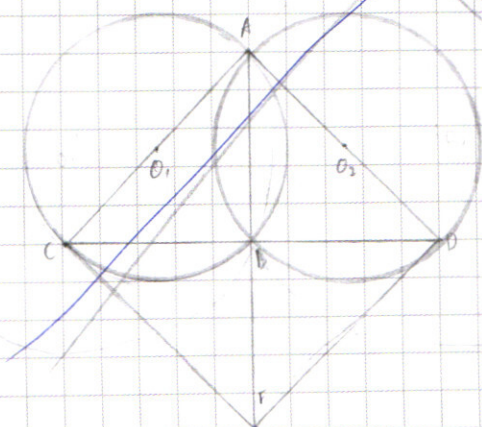
$\Rightarrow \triangle ACFD$ — прямоугольник, $AD = CF$, $CA = FD$.

А поскольку $\angle CFD = 90^\circ$, $\angle BFD = 45^\circ$, то $\angle CFB = 45^\circ$

Аналогично, $\angle ACF = 90^\circ$, $\angle ACD = 45^\circ \Rightarrow \angle DCF = 45^\circ$

$\Rightarrow \triangle CBF$ — н/у и р/б

Вывод: $ACFD$ — квадрат.



3) Перпендикуляр BF проходит в точку $A \Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle ABC$ и $\triangle ABD$ — вписанные в окружности;

А т.к. они н/у, то центры окр. лежат на

линии AC и $AD \Rightarrow AC = AD = 20$

4) Стороны квадрата равны $20 \Rightarrow CF = 20$.

Ответ: а) $CF = 20$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

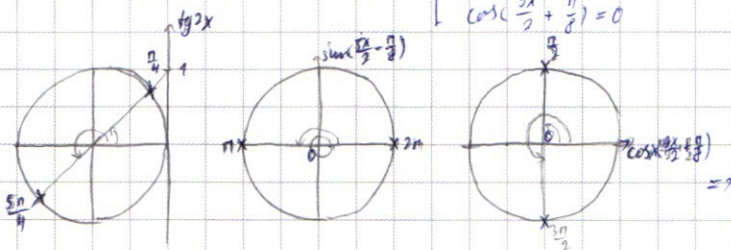
№2. $\cos 9x - \cos 5x - 5\cos 4x + 8\sin x + \sin 5x = 0$

$$-2\sin 7x \sin 2x - 5(\cos^2 2x - \sin^2 2x) + 2\sin 7x \cos 2x = 0$$

$$2\sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) - 5(\cos 2x - \sin 2x)(\cos 2x + \sin 2x) = 0$$

$$\begin{cases} \cos 2x - \sin 2x = 0 & | : \sqrt{2} \cos x \\ 2\sin 7x - 5(\cos 2x + \sin 2x) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1 - \tan 2x = 0 \\ 2\sin 7x - 2\sin(\frac{\pi}{4} + 2x) = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \tan 2x = 1 \\ 4\sin(\frac{5x}{2} - \frac{\pi}{8}) \cos(\frac{9x}{2} + \frac{\pi}{8}) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \tan 2x = 1 \\ \sin(\frac{5x}{2} - \frac{\pi}{8}) = 0 \\ \cos(\frac{9x}{2} + \frac{\pi}{8}) = 0 \end{cases} \Rightarrow$$



$$\begin{cases} 2x = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \\ \frac{5x}{2} - \frac{\pi}{8} = \pi k, k \in \mathbb{Z} \\ \frac{9x}{2} + \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi m, m \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2} n, n \in \mathbb{Z} \\ \frac{5x}{2} = \frac{\pi}{8} + \pi k, k \in \mathbb{Z} \\ \frac{9x}{2} = \frac{3\pi}{8} + \pi m, m \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2} n, n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{20} + \frac{2\pi}{5} k, k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{3\pi}{36} + \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi}{9} m, m \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Ответ: $\begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2} n \\ x = \frac{\pi}{20} + \frac{2\pi}{5} k \\ x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi}{9} m \end{cases} \quad n, k, m \in \mathbb{Z}$

№3. $\begin{cases} (x^2 y^4)^{\ln x} = y^{\ln(\frac{y}{x})} & (2) \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0 & (1) \end{cases}$

(1) $y^2 - (4+x)y + 8x - 2x^2 = 0$

$$D = 16 + 8x + x^2 - 32x + 8x^2 = 9x^2 - 24x + 16 = (3x - 4)^2$$

2) Вол. центр: $AD \perp BF = H$

3) H принадлежит окружности $O_1 \Rightarrow \triangle CHB$ - вписанный

А т.к. $\angle CBH = 90^\circ$, то $\triangle CHB$ - n/y , $\Rightarrow CH = 2R = 20$.

4) В $\triangle HBD$: $\angle B = 90^\circ$, $\angle D = 45^\circ \Rightarrow \angle H = 45^\circ \Rightarrow \triangle HBD$ - n/y и $n/y \Rightarrow HB = BD = BF$

$\Rightarrow$ 5) В $\triangle CHB$ и $\triangle CFB$: CB - общий, $BH = BF \Rightarrow \triangle CHB = \triangle CFB$ по двум сторонам и углу между ними
 $\Rightarrow CH = CF = 20$.

б) 1) В $\triangle CHB$: $HB = CH = 20$, $CB = 12 \Rightarrow HB = \sqrt{400 - 144} = \sqrt{256} = 16$.

$$S_{CHB} = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 16 = 96$$

$$\Rightarrow S_{ACF} = 2 S_{CHB} = 192 \text{ (кв. ед.)}$$

Ответ: а) 20

б) 192 (кв. ед.)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$y = \frac{4+x+(3x-4)}{2} = \begin{cases} \frac{4+x-3x+4}{2} = 4-x \\ \frac{4+x+3x-4}{2} = 2x \end{cases}$$

$$(2) (x^2 y^3)^{-\ln x} = y^{\ln(\frac{2}{x^2})}$$

$$\frac{x^{-2\ln x}}{y^{3\ln x}} = y^{(\ln 2 - \ln x^2)}$$

$$\frac{x^{-2\ln x}}{y^{3\ln x}} = \frac{y^{\ln 2}}{y^{2\ln x}}$$

$$x^{-2\ln x} = \frac{y^{\ln 2}}{y^{2\ln x}}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{x^{2\ln x}} = y^{\ln 2 - 2\ln x} \\ y = 2x \end{cases} \quad (3)$$

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} x > 0 \\ \frac{y}{x^2} > 0 \end{cases} = \begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

$$(3) \frac{1}{x^{2\ln x}} = (2x)^{\ln 2 - 2\ln x}$$

$$\ln 2x - 2\ln x = \ln 2 + \ln x - 2\ln x = \ln 2 - \ln x$$

$$\frac{1}{x^{2\ln x}} = \frac{(2x)^{\ln 2}}{(2x)^{2\ln x}}$$

$$\frac{1}{x^{2\ln x}} = \frac{(2x)^{\ln 2}}{2^{2\ln x} \cdot x^{2\ln x}}$$

$$1 = \frac{(2x)^{\ln 2}}{2^{2\ln x}}$$

$$4^{\ln x} = 2^{\ln 2} \cdot x^{\ln 2}$$

$$\ln x = \log_4(2^{\ln 2} \cdot x^{\ln 2})$$

$$\ln x = \log_4 2^{\ln 2} + \log_4 x^{\ln 2}$$

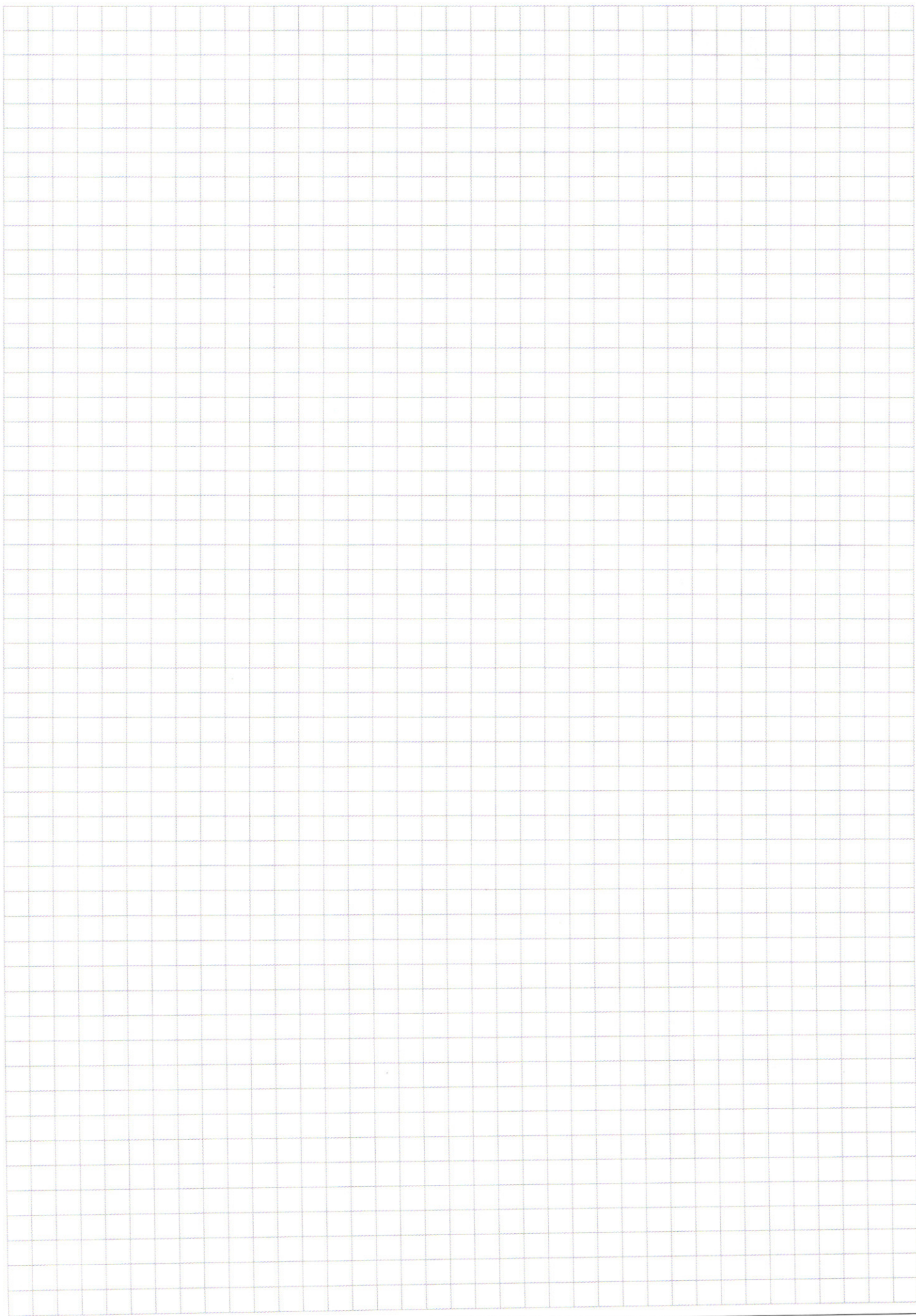
$$\ln x = \ln 2 \cdot \frac{1}{2} + \ln 2 \cdot \frac{\ln x}{\ln 4}$$

$$\ln x = \frac{1}{2} \ln 2 + \frac{1}{2} \ln x$$

$$\frac{1}{2} \ln x = \frac{1}{2} \ln 2$$

$$\ln x = \ln 2$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 2x \end{cases} = \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases}$$



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

5. $\lg \begin{cases} |x+y+5| + |y-x+5| = 10 \\ (x-1)^2 + (y-5)^2 = 0 \end{cases}$

(1) $(x-1)^2 + (y-5)^2 = 0 \Rightarrow x=1, y=5$

$\frac{1}{x^{2\ln x}}$

$\ln(4-x) - 3\ln x = \ln\left(\frac{4-x}{x^3}\right) = \ln\left(\frac{4}{x^3} - \frac{1}{x^2}\right)$

(1)

$x=2$

$y = (4-x)^{\ln(4-x) - 3\ln x} \cdot x^{2\ln x}$

$\frac{1}{4\ln 2} = 2^{\ln 2 - 3\ln 2}$

$\frac{1}{4\ln 2} = 2^{-2\ln 2}$

$\frac{1}{2^{2\ln 2}} = 4^{\ln 4 - 3\ln 2}$

$\frac{1}{4\ln 2} = 4^{2\ln 2 - 3\ln 2}$

$\frac{1}{4\ln 2} = 4^{-\ln 2}$

$1 = 2^{\ln 2 - 3\ln 2}$

$1 = (4-x)^{\ln(4-x) - 3\ln x} \cdot x^{2\ln x}$

$1 = \frac{(4-x)^{\ln(4-x)}}{(4-x)^{3\ln x}} \cdot x^{2\ln x}$

$1 = (4-x)^{\ln(4-x) + \ln x} \cdot \left(\frac{x}{4-x}\right)^{2\ln x}$

$1 = (4-x)^{\ln \frac{4-x}{x}} \cdot \left(\frac{x}{4-x}\right)^{2\ln x} \Rightarrow (4-x)^{\ln \frac{4-x}{x}} = \left(\frac{4-x}{x}\right)^{-2\ln x}$

$\ln \frac{4-x}{x} = \log_{(4-x)} \left(\frac{x}{4-x}\right)^{-2\ln x}$

$\ln \frac{4-x}{x} = -2\ln x \cdot \log_{(4-x)} \frac{x}{4-x}$

$\ln \frac{4-x}{x} = -2\ln x \cdot \frac{\ln \frac{x}{4-x}}{\ln(4-x)}$

$\ln \frac{4-x}{x} = -2\ln x \cdot \frac{\ln x - \ln(4-x)}{\ln(4-x)}$

$\ln \frac{4-x}{x} = -2\ln x \cdot \frac{\ln x}{\ln(4-x)} - 1$

$\ln(4-x) - \ln x = -2 \cdot \frac{\ln^2 x}{\ln(4-x)} - 1 \cdot \ln(4-x)$

$\ln^2(4-x) - \ln x \cdot \ln(4-x) = -2\ln^2 x - \ln(4-x)$

$(x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(\frac{4}{x^2})}$

В: $(x^2 y^4)^{-\ln x} = (x^2 y^4)^{\ln x} = x^{2\ln x} \cdot y^{4\ln x}$

П.?: $y^{1-\ln x} = y^{1-2\ln x} = y^{\frac{y}{y^{2\ln x}}}$

$\frac{x^{-2\ln x}}{y^{4\ln x}} = \frac{y}{y^{2\ln x}}$

$x^{-2\ln x} = y^{1+2\ln x}$

$x^{-2\ln x} = (2x)^{1+2\ln x}$

$\frac{x^{-2\ln x}}{y^{4\ln x}} = y \Rightarrow \frac{1}{(xy)^{4\ln x}} = y$

$\frac{1}{(xy)^{4\ln x}} = y$

$x^{-2\ln x} = y^{1+2\ln x}$

$y = 2x \Rightarrow \frac{1}{(2x^2)^{2\ln x}} = 2x$

$\frac{1}{(2x^2)^{2\ln x}} = 2x \Rightarrow \frac{1}{4x^{4\ln x}} = 2x$

$\frac{1}{4x^{4\ln x}} = 2x \Rightarrow \frac{1}{x^{4\ln x}} = 8x$

$\frac{1}{x^{4\ln x}} = 8x \Rightarrow -3\log_2 2 = 1 + 4\ln x$

$8x \cdot x^{4\ln x} = 1$

$x^{1+4\ln x} = \frac{1}{8}$

$\begin{array}{r} 356 \\ -21 \\ \hline 335 \\ -21 \\ \hline 314 \\ -21 \\ \hline 293 \end{array}$

$\begin{array}{r} 356 \\ -32 \\ \hline 324 \end{array}$

$\begin{array}{r} 356 \\ -156 \\ \hline 200 \end{array}$

$y^2 - (4+x)y + (8x - 2x^2) = 0$

$D = 16 + 8x + x^2 - 32x + 8x^2 = 9x^2 - 24x + 16 = (3x-4)^2$

$y = \frac{(4+x) \pm (3x-4)}{2} = \begin{cases} 4+x-3x+4 \\ 4+x+3x-4 \end{cases} = \begin{cases} 8-2x \\ 4+4x \end{cases}$

$\log_2 \frac{1}{8} = 1 + 4\log_2 x$

$-3\log_2 2 = 1 + 4\log_2 x$

$8x \cdot x^{4\ln x} = 1$

$x^{1+4\ln x} = \frac{1}{8}$

$$\cos 9x - \cos 5x = 52 \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$$

$$-2 \sin 7x \sin 2x - 52 \cos^2 2x + 52 \sin^2 2x + 2 \sin 7x \cos 2x = 0$$

$$2 \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) - 52 (\cos 2x - \sin 2x) (\cos 2x + \sin 2x) = 0$$

$$\cos 2x - \sin 2x = 0$$

$$2 \sin 7x - 52 \cos 2x + 52 \sin 2x = 0 \quad (*)$$

$$(*) \quad 2 \sin 7x - 52 \sin \left(\frac{\pi}{4} + 2x \right) = 0$$

$$2 \sin \left(\frac{5x}{2} - \frac{\pi}{8} \right) \cos \left(8x + \frac{\pi}{8} \right) = 0$$

$$9261: 1, 3, 9,$$

$$(x^2 y^4)^{\ln x} = y^{\ln \left(\frac{y}{x^2} \right)}$$

$$\frac{x^{-2 \ln x}}{y^{4 \ln x}} = \frac{y}{y^{2 \ln x}}$$

$$\frac{x^{-2 \ln x}}{y^{4 \ln x}} = \frac{y}{y^{2 \ln x}}$$

$$\frac{1}{(x y^2)^{2 \ln x}} = y$$

$$\frac{1}{(x y^2)^{2 \ln x}} = y$$

$$\frac{1}{(x y^2)^{2 \ln x}} = 2x \Rightarrow \frac{1}{4x^{2 \ln x}} = 2x \Rightarrow 1 = 8x \cdot x^{2 \ln x}$$

$$\frac{x^{-2 \ln x}}{y^{4 \ln x}} = \frac{y}{y^{2 \ln x}}$$

$$x^{-2 \ln x} = y^{1-2 \ln x}$$

$$x^{-2 \ln x} = (2x)^{1-2 \ln x}$$

$$(x^2 y^4)^{-\ln x} = \frac{1}{x^{2 \ln x} \cdot y^{4 \ln x}}$$

$$y^{\ln \frac{y}{x^2}} = y^{\ln y \cdot \ln x^2} = \frac{y^{\ln y}}{y^{2 \ln x}}$$

$$\frac{1}{x^{2 \ln x} \cdot y^{4 \ln x}} = \frac{y^{\ln y}}{y^{2 \ln x}}$$

$$\frac{1}{x^{2 \ln x}} = \frac{y^{\ln y}}{y^{2 \ln x}}$$

$$\frac{1}{x^{2 \ln x}} = \frac{2x^{\ln 2x}}{(2x)^{2 \ln x}}$$

$$\frac{1}{x^{2 \ln x}} = (2x)^{\ln 2x - 2 \ln x} = 2x^{\ln 2x - 2 \ln x} = (2x)^{\ln \frac{2x}{x^2}} = (2x)^{\ln \frac{2}{x}} = (2x)^{\ln 2 - \ln x}$$

$$\cos 9x - \cos 5x = 2 \sin \frac{9x+5x}{2} \sin \frac{9x-5x}{2}$$

$$= -2 \sin 7x \sin 2x$$

$$\sin 9x + \sin 5x = 2 \sin \frac{9x+5x}{2} \cos \frac{9x-5x}{2}$$

$$= 2 \sin 7x \cos 2x$$

$$\cos 2x + \sin 2x = \sqrt{2} \sin \left(\frac{\pi}{4} + 2x \right)$$

$$\sin 7x - \sin \left(\frac{\pi}{4} + 2x \right) = 2 \sin \frac{7x - \frac{\pi}{4} - 2x}{2} \cdot \cos \frac{7x + \frac{\pi}{4} + 2x}{2} =$$

$$= 2 \sin \left(\frac{5x}{2} - \frac{\pi}{8} \right) \cos \left(8x + \frac{\pi}{8} \right)$$

$$\begin{array}{r} 9261 \overline{) 6} \\ \underline{54} \\ 32 \\ \underline{30} \\ 20 \\ \underline{18} \\ 26 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9261 \overline{) 9} \\ \underline{81} \\ 1161 \\ \underline{1089} \\ 72 \\ \underline{63} \\ 91 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9261 \overline{) 12} \\ \underline{9} \\ 36 \\ \underline{36} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9261 \overline{) 18} \\ \underline{18} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9261 \overline{) 27} \\ \underline{27} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9261 \overline{) 3} \\ \underline{3} \\ 0 \end{array}$$

$$9261: 1, 3, 9,$$

$$\frac{\ln 2}{\ln 4} = \frac{\ln 2}{\ln 2^2} = \frac{\ln 2}{2 \ln 2}$$

$$\begin{array}{r} 9261 \overline{) 3} \\ \underline{3} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9261 \overline{) 9} \\ \underline{9} \\ 0 \end{array}$$

$$9261: 1, 9,$$

$$\begin{array}{r} 9261 \overline{) 27} \\ \underline{27} \\ 0 \end{array}$$

$$7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 9$$

$$\ln x = \log_2 (2^{\ln x} \cdot x^{\ln x})$$

$$\ln x = \log_2 2^{\ln x} + \log_2 x^{\ln x}$$

$$1 + 4 \ln x = \log_2 \frac{1}{8}$$

$$1 + 4 \ln x = -3 \log_2 2$$

$$1 + 4 \ln x = -3 \frac{\ln 2}{\ln x}$$

$$\text{пусть } \ln x = t$$

$$1 + 4t = -3 \frac{\ln 2}{t} \quad | \cdot t$$

$$t + 4t^2 + 3 \ln 2 = 0$$

$$D = 1 - 4 \ln 2$$

$$t = \ln x = \log_2 (2^{\ln x} \cdot x^{\ln x})$$

$$\log_x \frac{1}{8} = \ln x^4 \Rightarrow x = \left(\frac{1}{8} \right)^{\frac{1}{4 \ln x}}$$

$$\log_x \frac{1}{8} = \ln x^4$$

$$\frac{\log_x \frac{1}{8}}{\ln x^4} = 1$$

$$\ln x = \ln 2 \log_2 2x$$

$$\ln x = \ln 2 + \log_2 x$$

$$(9x)^{\ln 2} = 2^{\ln x}$$

$$\ln x = (\log_2 9x)^{\ln 2}$$

$$\frac{1}{x^{2 \ln x}} = \frac{(9x)^{\ln 2}}{(9x)^{2 \ln x}} \Rightarrow \frac{1}{x^{2 \ln x}} = \frac{1}{9^{\ln x}} = \frac{(9x)^{\ln 2}}{9^{\ln x}}$$

$$\frac{1}{x^{2 \ln x}} = \frac{(9x)^{\ln 2}}{(9x)^{2 \ln x}} \Rightarrow \frac{1}{x^{2 \ln x}} = \frac{1}{9^{\ln x}} = \frac{(9x)^{\ln 2}}{9^{\ln x}}$$

$$\frac{1}{x^{2 \ln x}} = \frac{(9x)^{\ln 2}}{(9x)^{2 \ln x}} \Rightarrow \frac{1}{x^{2 \ln x}} = \frac{1}{9^{\ln x}} = \frac{(9x)^{\ln 2}}{9^{\ln x}}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$9261 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7$$

$$3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7$$

$$9261 = 1, 9, 9$$

Из чисел от 1 до 94 9261: 1, 3, 7, 9

Из чисел от 1 до 94 1029: 1, 3, 7

Из чисел от 1 до 94 147: 1, 3, 7

$$9261 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \quad (1)$$

$$= 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \quad (2)$$

$$33377711$$

$$\begin{matrix} 3-3 \\ 7-3 \\ 1-2 \end{matrix}$$

$$\text{кол-во} = \frac{8!}{2! \cdot 3! \cdot 2!}$$

$$3977711$$

$$\begin{matrix} 3-1 \\ 3-1 \\ 7-3 \\ 1-2 \end{matrix}$$

$$\text{кол-во} = \frac{8!}{1! \cdot 1! \cdot 3! \cdot 3!}$$

$$\frac{3 \cdot 2^{38} - 3 \cdot 2^{37}}{2^{38} - 1} = \frac{3 \cdot 2^{37}}{2^{38} - 1} - \frac{3 \cdot 2^{37}}{2^{38} - 1}$$

$$\frac{\frac{3}{2} \cdot 2^{34} - \frac{3}{2}}{2^{34} - 1} + \frac{\frac{3}{2}}{2^{34} - 1}$$

$$\frac{\frac{3}{2} \cdot 2^{34} - \frac{3}{2}}{2^{34} - 1} + \frac{\frac{3}{2}}{2^{34} - 1} - \frac{3 \cdot 2^{37}}{2^{38} - 1} \approx \frac{3}{2} \quad (\text{здесь левее})$$

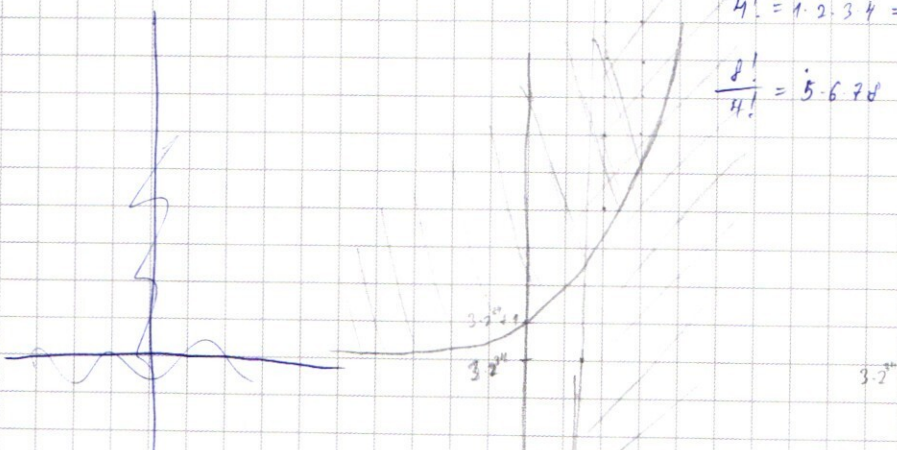
$$\begin{array}{r} 147 \overline{) 3} \\ \underline{12} \\ 27 \end{array}$$

$$147$$

$$4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 6 \cdot 4 = 24$$

$$\frac{8!}{4!} = 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8$$

$$\begin{array}{r} \times 30 \\ 7 \\ \hline \times 210 \\ 8 \\ \hline 1680 \end{array}$$

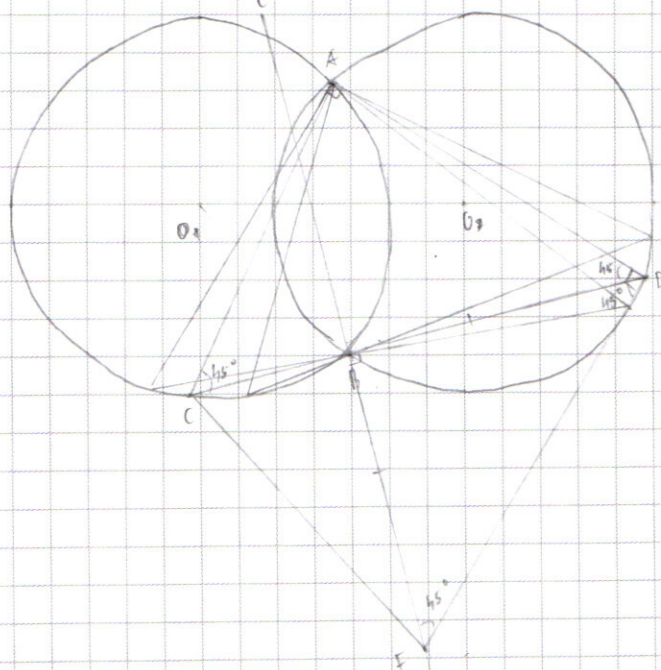
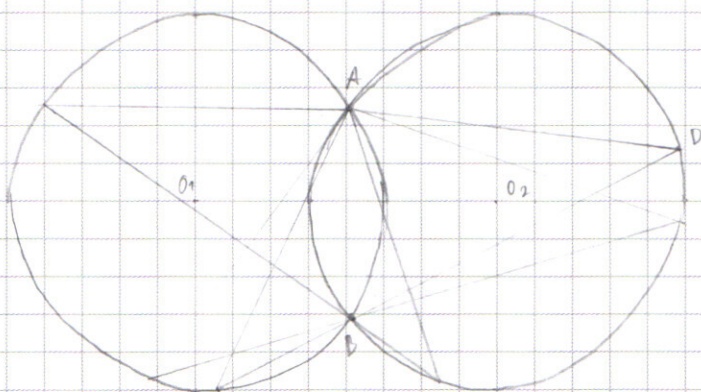
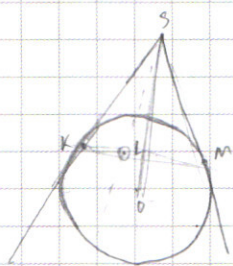


$$2^x + 3 \cdot 2^{34}$$

$$76 + (2^{38} - 2)x$$

$$3 \cdot 2^{34} = 76 + (2^{38} - 1)x \Rightarrow 2(2^{34} - 1)x = 3 \cdot 2^{34} - 76$$

$$x = \frac{3 \cdot 2^{34} - 76}{2(2^{34} - 1)} = \frac{3 \cdot 2^{32} - 38}{2^{32} - 1}$$





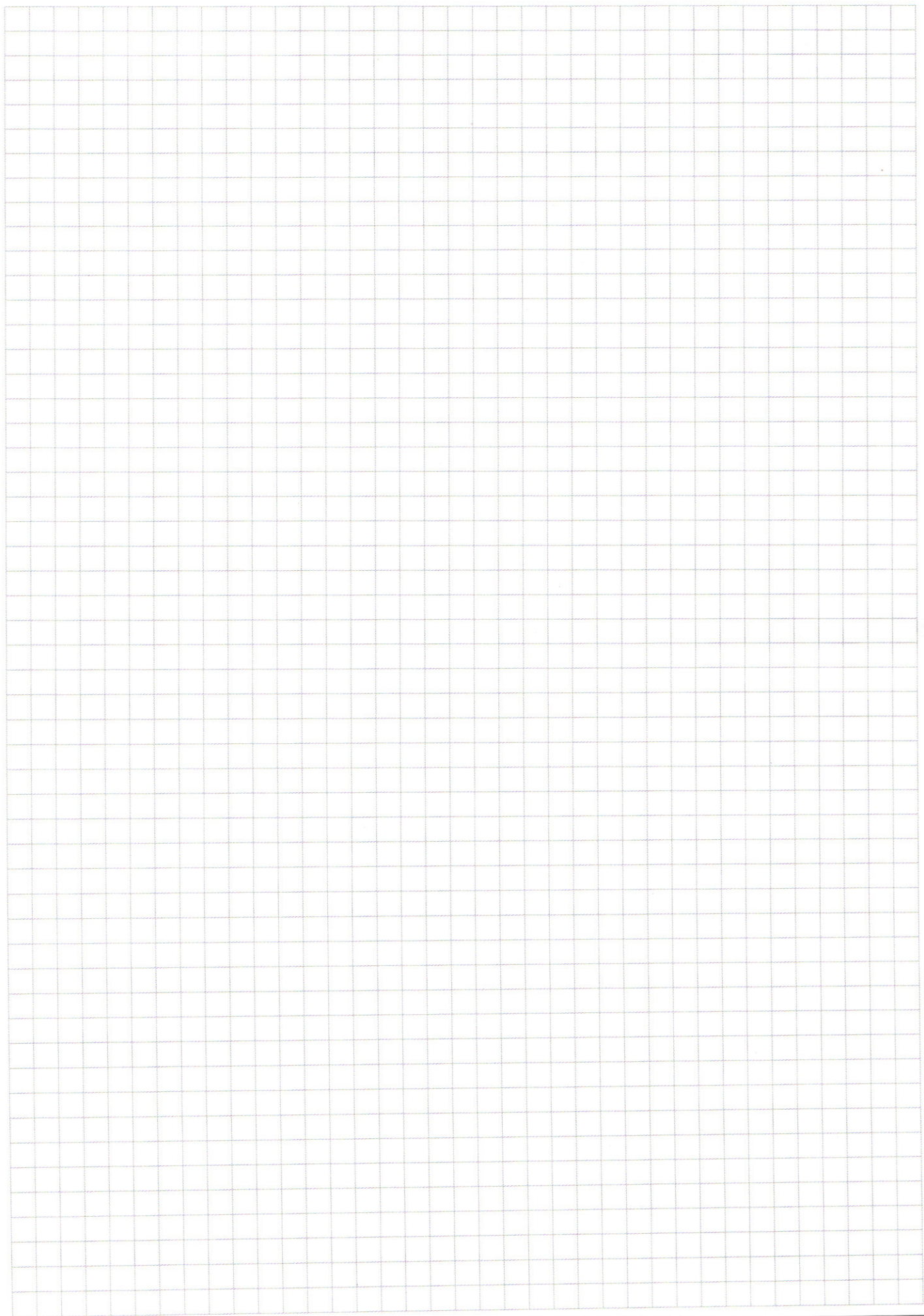
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)