

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 7

ШИФР

19

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 9261. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$.

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

~

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^7)}, \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 16.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 5| + |y - x + 5| = 10, \\ (|x| - 12)^2 + (|y| - 5)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 10 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .

б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 12$. Найдите площадь треугольника ACF .

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

✓ 1.

$$9261 = 3^3 \cdot 7^3$$

$$1) 9261 = 1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \quad (3 \text{ семёрки, } 3 \text{ тройки, } 2 \text{ единицы})$$

$$2) 9261 = 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 9 \quad (3 \text{ единицы, } 3 \text{ тройки, } 3 \text{ семёрки, } 1 \text{ девятка})$$

По-другому не можем структурировать, т.к. 3, 7 - простые

$$3 \cdot 3 \cdot 3 = 27 - \text{не цифра,}$$

$$7 \cdot 7 = 49 - \text{не цифра (} 7^3 \text{ аналогично)}$$

$$7 \cdot 3 = 21 - \text{не цифра} \dots \text{и т.д.}$$

$$\text{Для 1) } C_8^3 \cdot C_{8-3}^3 = C_8^3 \cdot C_5^3$$

$$\text{Для 2) } C_8^3 \cdot C_{8-3}^3 \cdot C_2^1$$

$$\text{Всего: } C_8^3 \cdot C_5^3 + C_8^3 \cdot C_5^3 \cdot C_2^1 = C_8^3 (C_5^3 + C_5^3 \cdot C_2^1)$$

$$= C_8^3 \cdot C_5^3 (1 + C_2^1) = \frac{8!}{5! \cdot 3!} \cdot \frac{5!}{2! \cdot 3!} (1 + 2) = \frac{8! \cdot 5! \cdot 3}{5! \cdot 3! \cdot 3! \cdot 2} =$$

$$\frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3}{6 \cdot 8 \cdot 2} = 8 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 3 = 30 \cdot 7 \cdot 8 = 1680$$

$$\begin{array}{r} \times 30 \\ 1680 \\ \hline 1680 \end{array}$$

Ответ: 1680

$\sqrt{2}$

$$\sin 9x + \cos 9x + \sin 5x - \cos 5x - \sqrt{2} \cdot \cos 4x = 0$$

$$\sqrt{2} \cdot \sin(9x + \frac{\pi}{4}) + \sqrt{2} \cdot \sin(5x - \frac{\pi}{4}) - \sqrt{2} \cdot \cos 4x = 0 \quad / : \sqrt{2}$$

$$\sin(9x + \frac{\pi}{4}) + \sin(5x - \frac{\pi}{4}) - \cos 4x = 0$$

$$2 \cdot \sin(7x + \frac{\pi}{4}) \cdot \cos(2x + \frac{\pi}{4}) - \cos 4x = 0$$

Заметим, что $\cos 4x = \sin(2x + \frac{\pi}{4}) \cdot \cos(2x + \frac{\pi}{4})$, тогда

$$\cos(2x + \frac{\pi}{4}) (\sin 7x - \sin(2x + \frac{\pi}{4})) = 0$$

$$\cos(2x + \frac{\pi}{4}) \cdot \sin(\frac{5x - \pi}{2}) \cdot \cos(\frac{9x + \pi}{2}) = 0$$

$$\begin{cases} \cos(2x + \frac{\pi}{4}) = 0 \\ \sin(\frac{5x - \pi}{2}) = 0 \\ \cos(\frac{9x + \pi}{2}) = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \\ 5x - \frac{\pi}{4} = 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ 9x + \frac{\pi}{4} = \pi + 2\pi l, l \in \mathbb{Z} \end{cases} \quad \begin{cases} 2x = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \\ 5x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ 9x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi l, l \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad x &= \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2}n \\ \textcircled{2} \quad x &= \frac{\pi}{20} + \frac{2\pi}{5}k \\ \textcircled{3} \quad x &= \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi}{9}l \end{aligned}$$

Проверим корни на совпадение:

$\textcircled{1}$ и $\textcircled{2}$

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{2}n = \frac{1}{20} + \frac{2}{5}k \quad / \cdot 40$$

$\textcircled{1}$ и $\textcircled{3}$

$$5 + 20n = 2 + 16k$$

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{2}n = \frac{1}{12} + \frac{2}{9}l \quad / \cdot 72$$

$$20n - 16k = 3$$

$$9 + 36n = 6 + 16l$$

$3 \nmid (16, 20) = 4 \Rightarrow$ решений в $\mathbb{Z}$ нет

$$16l - 36n = 3$$

$\textcircled{2}$ и $\textcircled{3}$

$$\frac{1}{20} + \frac{2}{5}k = \frac{1}{12} + \frac{2}{9}l \quad / \cdot 180$$

$$9 + 72k = 15 + 40l$$

$$72k - 40l = 6 \quad / : 2$$

$$36k - 20l = 3$$

$3 \nmid (36, 20) \Rightarrow$ корней нет

Ответ: ~~$x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2}n$~~

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2}n; \\ x = \frac{\pi}{20} + \frac{2\pi}{5}k; \\ x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi}{9}l; \end{cases} \quad n, k, l \in \mathbb{Z}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\textcircled{2} \int (x^2 y^4) = \ln x \cdot y^{\frac{5}{2}}$$

$$\textcircled{2} y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0$$

②:

$$y^2 - 4x^2 + 2x^2 - xy + 8x - 4y = 0$$

$$(y-2x)(y+2x) - x(y-2x) - y(y-2x) = 0.$$

$$(y-2x)(y+2x)(x-y)=0$$

$$4 \sqrt{y} = 2x \quad (I)$$

$$L_y = -x + 9 \quad \textcircled{\text{II}}$$

④ для ① $y = 2x$.

$$X \frac{-2 \ln(2x)}{(2x)^2} \ln \frac{2x}{x^3} = 2 \ln \frac{2}{x^2} \cdot X \ln 2 - 2 \ln x$$

$$x^{-2 \ln 2 - 2 \ln x} \left(1 + 2 \frac{\ln 2}{x^2} \cdot x^{\ln 2 - 2 \ln x + 2 \ln 2 + 2 \ln x} \right)$$

0, т.к. в сущ. $\exists p_n x$

$$2^{\ln \frac{2}{x}} \cdot x^{3 \ln 2} = 1.$$

$$x^{3 \ln 2} = 2^{\ln \frac{x^2}{2}} = 2^{\ln x \cdot \ln 2}$$

Thyans $f(x) = x^3 \ln 2 - 2^{2 \ln x} \cdot 2^{\ln 2}$

Tega $f'(x) = 3 \ln 2 \cdot x^{3 \ln 2 - 1} - \ln 2 \cdot 2 \ln x \cdot \frac{1}{x} \cdot 2^{2 \ln x} \cdot 2^{\ln 2}$

$$\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

(7):

A. $-2 \ln x - 4 \ln x \ln y = y - 2 \ln x$

$x \cdot y = y$

$-4 \ln x + (-2 \ln x) \ln y + 3 \ln x = 0$

$y - 4 \ln x = 0$ W c yon cyrryent. ($\ln y$)

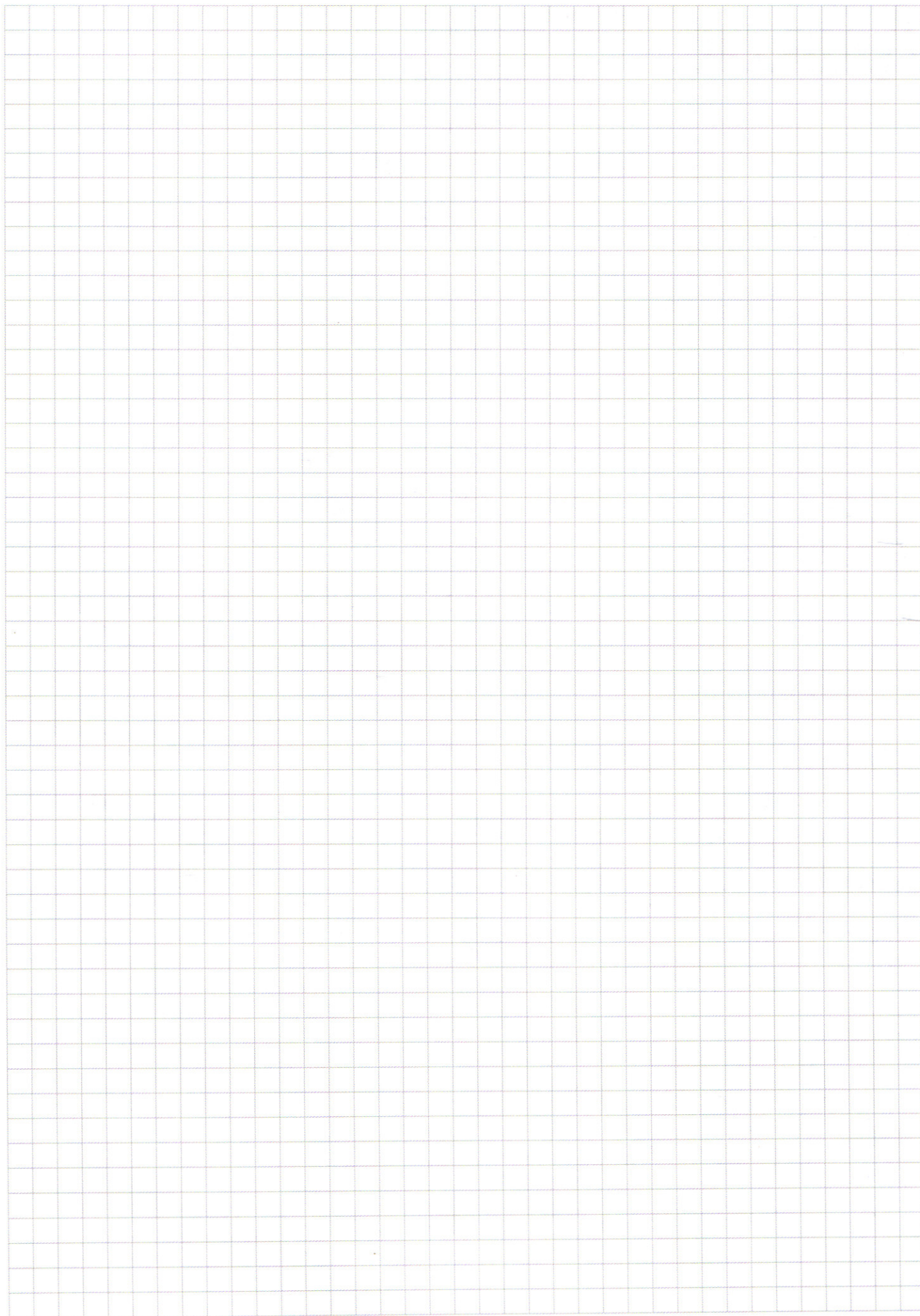
(11)

$$-2 \ln x = y \quad \ln y - 3 \ln x = y \quad \ln \frac{y}{x^3}$$

$$X \quad = y \quad = y \quad \ln \frac{y}{x^3}$$

$$-2 \ln x = y \quad \ln \frac{y}{x^3}$$

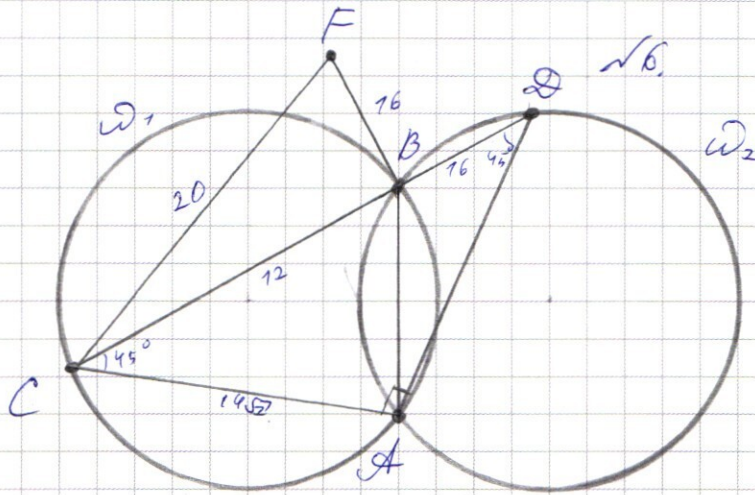
$$X \quad = y \quad \ln \frac{y}{x^3}$$



☒ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Решение:

1) По радиусам и т. синусов: $\begin{cases} CA = 2R_1 \cdot \sin \angle CBA \\ DA = 2R_2 \cdot \sin \angle DBA \end{cases}$

Т.к. $\angle DBA$ и $\angle ABC$ смежные (по условию), их синусы равны
и $R_1 = R_2$ (по условию) $\Rightarrow CA = DA \Rightarrow \triangle ACD$ — равнобедренный.

2) Тогда $CB = 2R \cdot \sin \angle CAB$
 $BD = 2R \cdot \sin \angle BAD = 2R \cdot \sin (90^\circ - \angle CAB) = 2R \cdot \cos \angle CAB$ $\Rightarrow$
(т.к. $\angle CAB = 45^\circ$)

~~$CF = 1$~~

$CF^2 = CB^2 + FB^2$ (по теореме Пифагора), $FB = BD \Rightarrow$

$CF^2 = CB^2 + BD^2 = (2R)^2 \cdot (\sin^2 \angle CAB + \cos^2 \angle CAB) = (2R)^2 \Rightarrow$
 $\Rightarrow CF = 2R = 20$

а) Ответ: ~~20~~ $CF = 20$

3) $BC = 12$ — по условию

$BC = 2R \cdot \sin \angle CAB = 20 \cdot \sin \angle CAB \Rightarrow \sin \angle CAB = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$

Т.к. $\angle CAB \in (0, \frac{\pi}{2})$, $\cos \angle CAB = \frac{4}{5} \Rightarrow FB = BD = 16$

$$AC = 2R \cdot \sin(180 - (45^\circ + \arcsin \frac{3}{5})) = 2R \cdot \sin(45^\circ + \arcsin \frac{3}{5}) =$$

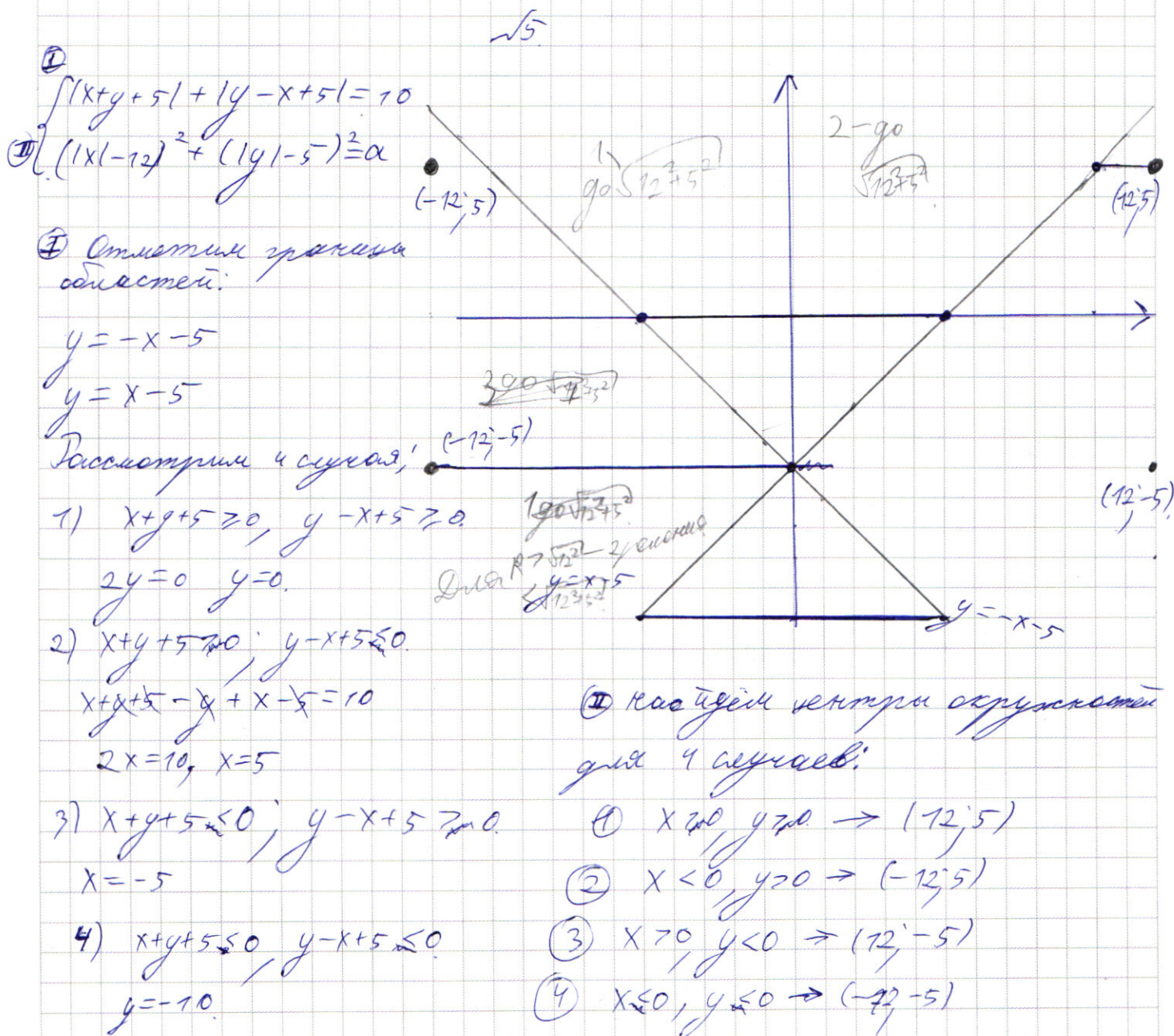
$$= 20 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot (\frac{3}{5} + \frac{4}{5}) = 14\sqrt{2}$$

$$\text{Тогда } S_{\triangle CFA} = \frac{1}{2} CF \cdot CA \cdot \sin \angle FCA = \frac{1}{2} \cdot 14\sqrt{2} \cdot 20 \cdot \sin(45^\circ + \arcsin \frac{4}{5}) =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 14\sqrt{2} \cdot 20 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} (\frac{4}{5} + \frac{3}{5}) = 7 \cdot 20 \cdot 7 \cdot \frac{1}{5} = 4 \cdot 99 = 196$$

Ответ: 196

Ответ: а) 20, б) 196.



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

15 (продолжение!)

1) Заметим, что для $a=0$ имеем два решения:

$$\begin{cases} x=-12 \\ y=5 \end{cases}, \begin{cases} x=12 \\ y=5 \end{cases}$$

2) Для $a \in (0; 4]$ — три решения

(одно на отрезке прямой $y=5$ и два на дуге прямой $y=5$)

3) Для

Найдем и расстояния от $(12; -5)$ и $(-12; 5)$ до отрезков прямой (I):

Для $(12; -5)$

$$y = -10: \rho = \sqrt{7^2 + 5^2} = \sqrt{49 + 25} = \sqrt{74}$$

$$y = -5: \rho = \sqrt{144}$$

$$y = 0: \rho = \sqrt{74}$$

$$y = 5: \rho = \sqrt{100}$$

Для $(-12; 5)$

$$y = 10$$

$$y = 0: \sqrt{74}$$

$$y = -5: \sqrt{74}, \sqrt{100}$$

(Для $(12; 5)$ и $y=0: \rho = \sqrt{74}$)

⇓

3) Для $a \in (4; 74)$ — два решения

Найдем расстояния от $(12; -5)$ и $(-12; 5)$ до данных точек отрезков прямой:

$\sqrt{5}$ (приращение $2\frac{1}{2}$)

Заметим, что для α

$a \in [74; 169]$ — более двух решений
 a где $a > 169$ только одно ($cy = 5$)

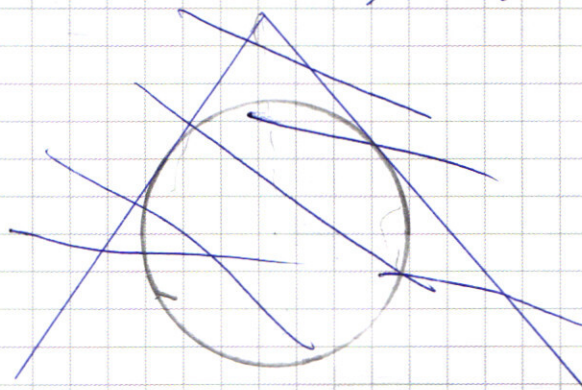
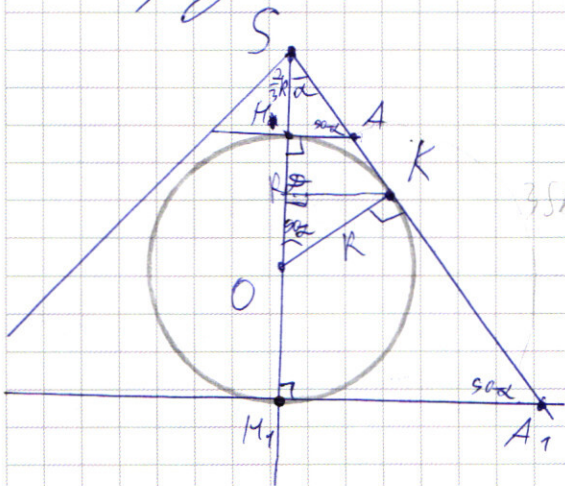
~~Quest 12-5?
 $y = -10$ $\rho = \sqrt{25 + 10^2}$
 $y = -5$ $\rho = \sqrt{24^2}$
 $y = 0$ $\rho = \sqrt{25 + 19^2}$
 $y = 5$
 $y = 10$~~

Resposta: para $a \in \{0\} \cup (4, 74)$

 $\sqrt{4}$

Заметим, что такие плоскости, перпендикулярные SO образуют подосное пирамиды (всередине соответственно параллельные) с $k = 4$ (т.к. $\frac{S_1}{S_2} = k^2$), где $S_1 = 16$, $S_2 = 1$)

Рассмотрим диаметральное сечение, проходящее через SO и K :



Из подобия пирамид знаем: (как высоты $\propto$ основания)

$$\frac{HS}{M_1 S} = \frac{1}{4} \quad M_1 S = 2R + HS, \text{ где } R - \text{ радиус сферы.}$$

$$4MS = MS + 2R \quad 2R = 3MS, \quad R = \frac{3}{2}MS$$

Заметим, что $\triangle SOK \sim \triangle SAM$ ($\angle S$ общий, $OK \perp SA$ как радиусе) $\Rightarrow$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\Rightarrow \frac{MS}{SA+AK} = \frac{MA}{R} = \frac{SA}{MS+R}$$

№4 (продолжение).
 $R = \frac{2}{3}MS$

$$\text{или } \frac{MS}{SA+AK} = \frac{MA}{R} = \frac{SA}{MS+R} \Rightarrow MS \cdot (MS+R) = SA(SA+AK)$$

$$\frac{5}{2}MS^2 = SA^2 + SA \cdot AK$$

Из т. Пифагора: $MS^2 = SA^2 - AM^2$

$$\frac{5}{2}SA^2 - \frac{5}{2}AM^2 = SA \cdot AK$$

Заметим, что в четырехугольнике $OMAK$: $MA = AK$.

Тогда $\boxed{\frac{MS}{SA+AK} = \frac{AK}{R} = \frac{SA}{MS+R}}$ $MS = \frac{2}{3}R$

$$\frac{\frac{2}{3}R}{SA+AK} = \frac{AK}{R} = \frac{SA}{\frac{2}{3}R + R} = \frac{SA}{\frac{5}{3}R}$$

$$\frac{AK}{R} = \frac{SA}{\frac{5}{3}R} \Rightarrow AK = \frac{2}{5}SA$$

$$SA = \frac{5}{2}AK$$

$$\frac{2}{3}R^2 = AK(AK+SA) = AK(AK + \frac{5}{2}AK) = AK^2 \cdot \frac{7}{2}$$

$$2R^2 = 7AK^2$$

$$R^2 = \frac{7}{2}AK^2$$

$$R = 2AK \rightarrow AK = \frac{1}{2}R, SA = \frac{5}{2} \cdot \frac{1}{2}R = \frac{5}{4}R, MS = \frac{2}{3}R \Rightarrow$$

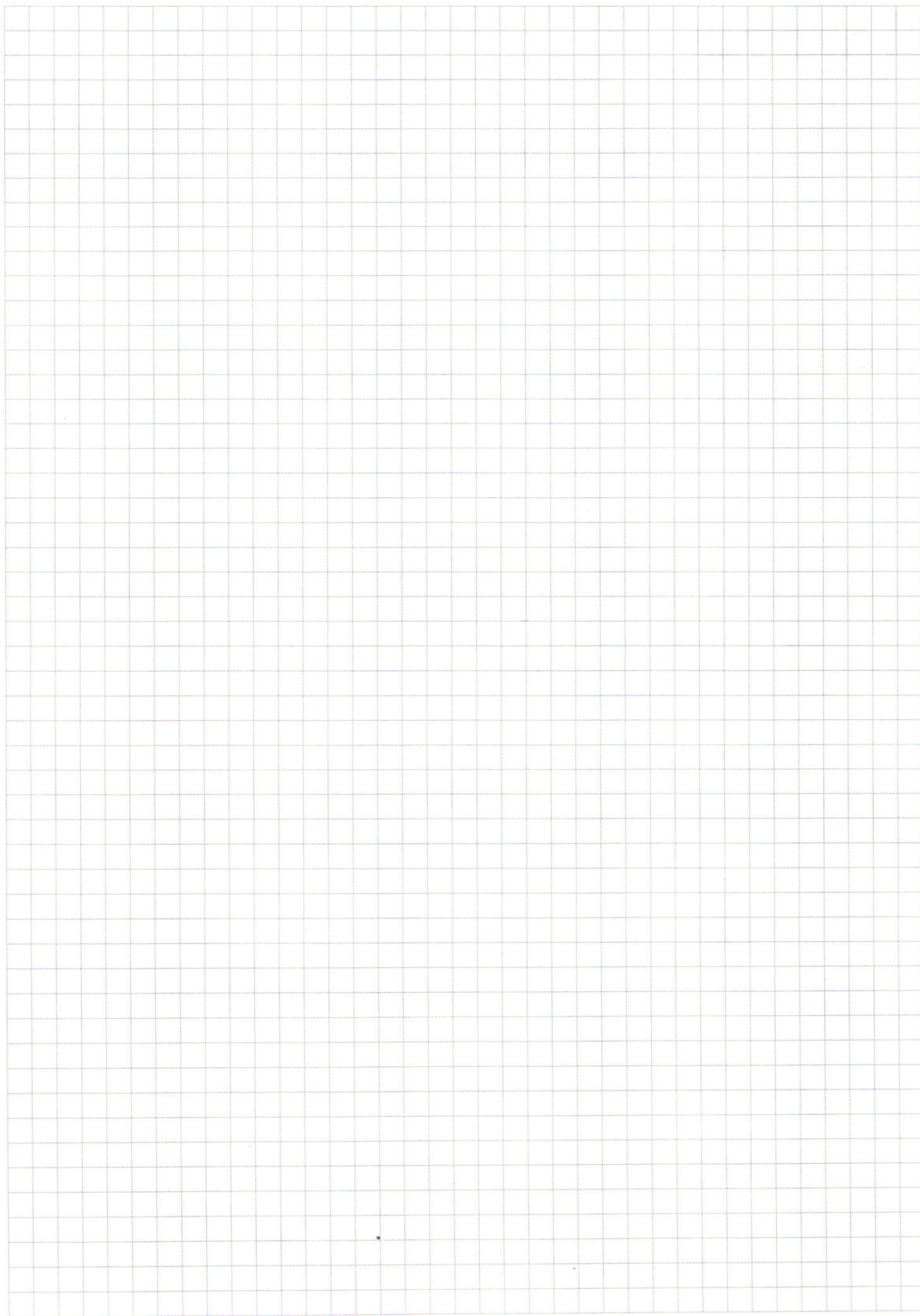
$$\Rightarrow \cos \angle = \frac{MS}{SA} = \frac{\frac{2}{3}R}{\frac{5}{4}R} = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 5} = 0,8$$

К' — проекция точки К на отрезок OS. Проведем DK, $D \in OS$, $DK \perp OS$.

$$\triangle DKO \sim \triangle MAS, K' = \frac{SA+AK}{SA} = 1 + \frac{AK}{SA} = 1 + \frac{\frac{1}{2}R}{\frac{5}{4}R} = \frac{8}{5} = 1,6$$

$$\Rightarrow S_3 = S_1 \cdot K'^2 = 1 \cdot 2,56$$

Ответ: $\cos \angle = 0,8$; $S_3 = 2,56$.



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$(\sin 9x + \cos 9x) + 9 \sin 5x - \cos 5x - \sqrt{2} \cdot \cos 4x = 0 \quad (\sqrt{2})$$

$$\sqrt{2} \sin(9x + \frac{\pi}{4}) + \sin(5x - \frac{\pi}{4}) - \cos 4x = 0 \quad \cos$$

$$2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \sin 7x \cdot \cos(2x + \frac{\pi}{4}) - \cos 4x = 0$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sin 2x + \cos 2x - 2 \cos^2 2x + 1 = 0$$

$$\sqrt{2} \cdot \sin 7x \cdot \sin 2x + \sqrt{2} \cdot \sin 7x \cdot \cos 2x - 2 \cos^2 2x + 1 = 0$$

$$-1 + 2 \sin^2 2x = 0$$

$$2 \cdot \sin^2 2x + (\sqrt{2} \cdot \sin 7x) \cdot \sin 2x + \sqrt{2} \cdot \sin 7x \cdot \cos 2x - 1 = 0$$

$$D = 2 \cdot \sin^2 2x - 8 (\sqrt{2} \cdot \sin 7x \cdot \cos 2x) + 8$$

$$\cos 4x = \cos^2 2x - \sin^2 2x = (\cos 2x + \sin 2x) \cdot (\cos 2x - \sin 2x) =$$

$$= -(\sin 2x + \cos 2x) \cdot (\sin 2x - \cos 2x)$$

$$= -\sqrt{2} \cdot \sin(2x + \frac{\pi}{4}) \cdot \sqrt{2} \sin(2x - \frac{\pi}{4}) = -2 \cdot \sin(2x + \frac{\pi}{4}) \cdot \sin(2x - \frac{\pi}{4}) =$$

$$2x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} - a \quad 2x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} - a \quad = 2 \cdot \sin(2x + \frac{\pi}{4}) \cdot \sin(\frac{\pi}{4} - 2x)$$

$$a = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} - 2x$$

$$a = \frac{3\pi}{4}$$

$$\textcircled{1} \sin(\frac{\pi}{4} - 2x) = \cos(\frac{\pi}{2} - (\frac{\pi}{4} - 2x)) =$$

$$= \cos(2x + \frac{\pi}{4})$$

$$\textcircled{2} 2 \cdot \sin(2x + \frac{\pi}{4}) \cdot \cos(2x + \frac{\pi}{4})$$

$$2 \cdot \sin 7x \cdot \cos(2x + \frac{\pi}{4}) - (2 \cdot \sin(2x + \frac{\pi}{4}) \cdot \cos(2x + \frac{\pi}{4})) = 0 \quad \textcircled{7}$$

$$\cos(2x + \frac{\pi}{4}) (\sin 7x - \sin(2x + \frac{\pi}{4})) = 0$$

$$\cos(2x + \frac{\pi}{4}) \cdot \sin(9x - \frac{\pi}{8}) \cdot \cos(9x + \frac{\pi}{8}) = 0$$

✓3

$$1) (x^2 \cdot y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(\frac{4}{x^2})} \quad x = -y$$

$$2) y^{-xy-2x^2+8x-4y} = 0 \quad y^2+y^2-2y^2-8y-4y$$

$$y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0$$

$$y^2 + y(-x)$$

$$y^2 - y(x+4) - 2x^2 + 8x = 0$$

$$D = x^2 + 8x + 16 + 8x^2 - \frac{32}{16}x = 9x^2 - 16x + 16$$

$x \neq 0$

$$y^2 - 4y - xy + 8x - 2x^2 = 0 / : x^2$$

$$4(-y+2x) + x(-y+2x)$$

$$(\frac{4}{x})^2 - 4$$

$$y^2 - xy - 4y = 2x^2 + 8x$$

$$(y^2 - 4y + 4) - 4 - xy = 2(x^2 + 4x + 4) - 8$$

$$(y-2)^2 - xy = 2(x+2)^2 - 4$$

$$y^2 - 2xy$$

$$y^2 - 2xy (y^2 - 2 \cdot (\frac{1}{2}x) \cdot y + \frac{1}{4}x^2) - \frac{1}{4}x^2 - 2x^2 + 8x - 4y = 0$$

$$(y - \frac{1}{2}x)^2$$

$$-(2 + \frac{1}{4} - \frac{1}{4})x^2$$

$$\frac{2 \cdot 3}{2} \cdot x = 8$$

$$x = \frac{8}{2}$$

$$-(\frac{3}{2}x)^2 - 8x$$

$$x^{-2\ln x} \cdot y^{-4\ln x} = y^{\ln(\frac{4}{x^2})} = y^{\ln y - \ln x^2} = y^{\ln y} \cdot y^{-2\ln x} / y^{x+\ln x}$$

$$x^{-2\ln x} \cdot y^{3\ln x} = y^{\ln y} / y^{3\ln x}$$

$$x^{-2\ln x} = y^{\ln \frac{4}{x^3}}$$



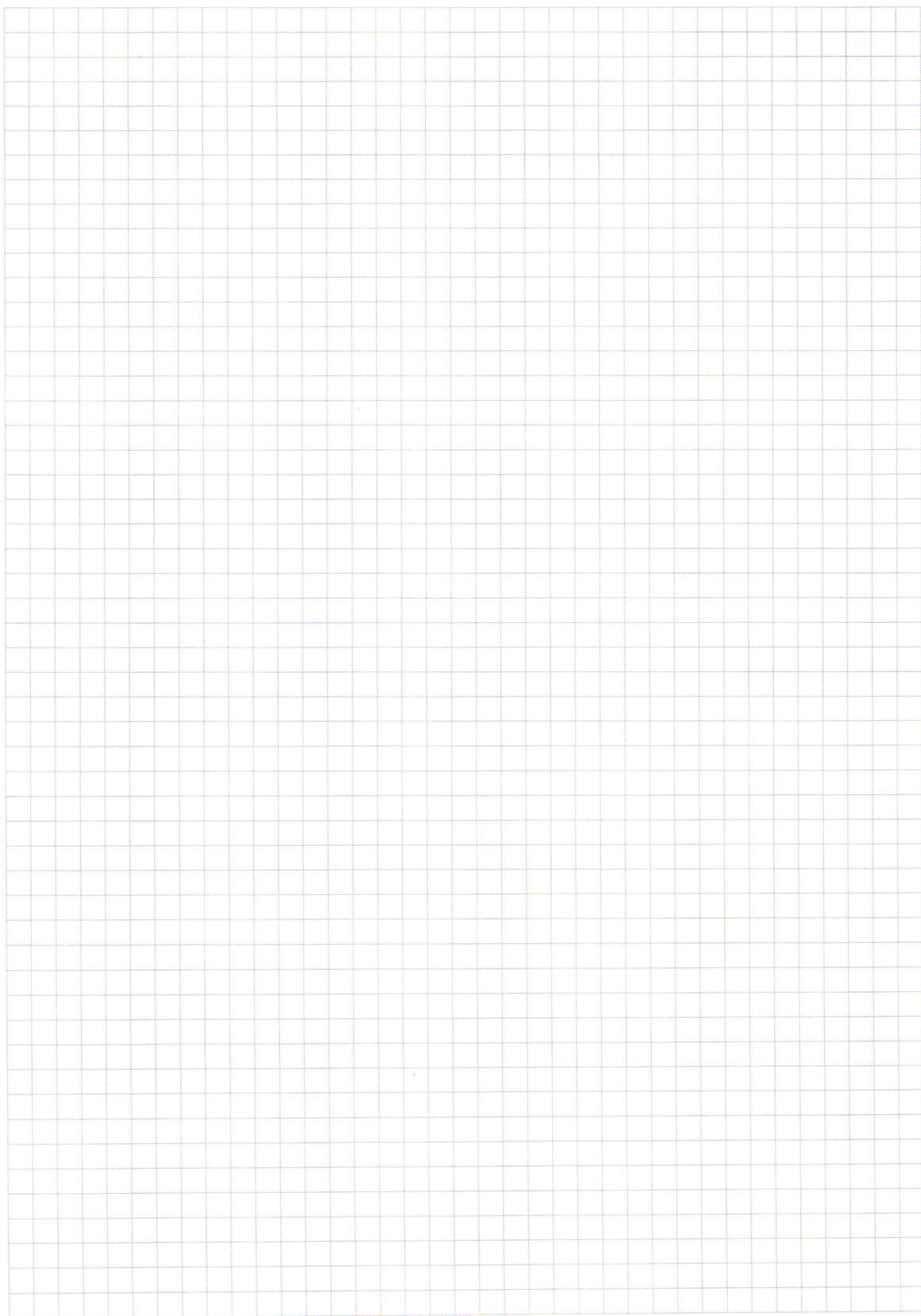
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

☒ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$y^2 - 4y = 2x^2 + xy - 8x \quad \textcircled{\text{N}3}$$

$$y^2 - 4x^2 + 2x^2 - xy - 4y + 8x = 0$$

$$(y-2x)(y+2x) + x(2x-y) - 4(y-2x) = 0$$

$$(y-2x)(y+2x) - x(y-2x) - 4(y-2x) = 0 \quad \textcircled{1}$$

$$(y-2x)(y+2x-x-4) = 0 \quad \boxed{y=2x} \quad \textcircled{I}$$

$$\boxed{y+x=4} \quad \textcircled{II}$$

$$y=4-x$$

$$x^{-2\ln x} \cdot y^{-4\ln x} = y^{\ln y} \cdot y^{-7\ln x}$$

$$x^{-2\ln x} \cdot y^{-4\ln x} - y^{\ln y} \cdot y^{-7\ln x} = 0$$

$$-4\ln x (x^{-2\ln x} - y^{\ln y} \cdot y^{-3\ln x}) = 0$$

$$\textcircled{1} \quad \boxed{y^{-4\ln x} = 0}$$

$$\Rightarrow y=0$$

$$\textcircled{1}$$

$$\textcircled{2} \quad \boxed{\begin{aligned} x^{-2\ln x} &= y^{\ln y - 3\ln x} \\ x^{-2\ln x} &= y^{\ln \frac{y}{x^3}} \end{aligned}}$$

$$\textcircled{I2} \quad x^{-2\ln x} = 2^{\ln \frac{y}{x^3}} \cdot x^{\ln y - 3\ln x}$$

$$x^{-2\ln x} (1 - x^{\ln y - \ln x} \cdot 2^{\ln \frac{y}{x^3}}) = 0$$

$$\downarrow$$

$$x=0 \quad x^{\ln y - \ln x} \cdot 2^{\ln \frac{y}{x^3}} = 1$$

$$x^{\ln y - \ln x} = 2^{3\ln x - \ln y}$$

①. $\sqrt{5}$

$$\int |x+y+5| + |y-x+5| = 70$$

$$((|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = a$$

$$x+y+5 \geq 0$$

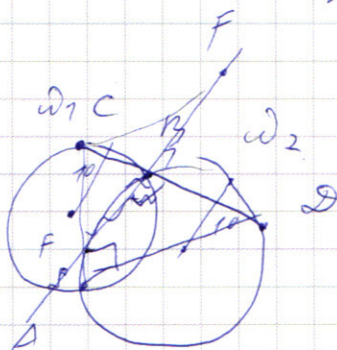


$$CF = 2R = 70$$

$$CF = 2R \cdot \sin\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right)$$

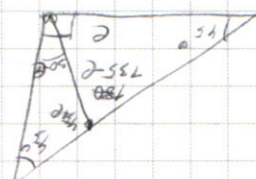
$$\sqrt{6} \cdot BC \cdot \sin 90^\circ$$

$$\angle CAB = 90^\circ$$



$$BC = 2R \cdot \sin \epsilon$$

$$CF = 2R \cdot \sin \epsilon$$



$$\Rightarrow \angle CAB - \text{при параллельности}$$

$$AB = 2R \cdot \sin \beta \quad (\beta = 180^\circ - \alpha)$$

$$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$$

$$AB = AC \quad (\text{т.к. } CA = 2R \cdot \sin \alpha)$$

$$\boxed{a = 90 - \epsilon}$$

$$\boxed{b = 45 + \epsilon} = 135^\circ$$

$$2\epsilon + 90 = 2\delta$$

$$2\epsilon + 180 = (\alpha + \epsilon) + 2\delta$$

$$\epsilon + \alpha = 90^\circ$$

$$d = 180 - \delta$$

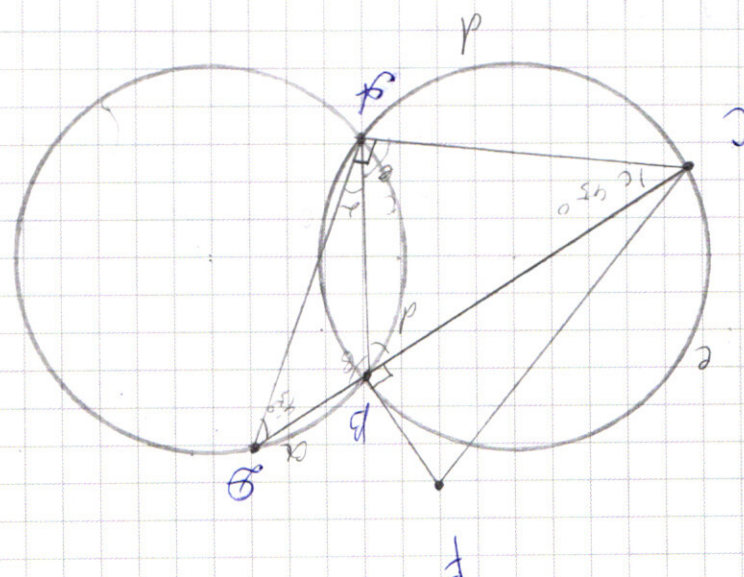
$$b = 180 - \delta + d = 180^\circ$$

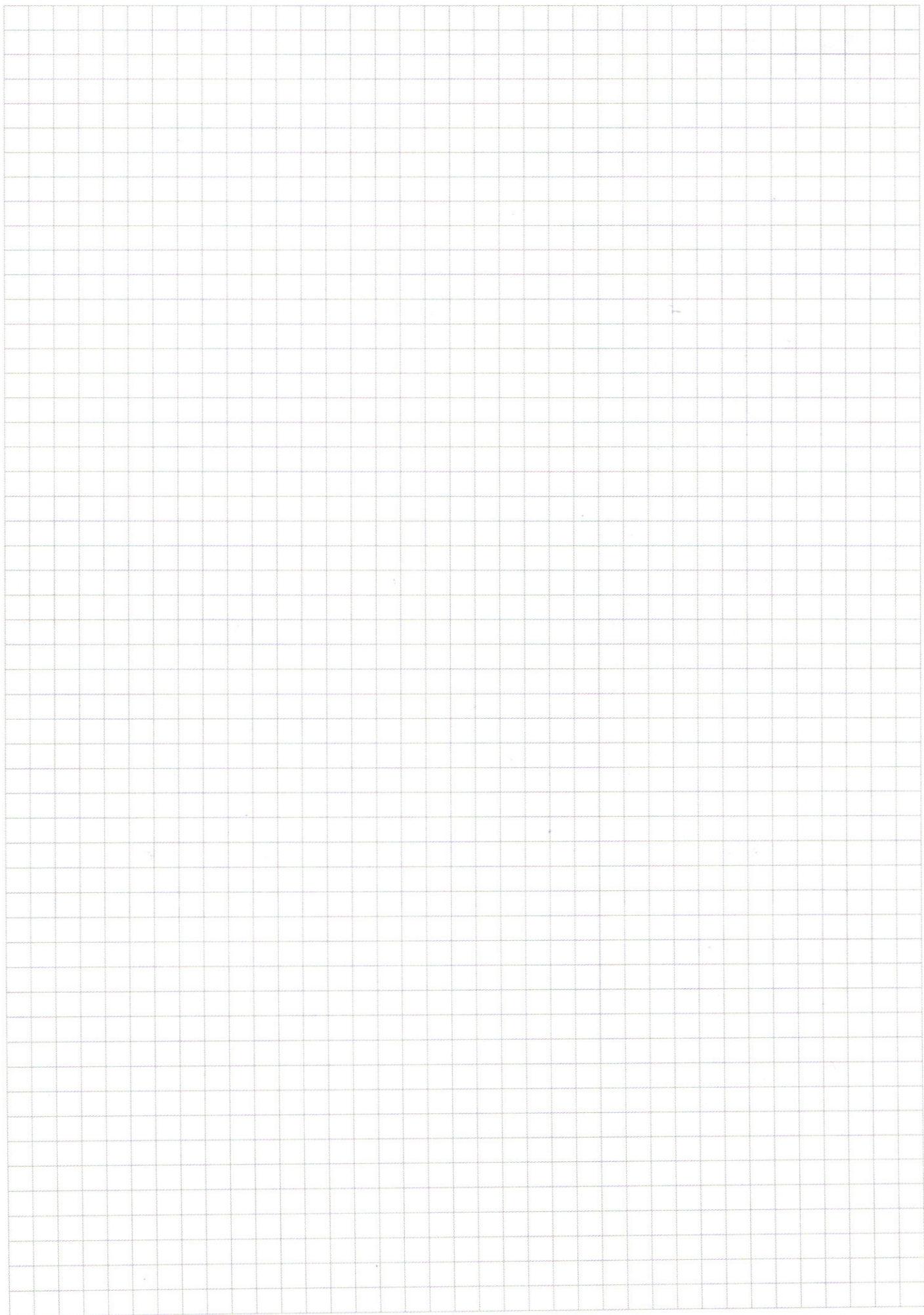
$$\epsilon + \alpha = 90^\circ$$

$$\epsilon + d = \alpha + \delta$$

$$\alpha + \delta + \epsilon = \alpha + \delta + \epsilon$$

$$K = 10$$





☒ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

— 2 знака

$$N = 9267$$

$$9267 = 3 \cdot 3087 = 3^2 \cdot 1029 = 3^3 \cdot 343 = 3^3 \cdot 7^3$$

$$3^3 \cdot 7^3$$

$$\begin{array}{r} 343 \overline{) 9267} \\ \underline{-28} \\ 63 \\ \underline{-63} \\ 0 \end{array}$$

1) 3 тройки
3 семёрки
2 единицы

$$C_8^3 \cdot C_5^3$$

2) 1 тройка

1 девятка

3 семёрки

~~2~~ 3 единицы

$$C_8^3 \cdot C_5^3 \cdot C_2^1$$

$\sqrt{2}$

$$9267 \overline{) 9267}$$

$$\begin{array}{r} 69 \\ \times 49 \\ \hline 343 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9267 \overline{) 9267} \\ \underline{9} \\ 26 \overline{) 1029} \\ \underline{18} \\ 81 \overline{) 12} \\ \underline{81} \\ 9 \overline{) 343} \\ \underline{9} \\ 3 \end{array}$$

$$\cos 9x + \sin 9x + \sin 5x - \cos 5x - \sqrt{2} \cdot \cos 4x = 0$$

$$\sqrt{2} \cdot \sin(9x + \frac{\pi}{4}) + \sqrt{2} \cdot \sin(5x + \frac{\pi}{4}) - \sqrt{2} \cdot \cos 4x = 0 \quad | : \sqrt{2}$$

$$\sin(9x + \frac{\pi}{4}) + \sin(5x + \frac{\pi}{4}) - \cos 4x = 0$$

$$\sin(9x + \frac{\pi}{4}) - \sin(\frac{\pi}{2} - 4x) + \sin(5x + \frac{\pi}{4}) = 0 \quad | (\cos 4x = \sin(\frac{\pi}{2} - 4x))$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cdot \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$1) \sin(9x + \frac{\pi}{4}) - \sin(\frac{\pi}{2} - 4x) = 2 \cdot \sin$$

$$\sin(9x + \frac{\pi}{4}) + \sin(5x + \frac{\pi}{4}) = 2 \cdot \sin \frac{9x + \frac{\pi}{4} + 5x + \frac{\pi}{4}}{2} \cdot \cos \frac{9x + \frac{\pi}{4} - 5x - \frac{\pi}{4}}{2} =$$

$$= 2 \cdot \sin(7x + \frac{\pi}{4}) \cdot \cos 2x$$

$$\cos 4x = 2 \cos^2 2x - 1$$

$$2 \cdot \sin(7x + \frac{\pi}{4}) \cdot \cos 2x - \cos 4x = 0$$

$$-2 \cos^2 2x + 1 = 0 \quad | \cdot (-1)$$

$\cos 2$

$$2 \cos^2 x - 2 \cos 2x \cdot \sin\left(7x + \frac{\pi}{4}\right) - 1 = 0.$$

$$D = 4 \cdot \sin^2\left(7x + \frac{\pi}{4}\right) + 8$$

$$\cos 4x = 2 \cos^2 2x - 1$$

$$2 \cdot \sin\left(7x + \frac{\pi}{4}\right) \cdot \cos 2x - \cos 4x = 0. / (-1)$$

$$\boxed{2 \cos^2 2x - 2 \cdot \sin\left(7x + \frac{\pi}{4}\right) \cdot \cos 2x - 1 = 0.}$$

$$\sqrt{8} \geq \sqrt{8}$$

$$D = 4 \cdot \sin^2\left(7x + \frac{\pi}{4}\right) + 8 = 4 \left(\sin^2\left(7x + \frac{\pi}{4}\right) + 2 \right) = 21$$

$$\cos 2x = \frac{2 \cdot \sin\left(7x + \frac{\pi}{4}\right) + \sqrt{8}}{4} \quad -2 \leq \leq 2 \quad + \quad \geq 2\sqrt{2}$$

$$\cos 2x = \frac{2 \cdot \sin\left(7x + \frac{\pi}{4}\right) - \sqrt{8}}{4}$$

$$\sin\left(9x + \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(5x - \frac{\pi}{4}\right) - \cos 4x = 0.$$

$$-\sin\left(\frac{\pi}{2} - 4x\right)$$

$$2 \cdot \sin\left(7x + \frac{\pi}{4}\right) \cdot \cos$$

$$2 \cdot \sin 4x$$

$$2 \cdot \sin\left(\frac{9x + \frac{\pi}{4} + 5x - \frac{\pi}{4}}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{9x + \frac{\pi}{4} - 5x - \frac{\pi}{4}}{2}\right) - \cos 4x = 0.$$

$$2 \cdot \sin(7x) \cdot \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) - \cos 4x = 0.$$