

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 7

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 9261. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^7)}, \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 16.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 5| + |y - x + 5| = 10, \\ (|x| - 12)^2 + (|y| - 5)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 10 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 12$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 1

Разложить 9261 на прост. множ. $9261 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$

Для места заменим единицами набор $\{1, 1, 3, 3, 3, 7, 7, 7\}$

Но мы же можем две тройки заменить на $\{1, 9\}$, больше опций нет. Остается только посчитать для двукратного набора кол-во вариантов (перестановок)

$$\text{Для } \{1, 1, 3, 3, 3, 7, 7, 7\} = C_8^3 \cdot C_5^3 = 560$$

$$\{1, 1, 1, 3, 7, 7, 9\} = C_8^3 \cdot C_5^3 \cdot C_2^1 = 1120$$

$$560 + 1120 = 1680$$

Ответ: 1680 чисел

Задача 2.

$$-2 \sin 7x \sin 2x - \sqrt{2} (\cos^2 2x - \sin^2 2x) + 2 \sin 7x \cos 2x = 0$$

$$2 \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x) (\cos 2x + \sin 2x) = 0$$

$$\begin{cases} \cos 2x - \sin 2x = 0 \\ 2 \sin 7x - \sqrt{2} (\cos 2x + \sin 2x) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos 2x - \sin 2x = 0 \\ 2 \sin 7x - \sqrt{2} (\cos 2x + \sin 2x) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \tan 2x = 1 \\ 2 \sin 7x - \sqrt{2} (\sqrt{2} \sin (45^\circ + 2x)) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \tan 2x = 1 \\ 2 \sin 7x - \sqrt{2} (\sqrt{2} \sin (45^\circ + 2x)) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2}k, k \in \mathbb{Z} \\ \sin 7x - \sin (45^\circ + 2x) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2}k, k \in \mathbb{Z} \\ \sin 7x - \sin (45^\circ + 2x) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2}k, k \in \mathbb{Z} \\ \sin \frac{5x - \frac{\pi}{4}}{2} \cdot \cos \frac{9x + \frac{\pi}{4}}{2} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2}k, k \in \mathbb{Z} \\ \sin \frac{5x - \frac{\pi}{4}}{2} \cdot \cos \frac{9x + \frac{\pi}{4}}{2} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2}k, k \in \mathbb{Z} \\ \frac{5x + \frac{\pi}{4}}{2} = 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ \frac{9x + \frac{\pi}{4}}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi m, m \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2}k \\ 5x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n \\ 9x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi m \\ x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2}k, k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{20} + \frac{2\pi}{5}n, n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi}{9}m, m \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Ответ: $\frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2}k, k \in \mathbb{Z}$; $\frac{\pi}{20} + \frac{2\pi}{5}n, n \in \mathbb{Z}$; $\frac{\pi}{12} + \frac{2\pi}{9}m, m \in \mathbb{Z}$

Задача 3

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(x^2 y^4)} \\ y^2 - xy - 2x^2 + 2x - 4y = 0 \end{cases}$$

Применим $\ln$ на обе части

$$D = x^2 + 8x + 16 + 8x^2 - 32x = 9x^2 - 24x + 16 = (3x - 4)^2$$

$$\begin{cases} y = \frac{x+4-3x+4}{2} \\ y = \frac{x+4+3x-4}{2} \end{cases}$$

$$-\ln x \cdot \ln x^2 y^4 = \ln \frac{y}{x^2} \cdot \ln y$$

$$\begin{cases} y = -x + 4 \\ y = 2x \end{cases}$$

$$\ln x \cdot \ln x^2 y^4 = \ln \frac{x^2}{y} \cdot \ln y \quad (1)$$

Решаем (1):

$$\frac{\ln \frac{x^2}{y}}{\ln x} = \frac{\ln x^2 y^4}{\ln y}$$

$$3 - \log_x y = 4 + \log_y x^2$$

$$3 - \log_x y = 2 \log_y x$$

$$3 - \log_x y = \frac{2}{\log_x y}$$

$$\log_x^2 y - 3 \log_x y + 2 = 0 \quad \text{Замена } \log_x y = t$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$t^2 - 3t + 2 = 0 \quad D = 9 - 8 = 1$$

$$\begin{cases} t=1 \\ t=2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log_x y = 1 \\ \log_x y = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=y \\ x^2=y \end{cases}$$

Вернемся к системе

$$\begin{cases} \begin{cases} y=x \\ y=x^2 \end{cases} \\ \begin{cases} y=2x \\ y=-x+4 \end{cases} \end{cases}$$

① $\begin{cases} y=x \\ y=2x \end{cases}$
 $\begin{cases} x=0 \\ y=0 \end{cases}$ не подходит Q23. $x > 0, y > 0$

② $\begin{cases} y=x \\ y=-x+4 \end{cases}$
 $\begin{cases} x=2 \\ y=2 \end{cases}$

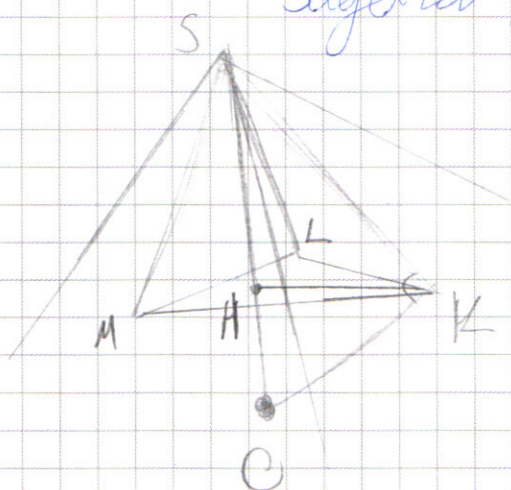
③ $\begin{cases} y=x^2 \\ y=2x \end{cases}$
 $\begin{cases} x=2 \\ y=4 \end{cases}$

④ $\begin{cases} y=x^2 \\ y=-x+4 \end{cases}$
 $x^2 + x - 4 = 0 \quad D = 1 + 16$

$$x = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}; \quad y = \frac{1 - \sqrt{17}}{2} + \frac{8}{2} = \frac{9 - \sqrt{17}}{2}$$

Ответ: $x=2; y=2$
 $x=2; y=4$
 $x = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}; \quad y = \frac{9 - \sqrt{17}}{2}$

Задача 4



$SK = SL = SM$ т.к. касат. от сегм. вершин

$\angle OKS = \angle OLS = \angle OMS = 90^\circ$ (как касат.)

$SO \perp$ плоск. KLM пл. TH и есть
точка пересечения.

$$\operatorname{ctg} \angle KSO = \frac{SH}{HK}$$

$$\operatorname{tg}(90^\circ - \angle KSO) = \frac{HK}{HO}$$

т.к. мажорант откос. $\frac{16}{7}$; $SH \cdot HO = HK^2$

т.к. трех. прямые

$$\Rightarrow \frac{SH}{HO} = 16$$

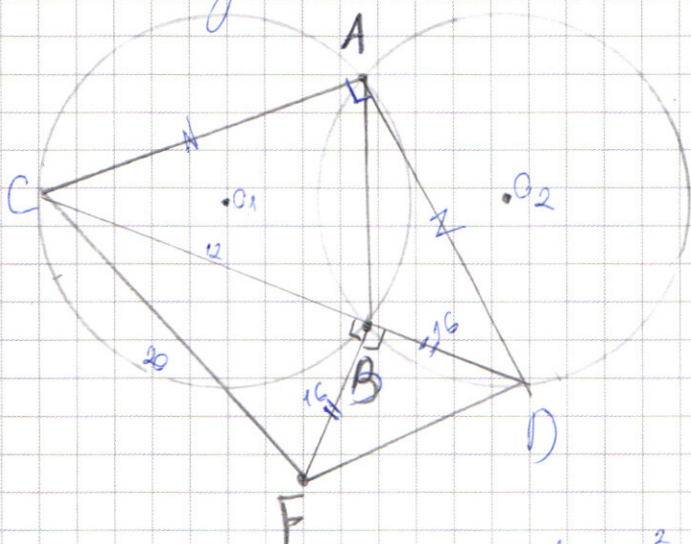
$$\operatorname{ctg} \angle KSO \cdot \operatorname{tg}(90^\circ - \angle KSO) = \operatorname{ctg}^2 \angle$$

$$\operatorname{ctg} \angle = 4$$

$$\angle KSO = \alpha = \arccot(4)$$

Ответ: $\angle KSO = \arccot(4)$.

Задача 6



$\angle CAB + \angle BAD = 90^\circ$ т.к. углы

$\angle CO_1B = 2\angle CAB$ впис.

$\angle BO_2D = 2\angle BAD$ впис.

$\angle CO_1B + \angle BO_2D = 180^\circ$

$$CF^2 = CB^2 + BF^2 = CB^2 + BD^2$$

Пусть $\angle CO_1B = \alpha$; $\angle BO_2D = (180^\circ - \alpha)$

По теореме косин. $CB^2 = CO_1^2 + O_1B^2 - 2 \cdot CO_1 \cdot O_1B \cdot \cos \alpha$

$$BD^2 = BO_2^2 + O_2D^2 + 2 \cdot O_2B \cdot O_2D \cdot \cos \alpha$$

$$CB^2 + BD^2 = 100 + 100 + 100 + 100 = CF^2$$

$$CF = 20$$

а) Ответ: $CF = 20$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

5) В условиях задачи $BC = 12$ $S_{ACF} = ?$

$\angle ACB = \angle ADB$ т.к. опираются на одинак. дуги

$\angle ACB + \angle ADB = 90^\circ$ (по условию) т.к. $\angle CAD = 90^\circ$

$$\angle ACB = \angle ADB = 45^\circ$$

таким же $\angle BFD = \angle BDF = 45^\circ$ т.к. $BF = BD$; $ED \perp BF$

$$\text{Значит } \angle FDA = 45 + 45 = 90^\circ$$

$$S_{ACF} = S_{ACD} + S_{CBF} + S_{FBD} - S_{ADF} \quad \text{они все прямые.}$$

$$BF = \sqrt{20^2 - 12^2} = 16 = BD \quad \text{Пифагор. для } \triangle CBF$$

$$ED = 12 + 16 = 28$$

$$AC = AD = \frac{CD}{\sqrt{2}} = 14\sqrt{2}$$

$$S_{ACD} = 196$$

$$S_{ACBF} = 12 \cdot 16 \cdot \frac{1}{2} = 96$$

$$S_{FBD} = 128$$

$$S_{ADF} = \frac{1}{2} AD \cdot DF = \frac{14\sqrt{2} \cdot 16\sqrt{2}}{2} = 224$$

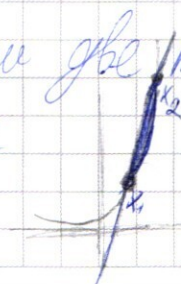
$$S_{ACF} = 196 + 96 + 128 - 224 = 196$$

6) Ответ: $S_{ACF} = 196$

№ 7

$$\begin{cases} y = 2^x + 3 \cdot 2^{3x} \\ y = 16 + 2(2^{3x} - 1)x \end{cases}$$

Оба графика возрастающие. Нужно найти две точки пересечения. Вид графика по прил. 5



Задача 4. Продолжение т.к. заметил второй вопрос про площадь сечения плоск. KLM

т.к. K и L, и M будут серединами радиусов сечения s_{KLM} - равносторонний. Площадь всего сечения равна $4 \cdot S_{s_{KLM}}$

$$\text{стор. } \triangle KSO = a \Rightarrow \frac{SH}{KH} = \frac{1}{2} \quad SH = \frac{1}{2} KH$$

$$\frac{SH \cdot KH}{2} = 16$$

$$SH \cdot KH = 32$$

$$KH = 2\sqrt{2}$$

т.к. s_{KLM} правильный то т.н. явл. и пересечения подним вверх.

Продлим KH за точку H; радиус KK₁ - диаметр, вписану подниму

$$\text{Поднима делится } 2:1 \Rightarrow KK_1 = \frac{3}{2} KH = 3\sqrt{2}$$

Сторона треуг. при высоте $3\sqrt{2}$ равна $2\sqrt{6}$; по Пифагору

$$S_{\triangle OAB} = \frac{\sqrt{3} a^2}{4} = \frac{\sqrt{3} \cdot 4 \cdot 6}{4} = 6\sqrt{3}$$

$$S_{\text{сечения}} = 4 \cdot 6\sqrt{3} = 24\sqrt{3}$$

Ответ: $24\sqrt{3}$.

Задача 5.

$$\begin{cases} |x+y+5| + |-x+y+5| = 10 \\ (|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = a \end{cases}$$

Второе уравнение, на графике изображает как 4 окружности с центрами $(12; 5)$, $(-12; 5)$, $(12; -5)$, $(-12; -5)$ и радиусами равными $\sqrt{a}$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1. первое уравнение при $x > 5$ не имеет решений
при $x < -5$ не имеет решений

Проверим на термике с помощью раскрытия
модуля.

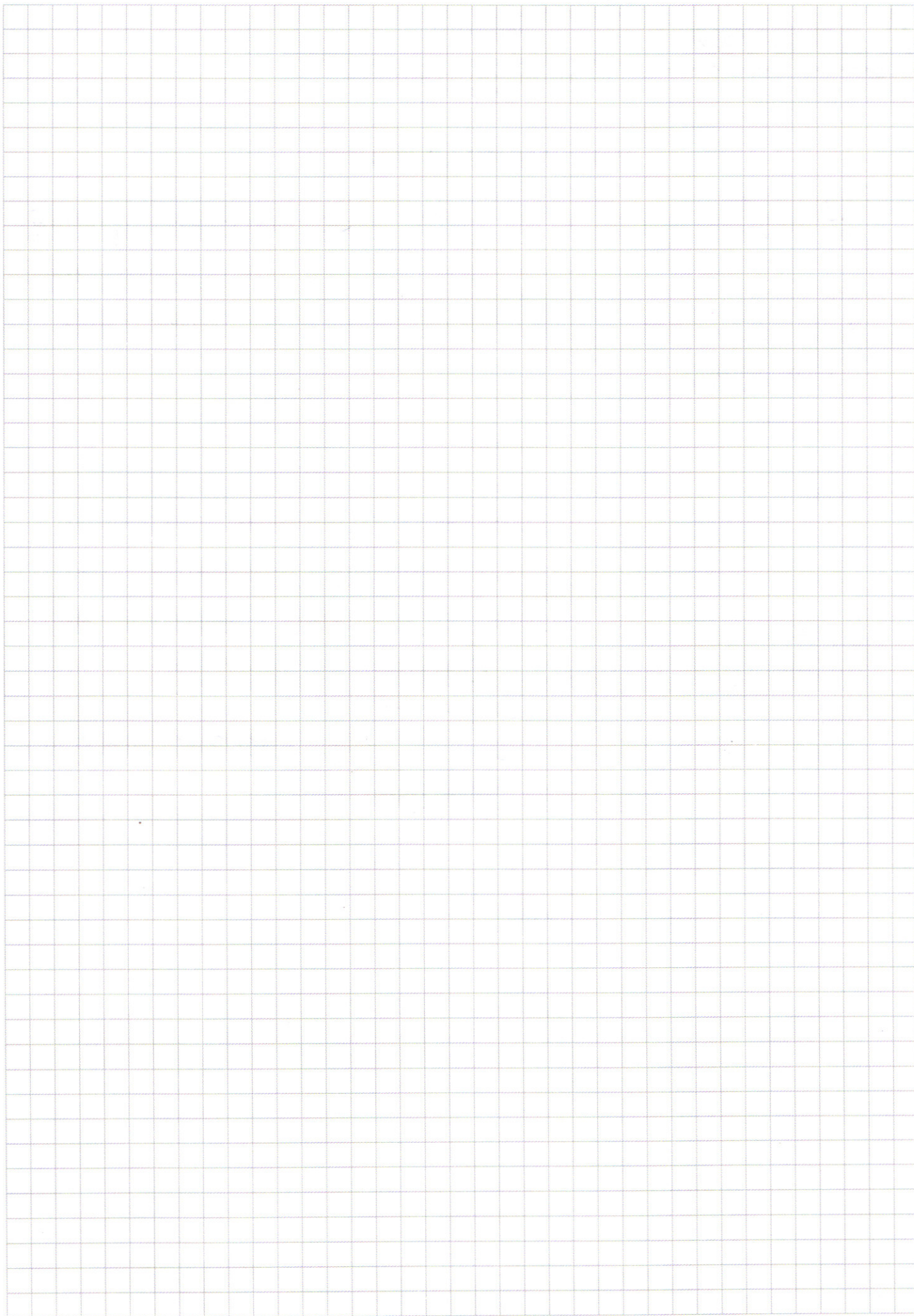
$$\text{при } -5 \leq x \leq 5 \quad \begin{cases} y = 0 \\ y = -10 \end{cases}$$

В третьей и четвертой четвертях центры
симметричны графике первого. А значит для
решения могут быть если они совпадут на
прямой $y = 0$ и $y = -10$. Значит то средние.

Расстояние равно $\sqrt{12^2 + 5^2} = 13$ к началу координат
где и есть собственно средние.

$$a = 13^2 = 169$$

Ответ: при $a = 169$.



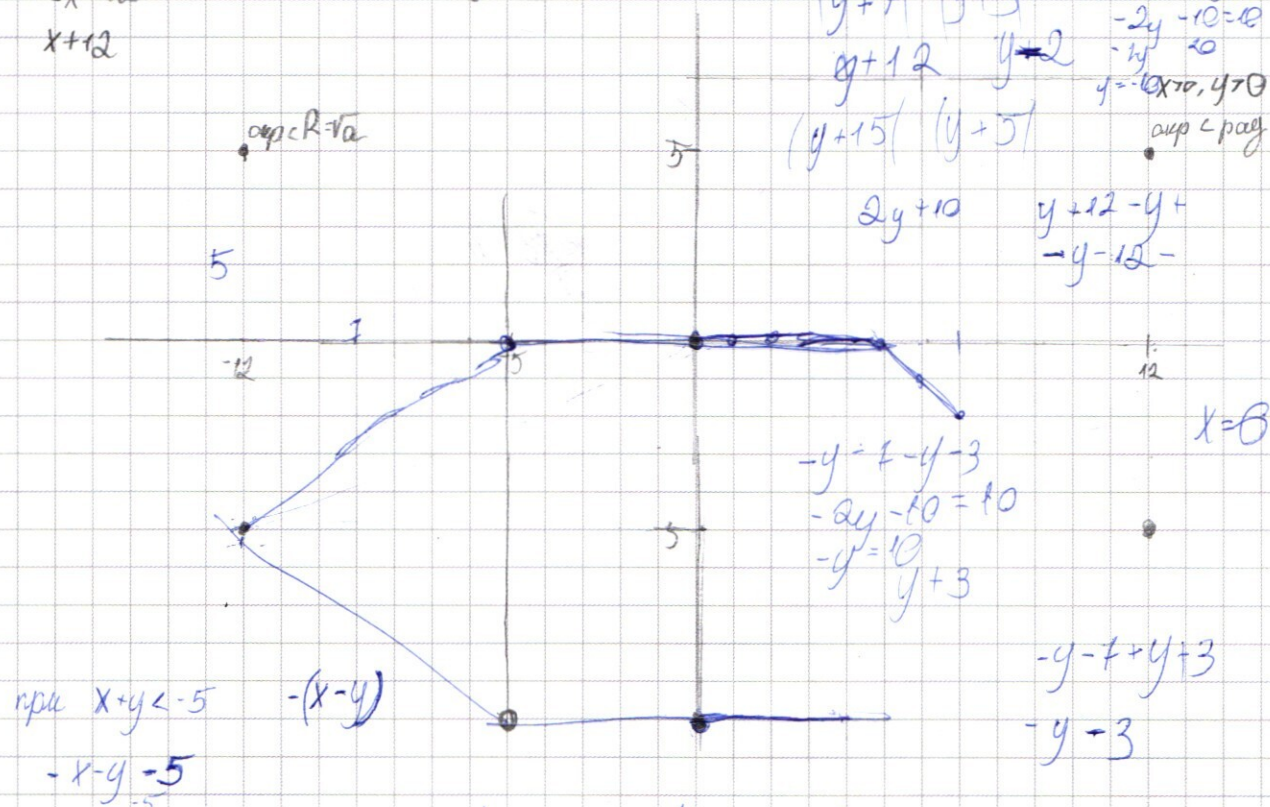
☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} |x+y+5| + |y-x+5| = 10 \\ (|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = 21 \end{cases}$$

$$x > 0 \quad |x+y+5| + |-(x-y-5)| = 10$$

$$\text{dep } R = \sqrt{a}$$


$$|y+5| + |y+5| = 10$$

$$y < -5 \quad -2(y+5) = 10$$

$$y + 5 = -5$$
$$y = -10$$

$$y + 5 = 5 \quad -9$$

14

24

-4-9-4-1

$$-24 = 20$$

$$\sqrt{210}$$

$$\frac{|x+y+5|}{|x+t|} = \frac{|-x+y+5|}{|-x+t|}$$

$$-x \neq t - x + t = 10$$

$$\underline{x = -5}$$

$$y + 11 - y + 1$$

$$y + 11 + y - 1$$

$$2y = 10 \quad y = 0$$

$$x < y + 5$$

$$|y+11| + |y-1|$$

$$-y - 11 - y + 1$$

$$-24 - 10 = 10$$

$$y = -10$$

равно гла решения

$$|y+5| + |y+5| \quad y+12 - y+2$$

$$|y+6| + |y+4| = 12 \quad 2$$

$$\begin{array}{r} 14 + 7 \\ y + 3 \end{array} \quad \begin{array}{r} -y - 12 - y + 2 \\ -2y - 10 = 10 \end{array}$$

$$q+12 \quad y=2 \quad \begin{matrix} -2y = -10 \\ -4y = 20 \\ y = -5 \end{matrix} \quad \begin{matrix} x=10, 479 \end{matrix}$$

$(y+15)$ $(y+5)$ $\text{ans} \in \text{page } 7a$

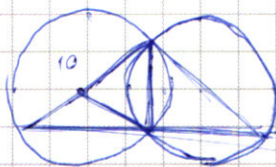
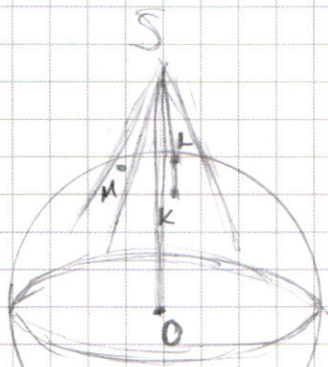
$$2y + 10 \quad y + 12 - y +$$

$$\begin{array}{r} -y = 1 - y - 3 \\ -2y - 10 = 10 \\ -y = 10 \\ y = -10 \end{array}$$

$$-y - 7 + y + 3$$
$$-y - 3$$

$y+12 \quad y-2$

$\angle KSO$ и S_{KLM} -сечение



$$AC^2 = 144 + 200 - 240\sqrt{2} \cos \alpha$$

$$560\sqrt{2} \cos \alpha = 256 + 200 + 320\sqrt{2} \cos \alpha$$

$$256 + 200 + 320\sqrt{2} \cos \alpha = -112$$

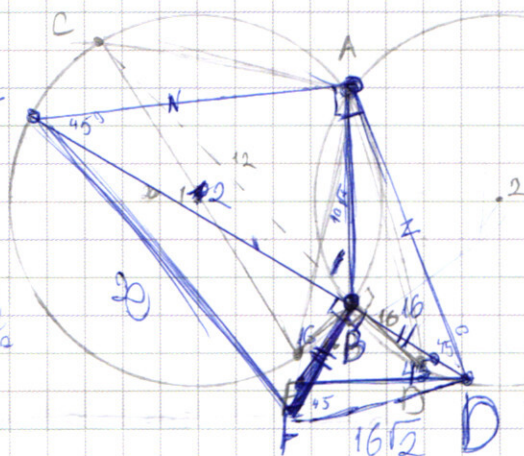
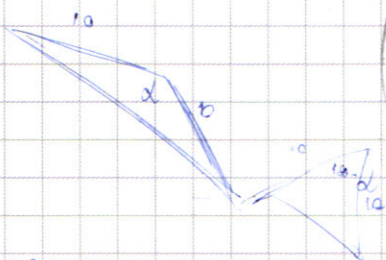
$$R=10$$

$$\angle CAD = 90^\circ$$

$$BF=BD$$

$$\sqrt{2} \cos \alpha = -\frac{1}{5}$$

$$\cos \alpha = -\frac{1}{5\sqrt{2}}$$



$$AB = 10\sqrt{2}$$

$$CB^2 = 200 - 200 \cos \alpha$$

$$BD^2 = 200 + 200 \cos \alpha$$

$$CB^2 + BD^2 = 400$$

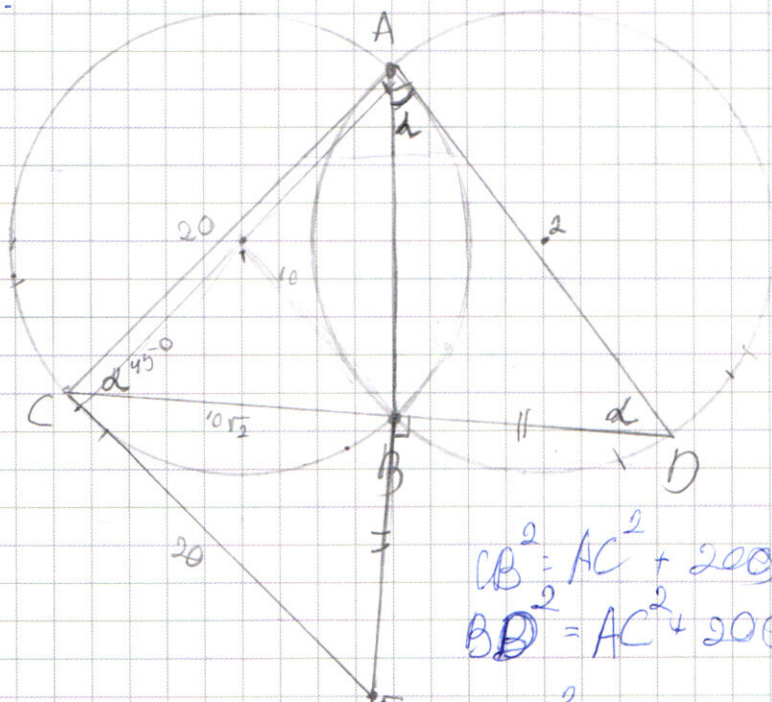
$$CF = 20$$

$$R=10$$

$$CF^2 = CB^2 + BD^2$$

$$CF^2 = 400$$

$$CF = 20$$



$$AC^2 = 344 + \frac{240\sqrt{2}}{5\sqrt{2}}$$

$$AC^2 = 392$$

$$392 + 512$$

$$AF^2 = 904$$

$$CB^2 = AC^2 + 200 - 20\sqrt{2} AC \cos \alpha$$

$$BD^2 = AC^2 + 200 - 20\sqrt{2} AC \sin \alpha$$

$$CF^2 = 2AC^2 + 400 - 20\sqrt{2} AC (\cos \alpha + \sin \alpha)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)x \end{cases}$$

$$76 = 38 \cdot 2$$
$$76 = 19 \cdot 2 \cdot 2$$

$$C_8^3 \cdot C_5^3 \cdot C_2^1$$

$$19/35$$

$$\begin{array}{r} 8! \cdot 5! \cdot 2! \\ \hline 5! \cdot 3! \end{array}$$

$$\text{Ans. } 2^x + 3 \cdot 2^{34} \leq y < 76 + \underset{G_{49}}{2(2^{32} - 1)x}$$

$$\begin{array}{r} 649 \\ 27 \overline{) 327} \\ \underline{343} \\ 2401 \\ \underline{626} \\ 9261 \end{array}$$

$$\sqrt{4} - 1$$

$$\frac{17 - 2\sqrt{17} + 1}{4} = \frac{9 - \sqrt{17}}{2}$$

$$17 - 2\sqrt{14} + 1 = 18 - 2\sqrt{14}$$

Плановый военный
трениров. упол.

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 16 \\ \hline 12 \\ 160 \\ \hline 224 \end{array}$$

$$\begin{aligned}xz &= 2 \\yz &= 32\end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 32 \\ 16 \\ 1 \quad 2 \end{array}$$

$$\frac{54x}{2} =$$
$$54x = 32$$
$$40x = 2$$

$$\frac{11}{2} \pm 2$$

$$+ \text{ctg} \alpha$$

$$\begin{array}{r} 25 \\ 16 \\ \hline 256 \\ 2 \end{array}$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = 4$$

$$\alpha = \arctan(4)$$

$$\begin{array}{r} 200 \\ -4 \\ \hline 196 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 200 \\ \times 125 \\ \hline 200 \\ 2000 \\ \hline 25000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 200 \\ -24 \\ \hline 176 \end{array}$$

$y^2 = 8$

$2\sqrt{2}$

$$x \quad y = 32$$

$$\frac{x}{1} = 4$$

$$x = 4g$$

$$X =$$

$$x_1 = 3.2$$

$$y^r = 2$$

$$\text{ctgd} = \frac{54}{4k}$$

$$\tan 90^\circ - 2 = \frac{u_k}{\omega H}$$

$$\frac{SH}{OH} = 1.6$$

$$\frac{\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{tg}(90 - \alpha)}{\operatorname{ctg}^2 \alpha} = 16$$

$$\text{GPD} = \frac{SH}{SK}$$

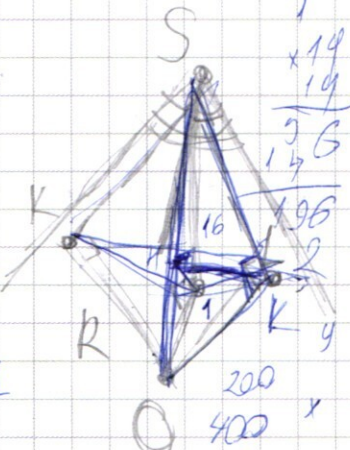
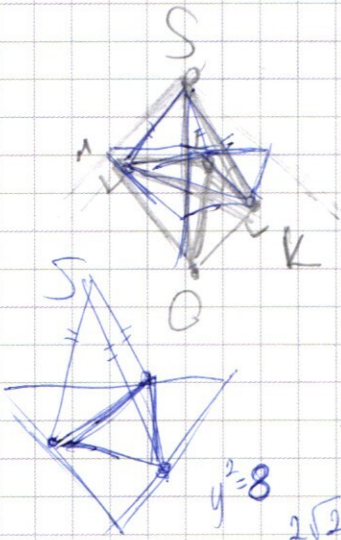
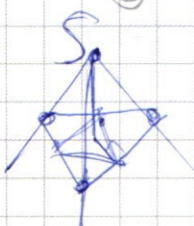
$$\cos(\alpha - \beta) = \frac{aH}{cK}$$

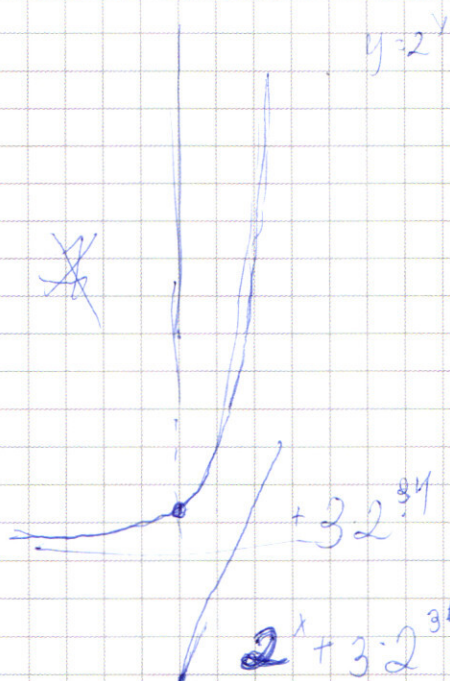
54.00	54
54.00	54

392

$x_4 = 34$

$$x^3 y^2$$





$$a^x = a^{y/\ln 2}$$

a^x

$$2(2^{32} - 1) < 2^{33}$$



$$2^1 + 3 \cdot 2^{3/4} = 76 + 2(2^{32} - 1)x$$

$$2 + 3 \cdot 2^{3/4}$$

$$2^{33} - 2 + 76$$

~~40~~

правильно $2(2^{32} - 1)$
 $2^{33} - 1$

$x = 49$
 $xy = 32$
 $(xy)^2 =$

$$2^{33} + 3 \cdot 2^{3/4}$$

$$2^{33} (1 + 7)$$

$$2^{33} \cdot 8$$

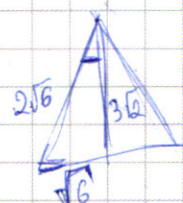
$$76 + 2(2)$$

$$2^{38} + 3 \cdot 2^{3/4}$$

$$76 + 2^{30}$$

$$2^{30} (17)$$

$$76 + 80(2^{32} - 1)$$



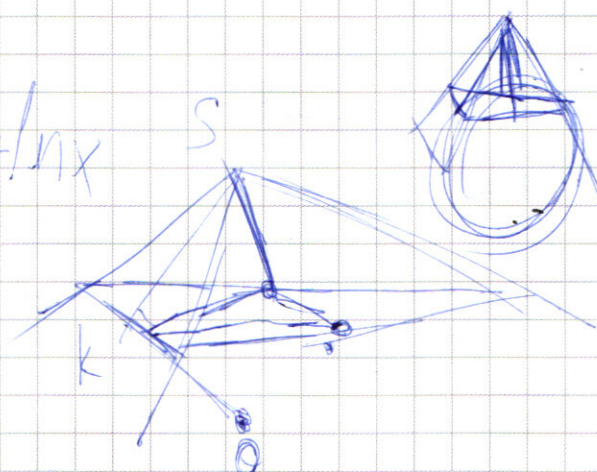
$$\ln 2 / \ln x$$

$$\ln xy$$

$$\ln 2(2^{32} - 1) + \ln x$$

$$24 = 6 +$$

$$24 = 6 + 18$$



$\sqrt{3}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2}k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{20} + \frac{2\pi}{5}k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi}{9}k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\sin \frac{5x-45}{2} = 0$$

$$\frac{5x-45}{2} = \pi k$$

$$5x-45 = 2\pi k$$

$$5x = \frac{\pi}{2}2\pi k + 45$$

$$x = \frac{\pi}{20} + \frac{2\pi}{5}k$$

$$\cos \frac{\pi}{2x+45} = \frac{\pi}{2} + \pi k$$

$$2x + \frac{\pi}{4} = \pi + 2\pi k$$

$$2x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k$$

$$x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi}{9}k$$

$$(x^2 y^x)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^7)}$$

$$y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0$$

$$y^2 - (x+4)y - 2x^2 + 8x = 0$$

$$D = x^2 + 8x + 16 + 8x^2 - 32x$$

$$9x^2 - 24x + 16$$

$$(3x-4)^2$$

$$y = \frac{x+4 \pm (3x-4)}{2}$$

$$\frac{x+4-3x+4}{2}$$

$$\frac{-2x+8}{2}$$

$$y = -x+4$$

$$y = 2x$$

$$x+y+3x-y$$

$$\begin{cases} y = 4-x \\ y = 2x \end{cases}$$

$$\ln(16x^6)^{-\ln x} = \ln \left(\frac{2}{x^6} \right)^{\ln 2x}$$

$$-\ln x \cdot \ln(16x^6) = \ln \frac{2}{x^6} \cdot \ln 2x$$

$$-\frac{\ln 16x^6}{\ln \frac{2}{x^6}} = \frac{\ln 2x}{\ln 2}$$

$$-\ln \frac{2}{x^6} \cdot 16x^6 = \log_2 2 + 1$$

$$\log_2 \frac{x^6}{2} \cdot 16x^6 = \log_2 x^2 + 1$$

$$\frac{x^6}{2} \cdot 32$$

$$1 + \log_2 \frac{x^6}{2} \cdot 32$$

$$\log_2 \frac{x^6}{2} \cdot 2^5 = \log_2 2$$

$$5 \log_2 \frac{x^6}{2} = \log_2 2$$

$$\log_2 \frac{x^6}{2} = \frac{1}{5}$$

$$5 \log_2 x = \log_2 \frac{x^6}{2}$$

$$\begin{aligned} 5 \log_2 x &= \log_2 \frac{x^6}{2} \\ 5 &= \log_x \frac{x^6}{2} \\ 5 &= \log_x x^6 \cdot \frac{1}{2} \\ 5 &= 6 + \log_x \frac{1}{2} \\ -1 &= \log_x \frac{1}{2} \\ x &= 2; \quad y = 4 \end{aligned}$$

$$y = 2x$$

$$\begin{cases} x = y \\ x^2 = y \\ y = -x + 4 \\ y = 2x \end{cases}$$

$$\text{Q23: } x > 0, y > 0$$

$$\begin{matrix} x=2 & x=2 \\ y=2 & y=4 \end{matrix}$$

$$x^2 + x - 4 = 0 \quad D = 1 + 16$$

$$\frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$1) \begin{cases} x = y \\ y = 2x \end{cases} \quad x=0 \quad y=0 \quad \emptyset$$

$$x = \frac{\sqrt{17} - 1}{2}$$

$$2) \begin{cases} x = y \\ y = -x + 4 \end{cases} \quad x=2 \quad y=2 \quad \checkmark$$

$$y = \frac{1 - \sqrt{17}}{2} + 4$$

$$3) \begin{cases} x^2 = y \\ y = 2x \end{cases} \quad x=2 \quad y=4 \quad \checkmark$$

$$y = \frac{2 - \sqrt{17}}{2}$$

$$4) \begin{cases} x^2 = y \\ y = -x + 4 \end{cases} \quad \frac{\sqrt{17} - 1}{2}, y = \frac{2 - \sqrt{17}}{2} \quad \checkmark$$

$$\begin{aligned} -\ln x \cdot \ln x^2 y^4 &= \ln \frac{y}{x} \cdot \ln y \\ \ln x \cdot \ln x^2 y^4 &= \ln \frac{x}{y} \cdot \ln y \\ \frac{\ln \frac{x^2}{y}}{\ln x} &= \frac{\ln x^2 y^4}{\ln y} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \log_x x^{\frac{2}{y}} &= \log_y y^4 x^2 \\ \frac{2}{y} + \log_x \frac{1}{y} &= 4 + \log_y x^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3 - \log_x y &= 2 \log_y x \\ 3 &= 2 \log_y x + \log_x y \end{aligned}$$

$$3 = \frac{2}{\log_x y} + \log_x y$$

$$\begin{aligned} \log_x^2 y &= 3 \log_x y + 2 = 0 \\ \log_x y &= t \end{aligned}$$

$$D = 9 - 4 = 5$$

$$\begin{aligned} \log_x y = 1 & \quad x = y \\ \log_x y = 2 & \quad x^2 = y \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} t=1 \\ t=2 \end{bmatrix}$$

$$y^2 = (x+4)y - 2x^2 + 8x = 0$$

$$x^2 + 8x + 16 + 8x^2 - 32x$$

$$9x^2 - 24x + 16 = 0$$

$$(3x - 4)^2$$

$$\frac{x+4 - 3x+4}{2}$$

$$\frac{x+4 + 3x-4}{2}$$

$$\begin{cases} y = -x + 4 \\ y = 2x \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1. $9261 \cdot x_1 \cdot x_2$

$1029 \cdot 9$

$343 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$

$49 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$

$1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$

$C_8^3 \cdot C_5^3$

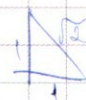
$\frac{8! \cdot 5!}{5! \cdot 3! \cdot 3! \cdot 2!}$

$\frac{8! \cdot 5!}{5! \cdot 3! \cdot 3! \cdot 2!}$

$\frac{8! \cdot 5!}{5! \cdot 3! \cdot 3! \cdot 2!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2} = 560$

$\frac{8! \cdot 5!}{5! \cdot 3! \cdot 3! \cdot 2!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2} = 560 \cdot \frac{1 + \cos 4x}{2} - 1$

$\begin{array}{r} 1123 \\ -1132 \\ \hline 1213 \\ -1312 \\ \hline 1231 \\ -1321 \\ \hline 2112 \\ -3112 \\ \hline 11 \\ -11 \\ \hline 11 \\ -11 \\ \hline 11 \end{array}$



$1 - C$

$2 \cos^2 2x - 1$

2. $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$

$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$

$\sin x - \sin y = 2 \sin \frac{x-y}{2} \cos \frac{x+y}{2}$

$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$

$\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$

$\sqrt{2} \cos 4x = \frac{\cos 4x}{\cos 45^\circ}$

$-2 \sin 7x \cdot \sin 2x + 2 \sin 7x \cos 2x - \sqrt{2} \cos 4x = 0$

$2 \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2} \cos 4x = 0$

$-\sqrt{2} (\cos^2 2x - \sin^2 2x) = 0$

$(\cos 2x - \sin 2x) (2 \sin 7x - \sqrt{2} (\cos 2x + \sin 2x)) = 0$

$\cos^2 x - 2 \sin x \cos x + \sin^2 x = 0$

$[2 \sin 7x - \sqrt{2} (\cos 2x + \sin 2x)] = 0$

$$2 \sin 7x - \sqrt{2} (\cos 2x + \sin 2x) = 0$$

$$1 - \sin^2 x +$$

$$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$$

$$-2 \sin 7x \sin 2x - \sqrt{2} (\cos^2 2x - \sin^2 2x)$$

$$- \sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x) (\cos 2x + \sin 2x) + 2 \sin 7x \cos 2x = 0$$

$$2 (\sin 7x \cos 2x - \sin 7x \sin 2x) - \sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x) (\cos 2x + \sin 2x) = 0$$

$$2 \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x) (\cos 2x + \sin 2x) = 0$$

$$\cos 2x - \sin 2x = 0$$

$$2 \sin 7x - \sqrt{2} (\cos 2x + \sin 2x) = 0$$

$$\sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin(45^\circ + x)$$

$$\sin x +$$

$$\sin^2 x + 2 \sin x \cos x + \cos^2 x = 2 \sin^2(45^\circ + x)$$

$$1 + \sin 2x = 2 \sin^2(45^\circ + x)$$

$$\sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2} \quad 1 + \sin 2x = 1 - \cos(90^\circ - 2x)$$

$$\sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin(45^\circ + x)$$

$$1 + \sin 2x = 2 \sin^2(45^\circ + x)$$

$$1 + \sin 2x = 1 - \cos(90^\circ - 2x)$$

$$2 \sin 7x + \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \sin(45^\circ + 2x) = 0$$

$$\sin 7x - \sin(45^\circ + 2x) = 0$$

$$\left[2 \sin \frac{5x - 45^\circ}{2} \cos \frac{9x + 45^\circ}{2} = 0 \right]$$

$$\cos 2x - \sin 2x = 0$$

$$2 \cos^2 x - 1 - 2 \sin x \cos x = 0$$

$$2 \cos^2 x - 2 \sin x \cos x - 1 = 0$$

$$D = 4 \sin^2 x + 8$$

$$2 \sin x = \sqrt{4 \sin^2 x + 8}$$

$$\operatorname{tg} 2x = 1$$

$$2x = \frac{\pi}{4} + \pi k$$



$$\frac{\pi}{4}$$

$$x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2} k, k \in \mathbb{Z}$$