

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 7

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 9261. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^7)}, \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 16.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 5| + |y - x + 5| = 10, \\ (|x| - 12)^2 + (|y| - 5)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 10 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 12$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

①

$9261 = 3^3 \cdot 7^3$ — разложение на простые множители.

Добавим две единицы для нужного количества цифр.

$8!$ — количество вариантов расположения этих цифр.

Среди них $3! \cdot 3! \cdot 2!$ одинаковых чисел. (Т.к. в нашем наборе 3 тройки, 3 семерки, две единицы)

$$\frac{8!}{3! \cdot 3! \cdot 2!} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2} = 10 \cdot 7 \cdot 8 = 560$$

всего вариантов

Ответ: 560.

②

$$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$$

$$\cos 9x + \cos\left(\frac{\pi}{2} - 5x\right) + \cos\left(\frac{\pi}{2} - 9x\right) - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2\cos\left(\frac{\pi}{4} + 2x\right)\cos\left(7x - \frac{\pi}{4}\right) - 2\sin\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right)\sin\left(\frac{\pi}{4} - 7x\right) - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)\left(\cos\left(7x - \frac{\pi}{4}\right) - \sin\left(\frac{\pi}{4} - 7x\right)\right) - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)\left(\cos\left(7x - \frac{\pi}{4}\right) - \cos\left(7x + \frac{\pi}{4}\right)\right) - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)(-2)\sin 7x \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \cos(2x + \frac{\pi}{4}) \sin 7x - \cos 4x = 0 \quad \textcircled{2} \text{ (по формуле)}$$

$$2(\cos 2x \cos \frac{\pi}{4} - \sin 2x \sin \frac{\pi}{4}) \sin 7x - (\cos^2 2x - \sin^2 2x) = 0$$

$$\sqrt{2}(\cos 2x - \sin 2x) \sin 7x - (\cos 2x - \sin 2x)(\cos 2x + \sin 2x) = 0$$

$$(\cos 2x - \sin 2x)(\sqrt{2} \sin 7x - \cos 2x - \sin 2x) = 0$$

$$\boxed{\cos 2x = \sin 2x} \quad (1)$$

$$\boxed{\sqrt{2} \sin 7x - \cos 2x - \sin 2x = 0} \quad (2)$$

$$(1) \cos 2x - \cos(\frac{\pi}{2} - 2x) = 0$$

$$-2 \sin \frac{\pi}{4} \sin(2x - \frac{\pi}{4}) = 0$$

$$2x - \frac{\pi}{4} = \pi k, k \in \mathbb{Z} \Rightarrow x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}$$

~~2x + \frac{\pi}{4}~~

$$(2) \sqrt{2} \sin 7x - (\cos 2x + \sin 2x) = 0$$

$$\sqrt{2} \sin 7x - (\cos 2x + \cos(\frac{\pi}{2} - 2x)) = 0$$

$$\sqrt{2} \sin 7x - 2 \cos \frac{\pi}{4} \cos(2x - \frac{\pi}{4}) = 0$$

$$\cos(\frac{\pi}{2} - 7x) - \cos(2x - \frac{\pi}{4}) = 0$$

$$-2 \sin(\frac{\pi}{8} - \frac{5x}{2}) \sin(\frac{3\pi}{8} - \frac{9x}{2}) = 0$$

$$\frac{\pi}{8} - \frac{5x}{2} = \pi k \Rightarrow -\frac{5x}{2} = \pi k - \frac{\pi}{8} \quad x = -\frac{2\pi k}{5} + \frac{\pi}{20}$$

$$\frac{3\pi}{8} - \frac{9x}{2} = \pi k \Rightarrow -\frac{9x}{2} = \pi k - \frac{3\pi}{8} \quad x = -\frac{2\pi k}{9} + \frac{3\pi}{9}$$

$$x = -\frac{2\pi k}{9} + \frac{\pi}{12}$$

Ответ: ~~$x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}$~~ ; $x = -\frac{2\pi k}{9} + \frac{\pi}{12}$;

$$x = -\frac{2\pi k}{5} + \frac{\pi}{20}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{aligned} (x^2 y^4)^{-\ln x} &= y^{\ln\left(\frac{y}{x^2}\right)} \quad (1) \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y &= 0 \quad (2) \\ (2) \text{ рассмотрим ур-е как квадрат-} \\ &\text{ное отн. } y. \\ y^2 - y(x+4) - 2x^2 + 8x &= 0 \\ D = x^2 + 8x + 16 - 4(-2x^2 + 8x) &= 9x^2 - 24x + 16 = \\ &= (3x - 4)^2 \\ y &= \frac{x+4 \pm (3x-4)}{2}, \quad y = \frac{x+4+3x-4}{2} = 2x \quad (a) \\ y &= \frac{x+4-3x+4}{2} = \frac{-2x+8}{2} = -x+4 \quad (b) \\ (a) \quad y=2x \quad (x^2 \cdot 16x^4)^{-\ln x} &= y^{\ln\left(\frac{y}{x^2}\right)} \\ \text{ОДЗ: } x > 0 \quad \frac{2}{x^6} > 0 \quad (16x^6)^{-\ln x} &= (2x)^{\ln \frac{2}{x^6}} \\ (16x^6)^{-\ln x} &= (2x)^{\ln 2 - 6\ln x} \\ (16x^6)^{-\ln x} &= \frac{(2x)^{\ln 2}}{(2x)^{6\ln x}} \Rightarrow \left(\frac{64}{16}\right)^{\ln x} = (2x)^{\ln 2} \\ 2^{2\ln x} &= (2x)^{\ln 2} \\ 2^{2\ln x} &= 2^{\ln 2} \cdot x^{\ln 2} \Rightarrow 2^{2\ln x} = 2^{\ln 2} \cdot 2^{\ln x} \end{aligned}$$

$$2^{2 \ln x} - 2^{\ln x} 2^{\ln 2} = 0 \quad (3) \text{ (проверим)}$$

$$2^{\ln x} (2^{\ln x} - 2^{\ln 2}) = 0$$

$$2^{\ln x} = 2^{\ln 2}$$

$$\ln x = \ln 2$$

$$x = 2$$

$$(5) y = -x + 4$$

$$(x^2 \cdot (-x+4)^4)^{-\ln x} = (-x+4)^{\ln \left(\frac{-x+4}{x^2} \right)}$$

$$(x^2)^{-\ln x} \cdot (-x+4)^{4 \ln x} = \frac{(-x+4)^{\ln(-x+4)}}{(-x+4)^{2 \ln x}}$$

3.

$$x > 0$$

$$-x+4 > 0$$

$$\log_{-x+4} (x^2)^{-\ln x} + \log_{-x+4} (-x+4)^{-4 \ln x}$$

$$= \log_{-x+4} (-x+4)^{\ln(-x+4)} - 7 \ln x$$

$$-2 \ln x \log_{-x+4} x - 4 \ln x = \ln(-x+4) - 7 \ln x$$

$$-2 \log_{-x+4} x - 4 = \log_x (-x+4) - 7$$

$$-2t + 3 - \frac{1}{t} = 0$$

$$-2t^2 + 3t - 1 = 0$$

$$2t^2 - 3t + 1 = 0$$

$$t = 1$$

$$t = \frac{1}{2}$$

$$-x+4 = x \Rightarrow x = 2$$

$$\sqrt{-x+4} = x$$

$$x^2 = -x+4$$

$$x^2 + x - 4 = 0$$

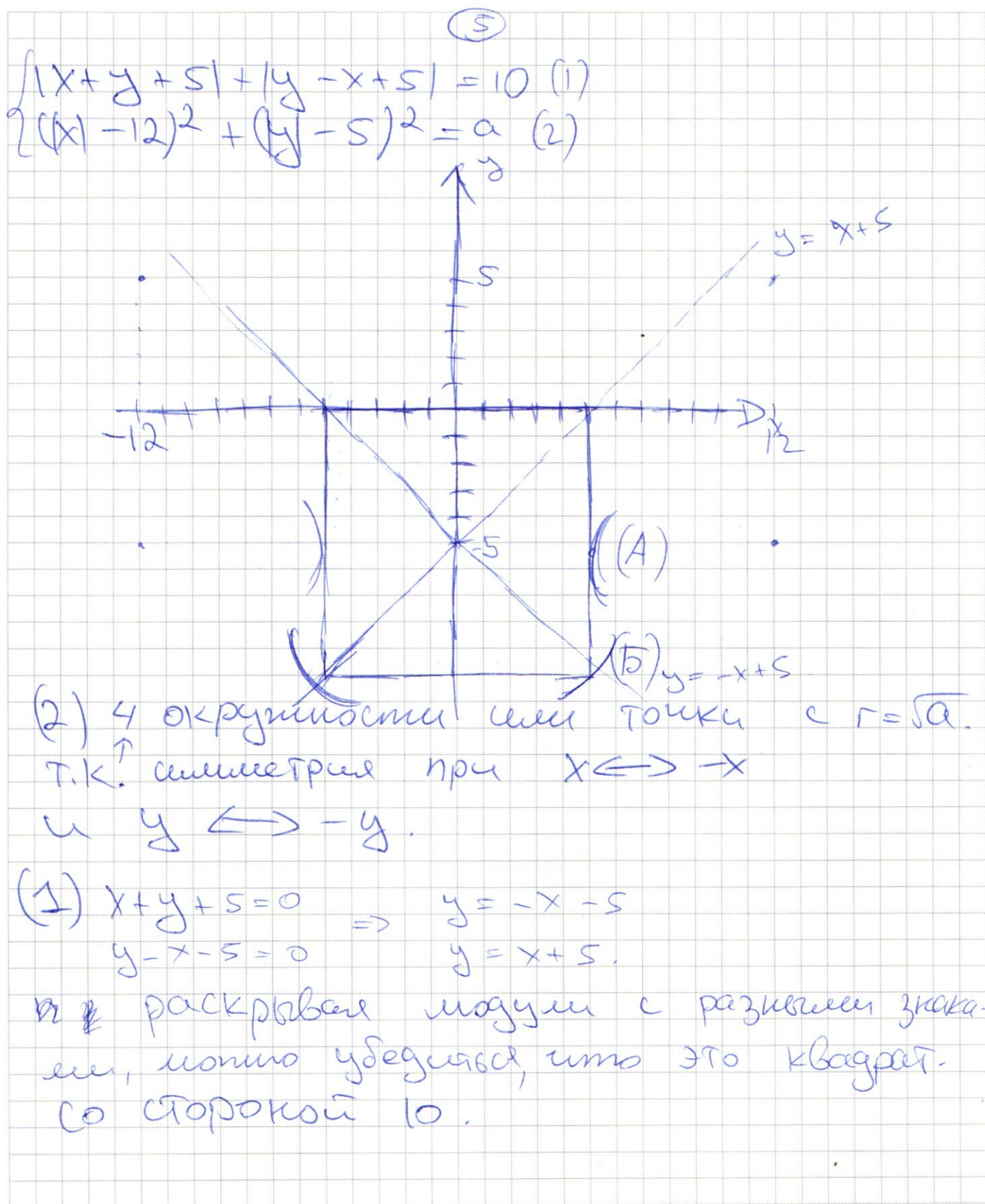
$$D = 1 + 16 = 17$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

с "не
пох."

$$\text{Ответ: } x = 2; x = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



⑤ (продолжение)

Два решения в том случае, если окружности касаются квадрата. Варианты касания — на рисунке

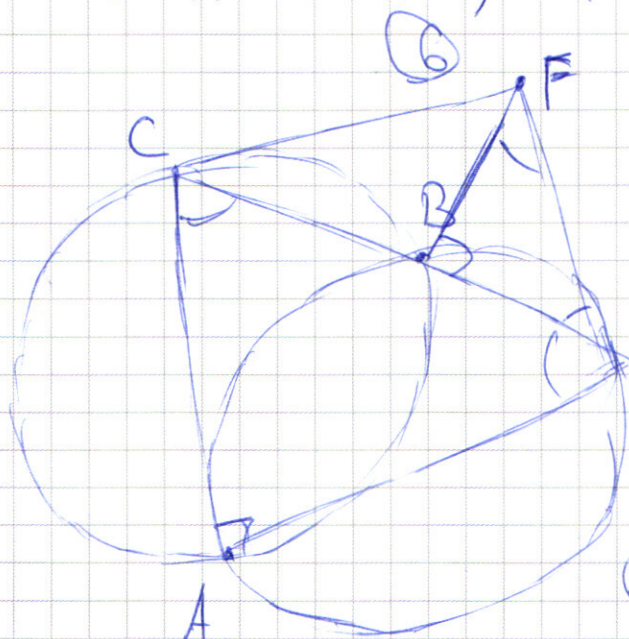
(А) и (Б)

(А): $\sqrt{a} = 7 \quad a = 49$

(Б): $r = \sqrt{17^2 + 15^2} = \sqrt{a}$

$a = 17^2 + 15^2 = 514$

Ответ: $a = 49$; $a = 514$.



$\angle CAD = 90^\circ \quad R = 10$

$CF = ?$

1) $\angle ACB = \angle ADB = 45^\circ$

2) Т.к. они опираются на равные дуги,

$\angle CAD = 90^\circ$

из $\triangle ACD$ найдем величину этих углов.

$\angle BDF = \angle BFD = 45^\circ$ (в равнобедренном прямоугольном $\triangle BDF$)

$\angle ADF = 90^\circ \Rightarrow AC \parallel FD$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$(x^2(x-4)^4)^{-\ln x} = (x-4)^{\ln\left(\frac{x-4}{x^2}\right)}$$

$$(x^2)^{-\ln x} \cdot ((x-4)^4)^{-\ln x} = (x-4)^{\ln(x-4) - \ln x^7}$$

$$(x^2)^{-\ln x} \cdot ((x-4)^4)^{-\ln x} = \frac{(x-4)^{\ln(x-4)}}{(x-4)^{7\ln x}}$$

$$(x^2)^{-\ln x} \cdot (x-4)^{3\ln x} = (x-4)^{\ln(x-4)}$$

$$x^{\ln x} = x^{\frac{\log_x x}{\log_x e}} = x^{\frac{1}{\log_x e}}$$

$$(x^2 \cdot (x-4)^3)^{\ln x} = (x-4)^{\ln(x-4)}$$

$$\ln x \log(x-4)(x^{-2})(x-4)^3 = \log(x-4) \ln(x-4)$$

$$\ln x (\log_{x-4} x^{-2} + 3) = \ln(x-4)$$

$$\frac{\ln x}{\ln(x-4)} (2 \log_{x-4} x + 3) = 1$$

$$\log_{x-4} x (-2 \log_{x-4} x + 3) = 1$$

$$t(-2t+3) = 1$$

$$-2t^2 + 3t - 1 = 0$$

$$2t^2 - 3t + 1 = 0$$



$$L = 10$$

$$L/5 \pm x + 90 - x + 45 = 165$$

$$\begin{aligned} \lg 2x &= 1 & 2x - \frac{\pi}{4} &= \pi |k| \\ 2x &= \frac{\pi}{2} + & 2x &= \pi k + \frac{\pi}{4} \\ & & x &= \frac{\pi k}{2} + \frac{\pi}{8} \end{aligned}$$

$$\frac{\pi}{8} - \frac{5x}{2} = NK$$

$$-\frac{5x}{2} = \pi \quad | \cdot -\frac{\pi}{8}$$

$$x = -\frac{2\pi i k}{5} + \frac{\pi - 2}{40}$$

~~12~~

$X + 90 \text{ E}$

$$\frac{3\pi}{8} - \frac{9x}{2} = 71K$$

$$-\frac{9x}{2} = \pi K - \frac{3\pi}{2}$$

$$x = -\frac{2\pi}{9} + \frac{2 \cdot 3}{3 \cdot 4} \pi =$$

$$h = \frac{2\pi}{g} + \frac{\pi}{12}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$y = 2x$$

$$(x^2 \cdot 16x^4) - \ln x = (2x)^{\ln \left(\frac{2}{x6} \right)}$$

$$(16x^6) - \ln x = (2x)^{\ln \left(\frac{2}{x6} \right)}$$

$$\ln \frac{1}{(16x^6)^{\ln x}} = \ln (2x)^{\ln 2 - \ln x6}$$

$$\frac{1}{(16x^6)^{\ln x}} = \frac{(2x)^{\ln 2} (2x)^{\ln x6}}{(64x^6)^{\ln x}}$$

$$\frac{1}{16^{\ln x}} = \frac{(2x)^{\ln 2}}{64^{\ln x}}$$

$$\left(\frac{64}{16} \right)^{\ln x} = (2x)^{\ln 2}$$

$$4^{\ln x} = (2x)^{\ln 2}$$

$$2^{2\ln x} = 2x^{\ln 2}$$

$$(2^{\ln x})^2 = 2 \cdot 2x^{\ln 2}$$

$$(x^{\ln 2})^2 = 2x^{\ln 2}$$

$$(x^{\ln 2} - 2) \cdot x^{\ln 2} = 0$$

$$x^{\ln 2} = 2$$

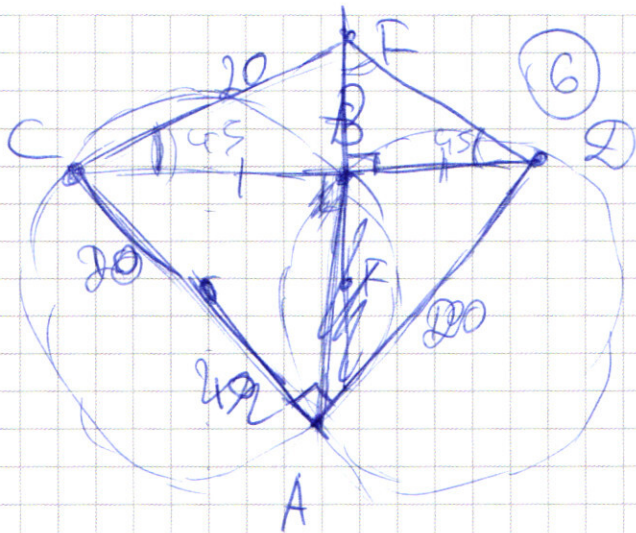
$$x^{\ln 2} = 0$$

$$x = 0$$

$$x = \frac{2}{\ln 2}$$

$$x = \frac{2}{\ln 2}$$

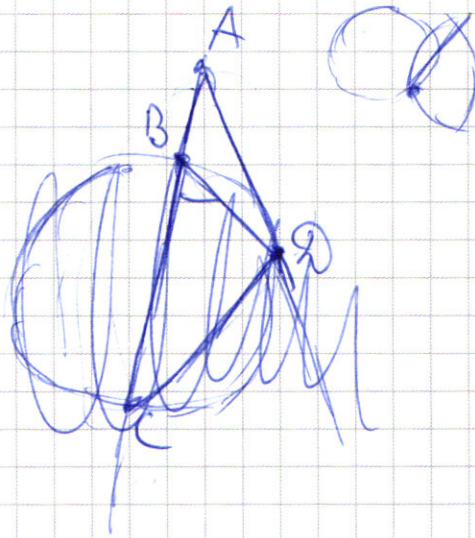
$$x = \frac{2}{\ln 2}$$



$$CF = ?$$

$$R = 10$$

$$BF = BD$$



$$AD^2 = CB \cdot CD ?$$

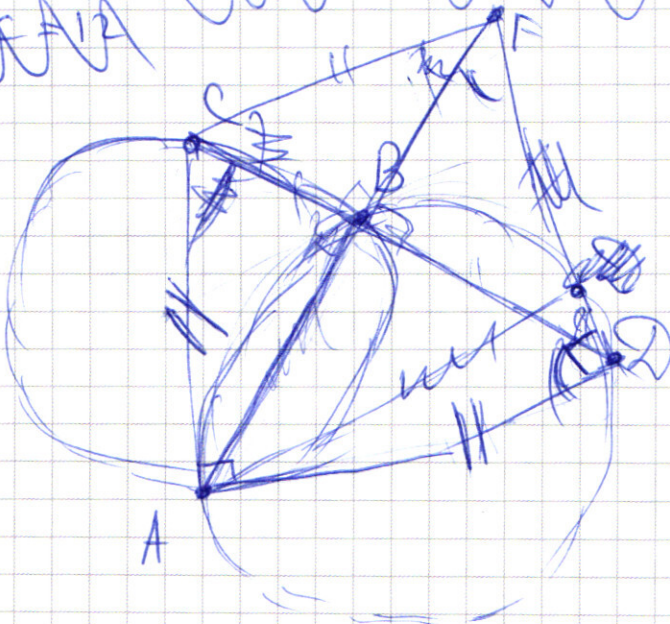
$$CA^2 = BD \cdot CD$$

$$1 = \frac{CB}{BD}$$

$$20^2 + 20^2 = 800 \quad A = 20\sqrt{2}$$

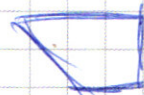
$$(10\sqrt{2})^2 + (10\sqrt{2})^2 = 200 + 200 = 400 \quad CF = 20$$

~~BF = 10~~



$$R = 10$$

$$10\sqrt{2}$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

①

$$9261 = 3 \cdot 3087 = 3 \cdot 1029 \cdot 3 = 3^3 \cdot 343 = 3^3 \cdot 7^3$$

$$\begin{array}{r} 343 \overline{) 7} \\ 28 \\ \underline{63} \\ 63 \\ \underline{0} \end{array}$$

$$27 \cdot 49 \cdot 7$$

$$\begin{array}{r} 27 \\ \times 49 \\ \hline 243 \\ 108 \\ \hline 1323 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1323 \\ \times 7 \\ \hline 9261 \end{array} = 3^3 \cdot 7^3 \cdot 1 \cdot 1$$

$$C_4^7 = \frac{7!}{4! \cdot 3!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 35$$

$$\frac{8!}{3! \cdot 2! \cdot 3!} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7} = 10 \cdot 7 \cdot 8 = 560$$

②

$$\begin{cases} |x+y+5| + |y-x+5| = 10 & (1) \\ (|x|-2)^2 + (|y|-5)^2 = a & (2) \end{cases} \quad \text{Два решения.}$$

(1) ~~$x+y+5=0$~~

$$\begin{cases} x+y+5=0 \\ y-x+5=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = -x-5 \\ y = x-5 \end{cases}$$

a) $x+y+5 \geq 0$

$$y-x-5 \geq 0$$

$$2y+10=10$$

$$y=0$$

$$y \geq -x-5$$

$$\begin{cases} -x-y-5 + y-x+5 = 10 \\ x = -5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y+5 < 0 \\ y < -5-x \end{cases}$$

②

$$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$$

$$\cos 9x + \cos(\frac{\pi}{2} - 9x) - \cos 5x + \cos(\frac{\pi}{2} - 5x) - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \cos \frac{\pi}{4} \cos(\frac{\pi}{4} + 9x) - 2 \sin \frac{\pi}{4} \sin(\frac{\pi}{4} - 5x) - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\sqrt{2} \cos(\frac{\pi}{4} + 9x) - \sqrt{2} \sin(\frac{\pi}{4} - 5x) - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\cos(\frac{\pi}{4} + 9x) - \cos(\frac{\pi}{4} - 5x) - \cos 4x = 0$$

$$-2 \sin(\frac{\pi}{4} + 7x) \sin 2x - \cos 4x = 0$$

$$-2 \sin(\frac{\pi}{4} + 7x) \sin 2x - (1 - 2 \sin^2 2x) = 0$$

$$\cos 9x + \cos(\frac{\pi}{2} - 5x) + \cos(\frac{\pi}{2} - 9x) - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \cos(\frac{\pi}{4} + 2x) \cos(7x - \frac{\pi}{4}) + 2 \sin(\frac{\pi}{4} - 2x) \sin(7x - \frac{\pi}{4}) - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \cos(\frac{\pi}{4} + 2x) \cos(7x - \frac{\pi}{4}) - 2 \cos(\frac{\pi}{4} + 2x) \cos(\frac{\pi}{4} - 7x) - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$- \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\cos(\pi - 2) = \cos \pi \cos 2 + \sin \pi \sin 2 = -\cos 2$$

$$4 \cos(\frac{\pi}{4} + 2x) \cos(7x - \frac{\pi}{4}) - 4 \cos(\frac{3\pi}{4} - 7x) = \cos(7x + \frac{\pi}{4})$$

$$\cos 9x + \cos(\frac{\pi}{2} - 5x) + \cos(\frac{\pi}{2} - 9x) - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \cos(\frac{\pi}{4} + 2x) \cos(7x - \frac{\pi}{4}) - 2 \sin(\frac{\pi}{4} - 2x) \sin(\frac{\pi}{4} - 7x) - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \cos(\frac{\pi}{4} + 2x) \cos(7x - \frac{\pi}{4}) - 2 \cos(2x + \frac{\pi}{4}) \sin(\frac{\pi}{4} - 7x) - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

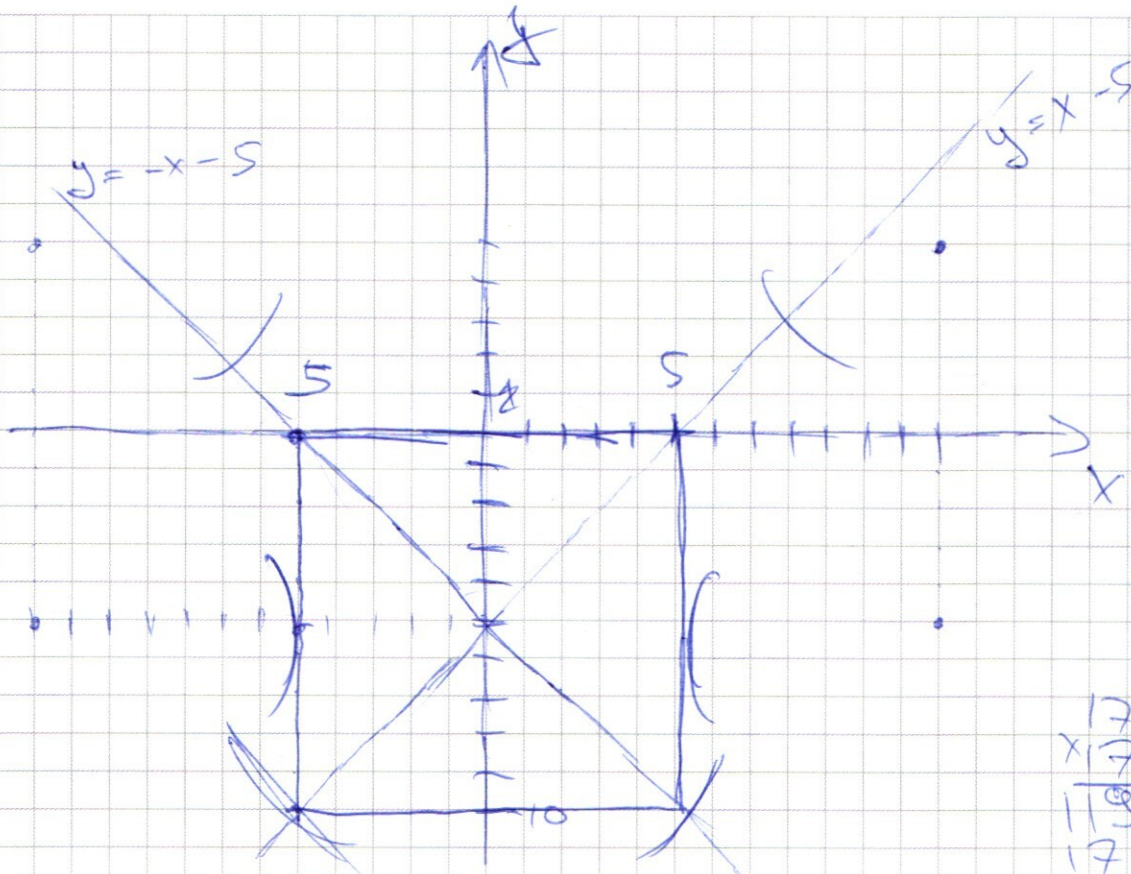
$$2 \cos(\frac{\pi}{4} + 2x) (\cos(7x - \frac{\pi}{4}) - \sin(7x + \frac{\pi}{4})) - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \cos(\frac{\pi}{4} + 2x) \cdot (-2) \sin 7x \sin(-\frac{\pi}{4}) - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \cos(\frac{\pi}{4} + 2x) \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 7x - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2(\cos \frac{\pi}{4} \cos 2x - \sin \frac{\pi}{4} \sin 2x) - \sin 7x - \cos 4x = 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\begin{aligned} \text{В)} \quad & -x - y - 5 - y + x - 5 = 10 \\ & -2y = 20 \\ & y = -10 \end{aligned}$$

(2) Уокр. или точка с $r = \sqrt{a}$

$$x \leftrightarrow -x$$

$$y \leftrightarrow -y$$

$$\sqrt{a} = 7$$

$$\boxed{\begin{aligned} a &= 49. \\ a &= 514. \end{aligned}}$$

$$\begin{array}{r} 17 \\ \times 17 \\ \hline 119 \\ 170 \\ \hline 289 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 17 \\ \times 17 \\ \hline 119 \\ 170 \\ \hline 289 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{15^2 + 17^2} &= \sqrt{225 + 289} = \\ &= \sqrt{514} = \\ &= 400 + 100 + 14 = \\ &= 514 \end{aligned}$$

$$\sqrt{2}(\cos 2x - \sin 2x) \cdot \sin 7x - (\cos^2 2x - \sin^2 2x) = 0$$

~~$$(\cos 2x - \sin 2x)(\sqrt{2} \sin 7x - \cos 2x - \sin 2x) = 0$$~~

$$\sqrt{2}(\cos 2x - \sin 2x) \sin 7x - (\cos 2x - \sin 2x)(\cos 2x + \sin 2x) = 0$$

$$(\cos 2x - \sin 2x)(\sqrt{2} \sin 7x - \cos 2x - \sin 2x) = 0$$

$$\sqrt{2} \sin 7x = \cos 2x + \cos(\frac{\pi}{2} - 2x)$$

~~$$\sqrt{2} \sin 7x = 2 \cos \frac{\pi}{4} \cos(2x - \frac{\pi}{4})$$~~

$$\sin 7x - \cos(2x - \frac{\pi}{4}) = 0$$

$$\cos(\frac{\pi}{2} - 7x) - \cos(2x - \frac{\pi}{4}) = 0$$

$$-2 \sin(\frac{\pi}{8} - \frac{5x}{2}) \sin(\frac{3\pi}{8} - \frac{9x}{2}) = 0$$

$$\cos 2x = \sin 2x$$

$$\tan 2x = 1$$

③

~~$$(x^2 y^4)^{\ln x} = y^{\ln(y/x^7)} \quad (1)$$~~

~~$$y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0 \quad (2)$$~~

~~$$y^2 - y(x+4) - 2x^2 + 8x = 0$$~~

~~$$D = x^2 + 8x + 16 - 4(-2x^2 + 8x) =$$~~

~~$$= 9x^2 - 24x + 16 = (3x - 4)^2$$~~

~~$$y = \frac{-x-4 \pm (3x-4)}{2} = \frac{-4x-8}{2} = -2x-4$$~~

~~$$y = \frac{2x}{2} = x$$~~

$x > 0$

~~$$(1) y = x$$~~

~~$$(x^2 \cdot x^4)^{\ln x} = x^{\ln(\frac{1}{x^6})}$$~~

~~$$\left(\frac{1}{x^6}\right)^{\ln x} = \left(\frac{1}{x^6}\right)^{\ln x}$$~~

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3) прог.

$$y = -2x - 4$$

$$(x^2 \cdot 4(2x+4)^4) \cdot \ln x = (-2x-4) \ln \left(\frac{-2x-4}{x^7} \right)$$

$$x^{2 \ln x} \cdot (2x+4)^{-4 \ln x} = (-2x-4) \ln(-2x-4)$$

$$x^{-2 \ln x} \cdot (-2x-4)^{3 \ln x} = (-2x-4) \ln(-2x-4)$$

$$(x^{-2 \ln x}) = \frac{(-2x-4) \ln(-2x-4)}{(-2x-4)^{3 \ln x}}$$

$$y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0$$

$$y^2 - y(x+4) - 2x^2 + 8x = 0$$

$$D = x^2 + 8x + 16 - 4(-2x^2 + 8x) = 9x^2 - 24x + 16 = (3x - 4)^2$$

$$y = \frac{-x-4 \pm (3x-4)}{2} = \frac{2x-8}{2} = x-4 \quad (2)$$

$$y = \frac{-x-3x}{2} = -2x \quad (1)$$

$$(x^2 \cdot 16x^4) \cdot \ln x = (-2x) \ln \left(\frac{-2x}{x^6} \right)$$

$$x > 0$$

$$-\frac{2}{x^6} > 0$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ -\frac{2}{x^6} < 0 \end{cases}$$

6

$$t = 1 \quad D = 9 - 4 \cdot 2 = 1$$

$$t = \frac{1}{2} \quad t = \frac{3 \pm 1}{4} = 1; \frac{1}{2}$$

$$\log_{x-4} x = 1 = \log_{x-4} (x-4)$$

$$\log_{x-4} x = \frac{1}{2} = \log_{x-4} x^{\frac{1}{2}}$$

~~$x = x + 4$~~ $x - 4 = x$
 $\sqrt{x-4} = x$

~~$x^2 = x^2 + 4x + 4$~~

$D = 9 - 8 = 1$

$t = \frac{3 \pm 1}{4} = 1; \frac{1}{2}$

log

~~$\sqrt{x-4} = x$~~

~~$x-4 = x$~~

$y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0$

$y^2 - y(x+4) - 2x^2 + 8x = 0$

$(3x-4)^2$

$D = x^2 + 8x + 16 + 8x^2 - 32x = 9x^2 - 24x + 16$

$y = \frac{-x+4 \pm (3x-4)}{2}$

~~$y = \frac{x+4+3x-4}{2} = 2x$~~

$y = \frac{x+4+3x-4}{2} = 2x$

$y = \frac{x+4-3x+4}{2} = -x+4$

$\sqrt{-x+4} = x$

$-x+4 = x^2$

$x^2 + x - 4 = 0$

$D = 1 + 16 = 17$

$x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$

~~$a^{\ln b} = \dots$~~

$-x+4 = x$

$2x = 4$

$x = 2$

$a^{\ln b} = a^{\frac{\log a b}{\log a}} = b^{\log a}$