МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МА

11 класс

ВАРИАНТ 7 ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 9261. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2}\cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$.

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (x^2y^4)^{-\ln x} = y^{\ln\left(y/x^7\right)}, \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения трёхгранного угла плоскостью KLM, если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO, равны 1 и 16.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, при которых система

$$\begin{cases} |x+y+5| + |y-x+5| = 10, \\ (|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 10 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD = 90°$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF.

   б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 12$. Найдите площадь треугольника ACF.

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y), удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geqslant 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2\left(2^{32} - 1\right)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

© МФТИ, 2020

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1 Заметим, что $9261 = 3^3 \cdot 7^3 \Rightarrow$ возможны 2 варианта:

1) Число состоит из $\{3; 3; 3; 7; 7; 7; 1; 1\}$
2) Число состоит из $\{9; 3; 7; 7; 7; 1; 1; 1\}$

(других вариантов нет, т.к. $3 \cdot 7$ - не цифра, $7 \cdot 7$ - не цифра)

Итого 1) $C_8^3 \cdot C_5^3 = \frac{8!}{3! \cdot \cancel{5!}} \cdot \frac{\cancel{5!}}{3! \cdot 2!} = \frac{8!}{3! \cdot 3! \cdot 2!}$

2) $C_8^3 \cdot C_5^1 \cdot C_4^1 = \frac{8!}{3! \cdot 5!} \cdot \frac{5!}{1! \cdot 4!} \cdot \frac{4!}{1! \cdot 3!} = \frac{8!}{3! \cdot 3!}$

$$\frac{8!}{2! \cdot 3! \cdot 3!} + \frac{8!}{3! \cdot 3!} = \frac{8! (1 + 2!)}{3! \cdot 3!} = \frac{2 \cdot 8!}{3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2} = \frac{8!}{18}$$

№2 Известно, что

$$\left.\begin{aligned} 2\cos\alpha \cdot \cos\beta &= \cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta) \\ -2\sin\alpha \cdot \sin\beta &= \cos(\alpha+\beta) - \cos(\alpha-\beta) \\ 2\sin\alpha \cdot \cos\beta &= \sin(\alpha+\beta) + \sin(\alpha-\beta) \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

пусть $\alpha = 7x$ $\beta = 2x$, тогда

$\Rightarrow$ $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2}\cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$

$-2\sin 7x \cdot \sin 2x - \sqrt{2}\cos 4x + 2\sin 7x \cdot \cos 2x = 0$

$2\sin 7x(\cos 2x - \sin 2x) = \sqrt{2}\cos 4x$

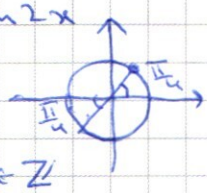
$2\sin 7x(\cos 2x - \sin 2x) = \sqrt{2}(\cos^2 2x - \sin^2 2x)$

$(\cos 2x - \sin 2x)(2\sin 7x - \sqrt{2}(\cos 2x + \sin 2x)) = 0$

1) $\cos 2x = \sin 2x$

$2x = \pi k + \frac{\pi}{4}$

$x = \frac{\pi k}{2} + \frac{\pi}{8}$ $k \in \mathbb{Z}$

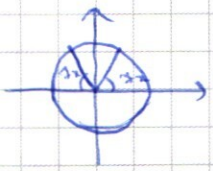


2) $2\sin 7x = \sqrt{2}(\cos 2x + \sin 2x)$

$2\sin 7x = 2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\cos 2x + \frac{\sqrt{2}}{2}\sin 2x\right)$

$\sin 7x = \sin\frac{\pi}{4} \cdot \cos 2x + \cos\frac{\pi}{4} \cdot \sin 2x$

$\sin 7x = \sin\left(\frac{\pi}{4} + 2x\right)$



$\left[\begin{aligned} 7x &= 2x + \frac{\pi}{4} + 2\pi k \\ 7x &= (2k+1)\pi - 2x - \frac{\pi}{4} \end{aligned}\right.$

$\left[\begin{aligned} 5x &= 2\pi k + \frac{\pi}{4} \\ 9x &= 2\pi k + \pi - \frac{\pi}{4} \end{aligned}\right.$

$\left[\begin{aligned} x &= \frac{2\pi k}{5} + \frac{\pi}{20} \\ x &= \frac{2\pi k}{9} + \frac{\pi}{9} - \frac{\pi}{36} \end{aligned}\right.$ $k \in \mathbb{Z}$

(Ответ обведён)

№5

Начертим график (квадрат)

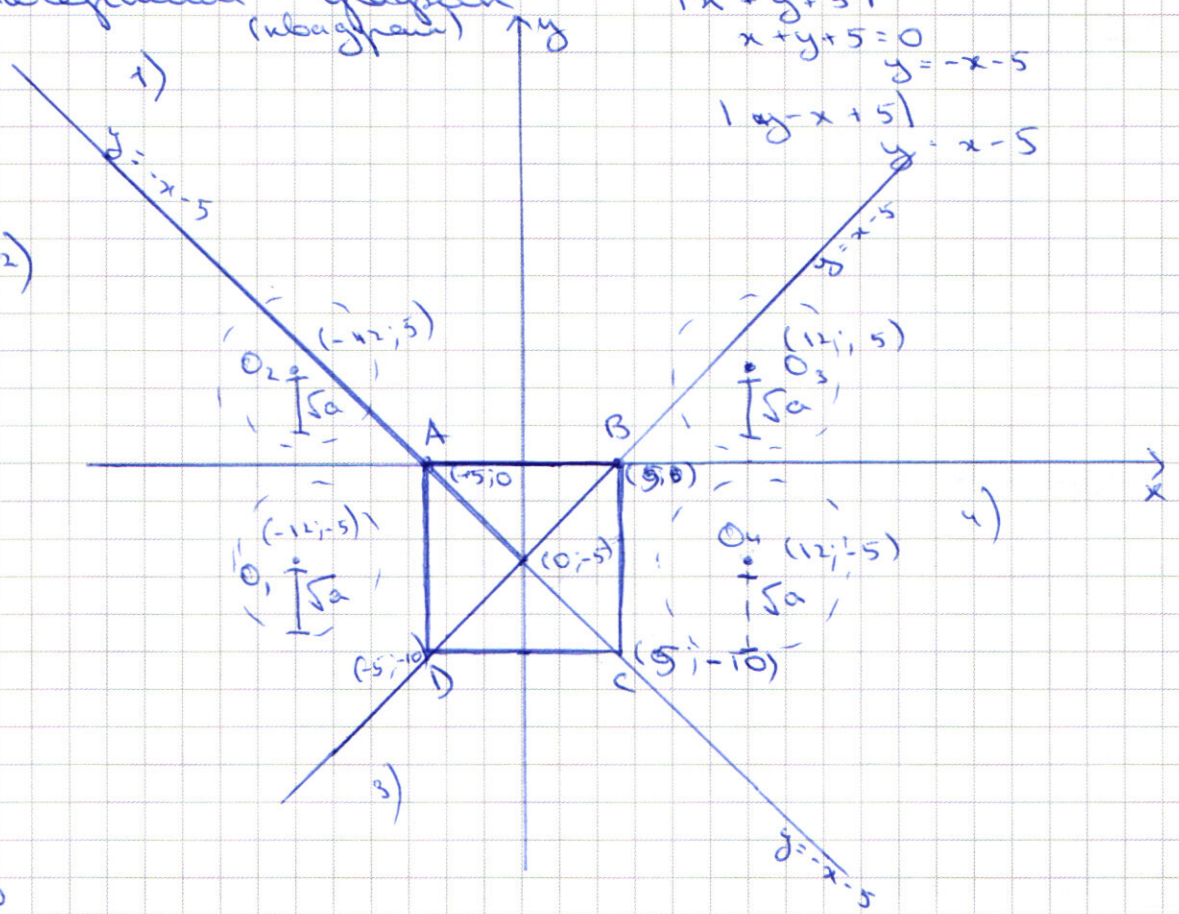
$|x+y+5|$

$x+y+5=0$

$y=-x-5$

$|y-x+5|$

$y=x-5$



1) $y=0$

2) $-x-\cancel{y}-\cancel{5}+\cancel{y}-x+\cancel{5}=10$

$x=-5$

3) $-x-y-5-y+x-5=10$

$y=-10$

4) $x+\cancel{y}+\cancel{5}-\cancel{y}+x-\cancel{5}=10$

$x=5$

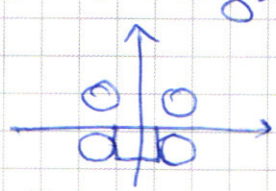
Обозначим $O_1; O_2; O_3; O_4$ – центры окр. и $A; B; C; D$ – вершины квадрата

1. Заметим, что график симметричен относительно Oy => если с одной стороны >1 пересеч. с квадратом, то с другой тоже и => всего >2 пересеч. => с каждой стороны 1 пересеч.

2) Найдём расст. между O_3 и B $\sqrt{5^2+7^2}=\sqrt{25+49}=\sqrt{74}$

и расст. между O_4 и BC $=7$

$7<\sqrt{74}$ => ~~[illegible]~~ наша окружн.



$\sqrt{a}=\cancel{\sqrt{7}}$

(~~[illegible]~~

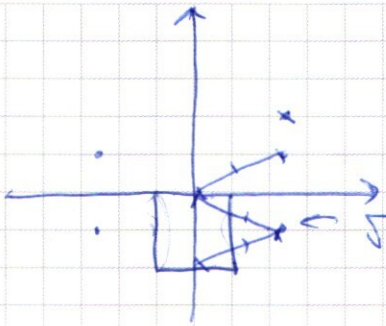
☐ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

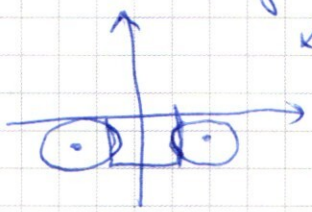
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

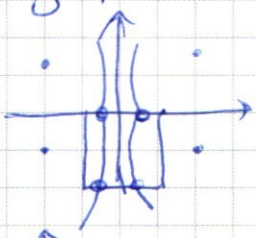


$\sqrt{144+25}=13$

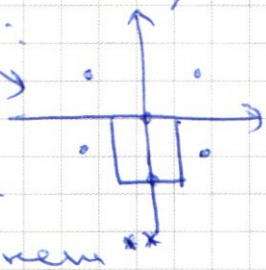
~ $\sqrt{a} \in (\sqrt{7}; \sqrt{74})$ не подх, т.к. 4 пересеч.



~ $\sqrt{a} > \sqrt{74}$, но $\sqrt{a} < \sqrt{13}$ не подх, т.к. 4 пересеч

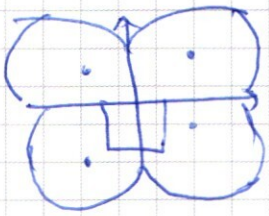


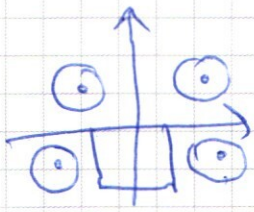
$\sqrt{a} = \sqrt{13}$ подходит.



$\sqrt{a} > \sqrt{13}$ – корней нет *

$\sqrt{a} < \sqrt{7}$ корней нет **

* 

** 

$\Downarrow$

~~$a=\sqrt{13}$~~
~~$a=\sqrt{74}$~~

$a=169$
$a=49$

№3

$$\begin{cases} (x^2y^4)^{-\ln x} = y^{\ln\left(\frac{y}{x^4}\right)} \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0 \end{cases}$$

$y^2 - y(x+4) + 8x - 2x^2 = 0$ (относительно y)

$x^2 + 8x + 16 - 4(8x - 2x^2) = x^2 + 8x + 16 - 4\cdot 8x + 8x^2 =$
$= 9x^2 - 3\cdot 8x + 16 = (3x-4)^2$

$$y = \frac{\pm\sqrt{(3x-4)^2} + x + 4}{2} = \frac{\pm|3x-4| + x + 4}{2} = \frac{\pm(3x-4) + x + 4}{2}$$

$$y = 2x \qquad y = \frac{-2x+8}{2} = -x+4$$

1) $y = 2x$

$$(16x^6)^{-\ln x} = \left(\frac{2}{x^2}\right)^{\ln}$$

$$(16x^6)^{-\ln x} = (2x)^{\ln\left(\frac{2}{x^6}\right)}$$

$$(16x^6)^{-\ln x} = (2x)^{\ln 2 - 6\ln x}$$

$$16^{-\ln x} \cdot \cancel{x^{-6\ln x}} = 2^{\ln 2 - 6\ln x} \cdot x^{\ln 2} \cdot \cancel{x^{-6\ln x}}$$

$$2^{-4\ln x} = 2^{\ln 2} \cdot 2^{-6\ln x} \cdot x^{\ln 2}$$

$$2^{2\ln x} = 2^{\ln 2} \cdot x^{\ln 2}$$

$$2^{2\ln x} = 2^{\ln 2} \cdot 2^{\ln x}$$

$$2\ln x = \ln 2 + \ln x$$

$$\ln x = \ln 2 \qquad x = 2$$

$$y = 4$$

2) $y = 4 - x$

$$x^{-2\ln x} \cdot (4-x)^{-4\ln x} = (4-x)^{\ln(4-x)} \cdot (4-x)^{-7\ln x}$$

$$x^{2\ln x} = (4-x)^{-4\ln x - \ln(4-x) + 7\ln x}$$

$$x^{2\ln x} = (4-x)^{3\ln x - \ln(4-x)}$$

$x = 2$ подходит

на $(0;2)$ $\quad x < 4 - x$

$$2\ln x < 3\ln x - \ln(4-x)$$

на $(2;4)$ $\quad x > 4 - x$

$$2\ln x > 3\ln x - \ln(4-x)$$

$\Downarrow$

единственные корни:

$(2;2)$

$(2;4)$

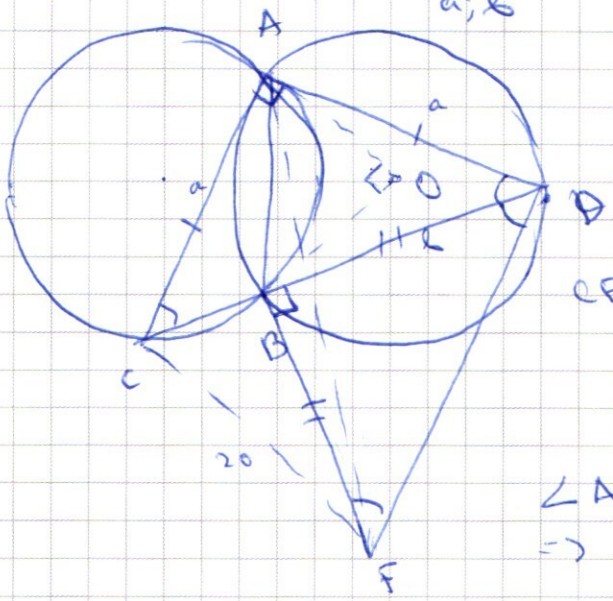
☐ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№6 а)

Обозначим $a; b$



$\angle ADC = \angle ACD$ (т.к. опир. на 1 хорду в равн. опир.) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle ADC = 45^\circ = \angle ACD$

(по т. Пифагора)

$CF = \sqrt{b^2 + (\sqrt{2}a - b)^2} =$

$= \sqrt{b^2 + 2a^2 + b^2 - 2\sqrt{2}ab} =$

$= \sqrt{2b^2 + 2a^2 - 2\sqrt{2}ab}$

$\angle AOB = 90^\circ = 2\angle ADC \Rightarrow$ (т.к. центр.)

$\Rightarrow AB = \sqrt{2}\,10 = \sqrt{100+100} \Rightarrow$

$\Rightarrow$ ~~$\angle ABD = 45^\circ$~~

$2 \cdot 100 = a^2 + b^2 + 2\cos 45\, ab =$

$= a^2 + b^2 + \sqrt{2}ab = 2 \cdot 100$

(по т. косинусов) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \sqrt{2a^2 + 2b^2 + \sqrt{2}ab} = \sqrt{2}\cdot 10 = 20$

б) $BC = 12 \Rightarrow BF = \sqrt{400 - 144} = \sqrt{256} = 16 = b$

$CD = 28 \quad a = \frac{28}{\sqrt{2}} \quad FD = \sqrt{2}\cdot 16 \Rightarrow$

$\Rightarrow AF = \sqrt{a^2 + 2b^2} = \sqrt{2\cdot 16^2 + \frac{28^2}{2}} = \sqrt{2\cdot 16^2 + 28\cdot 14} =$

($\angle ADF = 90$

$= 2\sqrt{128 + 2\cdot 49} =$

$= 2\sqrt{128 + 98} = 2\sqrt{226}$

Посчитаем по формуле Герона

$S_{AFC} = \sqrt{p(p-a)(p-20)(p-2\sqrt{226})} =$

$= \sqrt{p\left(p - \frac{28}{\sqrt{2}}\right)(p-20)(p-2\sqrt{226})}$

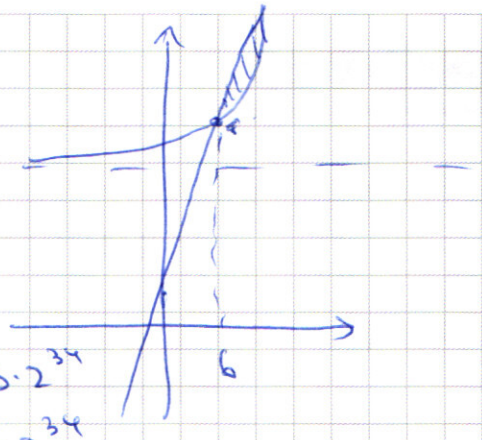
$p = \frac{\frac{28}{\sqrt{2}} + 20 + 2\sqrt{226}}{2}$

(Закончилось время) осталось дочитать

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

№ 7

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3\cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32}-1)x \end{cases}$$



Заметим, что при $x = 6$

$$2^x + 3\cdot 2^{34} = 64 + 3\cdot 2^{34}$$

$$76 + 2(2^{32}-1)x = 64 + 3\cdot 2^{34}$$

~~№4 Известно, что~~ $\cancel{v = \frac{3V}{S_{пов}}}$

☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$2\cos\alpha\cdot\cos\beta = \cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta)$

$\cancel{\cos\alpha}\,2\sin\alpha\cdot\sin\beta = -\cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta)$

$= -\cos\alpha\cdot\cos\beta + \sin\alpha\cdot\sin\beta$ $\qquad \cos\alpha\cdot\cos\beta + \sin\alpha\cdot\sin\beta$

$\cos(\alpha-\beta) - \cos(\alpha+\beta) = 2\sin\alpha\cdot\sin\beta$

$\cos(\underset{7x+2x}{\alpha+\beta}) - \cos(\underset{7x-2x}{\alpha-\beta}) = -2\sin\alpha\cdot\sin\beta = -2\cdot\sin 7x\cdot\sin 2x$

$2\sin\alpha\cdot\cos\beta = \sin(\alpha+\beta) + \sin(\alpha-\beta)$

$\sin\alpha\cdot\cos\beta + \cancel{\cos\alpha\cdot\sin\beta}$ $\qquad \sin\alpha\cdot\cos\beta - \cos\alpha\cdot\sin\beta$

$\sin(7x+2x) + \sin(7x-2x) = 2\sin 7x\cdot\cos 2x$

$2\sin 7x\cdot\cos 2x - 2\sin 7x\cdot\sin 2x = \sqrt{2}\cos 4x$

$2\sin 7x(\cos 2x - \sin 2x) = \sqrt{2}(\cos^2 2x - \sin^2 2x)$

$(\cos 2x - \sin 2x)(2\sin 7x - \sqrt{2}\cos 2x - \sqrt{2}\sin 2x) = 0$

$A\cos\alpha + B\sin\alpha = \sqrt{A^2+B^2}\left(\frac{A}{\sqrt{A^2+B^2}}\cos\alpha + \frac{B}{\sqrt{A^2+B^2}}\sin\alpha\right)$

$2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\cos 2x + \frac{\sqrt{2}}{2}\right.$

$\frac{a}{a\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

№5

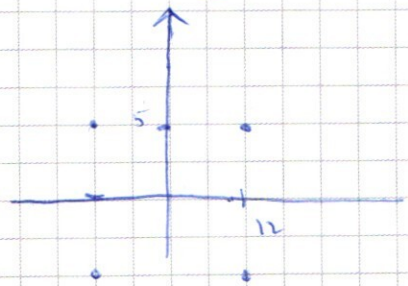
$\begin{cases} |x+y+5| + |y-x+5| = 10 \\ (|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = a \end{cases}$ $\qquad |x+y+5| + |y-x+5| = 10$

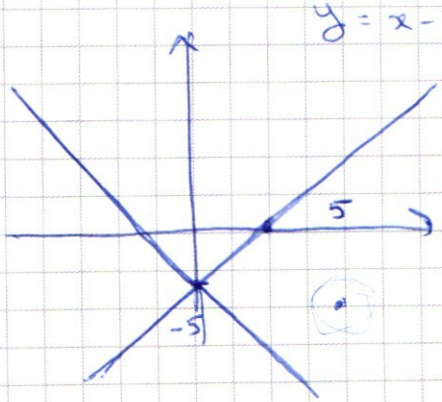
1) $x, y = 0$

$x+y+5=0$

$y = -5-x$

$y = x-5$



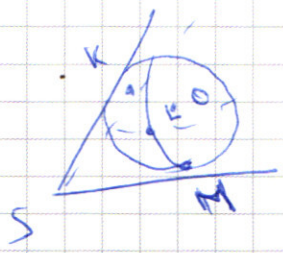


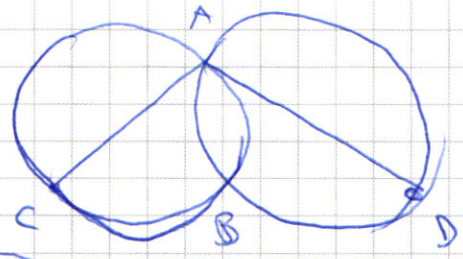
☐ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

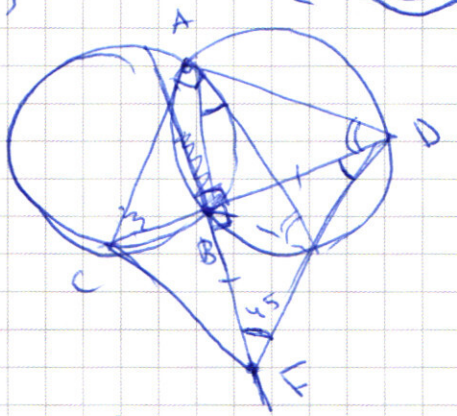
Страница №__

(Нумеровать только чистовики)





$(|x|-1)^2+|(y|-5)^2$



$(x^2y^4)^{-\ln x}=y^{\ln(y/x^4)}$

$x^{-2\ln x}\cdot y^{-4\ln x}=y^{\ln y-7\ln x}$

$x^{-2\ln x}\cdot y^{-4\ln x}=y^{\ln y}\cdot y^{-7\ln x}\ \Big|\cdot y^{7\ln x}$

$x^{-2\ln x}\cdot y^{3\ln x}=y^{\ln y}$

$y^{3\ln x}\cdot y^{-\ln y}=x^{2\ln x}$

$e^{3\ln y\cdot\ln x}\cdot e^{-\ln^2 y}=e^{2\ln^2 x}$

$3\ln y\cdot\ln x-\ln^2 y=2\ln^2 x$

$\begin{cases}2\ln^2 x+\ln^2 y=3\ln y\cdot\ln x\\ \ln y\end{cases}$

-4

$(y-2)^2=2(x-2)^2-8+xy$

$(y-2)^2=(x-2)^2-4+xy$

$(y-2)^2-(x-2)^2=xy-4$

$(y-2-x+2)(y+x-4)$

$(y-x)(y+x-4)=xy-4$

☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~~9261 = 9·1029 = 9·9·43~~ ~~17 3 = 49 · 7 6 8~~

9261 = 9·1029 = 9·3·343

$3^3 \cdot 7^3$ $7 \cdot 49 = 3^8 \cdot 3^{23}$

1) Числа сокр. из 333777111
2) Числа сокр. из 93777

$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2}\cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$

$\cos 9x = \cos 5x \cdot \cos 4x - \sin 5x \cdot \sin 4x$
$\sin 9x = \sin 5x \cdot \cos 4x - \cos 5x \cdot \sin 4x$

$\cos 5x \cdot \cos 4x - \sin 5x \cdot \sin 4x - \cos 5x - \sqrt{2}\cos 4x + \cancel{\sin 9x +}$
$+ \sin 5x \cdot \cos 4x - \cos 5x \cdot \sin 4x + \sin 5x = 0$

$\cos 4x(\cos 5x - \sqrt{2} + \sin 5x) + \sin 4x(+\sin 5x + \cos 5x) =$
$= (\sin 5x - \cos 5x)$

$(\sin 5x + \cos 5x)(\cos 4x - \sin 4x) = \sqrt{2}\cos 4x + \sin 5x + \cos 5x$

$\cos 9x - \cos 5x = 2\cos 7x \cdot$

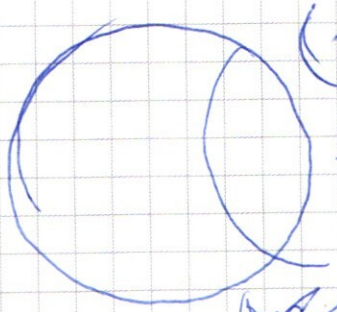
$x = 1$

$2 \times 3 \cdot 2^{34}$
$7 \cdot 6 + 2^{34}$

$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2} \cdot \cos\frac{\alpha-\beta}{2}$

$\sin 9x + \sin 5x = 2\sin 7x \cdot \cos 2x$
$\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\frac{\alpha+\beta}{2} \cdot \sin\frac{\alpha-\beta}{2}$

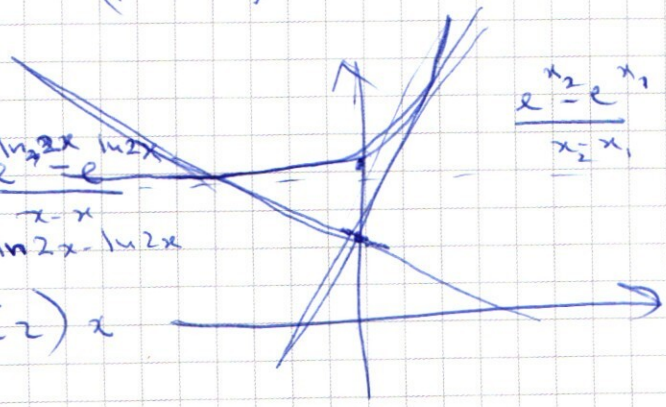
$\sin\frac{\alpha+\beta}{2} \cdot \sin\frac{\alpha-\beta}{2}$ $\cos\left(\beta - \frac{\beta-\alpha}{2}\right) = \cos\frac{2\beta-\beta+\alpha}{2} = \cos\frac{\beta+\alpha}{2}$



$(2^x)'$

$\frac{2^{x_1} - 2^{x_2}}{x_1 - x_2} = \frac{e^{\ln 2x} - e^{\ln 2x}}{x - x}$
$\ln 2x - \ln 2x$

$\frac{e^{x_2} - e^{x_1}}{x_2 - x_1}$



$(2^{52} - 2)x$

☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

$(x^2y^4)^{-\ln x} = y^{\ln\left(\frac{y}{x^2}\right)}$

$(x^2)^{-\ln x}\cdot(y^4)^{-\ln x} = y^{\ln y}$

$(x^{-2\ln x})\cdot(y^{-4\ln x}) = y^{\ln y - \ln x^2} = y^{\ln y}\cdot y^{-3\ln x} \quad \Big|\cdot y^{4\ln x}$

$(x^{-2\ln x}) = y^{\ln y}\cdot y^{3\ln_2 x}$ $\quad (e^{\ln^2 x})^{-2} = e^{\ln^2 y}\cdot y^{3\ln^2 y\cdot\ln x}$

$x^{3\ln y}$

$\frac{r_1}{r_2} = \frac{V_1}{V_2}\cdot\frac{2S_1}{2S_2}$

$\frac{r_1}{r_2} =$

$y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0 \quad (y-2)^2 - 4 - 2(x-2)^2 + 8 = xy$

$(y-2)^2 - 2(x-2)^2$

$2x^2 + x(y-8) + 4y - y^2 = 0$

$D = y^2 - 16y + 64 + 8(y^2 - 4y) = 9y^2$

$-2\ln^2 x = \ln^2 y + 3\ln y\cdot\ln x$

$y_1^2 - 2x_1^2 + 4 = (y_1+2)(x_1+2) \quad (\ln x + \ln y)^2 + \ln x + \ln x\cdot\ln y$

$y_1^2 - 2x_1^2 + 4 = x_1y_1 + 2x_1 + 2y_1 + 4$

$\sin\alpha\cdot\sin\beta = -\cos(\alpha+\beta)$

$y_1^2 - x_1^2 - x_1^2 - x_1y_1 - 2x_1 - 2y_1$

$y_1(y_1 - x_1 \qquad x_1(x_1 + y_1 + 2)$

$2\cos\alpha\cdot\cos\beta = \cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta)$

$\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2} = \cos\alpha + \cos\beta$

$\cos\alpha - \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$

$\cos\frac{\alpha+\beta}{2} = \cos\frac{\alpha}{2}\cdot\cos\frac{\beta}{2} - \sin\frac{\alpha}{2}\cdot\sin\frac{\beta}{2}$ $\quad \cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$

$\cos\frac{\alpha-\beta}{2} = \cos\frac{\alpha}{2}\cdot\cos\frac{\beta}{2} + \sin\frac{\alpha}{2}\cdot\sin\frac{\beta}{2}$

$\cos^2\frac{\alpha}{2}\cdot\cos^2\frac{\beta}{2} - \sin^2\frac{\alpha}{2}\cdot\sin^2\frac{\beta}{2} = \cos^2\frac{\alpha}{2}\cdot\cos^2\frac{\beta}{2} - \left(1-\cos^2\frac{\alpha}{2}\right)\sin^2\frac{\beta}{2} =$

$2\cos\alpha = 2\cos\alpha\cdot\cos 0$

$\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$

$\cos 90 - \cos 60 = -2\sin\frac{90+60}{2}\sin\frac{30}{2}$

$\sin 30 + 45\cdot\sin 15$

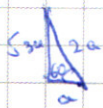
$\frac{1}{\sqrt{2}} \quad \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\cos 60 - \cos 30 = -2\sin 45\cdot\sin 15$

$\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2}} =$

$\sin 15$

$\sin 30 = \sin 15\cdot\cos 15$



$\cos 30 = 1 - 2\sin^2 15$

$= \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}$

$\sin^2 15 = 1 - \cos 30$

$\sin 15 = \sqrt{1-\cos 30} = \sqrt{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2}}$

☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$2 + 3\cdot 2^{34}$

$76 + 2^{34} - 4 = 72 + 2^{34}$

$2 + 3\cdot 2^{34} \vee 72 + 2^{34}$

$2 \quad >$

$\geq \qquad <$

$2^x + 3\cdot 2^{34} \vee 76 + (2^{33}-1)x$

$\cancel{2^x - (2^{33}-1)x \vee 4}$

64

2^6

$64 + 3\cdot 2^{34}$

$76 + 2^{34}\cdot 3 - 12$

6

7

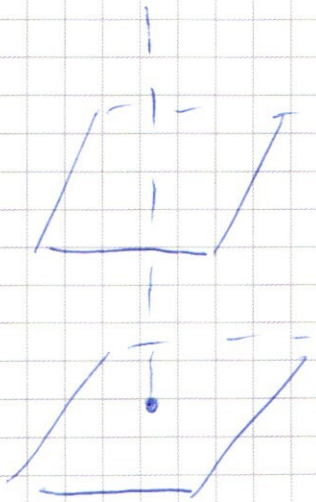
64

$128 + 3\cdot 2^{34} \geq$

$76 + 2^{34}\cdot 3 - 12 + 2^{33} - 2 \quad <$

$64 + 3\cdot 2^{34} + 2^{33} - 2$

$128 \vee 2^{33} - 2$



2^8

$256 + 3\cdot 2^{34}$

$76 + 2(2^{32}-1)8$

$76 + (2^{32}-1)x - 2^x + 3\cdot 2^{34}$

$\frac{x_2}{x_1}$

$3\cdot 2^{34} + 76 + 2\cdot 2^{32}x - 2x - 2^x < 0$

$2^{33}x \quad 2^{33} \quad 33 \quad 34$

$33 \qquad 2^{33}$

$(x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln y - 7\ln x}$

$x^{-2\ln x} \cdot y^{-4\ln x} = y^{\ln y} \cdot y^{-7\ln x}$

$x^{-2\ln x} \cdot y^{3\ln x} = y^{\ln y}$

$x^{2\ln x} = y^{3\ln x - \ln y}$

$x - 4$

2^{34}

y

$x = 7$

$128 + 3 \cdot 2^{34}$

$(4-x)$

$4 - x = y$

$x = 4 - y$

$((4-y)^2 (y^4))^{-\ln(4-y)} = y^{\ln\left(\frac{y}{(4-y)^7}\right)}$

$x^{-2\ln x} \cdot y^{-4\ln x} = y^{\ln\left(\frac{y}{x^7}\right)}$

$2^{34} \cdot 4$

$x^{-2\ln x} \cdot y^{-4\ln x} = y^{\ln y} \cdot y^{-7\ln x}$

$16 + 2^{33} \cdot x - 2x$

$x^{2\ln x} \cdot (4-x)^{-4\ln x} = \ln(4-x)^{4-x}$

$x^{2\ln x} = (4-x)^{3\ln x} \cdot (4-x)^{\ln 4-x}$

$x^{2\ln x} = (4-x)^{3\ln x - \ln 4-x}$

$\left(\frac{x}{4-x}\right)^{2\ln x} = (4-x)^{2\ln x - \ln(4-x)}$

$2^{2\ln 2} = 2^{3\ln 2 - \ln 2}$

$x > 2$

$x \in (0; 2)$

$(0; 1)$

$x < 4 - x$

$0; 2$

$x > 4 - x$

$2\ln x \qquad 3\ln x - \ln(4-x)$

☐ черновик ☐ чистовик

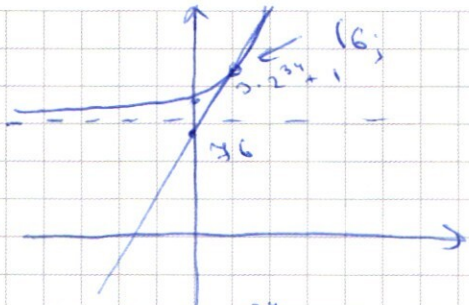
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3\cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32}-1)x \end{cases}$$



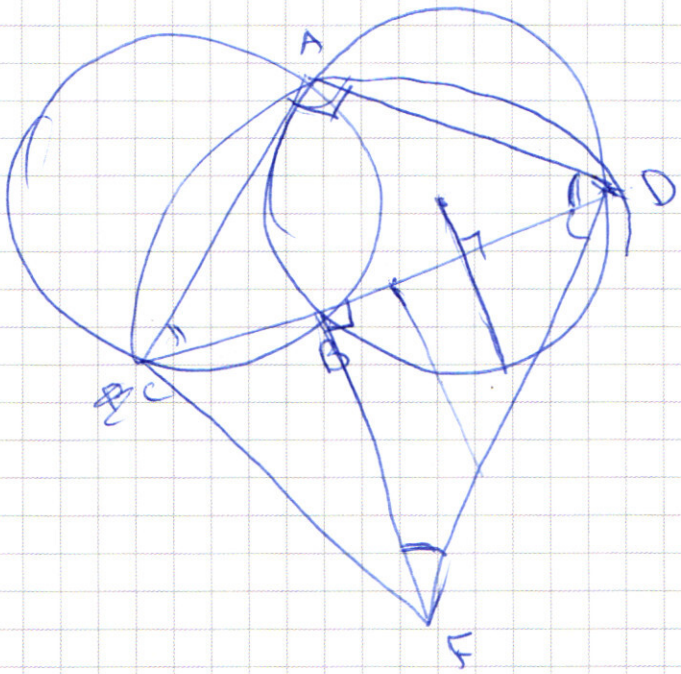
Заметим, что при $x = 6$

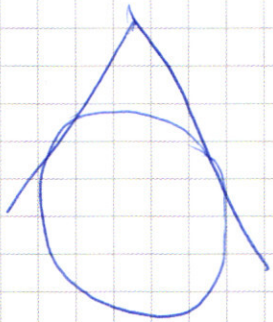
$2^6 + 3\cdot 2^{34} = 64 + 3\cdot 2^{34}$

$76 + 2(2^{32}-1)\cdot 6 = 76 + 3\cdot 2^{34} - 12 = 64 + 3\cdot 2^{34}$

№ 8

Проведем плоскость через SPOH и K (одна прямая)





$256 = 4 \cdot 64 =$

$V = \frac{3V}{S}$ $\frac{3V}{V} \cdot$

☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

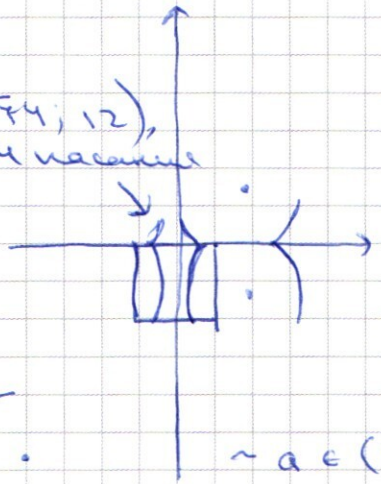
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

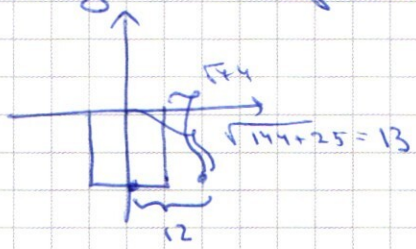
~ $a<\sqrt{7}$ не подходит, т.к. нет ни одного касания

~ $a\in[\sqrt{7};\sqrt{74}]$ не подх, т.к. с каждой стороны по 2 касания

~ $a>\sqrt{74}$:

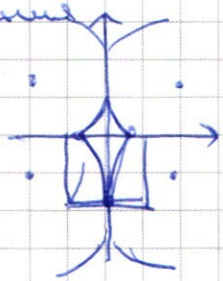
~ Если $a\in(\sqrt{74};12)$, то 4 касания





~ Если $a=12$

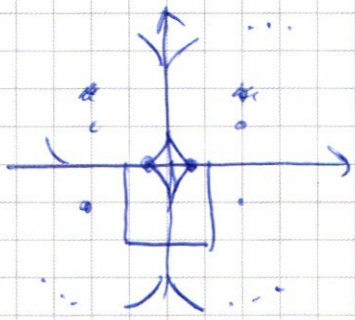
3 касания



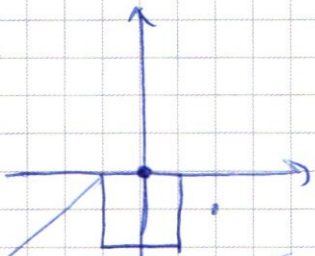
~ $a\in(12;13)$ 2 касания

$\Downarrow$

$a\in(12;13)$ подходит



~ $a=13$



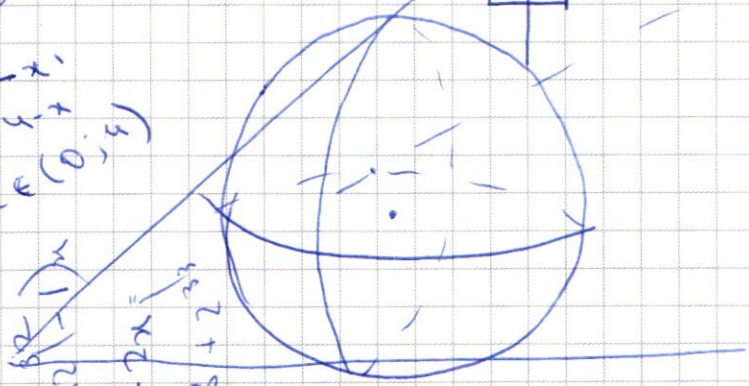
$y\geq 2^x+3\cdot 2^{\frac{34}{32}}$

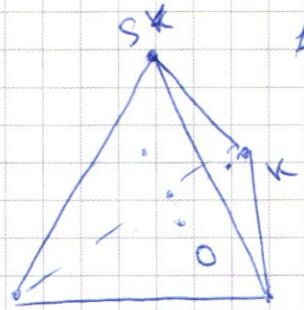
$y<7(+2(2$

$-x'$

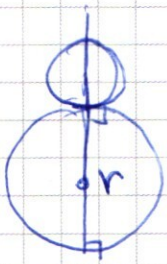
$4-x$

$x\in(0;4)$





r =



☐ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

$$(x^2y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^7)}$$

$$\left(\frac{1}{x^2y^4}\right)^{\ln x} = \left(\frac{y}{x^7}\right)^{\ln y}$$

$$y^2 - (x+4)y + 8x - 2x^2$$

$$D = x^2 + 8x + 16 + 8x^2 - 8\cdot 4x =$$

$$= 9x^2 - 8\cdot 3x + 16$$

$$(3x-4)^2$$

$$y = \frac{\pm(3x-4) + (x-4)}{2} = \begin{cases} \frac{4x-8}{2} = 2x-4 \\ \frac{-2x}{2} = -x \end{cases}$$

$$y^2 - (x+4)y + 8x - 2x^2$$

$$D = x^2 + 8x + 16 + 8x^2 - 8\cdot 4x =$$

$$= 9x^2 - 8\cdot 3x + 16 =$$

$$= (3x-4)^2$$

$$2(x^2-4) =$$

$$2x(x-2)(x+2)$$

$$2(x-2)$$

$$\left(x^2(2x-4)^{-4}\right)^{-\ln x} = (2x-4)$$

$$x^{-2\ln x}\cdot y^{-4\ln x} = y^{\ln y}\cdot y^{-7\ln x}$$

$$\cancel{y^{-2\ln x}}$$

$$x^{-2\ln x} = y^{\ln y - 7\ln x + 4\ln x}$$

$$x^{-2\ln x} = y^{\ln y - 3\ln x}$$

$$e^{-2\ln^2 x} = e^{\ln^2 y - 3\ln x\cdot\ln y}$$

$$-2\ln^2 x = \ln^2 y - 3\ln x\cdot\ln y$$

$$-2\ln^2 x = \ln^2 2(x-2) - 3\ln x\cdot\ln 2(x-2)$$

$$\ln^2 y + 2\ln^2 x - 3\ln x\cdot\ln y = 0$$

$$y_1^2 - 3x_1y_1 + 2x_1 = 0$$

$$D = \cancel{9x_1^2 - 8}$$

$$x_1(2-3y_1) = -y_1^2$$

$$\ln^2 2x + 2\ln^2$$

$$x_1 = \frac{y_1^2}{3y_1 - 2}$$

$$\ln x = \frac{\ln^2 y}{3\ln y - 2}$$

$$\frac{3\ln y - 2}{\ln y} = \frac{3}{\ln y} - \frac{2}{\ln^2 y}$$

☐ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)