

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 7

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 9261. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^7)}, \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 16.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 5| + |y - x + 5| = 10, \\ (|x| - 12)^2 + (|y| - 5)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 10 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 12$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

① $9261 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$

Т.к. цифры в числе меньше 10, то 9261 можно представить в виде произведения восьми ~~разных~~ натур. чисел, меньших 10, так:

1) $9261 = 1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$

2) $9261 = 9 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$

Данные множители являются цифрами искомого числа.

Посчитаем количество различных таких чисел:

1) $k_1 = \frac{A_8}{3! \cdot 3! \cdot 2!}$ — т.к. цифры упорядочены в числе и цифры 7 воспр. 3 раз
для случая 1)) 1 воспр. 1 раз
3 воспр. 3 раз

2) Аналог $k_2 = \frac{A_8}{3! \cdot 3! \cdot 1! \cdot 1!}$
для случая 2))

$k = k_1 + k_2$ — общее кол-во таких чисел.

$$k = \frac{A_8}{3! \cdot 3! \cdot 2!} + \frac{A_8}{3! \cdot 3! \cdot 1! \cdot 1!} = \frac{8!}{3! \cdot 3! \cdot 2!} + \frac{8!}{3! \cdot 3! \cdot 1! \cdot 1!} = \frac{8!}{3! \cdot 3!} \left(\frac{1}{2} + 1 \right) =$$

$$= \frac{8}{2} \cdot \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{2 \cdot 2} = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 8 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 10 = 56 \cdot 3 \cdot 10 = 1680$$

Ответ: 1680

② $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$

$$-2 \sin 2x \sin 7x - \sqrt{2} \cos 4x + 2 \sin 7x \cos 2x = 0$$

$$2 \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2} (\cos^2 2x - \sin^2 2x) = 0$$

$$2 \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2} (\cos 4x - \sin 4x) (\cos 2x + \sin 2x) = 0$$

$$\sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x) (\sqrt{2} \sin 7x - (\cos 2x + \sin 2x)) = 0$$

$$(\cos 2x - \sin 2x) (\sqrt{2} \sin 7x - \sqrt{2} \sin(2x + \frac{\pi}{4})) = 0$$

$$\begin{aligned} \cos 2x + \sin 2x &= \\ &= \sqrt{2} \left(\sin \frac{\pi}{4} \cos 2x + \cos \frac{\pi}{4} \cdot \right. \\ &\quad \cdot \sin 2x) = \\ &= \sqrt{2} \sin(\frac{\pi}{4} + 2x) \end{aligned}$$

$$\begin{cases} \cos 2x = \sin 2x & (1) \\ \sin 7x = \sin(2x + \frac{\pi}{4}) & (2) \end{cases}$$

$$1) \cos 2x = \sin 2x$$

$$\cos 2x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)$$

$$\begin{cases} 2x = \frac{\pi}{2} - 2x + 2\pi k \\ 2x = 2x - \frac{\pi}{2} + 2\pi n \end{cases} \quad k, n \in \mathbb{Z}. \quad \begin{cases} 4x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k \\ 0 = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n \Rightarrow \emptyset \end{cases}$$

$$4x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}.$$

$$x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}, \quad k \in \mathbb{Z}.$$

$$2) \sin 7x = \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\begin{cases} 7x = 2x + \frac{\pi}{4} + 2\pi l \\ 7x = \pi - 2x - \frac{\pi}{4} + 2\pi m \end{cases} \quad l, m \in \mathbb{Z}.$$

$$\begin{cases} 5x = \frac{\pi}{4} + 2\pi l \\ 9x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi m \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{\pi}{20} + \frac{2\pi l}{5} \\ x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi m}{9} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi k}{2} \\ x = \frac{\pi}{20} + \frac{2\pi l}{5} \\ x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi m}{9} \end{cases}$$

$$k, l, m \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ответ: } \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2},$$

$$\frac{\pi}{20} + \frac{2\pi l}{5},$$

$$\frac{\pi}{12} + \frac{2\pi m}{9}, \quad k, l, m \in \mathbb{Z}.$$

$$\textcircled{5} \begin{cases} |x+y+5| + |y-x+5| = 10 \quad (1) \\ (|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = a \quad (2) \end{cases} \quad a - ? \text{ равно решению.}$$

$$(1) |x+y+5| + |y-x+5| = 10$$

$$\begin{cases} x+y+5 \geq 0 \\ -x+y+5 \geq 0 \end{cases}$$

$$y+10=10$$

$$\begin{cases} y=0 \\ x+5 \geq 0 \\ -x+5 \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=0 \\ 5 \geq x \geq -5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y+5 \geq 0 \\ -x+y+5 < 0 \end{cases}$$

$$x+y+5-y+x+5=10$$

$$\begin{cases} x=5 \\ y \geq -10 \\ y < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=5 \\ -10 \leq y < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y+5 < 0 \\ -x+y+5 \leq 0 \end{cases}$$

$$-x-y-5-y+x+5=10$$

$$\begin{cases} y=-10 \\ -5 \leq x \\ x \leq 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=-10 \\ -5 \leq x \leq 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y+5 < 0 \\ -x+y+5 > 0 \end{cases}$$

$$-x-y-5-x+y+5=10$$

$$\begin{cases} x=-5 \\ y < 0 \\ y \geq -10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=-5 \\ -10 \leq y < 0 \end{cases}$$

Получаем фигуру - квадрат. (изображен на рисунке)

$$(2) (|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = a$$

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

О-б с центром

в т. $(12; 5)$, $R = \sqrt{a}$

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y < 0 \end{cases}$$

О-б с центром в т.

$(12; -5)$, $R = \sqrt{a}$

$$\begin{cases} x < 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

О-б с центром

в т. $(-12; 5)$, $R = \sqrt{a}$

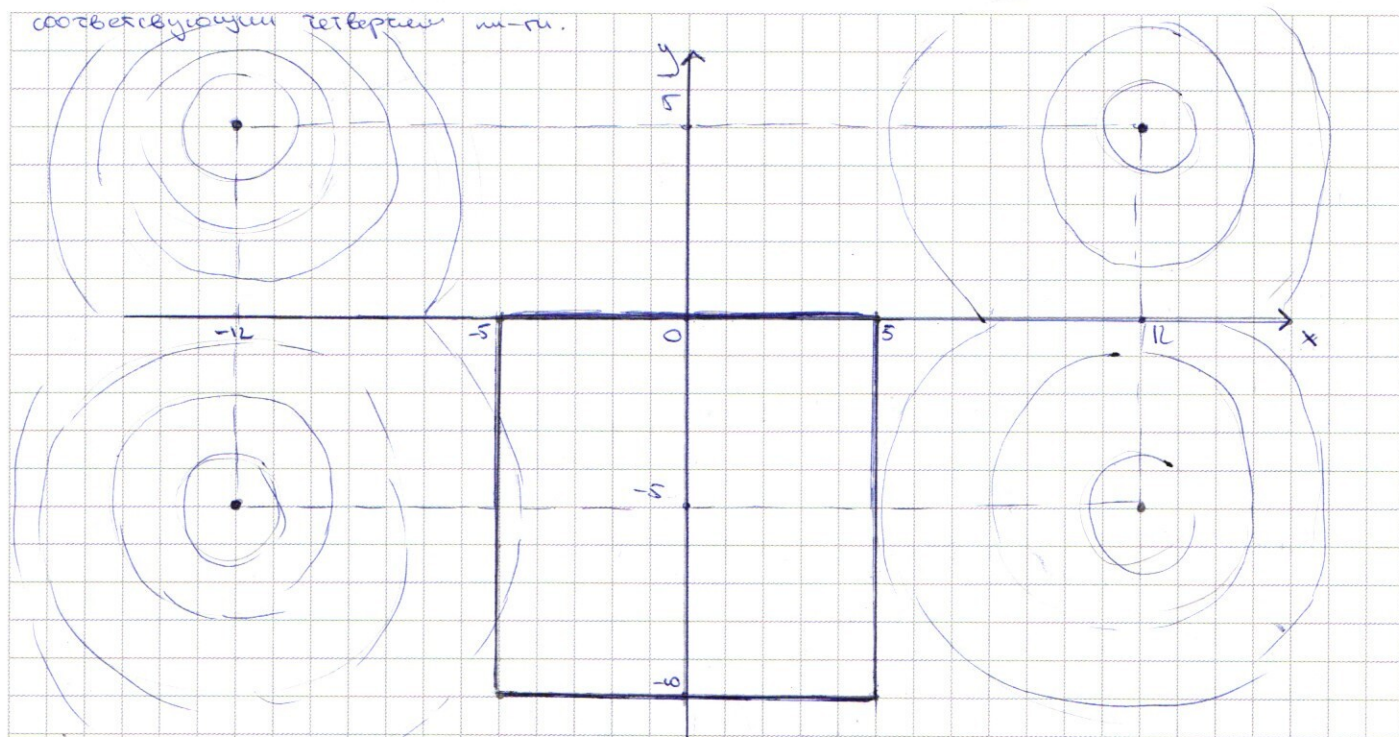
$$\begin{cases} x < 0 \\ y < 0 \end{cases}$$

О-б с центром

в т. $(-12; -5)$, $R = \sqrt{a}$

Нам-ти: часть ~~этой~~ О-бей с центрами в точках $(-12; 5)$, $(-12; -5)$, $(12; -5)$, $(12; 5)$, радиус $\sqrt{a}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Заметим, что картинка симметрична относительно осей Ox и Oy .

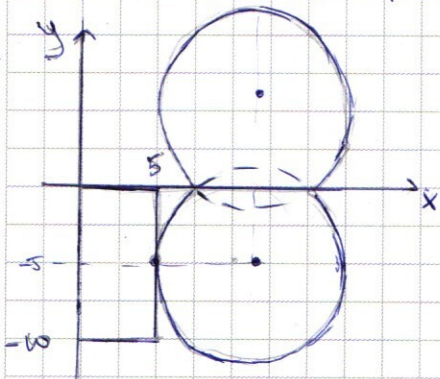
Тогда 2 решения возможны в 2х случаях:

- 1) в каждой полуокружности $x > 0$ и $x < 0$ по 1 решению
- 2) 2 решения, принадлежащие оси Oy .

1) Р-ти только правую полуокружность, т.к. левая симметрична ей:

Т.к. радиусы от-тей равны, возможны 1 случай.

(о-та симметрична от-но оси Ox и $y = 12$)



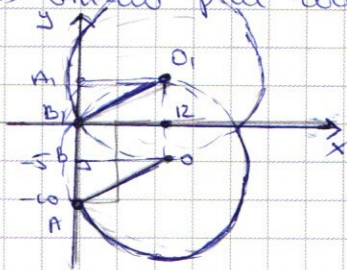
В этом случае O -та касается каска квадрата

$$R = 12 - 5 = 7$$

$$R = \sqrt{a} = 7$$

$$a = 49$$

2) Р-ти только правую полуокружность.



$$\text{в } \triangle ABO: R_{\text{внеш}} = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13$$

$$\text{в } \triangle ABO_1: R_{\text{внеш}} = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13$$

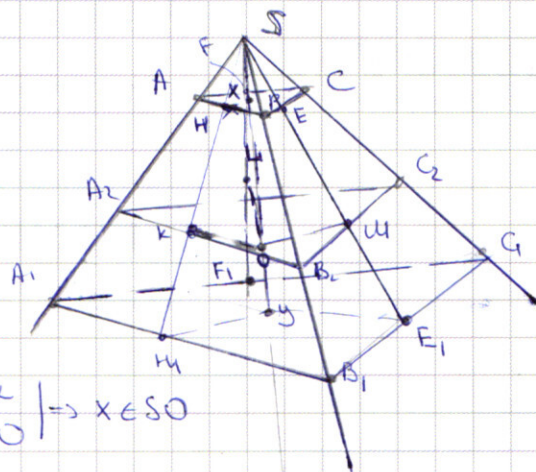
$$R = R_{\text{внеш}} = R_{\text{внеш}} \Rightarrow \text{картинка верна} \quad R = \sqrt{a} = 13$$

$$a = 169$$

Ответ: 169; 49

4) Дано:

$\angle(O)$ впис. в тетраэдр CS ,
кас. к граням BC, k, l, m ,
 α, β кас. $\angle(O)$ и $\alpha, \beta \perp SO$
 $S_{\text{тетр}} = 16$
 $S_{\text{тетр}} = 16$
 $S_{\text{тетр}} = ?$
 $\angle KSO = ?$



Решение:

1) Пусть $\angle(O)$ касается $\angle B = X$, тогда $OX \perp \alpha$
 $\alpha \perp SO \Rightarrow X \in SO$

Аналогично кас. $\angle(O)$ и $\beta = Y \in SO$.

$$\alpha \perp SO \Rightarrow \alpha \parallel \beta$$

2) $\alpha \cap \Pi = A, B$

$\beta \cap \Pi = A_1, B_1$

Π — плоскость грани
тетраэдра CS , содержащая $\tau.k$
 $\alpha \parallel \beta$

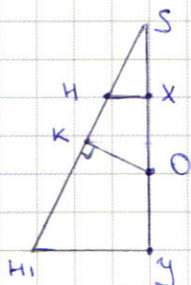
$$\Rightarrow AB \parallel A_1B_1$$

Пусть α, β пересекают ребро SC в C_1 и C_2 .

Аналогично $BC \parallel B_1C_1, AC \parallel A_1C_1$

$$\Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1 \quad k = \sqrt{\frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}}} = \frac{1}{4}$$

3) в (SAB) $SH \perp AB$
 $AB \parallel A_1B_1 \Rightarrow SH \perp A_1B_1 \quad SH \cap A_1B_1 = K_1$



$$SH \perp AB \Rightarrow XH \perp AB \quad (\text{Th } 0 \text{ } 3^\circ \perp)$$

$$SX \perp \alpha$$

$$\begin{aligned} AB \perp XH \\ AB \perp SH \end{aligned} \Rightarrow AB \perp (SHX)$$

в (SHX) $OK^* \perp SH$

$$\begin{aligned} OK^* \perp SH \\ AB \perp (SHX) \Rightarrow AB \perp OK^* \end{aligned} \Rightarrow$$

4) $XO = OY = R = OK$

$$\frac{SH}{SK} = k = \frac{1}{4}$$

$$\triangle SHX \sim \triangle SHY \Rightarrow \frac{SX}{SY} = \frac{1}{4}$$

$$SX = a$$

$$SY = 2R + a$$

$$\frac{a}{2R + a} = \frac{1}{4}$$

$$4a = 2R + a$$

$$SX = a = \frac{2}{3}R$$

$$SY = \frac{2}{3}R + 2R = \frac{8R}{3}$$

$$SO = SX + R = \frac{5}{3}R$$

$$\text{из } \triangle SKO: \sin \angle KSO = \frac{KO}{SO} = \frac{R}{\frac{5}{3}R} = \frac{3}{5}$$

$$\angle KSO = \arcsin \frac{3}{5}$$

$$\frac{S_{A_1B_1C_1}}{S_{ABC}} = k_1^2 = \frac{4}{25}$$

$$S_{A_1B_1C_1} = \frac{4}{25} \cdot 16 = \frac{64}{25}$$

Ответ: $\arcsin \frac{3}{5}; \frac{64}{25}$.

5)

$$SK = SO \cos \angle KSO$$

$$SH = \frac{SY}{\cos \angle KSO}$$

$$\frac{SK}{SH} = \frac{SO \cos \angle KSO}{SY} = \frac{\frac{5}{3}R \cdot \frac{4}{5}}{\frac{8R}{3}} = \frac{2}{5}$$

Аналогично в $(SB_1C_1), (SA_1C_1)$

если $SE \perp B_1C_1, SF \perp A_1C_1$, то

$$\frac{SK}{SE} = \frac{2}{5}; \quad \frac{SK}{SF} = \frac{2}{5}$$

Проведем через $\tau.k$ $A_2B_2 \parallel A_1B_1$

$$\frac{A_2B_2}{A_1B_1} = \frac{SK}{SH} = \frac{2}{5}$$

Аналогично в других гранях $B_2C_2 \parallel B_1C_1, A_2C_2 \parallel A_1C_1$

$$\Rightarrow \triangle A_2B_2C_2 \sim \triangle A_1B_1C_1 \quad k_1 = \frac{2}{5}$$

($k, l, m \in (A_1B_1C_1)$)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\textcircled{3} \quad \begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y \ln(y/x^2) & (2) \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0 & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ \frac{y}{x^2} > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

$$(1) \quad y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0$$

$$y^2 - (x+4)y - (2x^2 - 8x) = 0$$

Решим кв. y -с огн-но y :

$$D = x^2 + 8x + 16 + 8x^2 - 32x = (9x^2 - 24x + 16) = (3x - 4)^2$$

$$y = \frac{x+4+3x-4}{2} = 2x$$

$$y = \frac{x+4-3x+4}{2} = 4-x$$

$$1) \quad y = 2x$$

$$(2): (x^2 \cdot 16x^4)^{-\ln x} = (2x)^{\ln \frac{2}{x^6}}$$

$$(16x^6)^{-\ln x} = 2^{\ln \frac{2}{x^6}} \cdot x^{\ln \frac{2}{x^6}}$$

$$x^{-\ln 16x^6} = 2^{\ln \frac{2}{x^6}} \cdot x^{\ln \frac{2}{x^6}}$$

$$1 = x^{\ln 32} \cdot 2^{\ln \frac{2}{x^6}}$$

$$2^{-5\ln x} = 2^{\ln \frac{2}{x^6}}$$

$$-5\ln x = \ln \frac{2}{x^6}$$

$$-5\ln x = \ln 2 - 6\ln x$$

$$\ln x = \ln 2$$

$$x = 2$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases}$$

$$| \cdot x^{\ln 16x^6} > 0$$

$$2) \quad y = 4-x \quad \text{т.к. } y > 0, x > 0$$

$$(x^2(4-x)^4)^{-\ln x} = (4-x)^{\ln \frac{(4-x)}{x^2}}$$

$$x^{-2\ln x} \cdot (4-x)^{-4\ln x} = (4-x)^{\ln \frac{4-x}{x^2}}$$

$$x^{-2\ln x} = (4-x)^{\ln \frac{(4-x)x^4}{x^2}}$$

$$x^{-2\ln x} = (4-x)^{\ln \frac{4-x}{x^3}}$$

6) Решение:

1) $\triangle CAB$: $\angle ACD = \alpha$

$$\frac{AB}{\sin \alpha} = 2R$$

$\triangle CAB$: $\angle ADC = 90^\circ - \alpha$

$$\frac{AB}{\sin(90^\circ - \alpha)} = 2R$$

$$\Rightarrow \sin \alpha = \sin(90^\circ - \alpha)$$

$$\alpha = 45^\circ$$

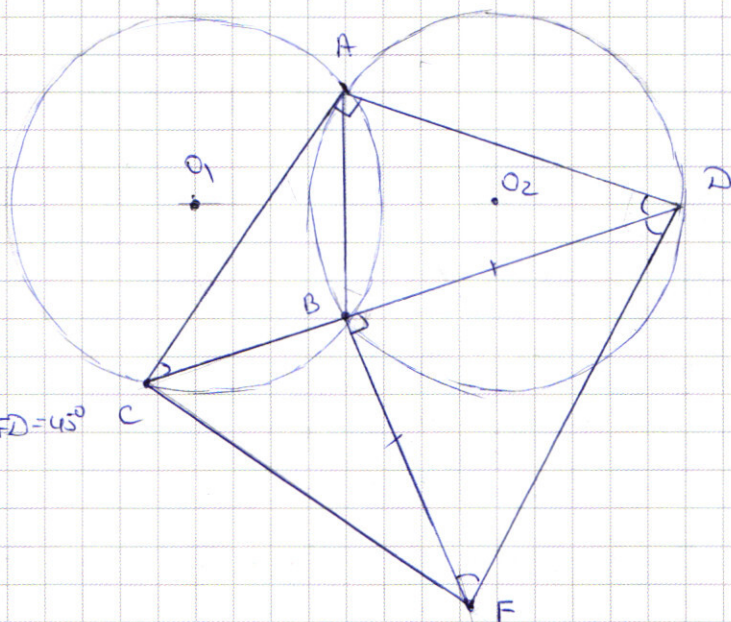
$$AC = AD$$

2) $BD = BF$
 $\angle FBD = 90^\circ \Rightarrow \angle BDF = \angle BFD = 45^\circ$

$$\Rightarrow \angle ADF = 90^\circ$$

$$\begin{matrix} AC \perp AD \\ DF \perp AD \end{matrix} \parallel \Rightarrow AC \parallel DF$$

~~$\angle ACD = 45^\circ$~~



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

① $9261 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$

$$\begin{array}{r} 9261 \overline{) 9} \\ \underline{9} \\ 26 \overline{) 9} \\ \underline{18} \\ 81 \overline{) 9} \\ \underline{81} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 343 \overline{) 7} \\ \underline{28} \\ 63 \overline{) 49} \\ \underline{63} \\ 0 \end{array}$$

$$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 1 \cdot 1$$

$$\frac{A_8}{3!3!} = 420$$

$$\frac{A_8}{3!3!2!} = \frac{8!}{3!3!2!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2 \cdot 2} = 17 \cdot 10 = 170$$

$$\Sigma = 1120 + 170 = 1290$$

② $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$

$$\sqrt{2} \cos(9x - \frac{\pi}{4}) - \sqrt{2} \cos(5x + \frac{\pi}{4}) - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\cos$$

$$-2 \sin 7x \sin(4x - \frac{\pi}{4}) - \cos 4x = 0$$

$$\sqrt{2} \sin(9x + \frac{\pi}{4}) + \sqrt{2} \sin(5x - \frac{\pi}{4}) - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \sin 7x \cos(2x + \frac{\pi}{4}) - \cos 4x$$

$$-2 \sin 7x \sin 2x - \sqrt{2} \cos 4x + 2 \sin 7x \cos 2x = 0$$

$$2 \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2} (\cos 2x \sin 2x) (\cos 2x + \sin 2x) = 0$$

1) $\cos 2x = \sin 2x$!

$$\cos 2x = \cos(\frac{\pi}{2} - 2x)$$

2) $2 \sin 7x - \sqrt{2} (\cos 2x + \sin 2x) = 0$

$$2 \sin 7x - \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \sin(2x + \frac{\pi}{4}) = 0$$

$$\sin 7x = \sin(x + \frac{\pi}{4})$$

$$\begin{cases} 7x = 2x + \frac{\pi}{4} + 2\pi k \\ 2x = \pi - 2x - \frac{\pi}{4} + 2\pi m \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x &= \frac{\pi}{10} + \frac{2\pi k}{5} \\ x &= \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi m}{9} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2x &= \frac{\pi}{2} - 2x + 2\pi k \\ 2x &= -\frac{\pi}{4} + 2x + 2\pi m \end{aligned}$$

$$x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}$$

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y_1 x^2)} & (1) \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0 & (2) \end{cases}$$

$$(1) \quad y^2 - (4+x)y + (-2x^2 + 8x) = 0$$

$$D = 16 + 8x + x^2 + 8x^2 - 24x = 9x^2 - 16x + 16 = (3x - 4)^2$$

$$f_y = \frac{4+x+3x-4}{2} = 2x$$

$$y = \frac{4 + x - 3x + 8}{2} = 6 - x$$

$$2^x + 3 \cdot 2^{34} < 76 + 2(2^{32} - 1)x$$

(2) $x > 0$

$$\frac{y}{x} > 0 \quad y > 0$$

$$x \neq 0$$
~~$$x < y$$~~

$$1) \quad y = (x^{\frac{1}{6}})^{\ln x} = (2x)^{\ln(\frac{2}{x^6})}$$

$$\begin{aligned} x^{-\ln 16x^6} &= (2\{x\})^{\ln \frac{2}{x^6}} \\ x^{-\ln 16x^6} &= 2^{\ln \frac{2}{x^6}} \cdot \underbrace{x^{\ln \frac{2}{x^6}}}_{=0} \\ &= 2^{\ln \frac{2}{x^6}} \end{aligned}$$

$$x^{-\ln 32} = 2^{\ln \frac{2}{x^6}}$$

$$2^{-5 \ln x} = 2^{\ln \frac{2}{x^6}}$$

$$-5 \ln x = \ln c - 6 \ln x$$

$$\ln x = \ln 2$$

$$\boxed{x=2} \quad y=4$$

$$\frac{(x^2(6-x)^4)^{-\ln x}}{x^3} = (6-x)^{\frac{6-x}{x^3}}$$

$$x^{2-2\ln x} \cdot (G-x)^{-4\ln x} = (G-x)^{\ln \frac{G-x}{x^2}}$$

$$x^{-2\ln x} \cdot (6-x) - \ln x^4 \cdot \frac{6-x}{x^2} = 1$$

$$x^{-2} \ln x = (6-x) \ln \frac{6-x}{x^3}$$

$$x^{-7 \ln x} = (6-x)^{\ln(6-x)} \cdot (6-x) \cdot x^{-3 \ln(6-x)}$$

$$x \ln \frac{(6-x)^3}{x^2} = (6-x) \ln (6-x)$$

$$(6-x) \cdot \frac{3 \ln x}{x} - \frac{2 \ln x}{4-x}$$

$$(x^2(4-x)^4) - \ln x = \frac{2x}{y(4-x)}$$

$$x^{-2} \ln x = (u-x)^{-4} \ln x = (u-x)^{\ln(u-x) - \ln(x^2)} = (u-x)^{\ln \frac{u-x}{x^2}}$$

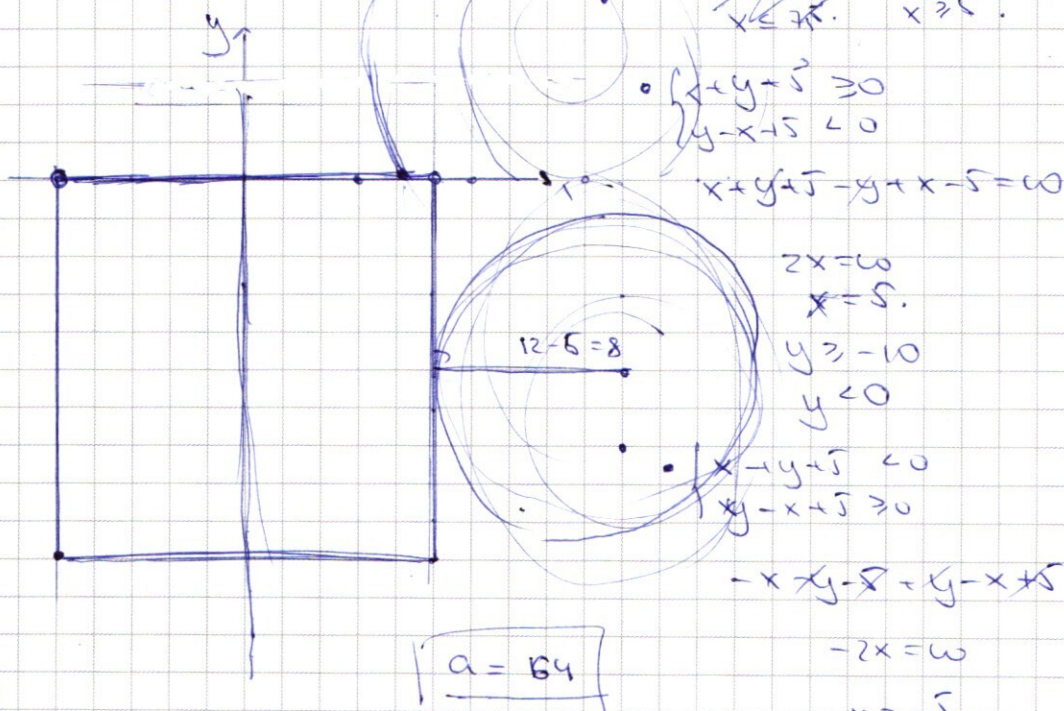
$$x - \ln x^4 \ln \frac{4-x}{x^5} = 4$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

5) $\begin{cases} |x+y+5| + |y-x+5| = 10 & (1) \\ (|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = a \end{cases}$

(1) $x+y+5+y-x+5=10$ $\begin{cases} -x+y-5 \geq 0 \\ x+y+5 \geq 0 \end{cases}$

$y = 0$



$x \geq 0$
 $y \geq 0$

$a = 164$

$y^2 - (x+4)y - (2x^2 - 8x) = 0$

$D = x^2 + 8x + 16 - 8x^2 - 32x =$

$y = \frac{x+4 \pm \sqrt{9x^2 - 24x + 16}}{2} = 2x$

$y = \frac{x+4 - 3x+4}{2} = 4-x$

$y = 4-x$

$(x$

$\begin{cases} x \geq -5 \\ x \leq 5 \end{cases}$

$\begin{cases} x+y+5 \geq 0 \\ y-x+5 < 0 \end{cases}$

$x+y+5-y+x-5=10$

$2x=10$
 $x=5$

$y \geq -10$
 $y < 0$

$\begin{cases} x-y+5 < 0 \\ y-x+5 \geq 0 \end{cases}$

$-x-y-5+y-x+5=10$

$-2x=10$

$x=-5$

$y < 0$

$y \geq -10$

$\begin{cases} x+y+5 < 0 \\ y-x-5 < 0 \end{cases}$

$-x-y-5-y+x-5=10$

$y=-10$

$$x^{-2\ln x} = (u-x) (u-x)^{\ln(u-x)} \cdot x^{-3\ln(u-x)}$$

$$x^{-\ln x^2 + \ln(u-x)^3} = (u-x)^{\ln(u-x)}$$

$$x^{\ln \frac{(u-x)^3}{x^2}} = (u-x)^{\ln(u-x)}$$

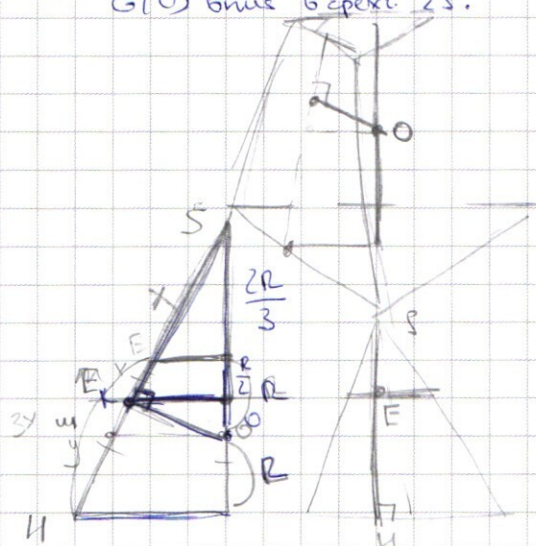
$$(u-x)^{3\ln x} \cdot x^{-2\ln x} = (u-x)^{\ln(u-x)}$$

$$(u-x)^{\ln \frac{x^3}{u-x}} = x^{2\ln x}$$

$$x^{-\ln x^2} = (u-x)^{\ln(u-x)} \cdot x^{\ln(u-x)^3}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

4) Дано:
 $G(0)$ — число в спектре $\angle S$.

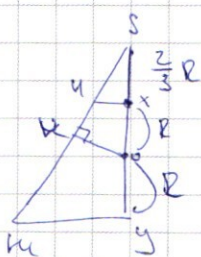


$$\frac{\sigma_F}{\sigma_H} = \frac{1}{4}$$

$$SE = \frac{1}{8} SH = x$$

$$SU = 4X$$

$$\sin \angle KSO = \frac{R}{\frac{SR}{2}} = \frac{3}{5}$$



$$\frac{2}{3} R$$

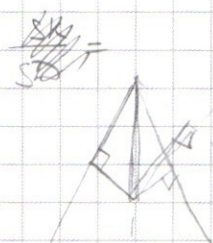
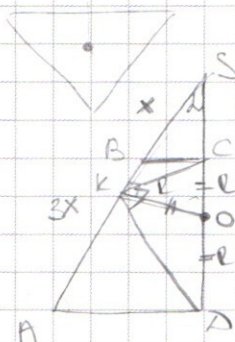
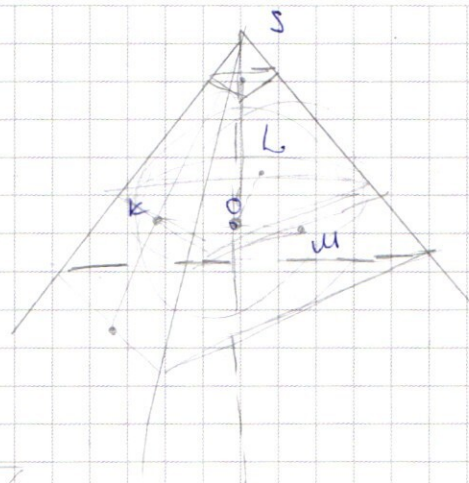
$$\sin \alpha = \frac{3}{5}$$

$$\cos \alpha = \frac{4}{5}$$

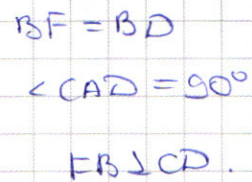
$$S_K = \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{3} R = \frac{4}{3} R.$$

$$S_{K1} = \frac{\frac{8}{3} R}{\frac{4}{3}} = \frac{10}{3} R$$

$$\frac{SH}{sh} = \frac{2}{5} \quad !6$$



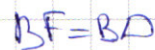
$$\frac{\frac{2R}{3} + \frac{R}{2}}{\frac{CR + \frac{CR}{2}}{2}} = \frac{\frac{4R}{6} + \frac{3R}{6}}{\frac{2CR + CR}{2}} = \frac{\frac{7R}{6}}{\frac{3CR}{2}} = \frac{7R}{6} \cdot \frac{2}{3CR} = \frac{7R}{9CR}$$



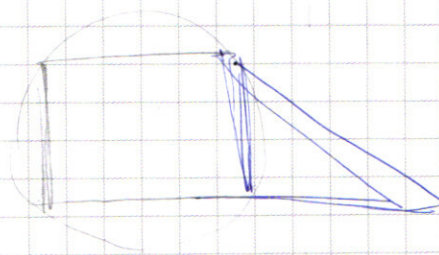
$$B_H = \sqrt{2} R.$$

$$\angle CAD = 90^\circ$$

$$\frac{AB}{\sin(90-\alpha)} = \frac{AB}{\sin \alpha} = \frac{AB}{\sin \alpha}$$



$$A \subset A \cup B$$



$$CF =$$

$$0 < x < 1$$

$$x \rightarrow \ln$$

$$AB = \omega N \Sigma$$

$$AC = AD$$

$$\frac{CB}{\sin \alpha} = \frac{BC}{\cos \alpha}$$

$$CB = BD \cdot \tan \alpha$$

$$CB =$$

$$+g(90^\circ - \alpha) -$$

$$-ctg \alpha \cdot \frac{AB}{}$$