МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО М

11 класс

ВАРИАНТ 7 ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 9261. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2}\cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$.

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(x^2y^4\right)^{-\ln x} = y^{\ln\left(y/x^7\right)}, \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения трёхгранного угла плоскостью KLM, если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO, равны 1 и 16.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, при которых система

$$\begin{cases} |x+y+5| + |y-x+5| = 10, \\ (|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 10 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD = 90°$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF.

б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 12$. Найдите площадь треугольника ACF.

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y), удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geqslant 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2\left(2^{32} - 1\right)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

© МФТИ, 2020

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2

$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2}\cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0;$

$-2\cdot\sin\frac{9x-5x}{2}\cdot\sin\frac{9x+5x}{2} - \sqrt{2}(\cos^2 2x - \sin^2 2x) + 2\cdot\sin\frac{9x+5x}{2}\cdot\cos\frac{9x-5x}{2} = 0;$

$-2\sin 2x\sin 7x - \sqrt{2}(\cos^2 2x - \sin^2 2x) + 2\sin 7x\cos 2x = 0;$

$2\sin 7x(\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2}(\cos 2x - \sin 2x)(\cos 2x + \sin 2x) = 0;$

$(\cos 2x - \sin 2x)\cdot(2\sin 7x - \sqrt{2}(\cos 2x + \sin 2x)) = 0;$

$\left[\begin{array}{l}\cos 2x - \sin 2x = 0; (1)\\ 2\sin 7x - \sqrt{2}(\cos 2x + \sin 2x) = 0; (2)\end{array}\right.$

Решаем ур-ние (1): $\cos 2x - \sin 2x = 0$. Заметим, что $\cos 2x = 0$ - не является решением уравнения, поделим ур-ние (1) на $\cos 2x \neq 0$:

$1 - tg 2x = 0$; $tg 2x = 1$; $2x = \frac{\pi}{4} + \pi k, k\in\mathbb{Z}$; $x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}, k\in\mathbb{Z}$

Решаем ур-ние (2):

$2\sin 7x = \sqrt{2}(\sin 2x + \cos 2x)$; $\sin 7x = \frac{\sqrt{2}}{2}\sin 2x + \frac{\sqrt{2}}{2}\cos 2x$;

$\sin 7x = \sin(2x + \frac{\pi}{4})$;

Синус равен синусу тогда, когда углы равны либо они в сумме дают π:

$\left[\begin{array}{l}7x = 2x + \frac{\pi}{4} + 2\pi n\\ 7x = \pi - (2x + \frac{\pi}{4}) + 2\pi n\end{array}\right.$; $\left[\begin{array}{l}5x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n\\ 9x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi n\end{array}\right.$; $\left[\begin{array}{l}x = \frac{\pi}{20} + \frac{2\pi n}{5}\\ x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi n}{9}\end{array}\right.$; $n\in\mathbb{Z}$

Ответ: $\frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}$; $\frac{\pi}{20} + \frac{2\pi n}{5}$; $\frac{\pi}{12} + \frac{2\pi n}{9}$; $n, k\in\mathbb{Z}$.

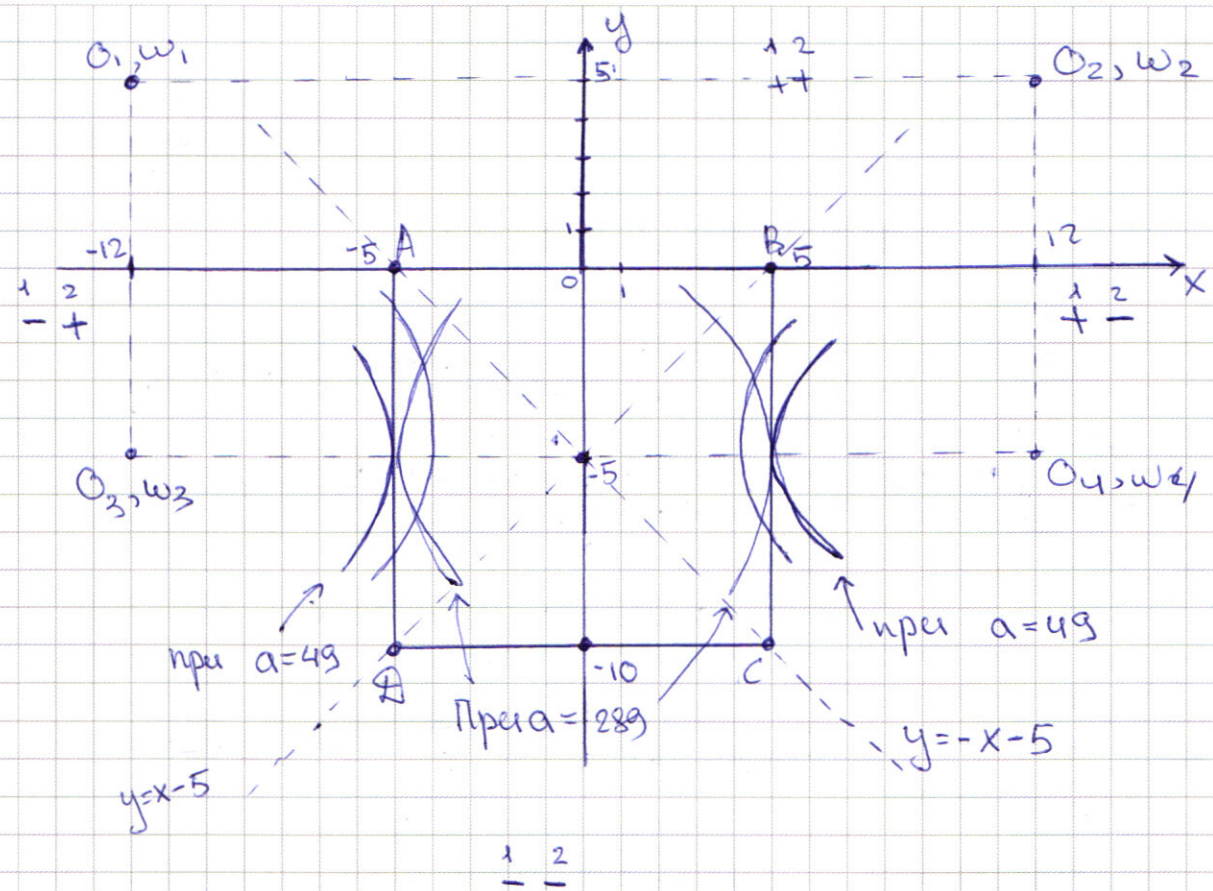
№5

$\begin{cases}|x+y+5| + |y-x+5| = 10, (1)\\ (|x|-12)^2 + (|y|-5)^2 = a; (2)\end{cases}$

Графиком (2) уравнения будут являться 4 окружности с радиусом $R = \sqrt{a}$ и центрами в точках $(12;5)$, $(-12;5)$; $(-12;-5)$; $(12;-5)$

~~Графиком~~ Для того чтобы построить график (1) уравнения, приравняем к нулю подмодульные выражения и построим эти прямые. Затем, в каждой из получившихся областей расставим знаки раскрытия модулей, ~~раскроем~~ откроем их с соответствующими знаками и построим, получившиеся линии в каждой области.

Построим графики ур-ний (1) и (2) и проанализируем кол-во возможных решений:



Найдем O_1A (в силу симметрии $O_2B = O_1A$):

$O_1A = \sqrt{(-12-(-5))^2 + (5-0)^2} = \sqrt{49+25} = \sqrt{74}$

Заметим, что окружности ω_3 и ω_4 раньше пересекут квадрат ABCD, причем 2 решения будет тогда, когда ω_3 и ω_4 коснутся ~~при~~ сторон AD и BC. (в силу симметрии это будет одновременно) Тогда $R = |-12-(-5)| = 7 \Rightarrow a = 49$.

Если дальше увеличивать a, то ω_3 и ω_4 будут пересекать квадрат уже в 2 точках каждая. Затем ω_3 коснется BC, а ω_4 коснется AD ($R = 17$), но ω_1 и ω_2 при таком радиусе также будут пересекать квадрат. ~~Затем будет~~ Еще 2 решения будут тогда, когда ω_1 и ω_2 будут иметь 2 общие точки с квадратом, т.е.:

1) ω_1 пересекает в точке A (а ω_2 в точке B)
$R = O_1A = \sqrt{74}$, но $7 < \sqrt{74} < 17$, т.е. ω_3 и ω_4 имеют с квадратом общие точки

2) ω_1 пересекает в точке C (а ω_2 в точке D):
$R = O_1C = \sqrt{15^2+17^2} = \sqrt{225+289} = \sqrt{514}$ ($a = 514$) - при таком R ω_3 и ω_4 не будут иметь общих точек с квадратом. Ответ: 49; 514.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$9261 = 3^3 \cdot 7^3$ – получаем, что наше число не может содержать других цифр, кроме как, $\{1,3,7,9\}$.

Заметим, что в нашем числе всегда есть 3 семерки, т.е. получаем, что если мы найдем вариант, когда расставлено 5 цифр (кроме 7) числа, то семерки встанут автоматически.

Возможны 2 случая:

1) В числе нет 9. Тогда:

~~* * * * * * * *~~ $\cancel{C_8^3 = \frac{8!}{5!\cdot 3!} = \frac{8\cdot 7\cdot 6}{3\cdot 2} = 10}$ ~~– 10 способов поставить 3 тройки на 5 мест.~~

~~Единицы встанут~~

~~С~~

* * * * * * * * $C_8^3 = \frac{8!}{5!\cdot 3!} = \frac{8\cdot 7\cdot 6}{3\cdot 2} = 54$ – способа поставить 3 тройки на 8 мест

$C_5^2 = \frac{5!}{3!\cdot 2!} = \frac{5\cdot 4\cdot 7}{2} = 10$ – способ поставить 2 единицы на оставшиеся 5 мест.

Всего способов выбрать числа без 9: $54\cdot 10 = 540$

2) В числе есть 9. Тогда:

9 – способов поставить девятку, 8 способов поставить тройку, $C_6^3 = \frac{6!}{3!\cdot 3!} = \frac{6\cdot 5\cdot 4}{3\cdot 2\cdot 1} = 20$ – способов поставить 3 единицы.

$9\cdot 8\cdot 20 = 72\cdot 20 = 1440$ – способов выбрать число с 9.

Общее кол-во таких чисел равно: $1440+540=1980$.

Ответ: 1980.

№3

$$\begin{cases} (x^2y^4)^{-\ln x} = y^{\ln\left(\frac{y}{x^7}\right)}; & (1) \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0; & (2) \end{cases}$$

(2): $y^2-xy-2x^2+8x-4y=0$; $(y-2x)(y+x)-4(y-2x)=0$;

$(y-2x)(y+x-4)=0$; $\left[\begin{array}{l} y=2x, \\ y=4-x; \end{array}\right.$

(1) • $y=2x$: $(x^2\cdot(2x)^4)^{-\ln x}=(2x)^{\ln\left(\frac{2x}{x^7}\right)}$; $(16x^6)^{-\ln x}=(2x)^{\ln\frac{2}{x^6}}$;

$\lg(16x^6)^{-\ln x}=\lg(2x)^{\ln\frac{2}{x^6}}$; $-\ln x\cdot\lg(16x^6)=\ln\frac{2}{x^6}\cdot\lg 2x$;

$-\ln x\cdot(\lg 16+6\lg x)=(\ln 2-6\ln x)(\lg 2+\lg x)$

$-\lg 16\cdot\ln x-6\lg x\cdot\ln x=\ln 2\cdot\lg 2+\ln 2\cdot\lg x-6\lg 2\cdot\ln x-6\ln x\lg x$

$-\lg 16\cdot\ln x=\ln 2\cdot\lg 2+\ln 2\cdot\lg x-6\lg 2\cdot\ln x$

$-4\lg 2\ln x=\ln 2\cdot\lg 2+\ln 2\cdot\lg x-6\lg 2\cdot\ln x$;

$2\lg 2\cdot\ln x=\ln 2\cdot\lg 2+\ln 2\cdot\lg x$

$\lg 4\cdot\ln x=\ln 2\cdot\lg 2x \Rightarrow x=2;\ y=2$

(2) • $y=4-x$: $(x^2\cdot(4-x))^{-\ln x}=(4-x)^{\ln\left(\frac{4-x}{x^7}\right)}$;

$\lg(x^2(4-x))^{-\ln x}=\lg(4-x)^{\ln\left(\frac{4-x}{x^7}\right)}$

$-\ln x(\lg x^2+\lg(4-x))=\ln\left(\frac{4-x}{x^6}\right)\cdot\lg(4-x)$

$-2\ln x\cdot\lg x-\ln x\cdot\lg(4-x)=(\ln(4-x)-\ln x^7)\lg(4-x)$

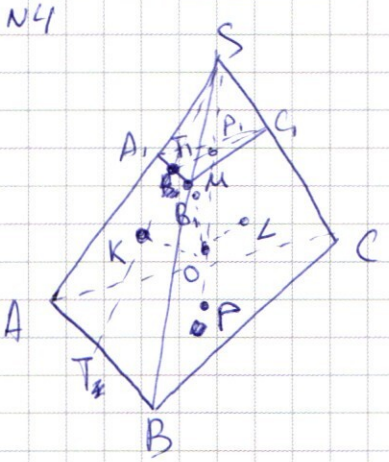
$-2\ln x\lg x-\ln x\lg(4-x)=\ln(4-x)\cdot\lg(4-x)-7\ln x\cdot\lg(4-x)$

$\ln x(7\lg(4-x)-2\lg x)=2\ln(4-x)\cdot\lg(4-x)$

$\ln x\cdot\lg\frac{(4-x)^7}{x^2}=\ln(4-x)^2\cdot\lg(4-x)^2$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4



$S_{ABC}=16$; $S_{A_1B_1C_1}=4$.

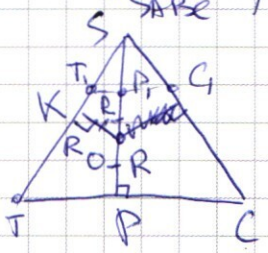
Найти: $\angle KSO=?$

$S_{KLM}=?$

Решение:

$\triangle SA_1B_1C_1 \sim \triangle SABC$ - ~~как подобр~~ потому что плоскости сечения трехгранного угла и перпендикулярны SO.

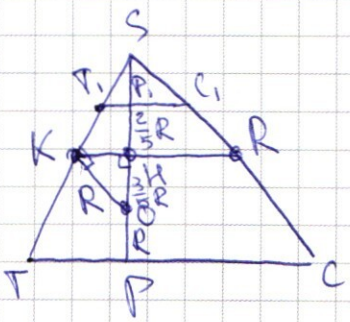
$K^2=\left(\frac{S_{A_1B_1C_1}}{S_{ABC}}\right) \Rightarrow K=\frac{1}{4} \Rightarrow T=4C_1T_1$



$\triangle SP_1T_1 \sim \triangle SPT$ - по 2 углам $\Rightarrow$

$\frac{SP_1}{SP}=\frac{C_1T_1}{CP}$; $\frac{SP_1}{2R+SP_1}=\frac{1}{4} \Rightarrow SP_1=\frac{2}{3}R \Rightarrow SO=\frac{5}{3}R$

$\sin\angle KSO=\frac{OK}{OS}=\frac{R}{\frac{5}{3}R}=\frac{3}{5} \Rightarrow \angle KSO=\arcsin\frac{3}{5}$.



$\cos\angle KOS=\sin\angle KSO=\frac{3}{5}$

$OH=R\cos KOC=\frac{3}{5}R$;

~~$SP=2R$~~ $\triangle ST_1C_1 \sim \triangle SKR$;

$n=\frac{SP_1}{SR}=\frac{\frac{2}{3}R}{\frac{2}{3}R+\frac{1}{5}R}=\frac{\frac{2}{3}}{\frac{13}{3\cdot5}}=\frac{10}{13}$

~~$n^2=\frac{S_{KLM}}{S_{A_1B_1C_1}} \Rightarrow S_{KLM}=n^2S$.~~

$\frac{S_{A_1B_1C_1}}{S_{KLM}}=n^2 \Rightarrow S_{KLM}=\frac{S_{A_1B_1C_1}}{n^2}=\frac{4\cdot169}{100}=\frac{676}{100}=6{,}76$

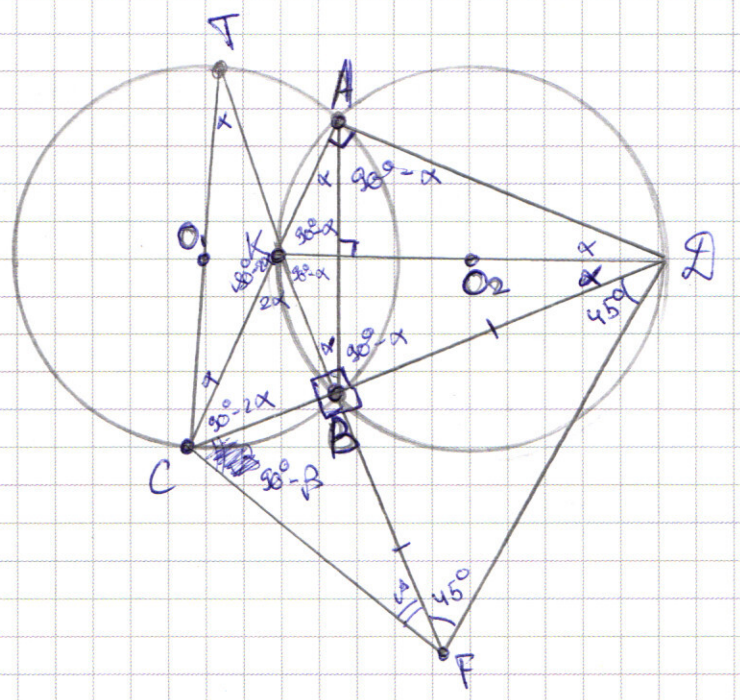
Ответ: $\angle KSO=\arcsin\frac{3}{5}$; $S_{KLM}=6{,}76$.

№6 Дано:

$R=10$; $\angle CAD=90^\circ$; $BF=BD$

Найти: а) $CF=?$

Найти: б) $S_{ACF}=?$ если $BC=12$



Решение:

а) $\triangle BFD$ - равнобедренный прямоугольный $\Rightarrow$ $\angle BFD=45^\circ$; $\angle BDF=45^\circ$

т.к. $\angle KAD=90^\circ$, то KD - диаметр

Пусть $\angle KDB=\alpha$. Тогда $\angle KAD=\alpha$ (т.к. $KADB$ - ромб)

$\angle AKD=\angle BKD=90^\circ-\alpha$; из $\triangle ACD$ $\angle ACD=90^\circ-2\alpha$;

$\angle TKC=180^\circ-2\alpha$

~~Пусть $\angle CFB=\beta$~~ Пусть $\angle CFB=\beta$. Тогда $\angle FCB=90^\circ-\beta$.

~~Из $\triangle CFT$: $\alpha+90^\circ-2\alpha+\alpha+90^\circ-\beta$~~

Из $\triangle CTF$ получаем, что $\angle CFB=\beta=\alpha$. Следовательно, $\angle CTF$ - равнобедренный и $CF=CT=2R=20$

Ответ: а) 20

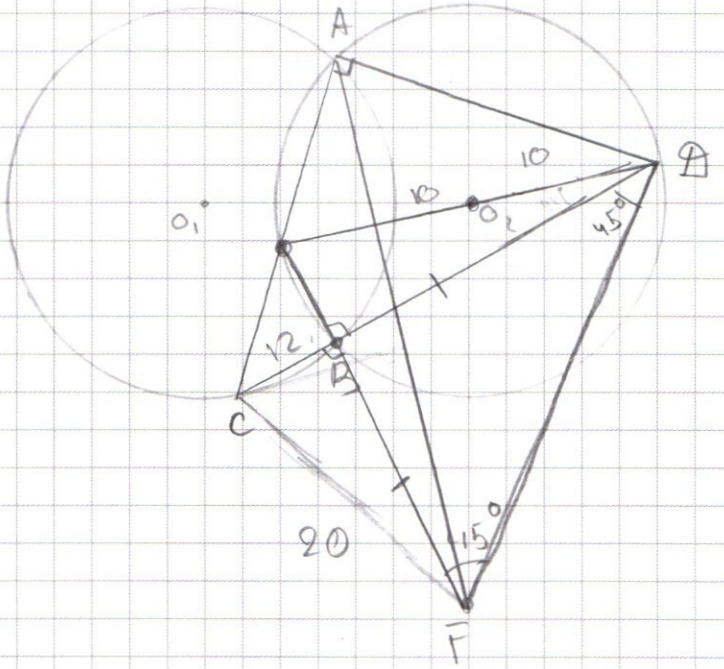
☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$180° - 90°$

$90°$

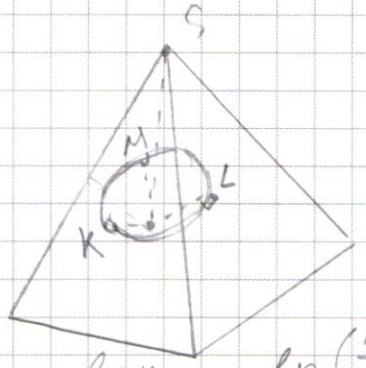
☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

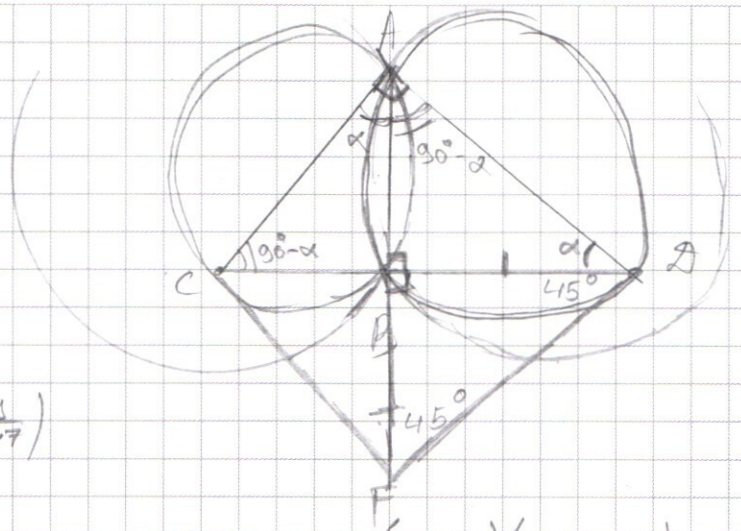
Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

☐ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА





$(x^2y^4)^{-\ln x} = y^{\ln\left(\frac{4}{x^7}\right)}$

$(y-2x)(y+x-4)=0$

$y^2-xy-2x^2+8x-4y=0$

$(y-2x)(y+x)+4(2x-y)=0$

$(y-2x)(y+x-4)=0;\quad y^2+xy-4y-2xy-2x^2+8x=y^2-xy-2x^2+8x$

$y=2x$

$(x^2\cdot(2x)^4)^{-\ln x}=(2x)^{\ln\frac{2}{x^7}}$

$(16\cdot x^6)^{-\ln x}=(2x)^{\ln\frac{2}{x^6}}$

$y=2x:\quad (x^2\cdot 16x^4)^{-\ln x}=2x^{\ln\left(\frac{2x}{x^7}\right)}$

$(16\cdot x^6)^{-\ln x}=2x^{\ln\frac{2}{x^6}}$

$\frac{1}{(16\cdot x^6)^{\ln x}}=2x^{\ln\frac{2}{x^6}}$

1) $y=2x$:

$(x^2\cdot 16x^4)^{-\ln x}=(2x)^{\ln\frac{2}{x^6}}$

$2^{-4\ln x}\cdot x^{-6\ln x}=2x^{\ln 2-}$

$-6\ln x$

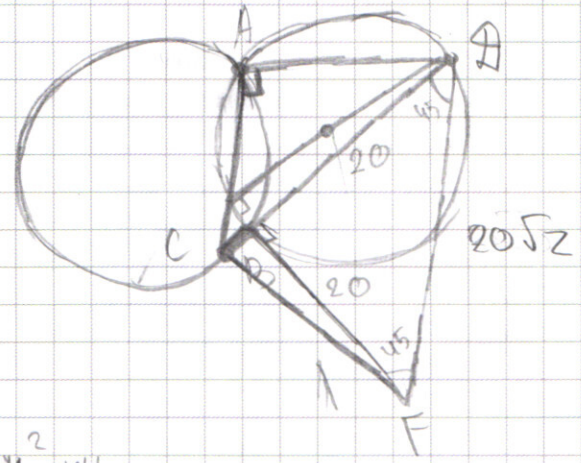
$2^{-4\ln x}\cdot x^{-6\ln x}=2^{\ln 2-x^6\ln 2}$

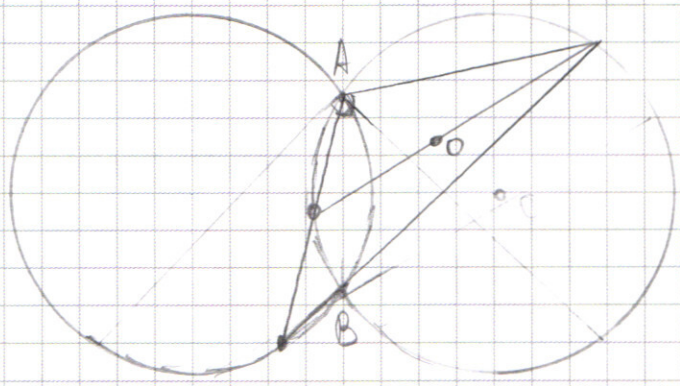
$2^{-4\ln x}=2^{\ln 2-x^6\cdot\ln 2}$

$x=2$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



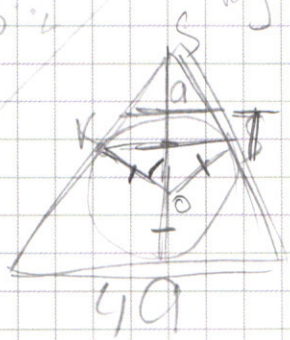


$y^2 - xy$

2

$\angle KSO = \operatorname{arctg} \frac{3}{5}$ $\quad \frac{2}{3} + \frac{1}{5} = \frac{13}{15}$

$\operatorname{tg} KSO = \frac{R}{R + \frac{2}{3}R} = \frac{3}{5}$



$\frac{h}{h+2R} = \frac{1}{4}$; $\quad 4h = h + 2R$

$3h = 2R$; $\quad h = \frac{2}{3}R$

$\sin KSO = \frac{KO}{OS} = \frac{R}{R + \frac{2}{3}R} = \frac{3}{5}$;

$\frac{\frac{2}{3}}{\frac{13}{3 \cdot 5}} = \frac{10}{13}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3

$$\begin{cases} (x^2y^4)^{-\ln x} = y^{\ln\left(\frac{y}{x^7}\right)} \\ y^2-xy-2x^2+8x-4y=0; \end{cases}$$

$y^2-y(x+4)-2x(x-4)=0;$

$D=(x+4)^2+4x(x-4)=x^2+8x+16+4x^2-16x$

$(x^2y^4)^{-\ln x}=y^{\ln y-\ln x^7}$

$x^{-2\ln x}\cdot y^{-4\ln x}=\frac{y^{\ln y}}{y^{7\ln x}}$

$\frac{1}{(x^2y^4)^{\ln x}}=\frac{y^{\ln y}}{y^{7\ln x}}$

$2x^2+(y-8)x+4y-y^2=0$

$D=(y-8)^2$

$y^2-xy-2x^2+8x-4y=0;$

$y^2-4y-2(x^2-4x+4)+8-xy=0$

$y^2-4y-2(x-2)^2+8-xy=0;$

$y^2-xy-2x^2+8x-4y=0;\quad y^2-x(2x+y)+4(2x-y)=0;$

$$\begin{cases} |x+y+5|+|y-x+5|=10, \\ (|x|-12)^2+(|y|-5)^2=a \end{cases}$$

$x+y+5=0$

$y=-x-5$

$y\geq -x-5$

$y-x+5=0$

$y=x-5$

$y\geq x-5$

$R^2=a$

$R=\sqrt{a}$

++: $2y+10=10;\ y=0$

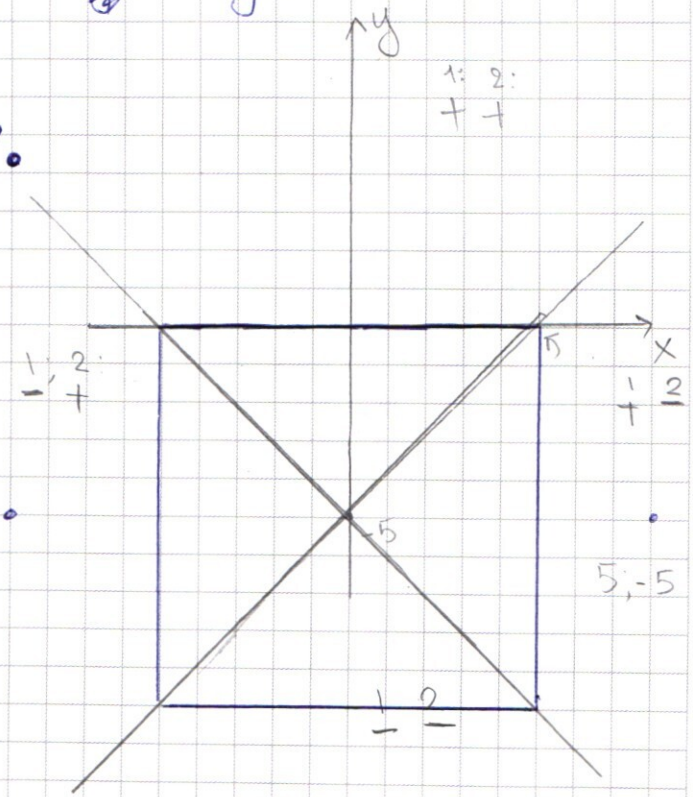
−−: $-x-y-5-y+x-5=10;\ y=-10$

+−: $x+y+5-y+x-5=10$

$x=5$

$(x_1;y_1)=(12;5)$

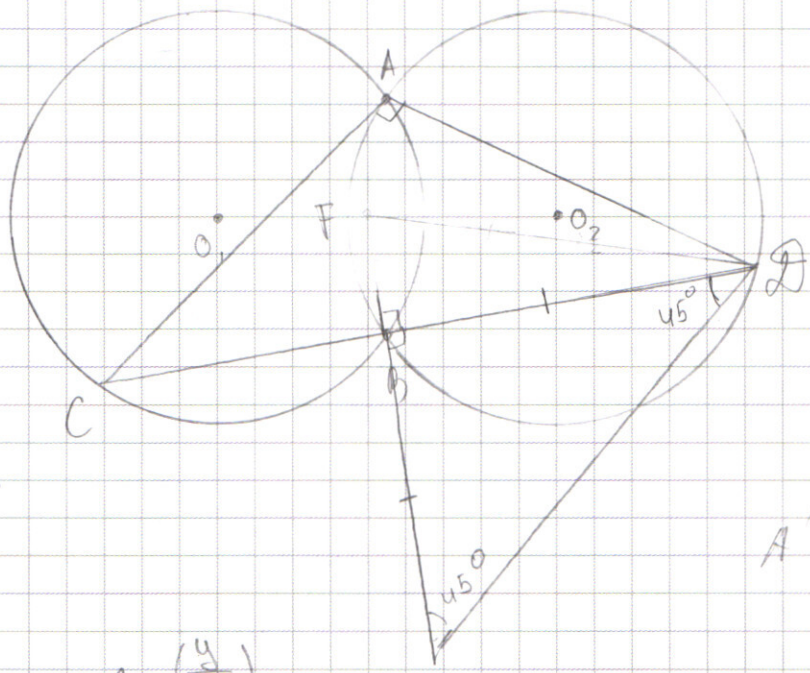
$(x_2;y_2)=(-12;-5)$



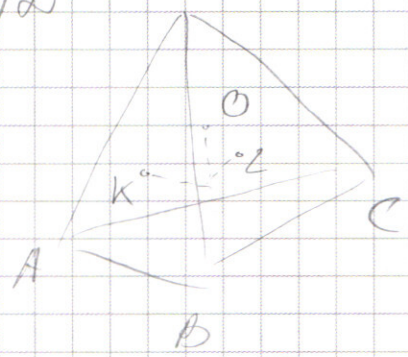
☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

$$\begin{array}{r} \times 729 \\ 16 \\ \hline 4374 \\ 729 \\ \hline 1664 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} \times 108 \\ 108 \\ \hline 864 \\ 108 \\ \hline 1664 \end{array}$$



$2^3 \cdot 2^5 \cdot 2^6$

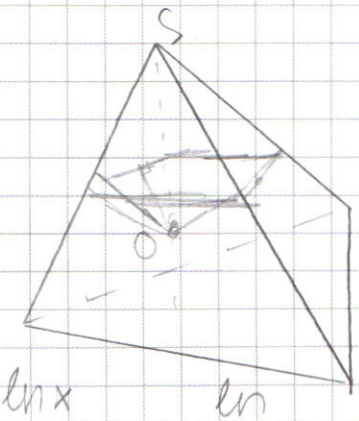
$(x^2y^4)^{-\ln x} = y^{\ln\left(\frac{y}{x^7}\right)}$; $y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0$;

$$\begin{array}{r} \times 27 \\ 4 \\ \hline 108 \end{array}$$

9261

$(a^n \cdot b^m)$

$(2^2 \cdot 3^3)^2 = 2^4 \cdot 3^6$



$\frac{h}{h+2R} = \frac{a}{4a}$

$4h = h + 2R$

$h = \frac{2}{3}R$

$(x^2y^4)^{-\ln x} = y^{\ln}$

$x^{-2\ln x} \cdot y^{-4\ln x} = \frac{y^{\ln y}}{y^{2\ln x}}$

$x^{-2\ln x} \cdot y^{3\ln x} = y^{\ln y}$

$x^{-2\ln x} = y^{\ln \frac{y}{x^3}}$

$y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0$

$y^2 - 4y + 4 - 4 - 2(x^2 - 4x + 4 + 8) - xy = 0$

$(y-2)^2 - 2(x-2)^2 = xy - 8$

$a^{\log_a a}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$p=9261 \mid 3$
$3087 \mid 3$
$1029 \mid 3$
$343 \mid 7$
$49 \mid 7$
$7 \mid 7$
1

$p=3^3\cdot 7^3$

$(x^2y^4)^{-\ln x} = y^{\ln y - 7\ln x}$

$y^2-xy-2x^2+8x-4y=0;$

$(y^2-4y)-2(x^2-4x)-xy=0;$

$9261 \mid 3$
$3087 \mid 3$
$1029 \mid 3$
$343 \mid 7$
$49 \mid 7$
$7 \mid 7$
1

$$\begin{array}{r} 343 \\ \times\ 27 \\ \hline 2401 \\ +\ 6860 \\ \hline 9261 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 343 \\ \times\ 27 \\ \hline 2261 \\ +\ 6860 \\ \hline 9121 \end{array}$$

№2

$\cos 9x-\cos 5x-\sqrt{2}\cos 4x+\sin 9x+\sin 5x=0;$

$-2\sin 7x\sin 2x-\sqrt{2}\cos 4x+2\sin 7x\cdot\cos 2x=0;$

$2\sin 7x(\cos 2x-\sin 2x)-\sqrt{2}\cos 4x=0;$

$p=3^3\cdot 7^3$ т.к. произведение цифр равно 9261, то

$9261=3^3\cdot 7^3$

Заметим, что в записи числа не может быть 0., т.к. произведение было бы равным 0. кроме того в записи числа ~~не могут~~ быть ~~цы~~ цифры 1, 3, 9 и 7.

Допустим, что нет девяток (т.е. число состоит только из 1, 3 и 7.)

Тогда число возможных вариантов: $\cancel{\frac{3\cdot 3\cdot 3\cdot 9\cdot 9\cdot 3\cdot 3\cdot 3}{3!\cdot 3!\cdot 2!}}$

$$\begin{array}{r} 225 \\ +\ 289 \\ \hline 514 \end{array}$$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

N 2

$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2}\cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0;$

$-2\sin 7x \sin 2x - \sqrt{2}\cos 4x + 2\sin 7x \cdot \cos 2x = 0;$

$2\sin 7x(\cos 2x - \sin 2x) = \sqrt{2}\cos 4x$

$2\sin 7x(\cos 2x - \sin 2x) = \sqrt{2}(\cos^2 2x - \sin^2 2x);$

$2\sin 7x(\cos 2x - \sin 2x) = \sqrt{2}(\cos 2x - \sin 2x)(\cos 2x + \sin 2x)$

$(\cos 2x - \sin 2x)(2\sin 7x - \sqrt{2}(\cos 2x + \sin 2x)) = 0;$

$\cos 2x = \sin 2x; \quad tg\, 2x = 1; \quad 2x = \frac{\pi}{4} + \pi k; \quad x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}, k \in Z$

$2\sin 7x = \sqrt{2}\cos 2x + \sqrt{2}\sin 2x;$

$\sin 7x = \frac{\sqrt{2}}{2}\sin 2x + \frac{\sqrt{2}}{2}\cos 2x;$

$\sin 7x = \sin 2x \cdot \cos\frac{\pi}{4} + \sin\frac{\pi}{4} \cdot \cos 2x$

$\sin 7x = \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right);$

$\sin 7x - \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = 0;$

$2 \cdot \sin\left(\frac{7x - 2x - \frac{\pi}{4}}{2}\right)\cos\left(\frac{7x + 2x + \frac{\pi}{4}}{2}\right) = 0;$

$\frac{5}{2}x - \frac{\pi}{8} = \pi k; \quad \frac{9x}{2} + \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi k$

$x = \frac{\pi}{20} + \frac{2\pi k}{5}; \quad x = -\frac{\pi}{36} + \frac{4}{9}\pi k;$

$y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0;$

$y^2 - 4y + 4 - 4 - 2x^2 - xy + 8x = 0$

$(y-2)^2 - x(2x - y)$

$\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{8} = \frac{3\pi}{8}$

$(x^2y^4)^{-\ln x} = y^{\ln \frac{y}{x^7}}$

$(x^2y^4)^{-\ln x} = y^{\ln y - 7\ln x}$

N 3

$\begin{cases} (x^2y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^7)} \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0; \end{cases}$

$y^2 - 4y + 4 - 4 - 2(x^2 - 4x + 4) + 8 - xy = 0;$

$(y-2)^2 - 2(x-2)^2$

$P =$

$4 - 4 \quad -8 + 16 - 8$

$9261 \mid 3$
$1087 \mid 3$
3

$243 \times 81 = 243 + 0$

$243 \times 27 = 1701 + 4860 = 61$

$9261 \mid 3$
$3087 \mid 3$
$1029 \mid 3$
$343 \mid 3$
7
7
7

$x^{-2\ln x} \cdot y^{-4\ln x} = y^{\ln y} \cdot x^{\ln y}$

$x^{-\ln x^2} \cdot y^{-\ln x^4} = y^{\ln y}$

$\frac{y^{\ln y}}{x^{\ln x^2}}$

$x^{5\ln x} = y^{5\ln y}$

$\log_a a$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)