

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 7

ШИД

Бланк задания должен быть вложен в ;
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 9261. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^7)}, \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 16.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 5| + |y - x + 5| = 10, \\ (|x| - 12)^2 + (|y| - 5)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 10 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
- б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 12$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Заметим, что 11

$$9261 = 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 1$$

Т. к. произведение цифр равно 9261, то в числе должны присутствовать число 7 3 раза (т. к. $7 \cdot 3 > 9$), число 3 1 раз (т. к. $3^3 > 9$, $3 \cdot 7 > 9$), а также несколько единиц т. о., что число станет восьмизначным. Тогда мы считаем кол-во чисел, состоящих из цифр:

7, 7, 7, 3, 3, 3, 1, 1 и чисел

состоящих из цифр:

7, 7, 7, 9, 3, 1, 1, 1

при этом эти группы чисел не пересекаются (т. е. нет ни одного общего числа у этих групп)

Тогда, всего чисел будет:

$$\frac{8!}{3! \cdot 3! \cdot 2!} + \frac{8!}{3! \cdot 3!} = \frac{3 \cdot 8!}{3! \cdot 3! \cdot 2!} =$$

$$\frac{3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2} = 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 = 30 \cdot 56 = 1680$$

Ответ: 1680.

$$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$$

$$-2 \sin 7x \cos 2x - \sqrt{2} \cos 4x + 2 \sin 7x \cos 2x = 0$$

$$2 \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2} (\cos^2 2x - \sin^2 2x) = 0$$

$$(\cos 2x - \sin 2x) (2 \sin 7x - \sqrt{2} (\cos 2x + \sin 2x)) = 0$$

$$\begin{cases} \cos 2x = \sin 2x & (1) \\ 2 \sin 7x - \sqrt{2} (\cos 2x + \sin 2x) = 0 & (2) \end{cases}$$

$\text{Из (1): } \cos 2x = \sin 2x$
 $\tan 2x = 1 \quad 2x = \frac{\pi}{4} + \sin$
 $x = \frac{\pi}{8} + \frac{\sin}{2}, n \in \mathbb{Z}$

$\text{Из (2): } 2 \sin 7x - 2 \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cos 2x + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 2x \right) = 0$

$$\sin 7x - \sin \left(\frac{\pi}{4} + 2x \right) = 0$$

$$2 \sin \frac{5x - \frac{\pi}{4}}{2} \cos \frac{9x + \frac{\pi}{4}}{2} = 0$$

$$\begin{cases} \frac{5x - \frac{\pi}{4}}{2} = \sin, n \in \mathbb{Z} \\ \frac{9x + \frac{\pi}{4}}{2} = \frac{\pi}{2} + \sin, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x = \frac{\pi}{4} + 2\sin, n \in \mathbb{Z} \\ 9x = \frac{3\pi}{4} + 2\sin, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{20} + \frac{2\sin}{5}, n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\sin}{9}, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Ответ: $\frac{\pi}{20} + \frac{2\sin}{5}, \frac{\pi}{12} + \frac{2\sin}{9}, \frac{\pi}{8} + \frac{\sin}{2}, n \in \mathbb{Z}$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\sqrt{5}$

$$|x+y+5| + |y-x+5| = 10 \quad (1)$$

$$\{(x-12)^2 + (y-5)^2 = a$$

из (1):

$$\begin{cases} x+y \geq -5 \\ y-x \geq -5 \end{cases}$$

получим

$$\begin{aligned} x+y+5 + y-x+5 &= 10 \\ y &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x+y \geq -5 \\ y-x \geq -5 \\ y=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq -5 \\ x \leq 5 \\ y=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y \leq -5 \\ y-x \leq -5 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} -x-y-5 - y+x-5 &= 10 \\ -2y &= 20 \\ y &= -10 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x \leq 5 \\ x \geq -5 \\ y = -10 \end{cases}$$

$$\text{при } \begin{cases} x+y \geq -5 \\ y-x \leq -5 \end{cases}$$

$$x+y+5 - y+x-5 = 10 \\ x=5$$

$$\begin{cases} y \geq -10 \\ y \leq 0 \end{cases}$$

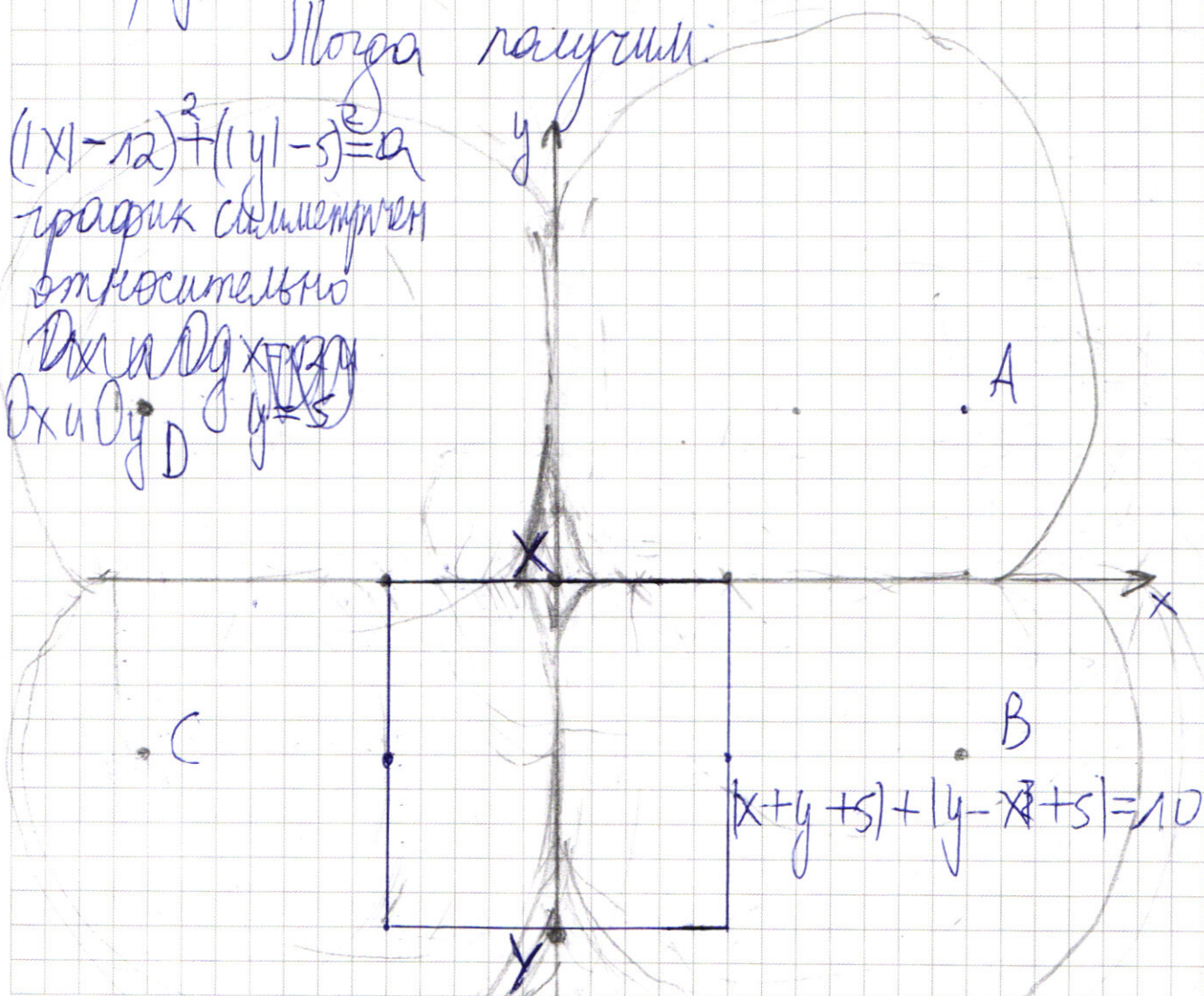
$$\text{при } \begin{cases} x+y \leq -5 \\ y-x \geq -5 \end{cases}$$

$$-x-y-5 + y-x+5 = 10 \\ -2x = 10 \\ x = -5$$

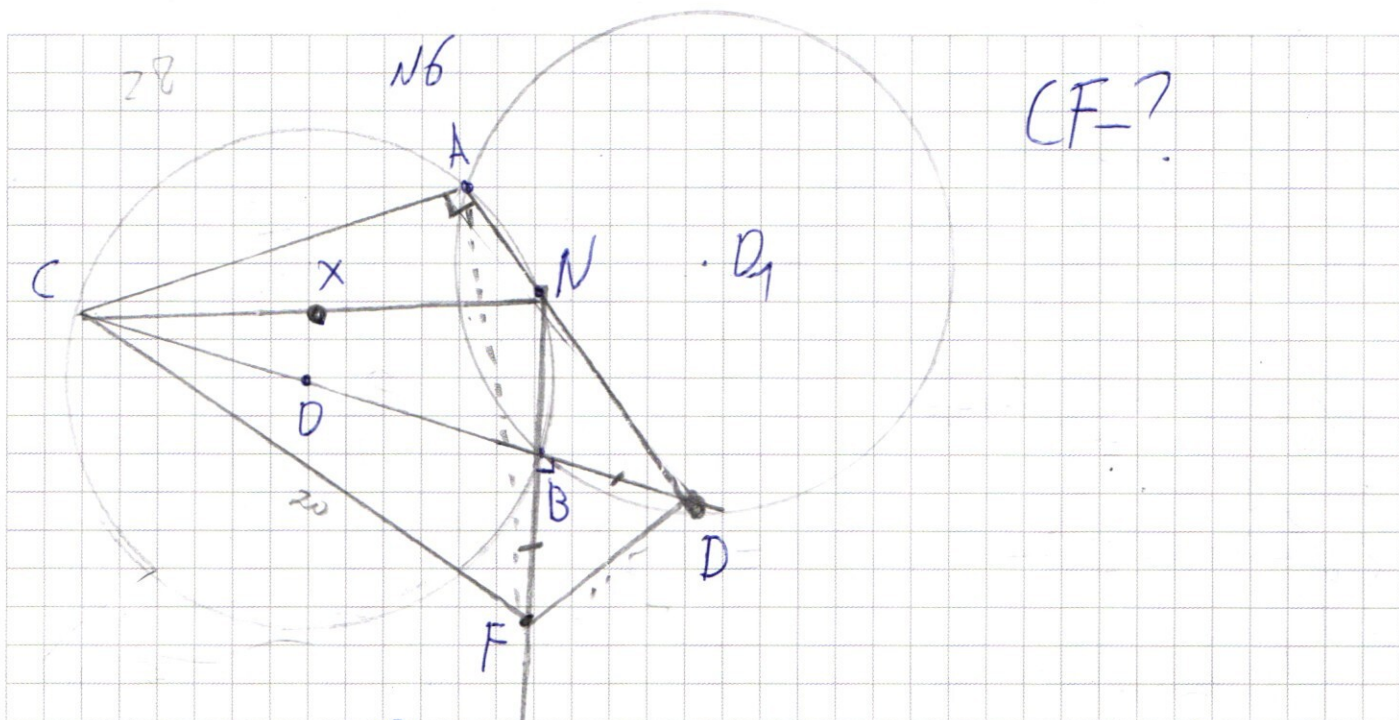
$$\begin{cases} y \leq 0 \\ y \geq -10 \end{cases}$$

Площа пакушки:

$(|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = 2$
 график симметричен
 относительно
 осей Ox и Oy
 D



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Решение:

Т. к. $\angle CAN = 80^\circ$, то CN — диаметр
 окружности $(O; R)$. $\angle CBN$ опирается на $CN \Rightarrow$

$$\Rightarrow \angle CBN = 80^\circ \Rightarrow BN \perp CD.$$
$$BN \perp CD, BF \perp CD \Rightarrow B \in NF$$
$$\angle BDE = \angle BFD = 45^\circ; CA \perp AD; FD \perp AD; (CA \parallel FD)$$
$$\Rightarrow \angle NDB = 45^\circ \Rightarrow \triangle NBD = \triangle BFD \Rightarrow$$

$\Rightarrow NB = BF$. Тогда ΔCNF равноб., т.к.
 CB - медиана и высота $\Delta CFN \Rightarrow$
 $\Rightarrow CN = CF = 2R = 20$

$$d) \text{ из } \Delta(BF) \quad BF = \sqrt{20^2 - 12^2} = \sqrt{8 \cdot 32} = \sqrt{4 \cdot 64} = 16$$

$$S_{\text{кр}} = 45$$

$$S_{ACF} = 1,5 \quad S_{\text{кр}} = 1,5 \cdot 12 \cdot 32 \cdot \frac{1}{2} =$$

$$= 16 \cdot 18 = 288$$

Ответ: а) 20 д) 288

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(\frac{y}{x^2})^3} \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 8y = 0 \quad (2) \end{cases}$$

из (2):

$$(y - 2x)(y + x) + 8(2x - y) = 0$$

$$(x + y - 4)(y - 2x) = 0$$

$$\begin{cases} x + y = 4 \\ y = 2x \end{cases}$$

или $y = 2x$:

$$(x^2 \cdot 16x^4)^{-\ln x} = (2x)^{\ln \frac{2}{x^6}}$$

$$\cancel{(2x)^6}^{-6 \ln x} = (2x)^{\ln \frac{2}{x^6}}$$

$$(\sqrt[6]{16} x)^{\ln \frac{1}{x^6}} = (2x)^{\ln \frac{2}{x^6}}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Пусть $A(12, 5)$; $B(12, -5)$; $C(-12, -5)$ и $D(-12, 5)$ — центры окружностей (частей окружностей), которые задают $(|x| - 12)^2 + (|y| - 5)^2 = a$

$a = R^2$. Найдём R , для которых графики $(|x| - 12)^2 + (|y| - 5)^2 = a$ и $|x + y + 5| + |y - x + 5| = 10$ имеют ровно 2 общие точки

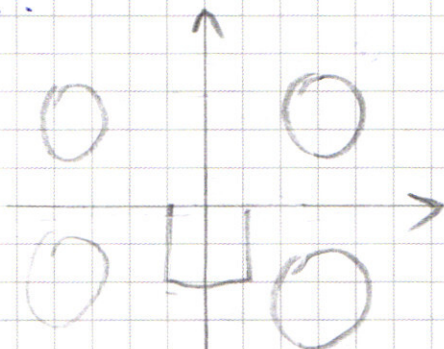
При $R < 7$ графики не имеют общих точек. При $R = 7$ графики имеют ровно 2 общие точки с коорд $(-5, -5)$ и $(5, -5)$

при $R \in (7, \sqrt{49 + 25})$ графики имеют 4 общие точки, т.к. каждая из частей окр, лежащая в ~~нижних~~ четвертях имеет 2 общие точки с графиком ~~и~~ $|x + y + 5| + |y - x + 5| = 10$

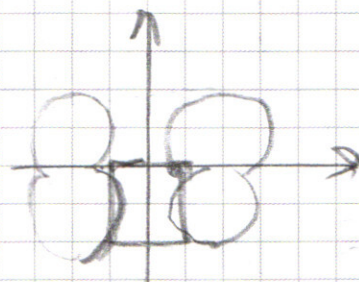
при $R \in (\sqrt{49 + 25}, 13)$ графики имеют 4 общие точки, т.к. каждая из частей окр, лежащая в ~~нижних~~ четвертях имеет 2 общие точки с графиком $|x + y + 5| + |y - x + 5| = 10$

при $R=13$ графики имеют 2 общие точки $X(0;0)$ и $Y(49;0;-10)$
 при $R>13$ графики не имеют общих точек.

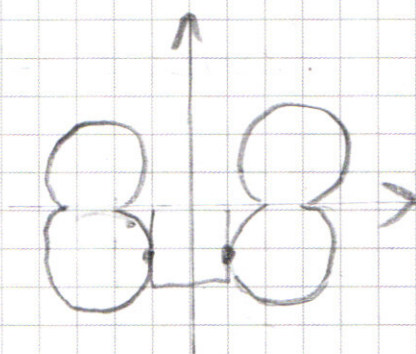
а)



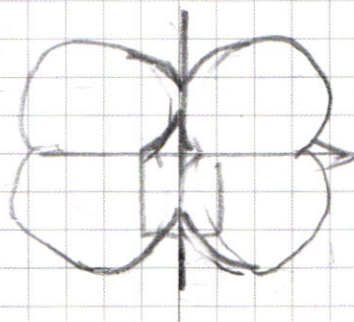
б)



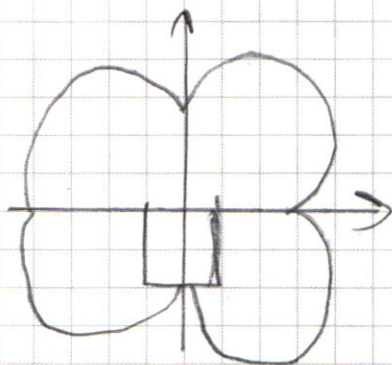
в)



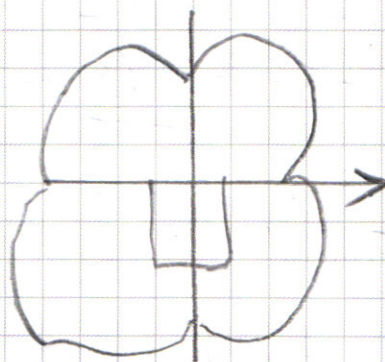
г)



д)



е)



Значит, система имеет ровно 2 решения
 при $R=7$ и $R=13$ Т.е. при $a=49$ и $a=169$
 Ответ: 49, 169.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$(\sqrt[6]{16} x)^{\ln \frac{1}{x^6}} = (2x)^{\ln 2} \cdot (2x)^{\ln \frac{1}{x^6}}$$

$$\left(\frac{\sqrt[6]{16} x}{2x} \right)^{\ln \frac{1}{x^6}} = (2x)^{\ln 2}$$

$$\left(\frac{\sqrt[3]{4}}{2} \right)^{\ln \frac{1}{x^6}} = (2x)^{\ln 2}$$

$$(16x^6)^{-\ln x} = (2x)^{\ln \frac{2}{x^6}}$$

$$2^{-4\ln x} \cdot x^{-6\ln x} = 2^{\ln \frac{2}{x^6}} \cdot x^{\ln 2} \cdot x^{-6\ln x} \quad x^{-6\ln x} \neq 0$$

$$2^{-4\ln x} = 2^{\ln 2} \cdot 2^{-6\ln x} \cdot x^{\ln 2}$$

$$2^{-4\ln x - \ln 2 + 6\ln x} = x^{\ln 2}$$

$$2^{2\ln x - \ln 2} = x^{\ln 2}$$

$$\ln x = a$$

$$e^a = x$$

$$4 \ln 2^{\ln 2} = e^{a \ln 2}$$

$x=2$ — решение уравнения $\Rightarrow$

$\Rightarrow (2, 4)$ — решение ур-я системы

при $x+y=4$:

$$(x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln\left(\frac{y}{x^2}\right)}$$

$$(xy^2)^{-2\ln x} = y^{\ln y} \cdot y^{-2\ln x}$$

$$x^{-2\ln x} \cdot y^{-4\ln x} = y^{\ln y} \cdot y^{-2\ln x}$$

$$\frac{x^{-2\ln x}}{y^{\ln y}} = \frac{y^{-2\ln x}}{y^{-4\ln x}}$$

$$x^{-2\ln x} = y^{\ln y} \cdot y^{-3\ln x}$$

$$\begin{cases} x^{-2\ln x} = y^{\ln y - 3\ln x} \\ x+y=4 \end{cases}$$

— имеет ед. решение
 $x=2, y=2$

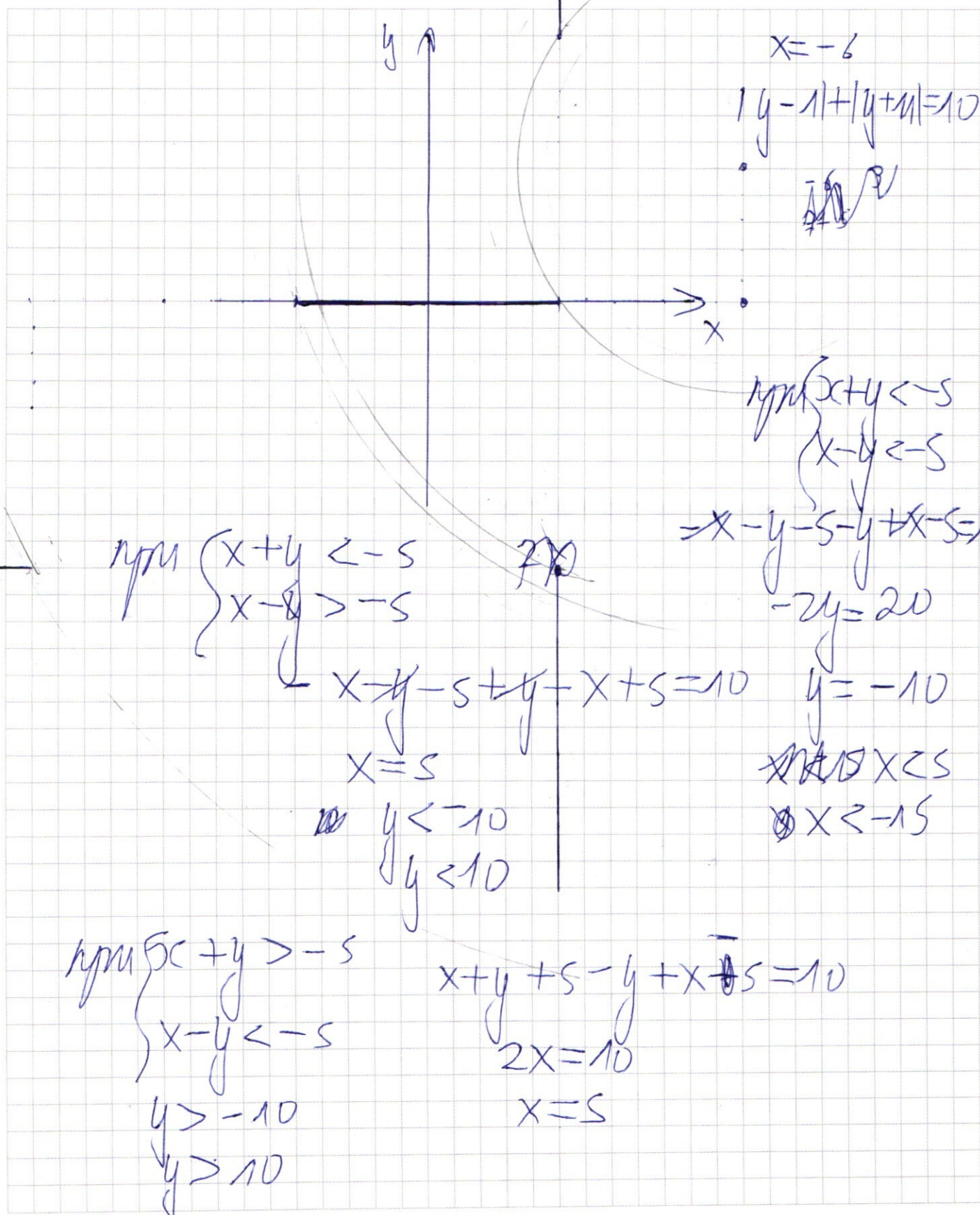
Поэтому система (1)

имеет 2 решения

$(2, 2)$ и $(2, 4)$

Ответ: $(2, 2)$ и $(2, 4)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)x \end{cases} \quad y > 0$$

~~$$y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34}$$~~

~~$$2^x + 3$$~~

$$2^x + 3 \cdot 2^{34} > 76 + 2(2^{32} - 1)x$$

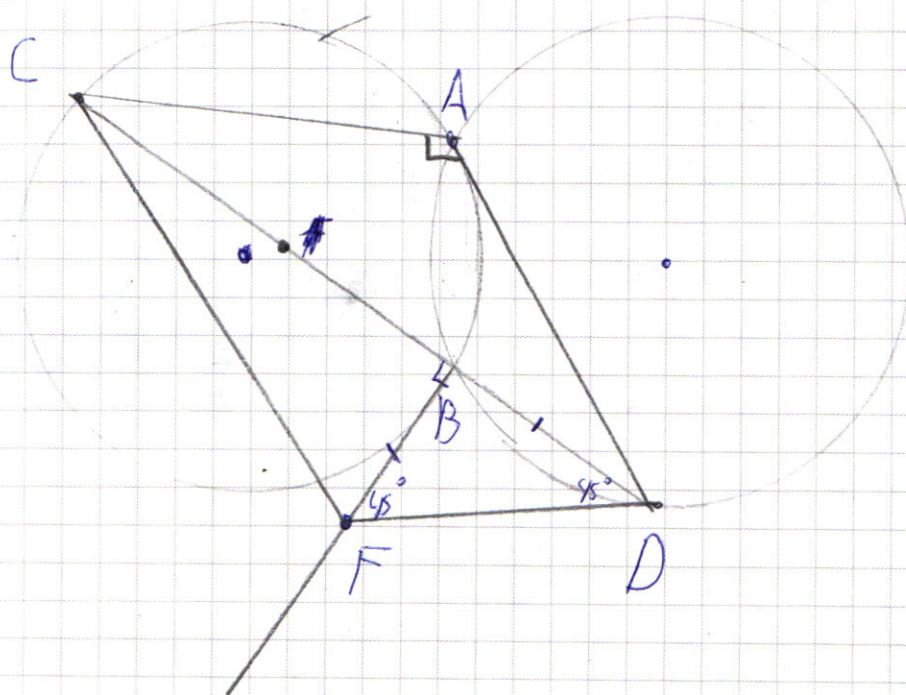
$$2^x + 3 \cdot 2^{34} > 76 + 2^{33} - 2x$$

$$2^x + 2^{33}(6 - 1) > 76 - 2x$$

$$2^x + 5 \cdot 2^{33} > 76 - 2x$$

~~$$2^{32} + 2$$~~

$$R = 10$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

abcdefgh

$$\begin{array}{r} 8261 \overline{) 8} \\ \underline{8} \\ 028 \\ \underline{26} \\ 18 \\ \underline{18} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1029 \overline{) 3} \\ \underline{3} \\ 0 \\ 12 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 383 \overline{) 107} \\ \underline{766} \\ 303 \\ \underline{766} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 32 \\ 383 \\ \underline{27} \\ 2401 \\ \underline{686} \\ 8261 \end{array}$$

$$8261 = 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 1$$

$$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$$

$$-2 \sin 7x \cos 2x - \sqrt{2} (\cos^2 2x - \sin^2 2x) +$$

$$+ 2 \sin 7x \cos 2x = 0$$

$$= \cos^2 2x - \sin^2 2x$$

$$\begin{aligned} \cos 2x + \sin 2x &= \\ &= \cos^2 x - \sin^2 x - 2 \sin x \cos x \end{aligned}$$

$$-2 \sin 7x \sin 2x - \sqrt{2} (\cos^2 2x - \sin^2 2x) +$$

$$+ 2 \sin 7x \cos 2x = 0$$

$$2 \sin 7x (\cos 2x - \sin^2 2x) - \sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x) (\cos x + \sin x) = 0$$

$$(\cos 2x - \sin 2x) (2 \sin 7x - \sqrt{2} \cos 2x - \sin 2x) = 0$$

$$D = \frac{x^2 + yx^2}{x + 3x}$$

$$y = \frac{y}{2}$$

$$y = -x$$

$$y = 2x$$

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln \frac{y}{x^7}} \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 9y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln \frac{y}{x^7}} \\ (y+x)(y-2x) + 4(2x-y) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln \frac{y}{x^7}} \\ (y+x-4)(y-2x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x+y=4 \\ y=2x \end{cases} \end{cases}$$

Случай $y=2x$:

$$(x^2 \cdot 16x^4)^{-\ln x} = (2x)^{\ln \frac{2x}{x^7}}$$

$$(16x^6)^{\ln \frac{1}{x}} = (2x)^{\ln \frac{2}{x^6}}$$

$$(2x)^{\ln 2 + \ln \frac{1}{x^6}}$$

$$(16x)^{\ln \frac{1}{x^6}} = (2x)^{\ln \frac{2}{x^6}}$$

$$(16x)^{\ln \frac{1}{x^6}} = (2x)^{\ln \frac{2}{x^6}}$$

$$\sqrt[6]{16x} = 2x$$

неверно

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln \frac{y}{x^7}} \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 9y = 0 \quad (2) \end{cases}$$

(2) :

$$(y-2x)(y+x) + 4(2x-y) = 0$$

$$2(y-2x)(y+x-4)=0$$

$$\begin{cases} y = 2x \\ y + x = 4 \end{cases} \quad (2 \cdot 3)^S = 2^S \cdot 3^S$$

g) $y = 2x$

$$(x^2 - 15x^4)^{-\ln x} = (2x)^{\ln \frac{2}{x^6}}$$

$$(16 \times 6) \ln \frac{1}{x} = (2 \times) \ln \frac{2}{x^2}$$

$$(2x)^{-\frac{1}{4}} \cdot (2x)^{\frac{1}{2}} = (2x)^{\frac{1}{4}}$$

$$(x^2)^{\ln \frac{1}{x}} = \frac{(2x)^{\ln \frac{2}{x^6}}}{(2x)^{\ln \frac{1}{x^4}}}$$

$$X^{2 \ln \frac{1}{x}} = (2X)^{\frac{2}{\ln \frac{1}{x^6}}} \cdot x^4$$

$$x \ln \frac{1}{x^3} = (2x) \ln 2 - \ln \frac{1}{x^2}$$

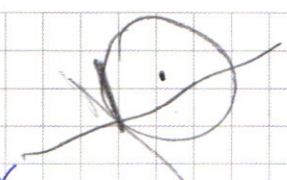
$$x^{\ln \frac{1}{x^2}} = (2x)^{\ln \frac{2}{x^2}}$$

$$x^{\ln \frac{1}{x^2}} = 2^{\ln \frac{2}{x^2}} \cdot x^{\ln \frac{2}{x^2}}$$

$$x^2 \ln \frac{1}{x} = (2x) \ln \frac{2}{x^2}$$

$$x+y=5 \quad \text{RED}$$

$$(x^2 \cdot (y-x)^4)^{-\ln x} = \ln \frac{y-x}{x^7}$$



$$y=0$$

$$2y=0$$

$$2^5 \cdot 2^6 = 2^7$$

$$x^{2 \ln \frac{1}{x}} \cdot (y-x)^4 \ln \frac{1}{x} = (y-x) \ln \frac{y-x}{x^7}$$

$$x+y+s+y-x+s=10$$

$$x^{2 \ln \frac{1}{x}} = (y-x) \ln \frac{y-x}{x^7} \cdot x^4$$

$$\lim \begin{cases} x+y > -s \\ y-x > -s \end{cases}$$

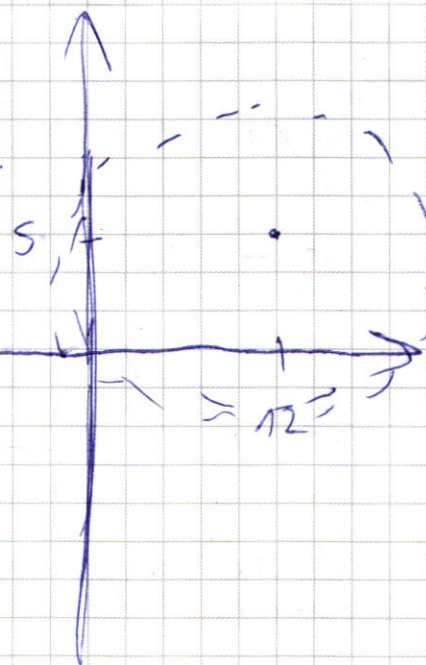
$$x^{2 \ln \frac{1}{x}} = (y-x) \ln \frac{y-x}{x^3}$$

$$y=0 \Rightarrow \begin{cases} x > -s \\ x < s \end{cases}$$

$$x \ln \frac{1}{x^2} = (y-x) \ln(y-x) + \ln \frac{1}{x^3}$$

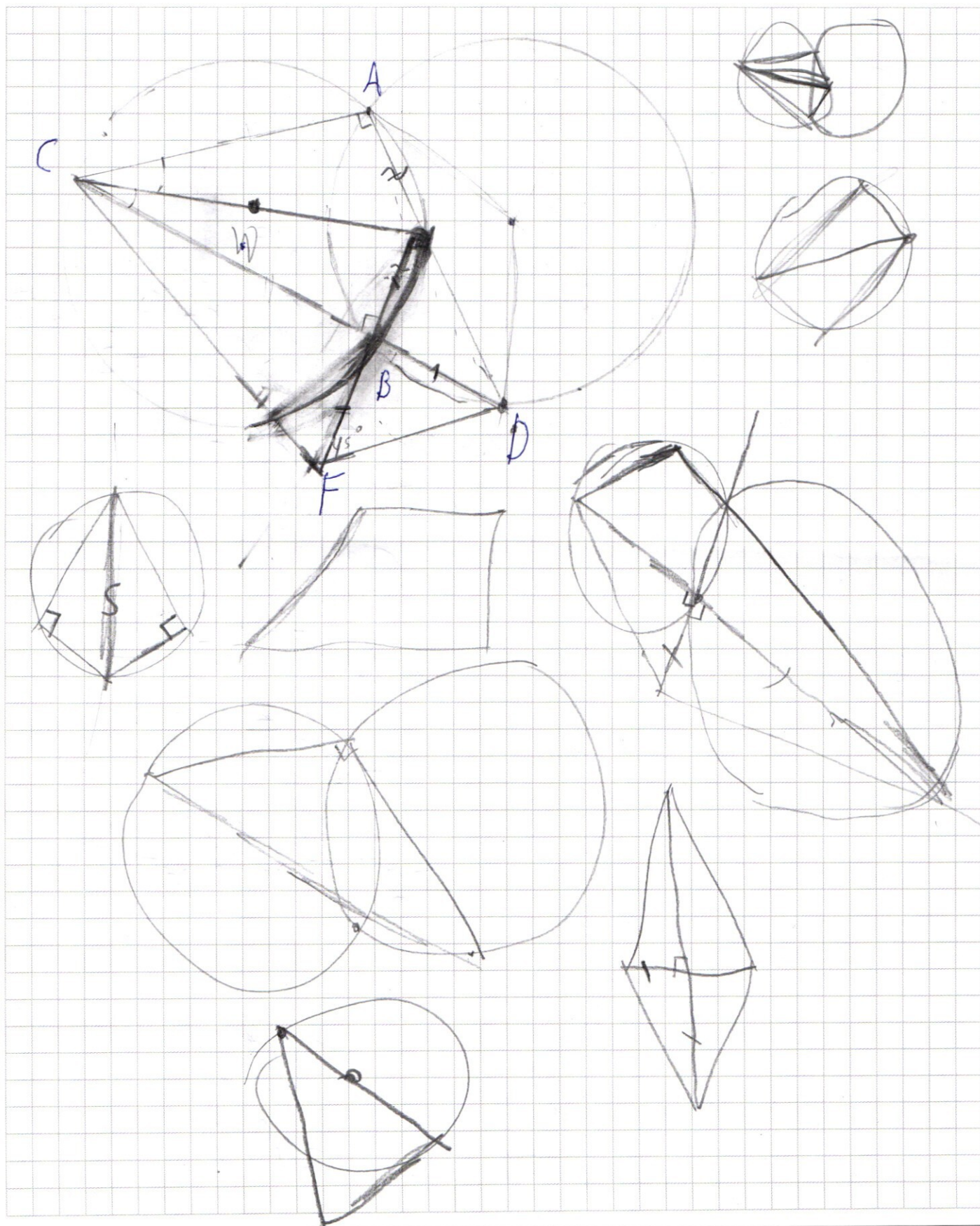
$$x \ln \frac{1}{x^2} = (y-x) \ln(y-x) \cdot (y-x) \ln \frac{1}{x^3}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 16 \\ 18 \\ 128 \\ 16 \\ 2 \end{array}$$



$$\begin{cases} |x+y+s| + |y-x+s| = 10 \\ (|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = 0 \end{cases}$$

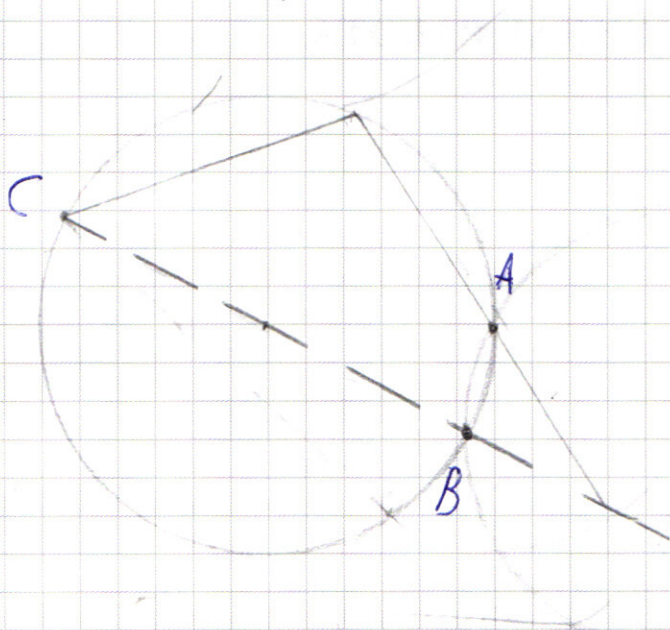
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



~~20~~ $y=2x$

~~$x^2 y^4$~~

$$(xy^2)^{-2\ln x} = y^{\ln \frac{y}{x^7}}$$

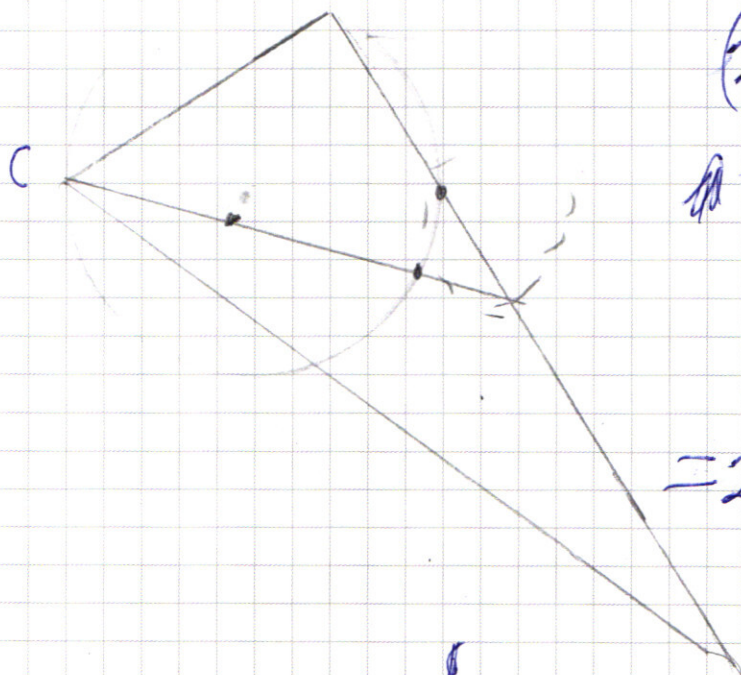


~~$y^{\ln y}$~~

~~$x^2 \cdot 16 \cdot x^8$~~

$$(16x^6)^{-\ln x} = (2x)^{\ln \frac{2}{x^6}}$$

~~$(2x)^{\ln x}$~~



~~$(16)^{-\ln x} \cdot x^{-6\ln x}$~~

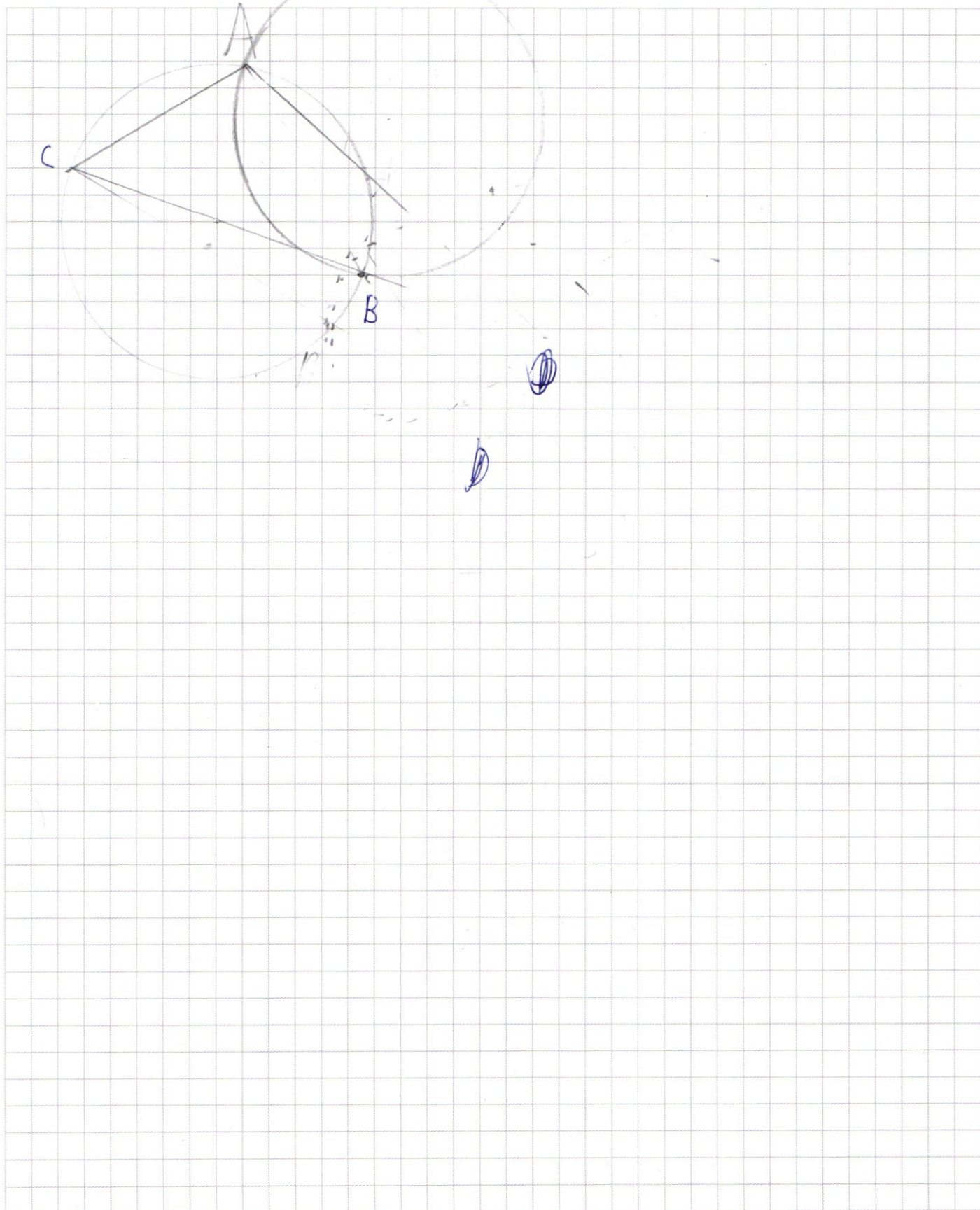
$$= 2^{\ln \frac{2}{x^6}} \cdot x^{\ln \frac{2}{x^6}} =$$

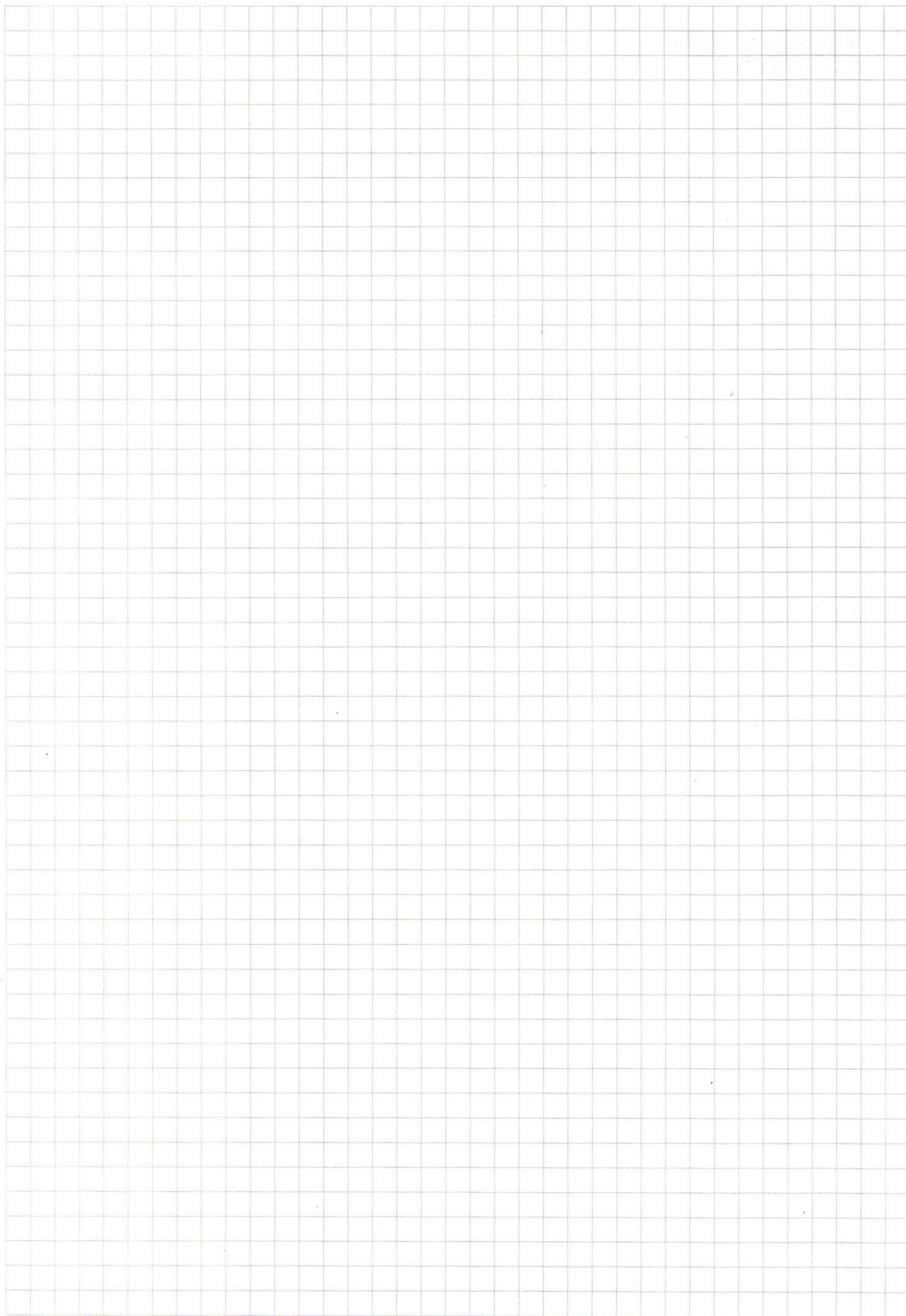
$$= 2^{\ln \frac{2}{x^6}} \cdot x^{\ln 2} \cdot x^{-6\ln x}$$

$$2^3 \cdot 3^3 = 6^3$$

$$(ab)^c = a^c \cdot b^c$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА





ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$8261 = 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 1$$

$$\frac{8!}{3! \cdot 3! \cdot 2!} = \frac{40320}{6 \cdot 6 \cdot 2} = 560$$

$$2 \cdot 2 \cdot 1$$

$$1 \cdot 2 \cdot 2$$

$$2 \cdot 1 \cdot 2$$

$$2 \cdot 2 \cdot 1$$

$$\cos 2x + 1$$

$$\cos^2 x - \sin^2 x =$$

$$= 1 - 2\sin^2 x =$$

$$= 2\cos^2 x + 1$$

$$\frac{4!}{2! \cdot 2!} =$$

$$\frac{4!}{2! \cdot 2!} =$$

$$= \frac{24}{8} = 6$$

$$2 \cdot 2 \cdot 4$$

$$2 \cdot 2 \cdot 4$$

$$2 \cdot 4 \cdot 2$$

$$2 \cdot 4 \cdot 2$$

$$4 \cdot 2 \cdot 2$$

$$4 \cdot 2 \cdot 2$$

$$4 \cdot 2 \cdot 2$$

$$\frac{4 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{4 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2} =$$

$$= 10 \cdot 7 \cdot 8 = 560$$

$$2\cos^2 x + 2\sin x \cos x + 1 = 0$$

$$\cos 8x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 8x + \sin 5x = 0$$

$$-2\cos 8x \sin 4x \sin 2x - \sqrt{2} \cos 4x + 2\sin 7x \cos 2x = 0$$

$$2\sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2\sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2} (\cos^2 2x - \sin^2 2x) = 0$$

$$(\cos 2x - \sin 2x) (2\sin 7x - \sqrt{2} (\cos 2x + \sin 2x)) = 0$$

$$\cos 2x = \sin 2x \Rightarrow \tan 2x = 1 \quad 2x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}$$

$$2\sin 7x - \sqrt{2} (\cos 2x + \sin 2x) = 0 \quad x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}$$

$$2 \sin 7x - 2 \left(\overset{\sin 45}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \cos 2x + \overset{\cos 45}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \sin 2x \right) = 0$$

$$\cancel{2 \sin 7x} \quad \sin 7x - \sin \left(\frac{1}{8} + 2x \right) = 0$$

$$2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2} = 0$$

$$2 \sin \frac{5x - \frac{1}{4}}{2} \cos \frac{3x + \frac{1}{4}}{2} = 0$$

$$\begin{cases} \sin 2,5x - \frac{1}{8} = 0 \\ \cos 1,5x + \frac{1}{8} = 0 \end{cases}$$



$$\begin{cases} 2,5x - \frac{1}{8} = \sin \\ 1,5x + \frac{1}{8} = \frac{1}{2} + \sin \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2,5x = \frac{1}{8} + \sin \\ 1,5x = \frac{3}{8} + \sin \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{1}{20} + \frac{2}{5} \sin \\ x = \frac{1}{12} + \frac{2}{9} \sin \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } \frac{1}{20} + \frac{2}{5} \sin, \frac{1}{12} + \frac{2}{9} \sin, \frac{1}{8} + \frac{1}{2} \sin.$$